F155.P14

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE ROMA
M 8
35 F
4

G IV n.º 21

P. 35. Pi 4

8.35, P.4

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ.

ARCHIMEDIS OPERA
QVAE EXTANT.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS
COMMENTARIISQVE ILLVSTRATA.

Per DAVIDEM RIVALTVM A FLVRANTIA Cœnomanum, è Regia Turma ſacri Cubiculi, ſanctioribuſque regni Conſiliis & à literarum pietatiſque ſtudiis Chriſtianiſſimi Gallorum & Nauarræ Regis LVDOVICI XIII. ſemper Auguſti.

Operum Catalogus ſequenti pagina habetur.



PARISIIS,
Apud CLAVDIVM MORELLVM, via Iacobæa,
ad inſigne Fontis.
CIↃ. IↃC. XV.
EX REGIS PRIVILEGIO.

OPERVM ARCHIMEDIS QVÆ HOC VOLVMINE CONTINENTVR ET ILLVSTRANTVR CATALOGVS.

Περὶ τῆς σφαίρας καὶ κυλίνδρου. βιβλία β.

Κύκλου μέτρησις. βιβλ. α.

Ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων. βιβλ. β.

Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων. βιβλ. α.

Περὶ ἑλίκων. βιβλ. α.

Τετραγωνισμὸς παραβολῆς. βιβλ. α.

Ψαμμίτης. βιβλ. α.

Περὶ τῶν ὀχουμένων. βιβλ. β.

ΕΞΩΤΙΚΑ.

Περὶ Στεφάνης.

Περὶ Κοχλίου.

Περὶ Ἕλικος.

Περὶ Τρισπάστου.

Περὶ ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ Μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

Περὶ πυρίων.

Περὶ πνευματικῶν καὶ ὑδροσκοπικῶν.

Περὶ τῆς σφαιροποιίας.

De ſphæra & Cylindro, libri II. pagina I.

*Dimenſio circuli, lib. I. pag.*123.

Planorum æquiponderantium, ſeu centra grauitatum, vel de æquiponderantibus, libri II. pag. 145.

*De ſphæroidibus & conoidibus, lib.I. pag.*219.

De lineis ſpiralibus, lib.I. pag. 339.

Quadratura paraboles, lib.I. 406.

Arenarius, ſeu de numero Arenæ, libri I. 444.

De inſidentibus humido, lib.II. 487.

*EXTERNA. pag.*533.

De Corona.

De Cochlio.

De Helica.

De Triſpaſto.

De inuentis aduerſus omnes Marcelli & Appij Machinas in obſidione Syracuſarum.

De ſpeculis vſtorijs.

De machinis aere & aqua mouentibus.

De confectione ſphæræ materialis.

CHRISTIANISSIMO
REGI SACRVM.

LVDOVICO XIII. HENRI. MAGN. FILIO, IN PATRIÆ, ORBIS IMO CHRISTIANI, SOLAMEN SALVTEMQ. FRANCIS, NAVARRISQ. COELITVS DATO, SVSPICIENDO DEI ANGELO, INVIOLANDO DOMINI VNCTO, MIRO DIVINARVM GRATIARVM DISPENSATORI, OB REGIAM POTESTATEM ADORANDO, DIGNITATEMQ. PRIMIGENII ECCLESIÆ HABENDO SACROSANCTO,

PRINCIPI FVTVRO BONI PROPAGATORI, MALI AVERRVNCATORI, ARMORVM LVMINI, LITERARVM COLVMINI, ARTIVM PVBLICORVMQ. ORNAMENT. PROMOTORI, DISCORDIARVM EXTINCT. PACIS ASSERT: INVICTISS. CATHOLICÆ FIDEI PROPVGNAT. SPLENDORIS GALLIARVM RESTITVTORI: IVRIVM CORONÆ VINDICI OLIM VOCANDO GERMANICO, HVNGARICO, LOMBARDICO, NEAPOLITANO, SICVLO, HIEROSOLYMITANO: OPTIMO, BENEFICENTISS.QVE REGI, PIO, CLEMENTI, SEMPER AVGVSTO, ÆTERNVMQ. FELICI, IN EMOLVMENTA PRÆSENTIVM ET IN SPEM FVTVRORVM SOLLICITISSIME CONSERVANDO CHARISSIMEQ. COLENDO:

EGO, IPSIVS NOMINI; MAIESTATIQVE DEVOTISSIMVS, ADDICTISSIMVS NVMINIS CVLTOR, ET VT PIENTISSIMVS ANIMI FORMATOR, PROPENSISSIMVSQ. STVDIORVM MODERATOR, SIC VIRTVTVM DESIDERATISSIMVS, LAVDVM ZELOTES, GLORIÆ CVPIDISSIMVS, VICTORIARVM PRÆSAGVS, PERENNIVMQVE TRIVMPHORVM MANTES: DAVID RIVALTVS A FLVRANTIA E TVRMA REGIA SACRI CVBICVLI, SANCTIORIBVSQVE REGNI CONSILIIS,

MECVM FAVSTISSIME AGI REPVTANS, SI NVLLA NON ÆTATE, DIVINÆ TANTI REGIS CELSITVDINI ANIMOQVE SVORVM, QVI ALIQVANDO FELICISSIMIS IPSIVS, FRANCICÆQVE GENTIS AVSPICIIS, ADVERSVS HVIVSCE REGNI POMERIIQVE GALLICI OPPVGNATORES, IMMORTALI HONORE FELICIQ. FATO DIMICATVRI SVNT, LABORIBVS MEIS, SVDORIBVS, SANGVINE, VITA INSERVIERO,

HOC ANTIQVI ARCHIMEDIS MATHEMATICI, SANGVINE REGIO SATI MONVMENTVM, OPVS VERE GIGANTEVM, RARVM HVMANI INGENII SPECIMEN, SPINIS ANTIQVITATIS QVIBVS A LONGIS RETRO SECVLIS OBSIDEBATVR, A ME IVVENILIBVS STVDIIS REPVRGATVM, VEPRIBVSQVE DIFFICVLTATVM QVIBVS SCATEBAT ANTE XXII. ANNOS ERVTVM, AC PATENTIORI LVCI RESTITVTVM:

DO. DICO. DEDICO.

ARCHIMEDIS VITA.

CVM veteris Heraclidis labores integri non ſuperſint, nobis incumbit ex officio, & tanquam ex illuſtratoris munere, vitam Archimedis ex antiquis monumentis hinc & inde collectam & aliqua forma datam, legentibus exhibere, vt quis & quantus fuerit author, cuius opera offerimus, omnes intelligant. Heraclides quidem vt propior ætati Archimedis, ex ſcriptis multorum qui hominem tam celebrem prædicauerant, tum ex clariori tunc fama monumentiſque recentioribus probè cum nouiſſe potuerat, multáque de illo poſteritati relinquere, quæ nobis tempora inuiderunt, quæque referre cùm non poſſimus, animum ex ijs & accipere & dare quo tanti viri amore incendamur, tam fœliciter ac ille nequimus. Nihilominùs ne quid relinquamus quod cognoſcendo Archimedi viro extra aleam incomparabili deſeruiat, & vt maiori alacritate lector ſequentia opera aggrediatur, diligentiori ſtudio euoluat, & fœliciori labore percurrat, nonnulla hîc veluti in tabula ob oculos proponemus de eius patria, parentibus, nomine, ætate qua vixit, moribus, ſtudijs, operibus, morte, ac randē de monumento, vt Mathematicū inſignem & virum ampliſſimum ampliùs cognoſcamus & immortalitate dignum, fœliciùs ad poſteros tranſmittamus. Patria itaque fuit Sicilia, quæ omnium rerum quibus humana vita conſtat, vberrima, olim Catoni horreum populi Romani, Straboni omnium fructuum vini potiſſimum generoſi penu, Pindaro πολύμαλος ſeu pecoris diues, dicta eſt, & nunc etiam ſeculi propter centuplum frumenti prouentum *Campo delle cento ſalme*, vulgo indigitatur: vt veriſſimum ſit, quod ſcripſit Diodorus, ὅτι πασῶν τῶν νήσων καλλίστη ὑπάρχει, imo verius (hoc, ô Rex! vt perfectæ gloriæ ſic iuſte regnādi auidiſſime tuorúmque ſollicitiſſime vindex, ne perfunctorie audias) quod idem ſubiunxit, ὡς μεγάλα δυναμένη συμβάλλεσθαι πρὸς αὔξησιν ἡγεμονίας. Hoc vbero itaque ſolo natus eſt Archimedes, & quidem Syracuſis, pulcherrima Græcarum omnium ciuitate, ita amœna & cœlo adeò grata, vt nunquam illic tantæ nebulæ obducantur, quin ſol aliqua hora illuceat, ſol inquam ingeniorum fautor, vnde literarum & muſices numen, Antiquis: vt facillimum fuerit Archimedi non Hieroni ſoli δρέπων μὲν κορυφὰς ἀρετᾶν ἀπὸ πασᾶν ἀγλαΐζεται δὲ καὶ μουσικᾶς ἐν ἀώτῳ· Vt cecinit Pindarus, hoc eſt ex Scholiaſte πασῶν ἀρετῶν τὸ τέλειον καὶ τὸ ἄκρον ſcilicet, ἀφ' ἑκάστης τὸ ὠφέλιμον καρποῦσθαι, καὶ καλλωπίζεσθαι περὶ τῆς μουσικῆς καὶ ἐπαγωγικῶς τῶν πασῶν καταλειφθέντων καλῶν. Quanta cum laude id exercuerit Archimedes poſtea dicturi, addamus id de Syracuſis, non ſine oraculo conditas: & quidem Archiam exſtructo-

Eutocius comm. in li. περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως. fere initio ait Heraclidem Archimedis vitam ſcripſiſſe.

Cato de re Ruſtica.

Strabo.

Pindarus Od. 1. in Olymp.

Diodorus Siculus fragm. l. 23.

Plinius l. 2 cap. 62.

Ibidem.

Strabo Suidas.

rem primum licet opes petijſſet, & Syracuſæ ad tantum diuitiarum cumulum euaſerint, vt prouerbio locum dederint, Decima Syracuſanorum pro re ampliſſima ſumptuoſiſſimáque, tamen etiam ſalubritatem conſequutum non minorem quam pro Crotone Miſcellum. Syracuſæ etenim fuere ſaluberrimæ humanis corporibus, vt nihil illis bonorum cujuſcúnque generis defuerit. Hinc tot viri inſignitè docti è Syracuſis prodiêre, hinc delitiæ & Syracuſæ menſæ, hinc denique vitæ hominum illic protractæ in longiſſimos annos & diuturnas ætates, vt & Archimedi noſtro contigit, qui ad ſummam ſenectutē peruenit patrij ſoli ſaluberrimi argumento. Clariſſimis verò natus parentibus, è regia ſtirpe originem duxerat, nempe Ἱέρωνι τῷ βασιλεῖ, (inquit Plutarchus) συγγενὴς καὶ φίλος: ſi tamen magnam claritatem Archimedes ex regio ſtemmate perceperit, vice verſa ſtemma illud genúſque regium, ab Archimede conſeruationem deinde ſuam excepit. Expugnatis ſiquidem Syracuſis confoſſóque contra mandatum Ducis Archimede, Marcellus diligentiſſime inquiſitis ipſius affinibus maximum habuit honorem. Τοὺς (inquit Plutarchus) οἰκείους αὐτοῦ ἐτίμησε: *propinquis etiam inquiſitis honori* (inquit Liuius) *præſidioque nomen ac memoriam eius fuiſſe*. Ita verò conſeruauit illæſos ab iniuria diripientis omnia militis, & vi ferroque tollentis, ut in longa deinde ſæcula Chriſtiana pietate, ſicuti antea coronis & ſcientijs claruerint. Qui enim vitas eorum earúmque qui in Sicilia pro Chriſto martyrium paſſi ſunt, Græce ſcripſêre Diuam Luciam, Diuam inquam Gallis nec minùs quàm Syracuſis ſuſpiciendam, cui putà ſacro die huius regni reſtaurator, lumen & columen Magnus ille HENRICVS tuæ Maieſtatis (Domine) æternum colendus Pater, natus eſt, ab antiqua Archimedis ſtirpe ortam memorant, quod me primùm docuit eruditiſsimus Græcus Ἀλέξανδρος ὁ Βασιλόπολις, cuius in Sicilia ſtrictiſſima ſum amicitia vſus, quique geſta Diuorum Siculorum Diuarúmque è lingua vulgari Græca, in Latinam conuertit. Ne verò ambiguitas nominis Hieronis, erroris anſam præbeat, ſciamus oportet duos fuiſſe Syracuſarum Reges huiuſce appellationis, longè ab inuicem regnis diſſiti. Quod vt adnotemus & tempus interim vitæ Archimedis innoteſcat, Gelonúmque duorum diſcrimen ponamus, hic adijcere non pigebit regum Syracuſanorum ſtemma. Anno itaque ſecundo Olympiadis 72. Gelo omnium non dico Syracuſanorum ſed penè Siculorum votis, rex creatus eſt, vt mirer Plutarchum ſcripſiſſe Gelonem & Hieronem Siculos, & Piſiſtratum Hippocratis filium nequitia (πονηρίᾳ) potitos eſſe regnis & ſecundum virtutem ipſis eſſe vſos. Non potuit Gelo nequitiâ, cùm per electionem communéque ſuffragium regnauerit, quod illi contigit, quia licet filius Dinomeni, viri plebeij eſſet, erat tamen virtutum omnium artibus inſtructus, quæ virum principem decent, quibus ad hoc honoris faſtigium elatus eſt. Vir fuit ſummè ſtudioſus, rerum bellicarum apprimè gnarus, vtpotè cuius victoriæ regijs geſtis Themiſtoclis, Pauſaniæ, Leonidæ, & aliorum Græciæ ſummorum Ducum æquiparantur. Præcipuè verò comitas ipſius cunctos alliciebat, benignam perpetuò afflictis mentem declarans. Cogor authoris verba ipſiſsima ſubiungere, vt Regias virtutes vbi vbi libet connotē. ἐξ ἰδιώτου τῆς Σικελίας ὅλης ἡγεμὼν ἐγένετο, τῶν πολέων ἑκουσίως εἰς τὴν ἐξουσίαν ἐκείνου παραγινομένων· προσεκαλεῖτο γὰρ ἡ τ' ἀνδρὸς ἐπιείκεια πάντας Αν-

In Marcello.

lib. 25. ab vrbe.

De his qui ſerò à Numine puniuntur.

Pauſanias in Arcadicis l 8.

Diodor l. 11 Biblio hiſt.

Verba Hermocratis dicentis de Atheniensibus captiuis apud Diodor. l 13.

θεράποις, τὴν εἰς τοὺς ἠτυχηκότας γνώμην προσβαλοῦσα. Antea quidẽ idem Diodorus ſcripſerat Gelonem tam benigna fortuna fuiſſe vſum vt cũ Themiſtocle cõpararetur, imò maior prædicaretur, ita vt in regno honoratiſsimus, & populo chariſsimus cõſenuerit, cunctis denique charus mortem obierit ſenex, tãtáque apud ciues gratia valuerit, vt tribus deinceps ex eius familia imperiũ integrè conſeruatũ fuerit, & heroici honores mortuo exhibiti: ὁ μὲν δῆμος (inquit) τάφον ἀξιόλογον ἐπιστήσας ἡρωϊκαῖς τιμαῖς ἐτίμησε τὸν Γέλωνα. Moriens autem Hieroni fratrum natu maximo regnum reliquit, tertio anno Olympiadis 75. qui in Romæ conditæ 275. incidit & fuit ante Chriſtum 477. Hic obiit Catanæ (quam ædificauerat) cùm annis tantùm vndecim regnaſſet, longè aliam quam Gelo imperandi rationem ſequutus: auaritia enim atque violentia peſſimis regnandi artibus, à fratris candore atque integritate diſceſſit. E viuis excedens Hiero Thraſibulo fratri regnum reliquit, qui per vnum duntaxat annum regnauit, quia improbitate rurſus prædeceſſorem ſuperauit coegítque iniuriarum tandem impatientes Syracuſanos (animaduertãt Reges) à ſe deficere. Thraſibulo expulſo Syracuſani ſe in libertatem aſſeruerunt, quam prorogarunt ad Dionyſium vſque ſeniorem, qui tyrannidem capeſſit Syracuſarum, anno V.C. 347. ſcilicet ſecundo Olympiadis 93. ante Chriſtum 405. Eo mortuo filius eius Dionyſius junior regnare cœpit anno V.C. 385. & ideo 1. Olym. 103. quo impetito à Timoleonte anno V.C. 408. ſcilicet 3. Olymp. 108. ſequenti anno abdicauit ſe omni principatu, & deinceps vixit vt priuatus Corynthi, & Syracuſani libertate vſi ſunt, quoad Agatocles occupatas Syracuſas militibus ſuis diripiendas permiſit, & Tyrannum ſe geſſit anno V.C. 436. nempe 3. Olymp. 115. & poſtea regnauit 28. annis, mortuúſque eſt natus 72. annis. Et cùm obiiſſet tertiò Syracuſani liberi facti ſunt, ſed Hieroclis filius Hiero, qui fuerat Prætor 34. poſt annos, Rex tandẽ electus eſt anno 3. Olymp. 126. qui fuit v.c. 480. Hic eſt cui ſeruiuit Archimedes & ex cuius ſanguine fuit. Sub hoc rege Romani in Siciliam tranſiere anno V.C. 489. hoc eſt anno 1. Olymp. 129. Anno verò ſequenti pax Hieroni ab illis conceſſa eſt. Quippe bellum illi illatum eſt cum incredibili pene diligentia & ardore: quod hinc coniicitur quia contra illum naues 220. confectæ ſunt diebus 45. vt tradidit Lucius Piſo referente Plinio. Gelonem hic habuit filium, qui ſuperſtite adhuc patre regis nomen adeptus eſt. Geloni etenim regi, qui hic eſt, librum Arenarium adſcripſit Archimedes. Tum Proclus Geloni regi attribuit de corona votiua diis, in cuius fabrica argentum auro immiſcuit Aurifex, quod Vitruuius regi Hieroni. Et certè quanta cum authoritate ageret in regno viuente Hierone patre, ſummo amicitiæ vinculo cum Romanis nexo, indicat Liuius his verbis, *Gelo* (inquit) *maximus ſtirpis contempta ſimul ſenectute patris, ſimul poſt Cannenſem cladem Romana ſocietate ad Pœnos defecit, mouiſſétque in Sicilia res, niſi mors adeò oportuna vt Patrem quoque ſuſpicione aſpergeret armantem eum multitudinem & ſollicitantem ſocios abſumpſiſſet.* Mortuus eſt itaque Gelo ante Patrem, qui tandem decedens ætate ingraueſcente, Nepotem reliquit Hieronymum filium Gelonis, annos natum 15. qui paulò poſt regnum funditus euertit, non tàm ſui culpa quàm eorum quorum erat adoleſcentiam moderari. Cauſas ſubuerſionis non contemnendas rurſus notat Liuius. *Vix quidem* (inquit) *vlli bono mode-*

Scilicet lib. 11.

Bauſanias.

Diodorus.

Polyb. lib. 1.

Lib. 16. cap. 39.

Lib. 23. ab V. C.

Lib. 4. ab Vrbe. *ratóque regi facilis erat fauor apud Syracuſanos ſuccedendi tanta claritate Hieronis. Verumenimuero Hieronymus velut ſuis vitiis deſiderabilem efficere vellet auum, primo ſtatim cōſpectu omnia quam diſparia eſſent, oſtendit. Nam qui per tot annos Hieronem filiumque eius Gelonem nec veſtis habitu, nec alio vllo inſigni differentes à cæteris ciuibus vidiſſent, conſpexere purpuram & diadema, ac ſatellites armatos quadrigiſque etiam alborum equorum interdum ex regia procedentem more Dionyſij Tyranni.* Occiſo itaque Hieronymo ab Indigemine totáque domo regia (res horrenda!) vtriuſque ſexus, rebellarunt Syracuſani à Romanis, à quibus vrbs obſidione cincta eſt, & à Marcello anno V. C. 536. Porrò non abs re ſtemma hoc regium retulimus, quippe quo maxima pars Archimedeæ ſtirpis continetur. Etenim cùm Archimedes conſanguineus eſſet Hieronis, vt aſſerit Plutarchus, ſequitur & ipſum eundem ad priſcum Gelonem pertinuiſſe, *à quo* (inquit Iuſtinus) *Hieronis nobilis viri* (ideóque & Archimedis) *origo fuit.* *Ad finem l. 24.* Hieronis inquam, quem deſerere non poſſum propter eximias ipſius virtutes, collatáque in Archimedem beneficia, quin retulerim, futuri illi regni data & in cunis vagienti & in pueritia garrienti auſpicia. Itaque à Gelone quidem antiquo Siciliæ Tyranno, manabat ipſius origo, ſed maternum illi genus ſordidum atque adeo pudibundum fuit: nam ex ancilla natus ac propterea à Patre, velut dehoneſtamentum generis expoſitus fuerat. Sed paruulum humanæ opis egentem: apes congeſto circa jacentem melle, multis diebus aluêre. Ob quam rem reſponſo Aruſpicum admonitus Pater, qui regnum infanti portendi canebant, paruulum recolligit, omnique ſtudio ad ſpem maieſtatis quæ promittebatur, inſtituit. Eidem in ludo inter coæquales diſcenti (narrat Iuſtinus) lupus tabulam, in turba puerorum repentè conſpectus, eripuit; Adoleſcenti quoque prima bello ineunti, Aquila in clypeo, Noctua in haſta conſedit. Pulchritudo denique ei corporis inſignis, vires quoque admirabiles: in alloquio blandus, in negotio juſtus, in imperio moderatus. Hæc fuêre regni ſigna & cauſæ; hinc animus quo Archimedem noſtrum tantopere coluit. Ætas autem Archimedis fuit diſtinctis annis ſi *Chiliad. 2. hiſt. 35.* Ioanni Tzetzæ credendum, 75. & aliquot menſibus, χρόνοις τὲ ἑβδομήκοντα καὶ πέντε παρηχάνων, (inquit) ita vt quo anno natus fuerit hinc deducere facile ſit. Electionis enim Hieronis in regem tempus (licet quidam varient) incidit circa annum ante Chriſtum redemptorem 272. cùm ex calculis temporum ſubtiliſsimis fundata ſit Roma anno 4. Olympiadis 6. qui in annum ante *Liuius 24. l. ab Vrbe.* Chriſtum 752. incidit. Mors verò ipſi nonagenario cùm regnaſſet 55. annis obtigit ante Dominum natum anno 217. Cúmque mors Archimedis con- *Liuius l. 26* tigerit anno poſt mortem Hieronis 3. ſcilicet ante Ieſum 214. in expugnatio- *Ibidem.* ne Syracuſarum, quarum obſidio in tertium prolata fuit annum, vt ait Marcellus Syracuſanis, à rebellione, ſcilicet Hieronymi, quæ fuit anno V.C. 535. *Liuius lib. 24. & 25.* ad annum captarum Syracuſarum, qui fuit V.C. 538. obieritque ſenex γέρων γεωμέτρης, qualis vocatur à Claudiano & à Tzetza, non inconcinnè cenſebitur natus circa annum 289. ante Ieſum incarnatum, qui fuit 2. Olymp. 122. *Ioannes Tzetzes Chiliad. 2. hiſt. 35.* ſcilicet V.C. 463. ita vt Archimedes, fuerit annorum circiter 73. cùm Hiero obijt. At Hiero mortuus eſt nonagenarius, proinde Archimedes natus eſt circiter annum Hieronis 17. ſcilicet 18. annis antequam ille regnaret. Dictus vero eſt Αρχιμήδης fauſtiſsimo nomine omineque: putà qui rectè operan-

tium vel ſedulò curantium, vel certò ſuadentium principatum tenuit, ἀπὸ τῆς ἀρχῆς καὶ μηδὲ ἐᾶσαι καὶ μηδέν: nemo enim meliùs vnquam Archimede quicquam tentauit, diligentiùs curauit, fœliciúſque adimplendo ſuaſit. Archimenidem tamen eum vocaſſe videtur Macrobius, cùm ſcripſit. *Archimenides quidem ſtadiorum numerum deprehendiſſe ſe credidit quibus à terræ ſuperficie Luna diſtaret, à Luna Mercurius, à Mercurio Venus, Sol à Venere, Mars à Sole, à Marte Iupiter, Saturnus à Ioue. Sed à Saturni orbe vſque ad ipſum ſtelliferum cœlum, omne ſpatium ſe ratione emenſum putat. Quæ tamen* (ſubjungit) *Archimenidis dimenſio à Platonicis repudiata eſt, quaſi dupla & tripla interualla non ſeruans.* Archimedes etenim diligentiſſime cœlum rimatus eſt, qua ratione eum vocat, *vnicum cœli ſyderúmque ſpectatorem* Liuius, & ſupremi corporis partes exactiſſimè metitus, ſphæram miro àrtificio compoſuit, vt poſtea recenſebimus. Atque hùc reſpexiſſe videtur Tullius, & dubium ſuſtuliſſe; cùm ſcripſit: *Nam cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæram illigauit, effecit idem quod ille qui in Timæo mundum ædificauit Platonis Deus, vt tarditate & celeritate diſſimillimos motus vna regeret conuerſio. Quòd ſi in hoc mundo fieri ſine Deo non poteſt, ne in ſphæra quidem eoſdem motus Archimedes ſine diuino ingenio potuiſſet imitari.* Ergo Archimedes eoſdem motus, eadémque interſtitia corporum cœleſtium inueſtigauit, quos Archimenides, vt idem ſit Macrobio Archimenides, qui nobis Archimedes. *Quæ autem diuina?* (ſubiungit Cicero) *vigere*, inquit, *ſapere, inuenire, meminiſſe.* Quibus quàm diuinus fuerit Archimedes ſupereſt, videamus. Tanto verò & animi & corporis vigore fuit; vt de ſe poëticum illud vſurpare etiam extremis vitæ diebus iure potuerit,

nec tarda ſenectus
Debilitat vires animi, mutátque vigorem.

In ſomniū Scipion. lib. 1. cap. 3. — *Lib. 24 ab vrbe.* — *Tuſculan. quæſt. lib. 1.* — *Ouid. 12. Metamorphoſ.*

Etenim non tantum arma, quæ pro republica geſſit, ſicuti nulli antiquitùs ab iis excuſabantur multò minus Principes aut Regum conſanguinei, (& certe inter arma & ab armato milite interfectus, periit:) ſed quãtum viguerit, ſtudia potiſſimùm oſtendũt. Maxima quippe ſedulitas qua ſcientias perquiſiuit, diligentia qua ſtuduit, aſſiduitas qua contemplatus eſt, continuus labor quo perdurauit, acumen quo percepit; judiciũ quo inuenit, memoria deniq; qua retinuit, abundè vires vel maximas exhauriunt, niſi in robuſto corpore vigens animus operetur. His autem ſimul valuiſſe Archimedem, docent antiqua omnium authorum monumenta: qui, ſi probandum illis fuiſſet exemplo, ſummos viros duci magnarum rerum contemplatione ad cupiditatem ſcientiæ, obtulerint ſtatim in medium ardorem ſtudij qui fuit in Archimede, qui dum in puluere quædam deſcribit attentiùs, ne patriam quidem captam eſſe ſenſerit. At ſi iam ingraueſcens ætate, geometricis rebus & inſtrumentis bellicis, tàm vigenti ſtudio incubuerit, quo deſiderio putandum eſt vegetioribus annis, harum ſcientiarum, huiuſceque laboris flagraſſe? Hæc indicia ſunt: quòd cum à deſcriptionibus mathematicis vi auulſum cùm ſerui paſcerent, vngeréntque, ille interim ſtrigili lineas in ventre duxerit, ἐπὶ τῆς κοιλίας ἔγραφε τὰ σχήματα τῇ στλεγγίδι (inquit Plutarchus;) tùm quòd ne inter lauandum quidem, mentem à contemplatione dimouerit. Cùm enim ex aquæ ſupra labrum ſolij eliſæ effluxu excogitaſſet coronæ dimenſionem, tanquam furore quodam aut diuino numine exagitatus, proſi-

Cicero libr. 5. de finib. lib. 1. & mal.

Plutarchus nō viuis ſuauiter ſecundum Epicuri decreta. *Proclus lib. 2. cap. 3.* *Vitruuius cap. 3 lib. 9.*

liit vociferans εὕρηκα, εὕρηκα· καὶ τοῦτο πολλάκις φθεγγόμενος ἐβάδιζεν. Ille verò tantam de ſe ſuaq; ſciētia concitarat opinionem, vt publico regioque ψηφίσματι Archimedi quodcunq; dicenti crederetur. Cùm itaque Rex Hiero, vel vt aliis placet Gelo Hieronis filius, vouiſſet coronam diis ſuis, & auro admiſcuiſſet argentum Aurifex, placeret tamen artificium & opera, curā dedit Archimedi, deprehendendi furti ſine fuſione operis: quod quàm difficile eſſet non coniecturæ ſed certitudini eſt, mixtura primorum metallorum. De hoc verò deprehenſo furto, alibi luculentiùs; ſufficiat nunc indicaſſe & à ſua & familiari Sirene adeo demulcitum ὑπὸ οἰκείας δὴ καὶ συνοίκου πλόμενοι σειρῆνος ὡς ἐλέλησο καὶ σίτου καὶ θεραπείας σώματος ἐξέλειπεν. E quidem Sirenem rectè vocauit voluptatem quæ ex ſtudio Philoſophiæ, & maximè matheſeos percipitur. Quippe ſi Deo canens, Siren Græco, intellectu valet, vt notat Macrobius, quidni Matheſin Sirenem non vocauerit quis? cùm ex quæ à Geometria, Aſtrologia, & Harmonica percipiuntur voluptates acres ſint & variæ illecebræ, quibus nulla deeſt ineſcandi vis? Deſcriptionibus enim ſuis mathemata tanquam illicibus quibuſdam ad ſe trahunt: quarum qui guſtum percepit, ſiquidem rerum imperitus non ſit, obambulat iſta cantillans, μουσομαις δ' ἐλαφίζει δ' δὴ καὶ τὰς ποτὶ δέξαν, ἔρχομαι δ' ἐκ λύρας ἐκ τοῦ νόμου, ſcilicet quam regula, quam circinus, quam leges ſcientiæ. At licet tot aucupiis irretiant humanos animos diſciplinæ illæ, & quamuis ob inſcitiam hominum imperitiamque neglectæ ὅμως βίᾳ ὑπὸ χάριτος αὐξάνονται, vt dicebat Plato, tamen vbi mentem inuenerint ad ſapientiam pronam, qualis fuit potiſſimùm Archimedis, tot & tātas in eam voluptates infundunt, vt ea cum Ioue de perenni gaudio decertauerit, ſibique Deo Sirenem cantare crediderit. Porrò opera viri, adinuentioneſque qualis, quantuſque fuerit produnt. In duplici verò habentur diſcrimine; Quædam etenim ſunt meræ contemplationis, ſcientiæ perfectæ & completæ demonſtrationis, alienæ à materia ſubiecta. Quædam verò mechanicæ dicuntur, manuumque opera conſtant, in quibus etiamſi Archimedes præſtantiſſimus eſſet & ingenioſiſſimus, contempſit tamen primò; quia crederet pulcherrimam diuinámque ſciētiam operibus diuulgatis proſtitui: verùm iuſſus deinde ab Hierone rege, ſpecimina artis tanta præbuit, vt ab intellectu in opera educta, ſtupori & admirationi fuerint. Sed quia hæc tanquam ludens in Geometria edidit (γεωμετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα) fontes primum inuiſamus, vnde tam abundātes riui dimanarunt. Trito quatuor partium numero Matheſin ſuam compleuit: nouit quippe & numerum tractare vt numerus eſt & item vt ſonorus: nempe ſub nomine cùm Arithmeticæ, tum Muſicæ diſcretam quantitatem intellexit. Continuā verò cùm ratione quantitatis, tum indicio mobilitatis, ſcilicet ſub notis vocabulis Geometriæ & Aſtronomiæ cōtemplatus eſt. Et tandem tam perſpicaci mentis oculo vtramque rimatus eſt, vt vix vlla quantitatis paſſio, proprietas aut affectio eius obtutum effugerit. Et licet quantùm valuerit in numeris deprehendamus cùm ex libello qui μέτρησις τοῦ κύκλου dicitur, tum ex eo ψαμμίτης nomen eſt, quo artem numerandi ea arte auxit, vt per excellentiam eloquentiæ princeps Romanæ, innuens corrumpendis 16. Iudicibus ex 640. nummis, cuique 40. ex æquo ceſſiſſe, dixerit Archimedē ſcilicet Arithmeticæ coriphæum, nō meliùs potuiſſe deſcribere. Tamen ex profeſſo libros ſcripſit

Plutar. in Marc. *In ſomnium Scipion. lib. 2 cap. 3.* *Plutarchus.* *Pro A. Cluentio.*

de numeris ad Zeuxippum, de quibus ipſemet mentionem facit, qui ſi exta- *Initio li. de numero arenæ.*
rent ab ijs diſceremus, quantum etiam Archimedes muſicis numeris dele-
ctaretur. Quippe non eſt credibile partem hanc Mathematicarum diſcipli-
narum ſpreuiſſe, quæ inter alias maxime rationi conſona eſt, & vt ex Home- *Plutarch in vita Homeri.*
ro refertur οἰκειοτάτη τῇ ψυχῇ, tota ruſus florida, putà ſenſibus exhibens pul-
chritudinem illam quam Zeno vocauit florem τὸ κάλλος τῆς φωνῆς ἄνθος, fortaſſe *Laertius in Zenon l.7.*
παρὰ τὸ αἰωρεῖν, vel potiùs παρὰ τὸ ἄιω τὰς ψυχὰς φέρειν: effert enim & rapit præ dul-
cedine ſua, in cœlum mentes & dijs conſociat. Indicio verò Archimedem
intactam partem hanc non reliquiſſe, ſunt *hydraulica*, muſica ſcilicet orga-
na quæ ipſius memorantur. Nec enim μηχανικῶς quicquam tractauit quod
priùs non ſciuiſſet ἐπιστημονικῶς. Tum verba Vitruuij id ſubolere cenſentur, *Cap 1 li.1. Architect.*
qui vbi muſicam pluribus attigiſſet, addit. *Archimedes & Scopinas ab Syra-
cuſis qui multas res organicas, & gnomonicas numero, naturalibuſque rationibus in-
uentas, atque explicatas, poſteris reliquerunt.* Numeris verò, & naturalibus ra-
tionibus Muſica conſtat. Verum omne dubium ſoluit quod de huiuſmodi
hydraulicis muſicis refert Tertullianus, *Portentoſiſsimam* (inquit) *Archimedes* *Lib. de Anima.*
*munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines,
tot itinera vocum, tot compendia ſonorum, tot commercia modorum, tot acies tibia-
rum, & vna moles erant omnia.* Hæc ſimul omnia concinnaſſe ad muſicos ſo-
nos edendos, non potuit Archimedes, quin omnia muſices genera, Diato-
nicum, Chromaticum, Enarmonicum, omnes conſonantias, omnes mo-
dos, denique omnes ſonorum & vocum flores, eorumque rationes perfectè
tenuerit. A numeris verò tranſiens ad lineas Archimedis mens, inter eas ſum-
mè extulit caput, *quæ per ſe aëris altiora proſpicientes, memoriarum gradibus ad cæ-* *Vitruuius*
lum elatæ, æuo immortali non modo ſententias, ſed etiam figuras eorum, poſteris cogunt *l.9.cap.3.*
eſſe notas. Quandoquidem vt lineas, vt ſuperficies vt corpora meditatus eſt,
vt ſphæram dimenſus eſt, vt circulum, vt parabolen, vt lineam elicam, deni-
que vt proprijs operibus quæ ſequuntur hoc volumine tanquam diuinus
Geometra tractauit, ea in gratiam cæleſtium ſpeculationum operatus eſt. A
terra quippe, poſt tot hic exanthlatos labores, in cœlum oculos conuer-
tens angulum illum tot linguis decantatum efformauit, quo deprehendit
τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου τηλικοῦτο τοῦ μεγίστου κύκλου μέρος ὑπάρχειν; ἡλίκη ἡ γωνία τῶν τεσσάρων
ὀρθῶν, & hinc exactam ſolis magnitudinem: quo etiam aberrantes ſenſus cor-
rexit ſapientum Philoſophorum: *Hæc* (inquit Tullius) *cum vera eſſe conceſ-* *Li.4. acad.*
ſero, ſi adijciam iuſiurandum, ſapientemne prius, quam Archimedes eo inſpectante ra- *quæſt.*
*tiones omnes deſcripſerit, eas quibus efficitur, multis partibus ſolem maiorem eſſe quam
terram, iuraturum putas?* In verbo itaque tanti artificis credit ac iurat ſapiens,
de quibus priùs oculi, interioreſque ſenſus auocabant, & Geometricis ra-
tionibus, *quæ vim afferunt in docendo*, manus præbet. Hoc angulo totum ne-
dum cœlum, ſed mundum vniuerſum, mundique partes menſus eſt, itine-
ra cœleſtia, interualla, modos, rationes, & proportiones, denique molem
integram didicit, ac deinde cæteros docuit: & vt totius compaginis cœleſtis
ſpeciem & imaginem hominibus ſui ſæculi exhiberet, qua à ſenſibus ad in- *Ex Carpo recenſet Pappus*
tellectum faciliùs ſupremi corporis notitia tranſiret, ſphæram compoſuit, *proœm. l.8.*
ſphæræque componendæ librum: Et hoc inſtrumento omnes motus cœle-
ſtes, & quidquid eſt in ſuprema mole, ita affabrè imitatus erat, vt tota ne-

dum Græcia ſed pene orbe, artis miraculo exceptum fuerit, & operis induſtria quæ omnibus erat in confeſſo, vſus ſit Cicero ad comprimendum Epicureorum de prouidentia diuina turpiſſimũ errorem. *Hi,* inquit, *dubitant de mundo ex quo & oriuntur & fiunt omnia, caſúne ipſe ſit effectus, aut neceßitate aliqua, an ratione, an mente diuina: & Archimedem plus valuiſſe arbitrantur in imitandis ſphæræ conuerſionibus, quàm naturam in efficiendis, præſertim cùm multis partibus ſint illa perfecta, quàm hæc ſimulata ſolertiùs.* Vitreum fuiſſe iſtud αὐτόματον Claudianus innuit ſingulari hac de ſphæra epigrammate. Tales duas vidiſſe ſe Lutetiæ refert Ramus alteram bellicis Siciliæ rapinis allatam, alteram germanico ſimiliter bello direptam. Tibi vero (POTENTISSIME LVDOVICE) binæ ſunt allatæ ab magno tuo Μηχανοποιῷ Marino Burgeſio Normano à ſe hîc in regno tuo fabrefactæ, raro ingenij ſui manúſque exemplari; prima quarum globi ſpeciem referens, ornamento eſt appenſa in inſigni Pergula tua orbis miraculo, Solis octauíque orbis ortus, occaſus, reliquáſque reuolutiones motu ſuo exactè adæquans: Altera è marmoreo lacueari dependens in ſuperbo illo atrio quod HENRICVS MAGNVS habendo conſilio deſignauerat, maior circulíſque æneis conflata, totque rotulis, & arcubus inſtructa vt Solis Lunæ, cæterorúmque aſtrorum diurnas, menſtruas, annuas, longioréſque periodos, circuitiones, configurationes, adumbrationes, occultationes, apparitiones, cæteráque Phænomena ad vnguem adſimulet, vt ſi non Archimedi (*qui,* inquit Cicero, *cùm Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæram alligauit, effecit idem quod ille qui in Timæo Platonis, mundum ædificauit Deus, vt tarditate & celeritate diſsimillimos motus vna regeret conuerſio*) ſaltem Poſſidonio, qui tale quoque σχῆμα compoſuit, ſit tuus Burgeſius æquiparandus. Cæterùm animi ſui ſpecimina dedit inuentis innumeris quæ propriis libris docuit, cuiuſmodi ſunt ὀχούμενα, & humido inſidentia, quæ hoc opere continentur, Σύζυγα ſeu coniugata, Ἰσοπερίμετρα ſeu ambitu æqualia, quæ non extant, Πύρεια ſeu comburentia de quibus Galenus mentionem fecit libris περὶ χεράπων, quæque periere, niſi ea fortaſſe ſint quæ à Gogaua quodam emiſſa ſunt & paulum illuſtrata, mechanica demum quæ ſcripſerat libris περὶ ζυγῶν, & aliis quæ maximo noſtro damno non ſuperſunt. Nam licet contemplationi totum ſe dederit, Platonique plurimùm tribuerit, qui Eudoxum, Architam, & aliquot antiquos illuſtrantes Geometriam, & propoſitiones à demonſtratione quæ ratione & euidentia explicetur, remotas confirmantes ſuis obiectis organorum exemplis: ποικιλλόντας τῷ γλαφυρῷ γεωμετρίαν, καὶ λογικῆς καὶ γραμμικῆς ἀποδείξεως οὐκ εὐποροῦντα προβλήματα δι' αἰσθητῶν καὶ ὀργανικῶν παραδειγμάτων ὑπερείδοντας, (vt inquit Plutarchus,) reprehenderit, quaſi corrumpentes τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν denique, primùm crediderit diuinam ſcientiam operibus diuulgatis proſtitui: tamen Socrati fidem tandem adhibens, qui ſcientiarum eos demùm fructus excellentiſſimos eſſe putauit, cùm in mediam hominum vitam, opus aliquod vtile ſeu coloniam deduxiſſent, ad machinamenta animum conuertit, quibus tandem effecit vt Briareus alter fuerit appellatus, & audenti ſcientia problemata illa emiſerit: mouere terram dato loco, quo pes figatur: Et qualibet, data vi, quodcunque pondus mouere. Δός μοι, inquiebat, ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Et rurſus τῇ δοθείσῃ δυνάμει

Lib. 2. de Nat. Deor.

1. Tuſcul.

2. de Nat. Deor.

De temperam lib. 3.

Pappus prop. 10 l. 8.

Xenophon in memorabilibus.

δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι, δυνατόν ἐστι. Cùm itaque hæc νεανιευσάμενος ῥώμη τῆς ἀποδείξεως, propoſuiſſet Hiero rex, author illi fuit conſtruendis machinis bellicis, elcticis, barulcis & iſtiuſmodi, (de quibus ad librum ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν, plura dicturi ſumus) quibus tamen Hiero ipſe parum vſus eſt, cum *ferè totam vitam in otio & ſumma fortunæ indulgentia traduxerit*, quoniam Romanorum erat vt amiciſſimus, ſic chariſſimus. Verùm vt abiit è viuis, ſtatim Hieronymus & ij quibus res juuenis Principis demãdatæ fuerant, à Romanis rebellarunt, & cũ tanta animorũ iniquitate, *vt non plura per annos quinquaginta Benefacta Hieronis, quàm paucis annis maleficia eorum qui Syracuſas tenuerũt, Hippocratis præcipuè & Epicidis fuerint*: vnde clades Syracuſarum, in qua vir vnus inſtructus arte ad aliquod incœptum vti par eſt, probè accommodata, magnam atque admirabilem vim habere deprehenſus eſt. Quamquam, ſi Rex Hiero qui ſumptus præbuerat, induſtriam illam atque inuentionem Archimedis aduerſus Romanos cõuertendas præſciuiſſet, nunquam tantas machinas, Syracuſanorum funeſtæ rebellioni præparaſſet. Multi authores maximi nominis obſidionem illam & giganteas Archimedis in illa obſidione operas deſcripſerunt. Verùm inter alios Romanæ parens hiſtoriæ Liuius, his eas verbis ponit ob oculos. *Habuiſſet*, inquit, *tanto impetu cœpta res fortunam, niſi vnus homo Syracuſis ea tempeſtate fuiſſet Archimedes. Is erat vnicus ſpectator, cœli ſyderúmque, mirabilior tamen inuentor ac machinator bellicorum tormentorum, operúmque quibus ea quæ hoſtes ingenti mole agerent, ipſe perleui momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, præclaráque alta & difficilia aditu, ſummiſſa quædam & quæ planis vallibus adiri poſſent, vt cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Acradinæ murum, qui vt ante dictum eſt, mari alluitur ex Quinqueremibus Marcellus oppugnabat, ex cæteris nauibus ſagittarij funditoréſque & velites etiam quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quemquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur. Hi, quia ſpatio miſſilibus opus eſt, procul muro tenebant naues, iunctæ aliæ binæ ad Quinqueremes, demptis interioribus remis vt latus lateri applicaretur: cum exteriore ordine remorum velut naues agerentur: turres contabulatas, machinamentáque alia quatiendis muris portabant. Aduerſus hunc naualem apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris diſpoſuit: in eas quæ procul erant naues, ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis. Poſtremò vt ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent, murum ab imò ad ſummum crebris cubitalibus fere cauis apparuit: per quæ caua pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propiùs quidem ſubibant naues, quo interioribus ictibus tormentorum eſſent, in eas tollenone ſuper murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigatæ, cum injecta proræ eſſet, grauique libramento plumbi recelleret ad ſolum ſuſpenſa prora nauim in puppim ſtatuebat, dein remiſſa ſubito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum ita vndæ affligebat, vt etiamſi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio eſt eluſa, omníſque vis eſt auerſa vt totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat: quæ non eminus tantum, ſed & cominus tela mitterent*: Romani enim rati prælongis funibus vtendum eſſe Archimedi quibus explicandis amplum ſpatium requireretur, crediderunt tela, quod ex ſatis magno interuallo torquerentur, planè fore irrita. At experti ſunt cùm propius acceſſiſſent Archimedem ad id

Liuius.

Liuius ab V. C. li. 25.

Plutarch. Polybius.

Lib. 24. ab V. C.

Plutarchus.

accõmodata omni interuallo tormenta præparaſſe, tela quidẽ breuiora, ſed quæ mitterẽt denſiora, multáq; & crebra vulnera inferrẽt. Scorpiones quoq; modicos, σκορπίους βραχυτόνους inſtruxiſſe qui oculos fallerẽt hoſtiũ: ita vt cùm Mœnibus ſucceſſiſſent, iterum grando in eos miſſilium ingeſta, ſaxa velut ad perpendiculum in capita oppugnantium prouoluta; ſagittæ denique omni ex parte muri ingeſtæ fuerint. Vnde tanta ſtrage obruti θεομαχοῦσιν ἐῴκεσαν οἱ Ῥωμαῖοι, μυρίων αὐτοῖς κακῶν ἐξ ἀφανοῦς ἐπιχεομένων. Mirum dictu quantam erga Marcellum Archimedes opinionem & ſui ingenij, ſuæque ſcientiæ opinionem concitauerit, cùm Dux militum tantus ab oppugnatione coactus recedere, ſpem poſuerit reliquam in longitudine obſidionis. Bellicorum quidem organorum & machinamentorum Hiero, vſum non habuerat: cæterorum verò quæ communi vſui eſſe poſſunt, vt quæ ferendis, deducendis, attrahendis, & omnino mouendis oneribus deſeruiunt, vim & robur fuerat jampridem expertus: ſiue cùm nauis, principio Syracuſana, deinde dicta Alexandrina cùm eam ad Ptolemęum, Hieron miſiſſet, paucis inſtrumentis ſcilicet excogitata helice (πρῶτος γὰρ Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν) machina, in mare protracta eſt. Nauigium quippe iſtud tantæ molis erat (depingitur affabre ab Athenæo) vt omnis Sicilia ipſum in mare vix protruſiſſet, quibuſcunque tandem puluinis vſa, niſi ſua machina Archimedes juuiſſet Regem, effeciſſetque vt ſolus facillime tantum pondus mouiſſet. Helix autem, puto, machina fuit cochleata, clauiculatim ſpiratimque ſtricta, eius inſtar quam nos vulgò cochleam infinitam dicimus: cuius circunductu attolluntur, attrahuntur, efferuntur ingentia pondera. Quamquam helix à Cochlio diſtinguatur inuentioneſque vtriuſque ſeparatim notet Athenæus cum ait Sentinam (ἀντλίαν) licet profundiſſimam nauigij ab vno quidem homine exhauſtam cochlio, (διὰ κοχλίου Ἀρχιμήδους εὑρόντος inquit) cùm tamen prius Archimedem reperijſſe helicem dixiſſet. Inuentionem quoque hanc notat Diodorus, & Archimedi tribuit degenti in Ægypto, λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, inquit. Et certe ſiue vt diſceret, ſiue vt doctrinam famamque ſuam toto mundo ſpargeret ad extraneas gentes ſe contulit, eas potiſſimum quæ ſcientiarum nomine illuſtres eſſent, totiuſque ſuæ peregrinationis ſcripſit viaticum, in quod deinde commentarium edidit Theodoſius Philoſophus & Mathematicus. Porrò ne nos abducat longiùs machinalis hæc deſcriptio, cum Plinio concludemus, grande & Archimedi Geometricæ ac machinalis ſcientiæ teſtimonium M. Marcelli contigiſſe, interdicto cùm Syracuſæ caperentur, ne violaretur vnus: ſed fefellit imperium militaris impudentia. Quod cùm contigiſſet, audijſſetque Marcellus hominem tanto ingenio ac diſciplina, quemque curioſiſſime requiſierat, interfectum, vehementer doluit. Internecionis vero modum quis elegantiùs, quis Archimedis famæ conuenientiùs Valerio Maximo ediderit? *Archimedis (*inquit*) fructuoſam induſtriam fuiſſe dicerem, niſi eadem illi & dediſſet vitam & abſtuliſſet. Captis enim Syracuſis Marcellus machinationibus eius multùm ac diù victoriam ſuam inhibitam ſenſerat, eximia tamen hominis prudentia delectatus, vt capiti illius parceretur edixit: pene tantum gloriæ in Archimede ſeruato, quantum in oppreſſis Syracuſis reponens. At is dum animo & oculis in terram defixis formas deſcribit, militi qui prędandi gratia domum irruperat, ſtrictoque ſuper caput gladio, quiſnam*

Athenæus lib.5.ca.11.

Iſidorus li.19.

Biblioth. hiſt. li 5.

Suidas in vocabulo Θεοδόσιος.

Lib.7.cap.37.

Lib.8.c.7.

eſſet interrogabat: propter nimiam cupiditatem inueſtigandi quod requirebat, nomen ſuum indicare non potuit, ſed protracto manibus puluere: noli (inquit) *obſecro, iſtum circulum diſturbare, ac perinde quaſi negligens imperij victoris, obtruncatus ſanguine ſuo artus ſuæ lineamenta confudit. Quo accidit vt propter idem ſtudium modo donaretur vita, modo ſpoliaretur.* Nec tamen is modus ſine controuerſia eſt, cùm & alij velint Archimedem juſſum non ſtatim proſiliiſſe ad Marcellum & ideo occiſum à furente milite. Alij demum ſentiunt dum ferret ad Marcellum inſtrumenta Mathematica, horologia, ſphæras, angulos, & alia, intercurrentes milites, quia aurum ferre eum in vaſculo cenſerent, interemiſſe. Sine dubio verò eſt, eius mortem ęgerrime tuliſſe Marcellum, militémque qui interfecerat auerſatum ſupplicio affeciſſe, propinquis ſedulò inueſtigatis honorem habuiſſe, & tandem mortuo monumentum erexiſſe, quod à longis deinde ſeculis Quæſtor in Sicilia Cicero ſeptum vndique & veſtitum vepribus indagauit. *Tenebam*, inquit, *quoſdam ſenariolos, quos in Archimedis monumento* *Lib.5. Tuſcul. quæſt.* *eſſe inſcriptos acceperam, qui declarabant in ſummo ſepulchro ſphæram eſſe poſitam cum cylindro: cúmque patefactus eſſet aditus, ad aduerſam baſim acceſſimus. Apparebat epigramma exeſis poſterioribus partibus verſiculorum, dimidiatis fere. Ita nobiliſſima Græciæ ciuitas, ſui ciuis vnius acutiſſimi monumentum ignoraſſet, niſi ab homine Arpinate didiciſſet.* Omnes quidem conatus ſuos Archimedes eò contulerat præcipuè vt circularia & ſphærica dignoſceret: ita vt cùm diuinè in hac perquiſitione egiſſet, petiit ab amicis & propinquis vt vita functi, cylindrum ſphæram complectentem ſepulchro imponerent, inſcriberéntque proportionem quatenus ſolidum continens excedat contentum, ſecundum quòd demonſtrauerat propoſitione 31. lib. 1. de ſphæra & cylindro. Quod cum reſciuiſſet Marcellus optatis demortui annuit. Hæc fuit fortuna tanti hominis: de quo ſupereſt, adnotemus qua lingua & qua demonſtrandi methodo ſcripſerit. Lingua igitur Dorica, ei fuit familiaris & ideo Eutocius τοῦ Ἀρχιμήδους φίλῃ δωρίδι γλώσσῃ vocat: Et certè lingua hæc Dorica communis fuit *In 4. lib 2. de ſphær. & cylind.* priſcis Siculis, qui Græcè omnes loquebantur antiquitùs. Et quamquam rudis ſit & inuenuſta ſi cùm Attica comparetur, tamen ὀξύμωρα & ſententiæ *Aſconius.* ita acutè & affectatè annunciata vt fatua viderentur, hoc in idiomate probabantur. Hæc autem trita fuêre Siculis, qui cum non bene loquerentur, eſſent tamen acuto ingenio, miſcentes non inuenuſtos ſales cum rudi loquela, riſum excitabant. Salſi verò fuêre, potiſſimum honeſtiores vt Dionyſius, Hiero, Gelo & huiuſmodi, adeò vt eorum ἀποφθέγματα memorię mandarit Plutarchus. *Strebæus in 2. de orat.* Etiam recenſentur lepidiſſimi oratores ex Siculis, inter quos Gorgias ille fuit omnium diſciplinarum profeſſor. Archimedes autem non ſemper Doricè loquutus eſt, ſed aliquando Rhodius videtur ſermone qui propius ad Atticiſmum accedebat. Libros de ſphęra & cylindro, meliori lingua euulgauit quam reliquos, & videtur in ſingulis ſingulas ætates prodere, vt nunc elegantiùs nunc negligentiùs ſcriberet: adeo vt hîc vocabula inueneris quæ alibi non legantur, accentus quoque ſuas ſedes peruertant, & denique multa redoleant peſſimum illum ſtatum quo quondam in bibliotheca regia repoſitum eſt exemplar operum Archimedis, quod fuerat Georgij Vallæ ſine accentibus vllis & ſpiritibus exaratum, præterea notulis quibuſdam ſparſum ſyllabarum & dictionum, quæ ne à Græcis quidem ipſis

agnoſcerentur. Methodum quidem qua nobis ſua ſcripta dederit, & demonſtrandi rationem ſubjungeremus, niſi commodius in ſequentibus prolegomenis ad libros de Sphæra & Cylindro, reiiceretur: ad quæ lectorem interim remittimus, ſi tamen priùs nonnulla quæ pro Mathematicis hic addidimus, mente & oculis perlegerit, vt eius animus auidior ad Archimedem inuiſendum & alacrior perferatur, à quo omnia diuina prorſus communémque hominis captum excedentia expecta, (ô, beneuole lector) habe, poſſide.

NOBILIBVS GALLIS
PRO MATHEMATICIS,

Quod his diſciplinis ferrum fiat propriè ſymbolum Sapientiæ.

FERRVM ſapientiæ ſymbolum fuiſſe antiquis Hebræis & Chaldæis, primis videlicet Mathematicis, nemo non cenſebit præter rationē & inconſulto factum qui præterito à paucis annis æuo, toto ferreo interiiſſe ferè ſapientiam animaduerterit: & mediusfidius literam illam hieroglyphicā perpetua delendam litura arbitrabitur, quicumque arma noſtra, Nondum expiatis vncta cruoribus, Sapientiæ infeſtiſſima fuiſſe meminerit, His quippe exulem ſapientiam ſolo noſtro videmus & quam ſupremis ſeculis, quibus conticuerat armorum ſtrepitus, aliquam retinueramus, vbi ferrum ſæuiit καὶ ἐξακαύθη πόλεμος nullam habuimus: ac niſi δευτεροπότμη rediens his olim ſuis ſedibus iure quodam poſtliminij reſtituatur, firmiſſima ſuæ tyrannidis inter nos inſipientia, inſcitia, ignorantia, fundamenta iacient, ita enim feræ illæ ſapientiæ hoſtes, in reſpublicas ferri præſidio non irrepere duntaxat ſolent, ſed figere ſedes: vt non niſi ſumma vi mentis emitti dehinc, expelli, eiici, poſſint. Idque eo fit difficilius, quò earum dominatione fatiſcunt ingenia, grauedine, torpore, veterno iacent animi: tantámque ſpiritus ex diutina ferri contrectatione rubiginem contrahunt, vt ea exeſi tantum abeſt, ſufficiant exercendis ſummæ rationis actionibus quę prudentiam ſapiunt, vt nequidem languentem fantaſiam ſatis mouere poſſint, quo malum noſtrum morbúmque aut ſentiamus aut imaginemur: tantum abeſt, vt ratio reſumat vires, ſuo maximo malo, ſcilicet ἀδικαίῳ, contuſa, attrita & pene extincta. Quippe graſſante ferro furta, latrocinia, cędes, incendia, omnis denique pernicies pro ęquo & iuſto admittuntur, ſúntque non ſolum τὸ δίκαιον illud ac ius ſcriptum, ſed maximè τὸ ἐπιεικές quod animis inſidet, veluti ſcripti iuris & latarum legum ac ſapientum decretorum humana regula. Aut ſi ex nuperrima ſapientię diminutione, quemdam iam ſpiritum ducit, poſt aliquot annos quibus gratiſſimum ſuauiſſimumque pacis aërem exſpiramus, & aliqua opera collocata eſt in expurganda publica ſanie detergendóque ac delendo publico malo, hoc illud quantulumcunque ſit operis, dandum eſt quieti ac ceſſationi ab armis, à gladiis, à ferro. Quid itaque ferro cum ſapientia eſt, quid commune habent enſis & ingenij acies? Ironicúmne vel Antiphraſticum non cenſebimus Hebræorum ſymbolum? Nihilominus maxi-

mopere nobis ab impietate ne dum errore cauendum eſt, cum rigidiſſimos illos ſapientiæ anteceſſores inſcitię inſimulamus: Quippe tam ſeueros rerum ęſtimatores, non eſt ſimile verò lapſos eſſe ſuis decretis, aut ſapiētię characterem inſtituiſſe ferrum, quin magna fuerit inter ferrum & ſapientiam affinitas: Quę etſi vulgus lateat, acerrimis tamen oculis vtriúſque naturam contemplanti, affulgebit. Tum, qua ratione culpa vacabit, qui ferrum à ſapientia dicet alienum? cum non leui iniuria laceſſat honoris candidatos, qui mediis flammis, gladiis, & quibuſlibet periculis lethalia minitantibus vulnera, ferrea manu ferreóque pectore palmam & lauream quęritant? Nam circumſpecti ferrigeri non minori animi ſapientia, quam corporis robore conatus ſuos habent, nec deſipientes & efferi in iniuſtas cędes proruunt. Scopulum itaque tanti erroris vitantes, quomodo fieri poſsit, vt ferrum ſapientię conueniat, inueſtigabimus, oſtenſuri tandē cauſam diſſidij quod inter Martem & Mineruam viſum eſt, non aliundè quàm ex ſcientiarum pręcipuè Mathematicarum, lugubri pœnitendóque contemptu, eſſe natam. Quod pro quantulacumque vi noſtra libentius ſuſcipimus, quò pauciores Athletę pro Mathematicis in campum prodeunt, & minus is quantumlibet imbellis, increpari poſſit audaciæ, qui ipſas pro virili defenſurus ſteterit in procinctu. Piam enim cauſam agenti nemo eſt qui non fauere debeat, ipſique *συμμαχίαν συντίθεσθαι*. Oculata ergo gens Hebręa, cui ſingularis quondam oborta eſt diuinę prouidentiæ lux: quæque ob cicuram longis ſeculis apud ſe ſapientiam, ſupra cæteras nationes altiſſimè caput extulit: quæ docuit Ægyptios, illos ſcilicet quorum ſcholæ magiſter Soloni Græcos puerorum loco habuit, ob recens natam *ἑλληνικὴν παιδίαν*, ex qua prodiere Chaldæi: ij nimirum populi vnde oriundo Beroſo ob diuinas prædictiones (inquit Plinius) Athenienſes publicè in Gymnaſio ſtatuam inaurata lingua poſuère, ex qua rurſus abiere Arabes, quorum ſcientia totum orbem peruagauit, vt hoc quoque æuo in ſubleuanda rei litterariæ penuria viris apprimè doctis maximè commendetur Arabicus ſermo, incipiátque omnibus ferè Europæ Academiis tanquam vagire in cunis, qui ſi adoleuerit mirum quantum hinc reſpublica literaria incrementi cœperit. Ex qua denique ſunt Iſmaëlitæ ſpurio nati, qui tamen fama Saracenorum bonam terrarum partem & armis & doctrina ſua infeſtarunt: durántque adhuc non exiguo nomine, ne in vanum cadat antiqua

Geneſ. 21. verſ. 13. hæc Dei pollicitatio: *Filium ancillæ faciam in gentem magnam; quia ſemen*

וגם את בן האמה לגוי אשימנו כי זרעך הוא׃ *tuum eſt*: Gens inquam Hebręa olim omnium ſcientiarum & pręſertim noſtrarum Mathematicarum parens, tot ſapientię titulis illuſtris, non equidem poteſt abs re ferro ſapientiam deſignaſſe: & quamquam vulgo, huius vetuſti conſilij cauſa non eſt obtutu facilis, tamen eam nos quibuſdam coniecturis fortaſſe conſequi poſſumus. An ſapientem ſimilitudinis anſam prębuiſſe potiùs, quam ſapientiam ipſam dicere eſt? ferrum enim rude & viſui ingratum, tritura pollitur, & manu artificis adeo explendeſcit, vt nihil videatur lu-

Hebra להב *vel* להם׃ cidius, vnde nomen ſortitum eſt inflammati, ardentis & luminoſi, quo nihil oculis pulchrius offeratur. Eodem prorſus modo homo natus rudis, tardus & limoſus, purgatur: & ſordibus mundatur perito docentis ingenio (vt ait Beatus Dionyſius) tum eruditur & maioribus ſubinde oborientibus illi ſapientiæ radiis illuſtratur, leuigatur, colitur: Totus demum fit pulcher eo

modo quo excupiuit Socrates,ſic apud Platonē orans, ὦ φίλε Πάν τε καὶ ἄλλοι ὅσοι τῇδε θεοὶ δοίτε μοι καλῷ γενέσθαι τἄνδοθεν τἄξωθεν δ᾽ ὅσα ἔχω, τοῖς ἐντὸς εἶναί μοι φίλια, vera ſcilicet, pulchritudine hominéque digniſſima, cuius præcipua ſedes mens eſt. Ideóque ea quę in homine exterius cernuntur, veram ſpeciē pulchri per ſe non ferunt,ſed ſimulachrum quoddam & adumbratā effigiem eius quę in benè compoſita mente renidet formoſitatis,quęque ſi oculis cerneretur mirabiles amores excitaret ſui. Etenim ſapientia eſt igniculus ille candoris ęterni quo noſtri animi accenduntur & quo non humana tantum regimus ſed cœleſtia etiam ſuſpicimus,ac diuina aſpiramus. flammea acies eſt & candens ferrum,quo non corpora duntaxat ſecantur,ſed animi diſtribuuntur in ſubſtantias ſuas, qualitates & proprietates, omnia denique ita aperiuntur vt eos rimanti ingenio nihil occultetur. Hęc vero inuiſibilis pulchritudo homini qui ſeipſum norit, ſatis ſupérque eſt vt propter eam, ſapientiam depereat. nihilominus ſicuti in ferro gladij acies ſuffuſo oculis ſplendore ſignificatur: ita latentis in anima ſapientię etiam producunt ſe foras ſcintillę, quę corporeę pulchritudinis luminibus emicant,vt veriſsima ſit ſapientis Hebręorum ſententia. *Sapientia hominis decorat faciem eius*, Socratiſque haud abſimilis interrogatio apud Platonem. Πῶς δ᾽ οὐ μέλλει ὦ μακάριε τὸ σοφώτατον κάλλιον φαίνεσθαι; Nam ſapientia hominis illuſtrat faciem ipſius & in exteriora membra diffundit ſe pulchra animę compoſitio, vt qualitercumque viſibilis forma, inuiſibilis & interna boni Idea illuceſcat. Quæ res mehercle digna contemplatione eſt: ſed ne longiores ſimus, ſufficiet animaduertamus vnumquodque ea potiſsimum ratione pulchrum eſſe, qua bonum; aut turpe, qua malum: tum ſolum ſapientem bonum exiſtimari ne fortè imprudens, barbarus,rudis, nomine Boni indigniſsime donetur: cum bonus ſolus ſit diues antiquo receptiſſimoque ſapientibus axiomate: nemo vero ignaro, imperito, improbo ſit pauperior, & veri boni egentior: præterea virum bonum amore, familiaritate conſortio noſtro maxime dignum eſſe: à quibus amandari omnino debet pertinax & imperitus, quem vana delectant, tenuia & communiter impia: cui mens obſcura eſt, animus imbecillis, rudis intellectus, miſera memoria, grauis & moleſta oratio: Denique maxime amabile nihil eſſe niſi ſolum pulchrum. Ex quibus ſolum ſapientem, vt ſolum bonum, & ſolum amabilem, ſolum pulchrum dicamus oportet, non tantum interius, ſed etiam foras cum ſpecioſiſſimæ ipſius pulchritudinis flos, τὸ ἄνθος Zenoni, ex ſapientia interius vigente, tanquam ex ſemine oculis exhibeatur, & in corporis membris, in facie, in cute exoriatur. Nam ſapientia mentem moderatur, moderata mens vrget appetitum, cohibitus appetitus laudabilibus actionibus exercet corpus, quod interim tanquam ὄργανον accommodatam & dicentem ipſis proportionem acquirit: Sed maximè ſuauitatem coloris quæ nō minus ab anima temperata dependet, quam ab intemperie animæ excandeſcentis rubor, ſeu perimeſcentis pallor ac liuiditas. Itaut optime Menander. Ὡς ἡδὺ κάλλος ὅταν ἔχῃ νοῦν σώφρονα. Sic ferrum lumine & exteriori pulchritudine cum ſapiente conuenit. At vero interius multo verior reperitur ſimilitudo. Vti quippe ferrum quanto vetuſtius eſt, tanto fit maturius, ſcilicet malleo conductibilius, ita quoque vt Hebræa fert ſententia, *in decrepitus ſapientia præualet & intelligentia multitudine dierum perficitur.* Nec etenim

Margin notes: יש להם· — חכמת אדם תאיר פניו Eccl.ſiaſt. 8 cap. 8. v. 1. — בישישים חכמה ואורך ימים תבונה·

vnius diei opus eſt, non vna vigilia, non paucorum annorum labore comparatur tam prætioſa animæ ſuppellex: ſed diuturnis curis longaque opera. Ac ſi quid dij nobis laboribus vendunt, certe venit apud ipſos longo ſudore ſapientia. Quid? magiſne ferrum dulceſcit, molleſcit-ve quo malleis tūditur, quàm exacuitur viri ſapientia qui humanæ vitæ caſibus aſſiduiſque ærumnis exercetur? At verò natura quædam, miraculo proxima, non auro, non argento, ſed ferro ineſt, cuius gratia non à Magnete tantum, ſed etiam ab Adamante gemmarum ſcilicet omniū pretioſiſſima huiuſque mundi re ſpecioſiſſima quæritur, allicitur, attrahitur. Quod ſi vnica & ſola ſimilitudine res inter ſe congruunt, innuit iſta amicitia attractioque naturalis latentes in ferro dignitates congruas & conſentientes virtutibus rei quæ ſplendidus naturæ ocellus dici poteſt. Recipitur quippe libentius æthereæ naturæ in vtroque conſortium, quàm Thaletis opinio, qui vt ſcribit Ariſtoteles, τὴν λίθον ἔφη ψυχὴν ἔχειν, niſi quoque dicamus, τὸν σίδηρον ψυχὴν ἔχειν. At verò virtutes illas in duritie-ne repoſitas cenſebimus? quam Adamanti cum ferro adeo cōmunem nouerint primum Hebræi vt ipſum שמיר vocauerint quaſi integritatis ſuæ perpetuum vindicem: Tum Arabes qui dicunt الماس etymo Hebræa quæ frangere eſt: quia cum non frangatur, cætera omnia imminuit, atterit, frangit: Demū Græci quibus eſt Αδάμας, quia non dometur, num in ſplendore qui vtrique ſectionis & alleuigationis arte comparatur? An in pondere quod ambobus ineſt grauiſſimum? minime: iſta duntaxat emergunt ab illa natura quæ in vtraque communis, noſtros latet ſenſus, & ex qua non hæc ſolum alijs plurimis rebus communia adiuncta, ſed quoque profluunt mirabiles agendi vires quas ſagaciores Philoſophi reconditorum naturæ penetralium ſcrutatores experti ſunt, quęque fortàſſis referendæ ſunt vi illi propter quam Chlorites gemma ferro inſculpenda ſit non alio metallo, ad prodigioſa quę exerit miracula, vt perhibuerunt Antiqui ſapientes. Equidem hęc penitiſſime recondita eſſentia auro ipſo multo pretioſior, optime perſpecta Mecubalis illis antiquis, quibus clam fuit naturę nulla pars; merito viſa eſt quę ſapientiam interiorum bonorum facile principem, ſignificaret: ſed pręterea σιδήρου στόμωμα & ſolida vis conſtantiam illam prę ſe fert, qua vir ſapiens nullis cedit aduerſis rebus, nullis ęgritudinibus, nulli dolori: qua integrum & immutabilem in omnibus caſibus animum gerit, imo eodem vultu, parique mentis robore ſingula bona & mala recipit: qua demum teſtatur ſe corde adamantino munitum, quod nulla fortuna quatitur, concutitur, quaſſatur. Duratio perſeuerantiam ſapientis ponit ob oculos qui non aliquot horis vel paucis diebus ſibi conſtat, non diuerſis fluctuat erroribus, non multiplici rapitur hinc inde opinione, ſed inconcuſſa ſententia ſtat, nec vlla vi tormentiſue à propoſito dmiouetur cum illi ſit ψυχῆς μέγας χαλινὸς ὁ νοῦς, victoriam denique & palmam conſequitur, ac ſummo honoris loco poſitus, non minori potitur gloria, quam qui alacri incenſus fortitudine ferro depugnauit, & lauream conſequutus eſt. His itaque ferri proprietatibus, quę prima eſſe poſſunt ſapientię σχήματα, primo inducti ſunt Hebræorum magiſtri, ferro deſignare ſapientiam. Plurima quidem alia in ferro latent quæ ſapientiam affabre referant, quęque primis illis ſapientibus innotuere: Verum ingenij acies intimam duriſſimi metalli naturam

rimari profundius non poteſt, & idcirco tantum delibantur, ea quę ſenſui fiunt obuiam crebrius & frequentiora ſunt in hominum ſocietate quęque poſſunt ijs qui ferreos enſes lateri compoſitos perpetuo gerunt, continuo obuerſari ob oculos, vt nihil indignum coniunctione ferri cum ſapientia committant, nec abſonum quid ab vtriuſque oſtendant, ſimilitudine: cuius rurſus maximum argumentum dediſſe videtur communis vſus ferri ac ſapientiæ in publica rerum adminiſtratione, cui pro decore originis ac conditionis munere deſtinantur. Etenim ſiue exercitia ferri ac ſapientiæ, ſiue vtriuſque mutuam opem, ſiue finem conſideremus, miram vbique ἀναλογίαν, & proportionem agnoſcemus. Et mehercle cum honos vtrique ſtet in præmium, nullique currenti in republica ἡ τιμὴ βραβεύηται alij quam ferro vel ſapientia inſtructo, omnibus conueniant ſymbolis æquiſſimum eſt. Vtriuſque artes pari labore comparantur, æqua cautione exercentur, eòdem publici boni referuntur. Veriſſima quidem eſt γνώμη: ἐν μυρίοις τὰ καλὰ γίγνεται πόνοις: & ſiquidem doctrina, prudentia, ſapientia, vt mox dicebamus tanto acquiruntur ſudore, tot vigilijs, vt Hebræorum ſapientiſſimo ſint confractiones ac diſſolutiones ſpiritus, vehiculi ſcilicet natiui caloris ipſiuſque vitæ, Haud aliter quaſcumque fert humana vita calamitates, pœnas, anguſtias ſufferre cogitur, quicumque Marti deuouetur. Λάκωνες, ait Ariſtoteles, θηριώδεις ἀπεργάζονται τοῖς πόνοις, ὡς τοῦτο πρὸς ἀνδρείαν μάλιστα συμφέρον. Verum non apud ipſos primum, vti fingit Megillus Spartacus, venatio excogitata eſt, aut doloris tolerantia pugnis & mutuis puerorum vulneribus inflicti, vel inceſſio in hieme nudis pedibus, nudo etiam ſæpe reliquo corpore, ſolitariave diuagatio diu noctuque per omnem regionem, aut exercitationes nudòrum adoleſcentum, vel denique perpeſſio caloris, frigoris, ſitis, famis: Quippe ſeculis ante plurimis Hebræi, Chaldæi, Perſæ, Ægyptij, ſed pręcipue Galli Celtæque noſtri, incredibili tolerantia bella ſummo cum honore geſſerant. Nec enim qui delicijs ac voluptatibus indulſerunt, vnquam gloriam adepti ſunt: vt ſi quid laudis ferro comparetur, magna ex parte diligentiæ, operæ, inediæ, gelu ac æſtus perpeſſioni debeatur. Ideo Pericles apud Thucydidem Athenienſes monet ne quis laborem detrectet, niſi & honorem quoque aſpernetur, meritus ſcilicet honorem labore, vt is ſciat cui maior honoris pars ceſſura ſit, ſibi quoque magis eſſe laborandum. Neque enim Imperatorum quam militum leuior eſt pęna, niſi verum ſit quod ex Socratico Xenophōte laudabat Aphricanus, honorem videlicet labores facere leuiores Imperatórum. Porrò ſicuti fortitudo & doctrina labore comparantur, ſic ambę circumſpecta mente reguntur. Ὡς οὐδὲν ἡ μάθησις, ἢν μὴ νοῦς παρῇ, ſine iudicio vana quęlibet doctrina eſt, & vel in fucum vertitur inanem, vel craſſitudine corporis ſepulta iacet inutilis. Iudicium quippe pulchritudinem ſcientijs conciliat, vt vice verſa eo pulchriùs ac laudabiliùs operatur, quo maiori rerum agendarum cognitione illuſtratur: qua ſi fuerit deſtitutum, nec recte mouebit artis inſtrumenta quęcumque adſint, nec finem laudabiliter aſſequetur artificij. Similiter bellator cui pectus validum, animus infrangibilis, manus, vireſque robuſtiſſimæ, quid ferro pręſtabit ſi prudentia & circumſpectione ac mente vacat? Iram quidem laudant nonnulli, ſed eam quam dicunt cotem fortitudinis, non quæ efferum hominem reddat, &

רעות רוח.

Lib. 8. de repub. c. 4.

Apud Platonem de leg. l. 1.

totum extra ſe ponat. Quid enim ira ac furore homini cum belluis communius? honor vero ſoli homini proprius, eas ſolum actiones ſequitur quæ ſolius ſunt hominis, & à virtute (quæ non cadit in belluas) proficiſcuntur. Non idcirco pugnacem continuo & fortem dicimus atque τὸ καλὸν ἀλλ' οὐ τὸ θηριῶδες δεῖ πρωταγωνιστεῖν· οὐ γὰρ λύκος οὐδὲ τῶν ἄλλων θηρίων ἀγωνίσαιτο ἂν οὐδένα καλὸν κίνδυνον, ἀλλὰ μᾶλλον ἀνὴρ ἀγαθός, inquit Politicus Ariſtoteles. Denique ſi diſciplinæ ac fortitudinis idem ſit medium, tandem ferrigeri ac ſapientis vnus eſt idemque actionum ſcopus, quies nimirum, ſalus & ſplendor reipublicæ. Bellum quippe iuſtum illud ſcilicet & æquum (aliud enim omne verum latrocinium eſt¦) ſuſcipitur vt nihil niſi pax quæri videatur. Tum felices habitæ ſunt reſpublicæ, in quibus regnarint ſapientes· Quod luculentiſſime & Græcis & Latinis aliorumque populorum monumentis ſignificatur. Idemque cum feliciter Hebræi norint, mirum non eſt ſi perinde habuerint ferro vel ſapientia agere. Quantò etenim diuinum in homines amorem perſpectum habuerint, tanto Deum nouerunt, & fortem & ſapientem fortiſque ac ſapientis nomina affectantem. Iam etenim apud eos ſe admirabilem conſiliarium: Iam Deum exercituum: Iam demum principem pacis prædicat. Quibus non obſcurè ſignificat miro conſilio intendere ſuas vires in pacem, exemploque proprio Reges, Magnates, Magiſtratus, Nobiles viros, monuiſſe, arma ne capeſſant ſine ſagaci prudentia, neve ferrum diuellant vnquam à conſilio. Quod vt exemplo docerent Hebræi in ſua politeια ſapientiæ ſimul & ferro eiſdem præfecerunt, ſcilicet condendis legibus aut interpretando iuri & gerendo bello: ac indifferenter יד ſeu manum cùm pro viribus corporis, tùm pro animi induſtria vſurparunt, ac ſi vna eademque facultate vtrumque moueretur. Doctores habuerunt eoſdem milites ac militum ductores. Et quamquam miles omnis Hebræus literas forſan nō erat edoctus, nullus tamen qui ſcientias didiſciſſet à belli munere excipiebatur. Inter alios Simeonitæ ac Nephtalitæ literas capeſſerāt, publiciſque ſtudiis prçficiebantur, neutiquam tamen armorum erant immunes. Sed ſicuti cæteri Iſraëlitæ dū res offerebatur, ſacramēto militiæ addicebātur. Quin vix Leuitæ quidem, diuinis rebus addicti, excuſabātur à bellorum onere. Huiuſmodi autem literarum ſimul & armorum, ſapientiæ ſcilicet & ferri coniunctio non vtique ſingularis fuit & propria Hebræorum, verum cæterarum quoque Orientalium nationum, quæ prçcipuam artis Regię, hoc eſt militaris, partem ſapientiam eſſe cenſuerunt & ſapientes ſuos Regeſque communi nomine vocarūt. Diu quidem temporis Ægyptij reges ſuos aſſumpſerunt è ſacerdotum collegio. Hinc euectus ad thronum eſt Triſmegiſtus Hermes ὁ τῶν βασιλέων φιλοσοφώτατος καὶ τῶν ἱερέων εὐσεβέστατος. Indi neminem regno admiſerunt niſi quam eruditiſſimum, vel talem qualis fuit Hiarchus ille quem throno docentem aureo vidit & audiuit Appollonius Thyanæus. At ne ſe duntaxat reges quinetiam Deos prædicabant Brachmanes, quia, inquiebant ἐσμὲν ἀγαθοί. Et hercle ſapienter & bene agere, & regiè, & diuinè agere eſt. Eodem Naturæ nedum Gentium iure inſtructi noſtri Druidæ, & ſapientiæ fuere doctores, ſimulque arma indixerunt & attrectarunt. Tum Græci è vita pyratica ad ciuiliores viuendi ritus adducti, doctrina partim ab Hebræis, Ægyptijs, & Indis, partim à Celtis noſtris excepta, idem rurſus armorum & litera-

Eſaiæ ca. 9. verſ. 6.

Laertius.

rum munus conſtituerunt, neque cuiquam etiam literarum publico profeſſori pepercerunt in bellico labore. Quid commemorem Socratem, qui Athenis ſe numquam egreſſum gloriabatur niſi præliaturum, & ea clade qua iuxta Aulidem Bæotiæ Athenienſes deleti ſunt Xenophontem æquo delapſum, è medijs telis humeris ſublatum abſtulit & conſeruauit, obſidioni etiam adfuit Amphipoleos, & circa Potydeam naualis prælij, lauream conſequutus, facile Alcibiadi conceſſit, ſatis generoſo eſſe animo oſtendens, bene egiſſe? Quid Platonem qui in Tanagram, in Corinthum, in Delum militauit? Quid Xenophontem qui primum ſub Ageſilao Lacedæmoniorum rege armis initiatus, meruit, & in Græcia & in Perſia, & tandem ſummus militum Dux etiam inter exteros habitus eſt? Quid Antiphrontem? quid Bittacum qui Phrynonem ſingulari vicit certamine? Quid Pythagoram, Archytam Tarentinum, Epicurum ipſum, & cæteros innumerabiles Philoſophos quos militaſſe literis proditum eſt? Quid item referam Poetas? Tyrtæum ſuppetiis pręfectum, quas Lacedęmonijs miſerunr Athenienſes aduerſus Meſſenos: Sophoclem qui cum Pericle imperauit aduerſus Samios? Quid Oratores Caliſtratum ducem ab Athenienſibus ſæpe conſtitutum? Demoſthenem enſe lateri compoſito frequenter dicere ſolitum? Quid demum reliquos quorum nemini licuit arma refugere? Omittam Latinos, quorum ſoli Senatores fuere exercituum Imperatores, & fere omnes milites, docti: ſed omnes docti, milites. Hæc itaque fuit antiqua ferri & ſapientiæ compoſitio ratioque Hebraici ſymboli. Quod quandiu inualuit & ferro tanquam digno charactere ſapientia deſignata eſt, mirum quàm claruerint populi bellica gloria. Tunc non pluri ferro ſed pluri ſapientia deuictum eſt. Nā ferri & armorum anima ſapientia eſt, vt ſine ea ferrum ſit immobile pōdus. Qui ergo fit vt iā ſolus qui pluri ferre valeat victoria potiatur? & laurea populoſiori acie ſolū eximatur? ſapientia ſcilicet emortua eſt, vt iam non tam motu vincatur quam pondere. Vel ſi ſapientia eſt, adulterina eſt & fucata vel nedum antiquæ larua, quæ recti primum & iuſti depoſita ſollicitudine, peſtilentiſsimo malo rempublicam depopulatur. Hinc ſequitur bellicæ fortitudinis corruptela. Nam exuta primum honeſti ſpecie, furor nullo conſilio, nulla diſciplina cohibitus, in turpia quæq; & ſceleratiſsima facinora proruit. Hinc latrocinia, hinc incendia, hinc cædes, hinc denique mala, in quibus eiulatus, flammæ, ſanguis & ruinæ paſsim obuerſantur auribus & oculis: ſed reſtituatur ſapientia, & mox experientia diſcemus, quàm merito Hebræi ſapientiam ferro ſignificarint, quamque iuſtè Ethnici armorum ac ſapientiæ vnicum numen, instituerint Palladem: quæ dum haſtam quatit, librum euoluit, nec ferrum ſeiungit à ſapientia, neque ſapientiam à ferro. Quid etenim ſunt leges, quid conſilia, quid ſapientia præterquam Aranearum telæ, eas niſi gladius tueatur, vel ſontes puniat vel tardos coerceat? Verum quis eſt reſtituendi ſymboli modus? Heu! quis nobis tanti boni methodum δαίμων ὑποθήσεται. Equidem ſi mihi licuerit in tanta difficultate, qua ſe ægrè etiam peritiſſimus quilibet extricauerit, dicere quid ſentiam, contrariis puto cauſis ſapientiam renatam iri, iis quibus penè deleta eſt. Duabus ipſa partibus videtur abſolui παιδεία καὶ εὐσέβεια. Sapientem enim iure dixeris eum qui clarus doctrina piis erit & laudatiſſimis moribus: non verò ille qui tanquam alter Margitis πολλὰ μὲν

In 1. Alcib. ἐπίσασθαι ἔργα, κακῶς δ' ἐπίσασθαι πάντα, vti ait Socrates, ſapiens quippe nihil malè facit, tum omnes ſcientiæ reliquæ ſi abſit ſcientia boni, magis obſunt quam proſint. Probitas ideo ſcientiæ iungenda eſt. Et hæc nomen ſapientiæ, quæ mirè vbique prodeſt, mereatur. Neque is etiam qui vita quidem integerrima rerum eſt ignarus & agendi rudis ſapiens eſt habendus: cum is neque quid iubeat, neque quomodo iuſſa exequatur intelligat: quorum vtrumque nouit ſapiens. His itaque ſpretis duabus, quas animæ alas vſpiam vocat Plato, aut ipſarum neglecta altera, ſapientia haberi nullo modo poteſt. Intelligitur ergo cur defecerit ſapientia ſeculo noſtro quo perditis moribus infeſtiſſimis, nihil iis artibus quæ ingenuos homines decent inuenuſtius habetur quicquam, neque turpius. At ſi virtutes cum mirum tùm mentis, cœlo quò euolarint denuò rapuerimus & officinas Vulcani ac Martis depopulati etiam ab ipſo Ioue ciuilem peritiam exorauerimus ſeculi reparabitur infelicitas. Verùm quę ars nos efficiet Prometheos & vt fert Apologus Mercurium huc accerſet? fabulam non dicam, videar licet παραδοξολογεῖν, vnica Mathematica καὶ τὴν παιδείαν καὶ τὴν εὐσέβειαν reſtituet. Quod quam verum ſit permitte (nobilis lector) dicam paucis, θέσιν hanc meam qui inanem putauerit, futilem quoque arguat neceſſe eſt Platonicæ ſcholæ ἐπιγραφὴν, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Plato vtramque ſapientiæ vel ſi mauis philoſophiæ partem profitebatur & vtrique propterea Mathematicas artes neceſſarias oſtendit, ὥσπερ λαβὰς τῆς φιλοσοφίας: quas rurſus vt ſuos cogeret addiſcere, vniuerſam penè Philoſophiam mathematicis figuris explicuit, Phyſicas ſcilicet res ſeu naturales, Geometricis puta materia conſtantes cui ſoli ineſt continua quantitas: Metaphyſicas vero ac diuinas, Arithmeticis quæ licet abhorreant à linea, ſuperficie, corpore, omni denique dimenſione, numerari tamen poſſunt & vel vnitatis, vti ſummus omnipoténſque Deus, vel multitudinis & intelligentiæ ſubeunt rationem. Quæ vero ad mores pertinent, quoniam medio quodam genere ſtant inter ſuprema & infera, diuinum & terreſtre, Animum demum & corpus, vſumque corporeorum deſcribant moderatum, ac temperatum, eas ideo nunc continuis nunc diſcretis ſpeciebus præbuit. Phyſicas γενέσεως idæis, figuris diceret continuis, tradidit: Animæ vero σύνταξιν, numeris compoſuit. At verò ἀρετὰς puta δικαιοσύνην, δικαίωμα καὶ δικαιωτήρια nunc γεωμετρικὴ nunc ἀριθμητικὴ ἀναλογία exercuit: quamquam qui ex virtutibus aut vitiis voluptatis vel triſtitiæ prouentus Animæ cedunt, numeris potiſſimum

Lib 9. de republ. metitus eſt. Iniuſti Tyranni facinora, cum legitimi regis actionibus comparans, tandem ſubducto vtriuſque delitiarum & miſerię calculo, Tyrannum

Quadrato ſcilicet cubi primi numeri impari. concludit à Rege ſuperari vitę dulcedine, Regem verò à Tyráno vinci amaritudine vitę ſecundum numerum ſeptingentorum viginti nouem. Verùm enimuero vt totam Philoſophiam ad viuum reſecaret eam Mathematicè

Lib 6 de Republ. partitus eſt hoc pacto. Cum omne quod anima comprehendit viſibile ſit aut intelligibile: vtrumque ſumpſit tanquam duas inęquales lineas eáſque diuiſit proportionaliter ſecũdum claritatem & obſcuritatem viſibilis & intelligibilis. Prima autem ſectione ſcilicet obſcuriore viſibilium ea comprehendit quę ſimulachra appellamus, ſiue in ſpeculis ſint, ſiue in aquis & ſimilibus referantur. At ſecunda videlicet clariore eas res complexus eſt quę imaginibus illiſque repręſentantur ſimulachris, quæque etiam ſeipſis videntur

& co-

& cognoſcuntur. Iam intelligibiliū obſcuriori portione res ſignificauit quæ ſuppoſitionibus vtuntur pro principiis, quibus tandem mediis veræ de illis propoſitiones edicuntur. Clariori demum ſegmento ea metitus eſt intelligibilia, quorum ſpecies ſpeciebus ipſis comprehenduntur, quæque ſuppoſitionibus non indigent, niſi inſtar graduum quibus Anima aſcendit. Ita ordine ſubiecta protulit Opticæ, Phyſicæ, Mathematicæ, Metaphyſicæ. Atque Animæ quatuor explicuit facultates, imaginationem, fidem, cogitationem, intelligentiam, totámque Philoſophiæ & Animæ πρόγνωσιν Mathematicis tribuit. Quod demum luculentiſſime declarat, cum ait, οἶμαι δὲ τοῦτο μᾶλλον ἐπεὶ ὅτι γε ἡ τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέα μέγιστον μάθημα, πολλάκις ἀκήκοας. Idea autem illa boni qua ſcientiæ habentur nedum ſcientia, ſed principium illud eſt, quod alias ita commendat, vt ſi principium hominibus inſitum conuenienti ſibi honore afficiatur, omnia ſeruet: ac ſi vis imaginatrix ſpecierumque effectrix à natura hominibus inſita conſeruetur, rerum omnium ſcientiam humanæ menti tueatur, conuenientiſſimè reminiſcentiæ loquutus. At vero quæ ars, quæ doctrina principium illud, chariùs fouere & locupletius ditare poteſt, quàm Mathematica, cuius eſt & abſtrahere & machinari figuras? Idem quod Plato, Ariſtoteles effecit in explicatione totius Philoſophiæ. Nihil quippe in Logicis, nihil in Phyſicis, nihil in Theologicis vel Ethicis reperias, quod non ſit veluti editum Mathematicis typis: & vix niſi Mathematicus Ariſtoteleas demonſtrationes nedum exempla pene omnia cęperit, intellexerit. Quis pręter Geometram accretionem fieri poſſe ſine alteratione intelliget ex quadrato cui gnomon additur in poſt-prædicamētis? Quis præter eundem diſtinctionem capiet Phyſicarum definitionum, quæ tetragoniſmo illuſtratur libro de Anima ſecundo, ſiue τετραγωνισμὸν dicatur τὸ ἴσον ἑτερομήκει ὀρθογώνιον τῆς εἶναι ἰσόπλευρον, ſiue idem dixeris μέσης εὕρεσιν? Lationum pluralitatem (verbis parcite ſignificantiſſimis) ex peculiariſſima Philoſophia Mathematicarum ſcientiarum, puta Aſtrologia conſiderandam eſſe ipſemet fatetur in Metaphyſicis lib. 12. Denique τῶν ἠθῶν, καὶ τῆς πολιτείας καὶ τῆς οἰκονομίας harmoniam tum communibus, tum ſonoris numeris perpendit, vt de ea ſoli Arithmeticus & Muſicus, idonei Iudices eſſe poſſint. Ita vt neceſſe ſit eos perpetuo caligare in Philoſophia qui ἀγεωμέτρητοι ipſam profitentur, omninóque eos abeſſe à ſcopo Philoſophico, ac ſanctum eſſe etiam Ariſtoteleæ ſcholæ decretum ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Hic etenim venit ſapientia ζυγῷ καὶ ἡμιζυγίῳ Mathematico σταθμίοις Arithmeticis, & Agina Geometrica, & niſi huiuſmodi trutina inſtructus, peripateticam ſapientiam nullus tutò emere poſſit. Neque eſt quod alibi matheſeos ignari ſapientiam quærant. Quid? ad Stoicos aut Academicos confugient? At ipſi omnino Platoni in Philoſophandi modo addicti ſunt. Quid ad Pythagoricos? Procul, ô procul eſte prophani. Etenim Pythagorica ſymbola Mathematicis obſerata clauſtris, haudquaquam vobis aperientur. Primus Philoſophus Pythagoras antequam de ſapientia aliquid ederet, in eo opere quod πολιτικὸν appellauit, aliud in lucem emiſit παιδευτικὸν, opus, in quo quicquid dici poterat de numeris, figuris & harmoniis explanauit: Nam ſuos ita Mathematicos eſſe volebat vt lingua pure Mathematica loquerentur, figuris ſcilicet Geometricis, Arithmeticis & muſicis vterentur tanquam literis hieroglyficis, quoties de natura vel naturæ authore age-

Lib. 6. de Republ.

rent. Hinc eſt cur in Pythagorica Phyſica habeatur, ex tetragono naſci cubum ſolidiſſimum & ſtabile corpus: Pyramidem & cubum ex eodem tetragono prodijſſe, cuius idea ſit τετρακτὺς: pyramidis & cubi accidiſſe coniugium: Dodecahedro in mundi compoſitione, Deum eſſe vſum, ſexcentaque ſimilia, quorum rationes haudquaquam intelligentur ab eo qui figurarum naturas ignorauerit. Pendet etenim ab earumdem proprietatibus vt pyramis forma, cubus materia, Dodecahedrum compoſitum dicatur. Iam à mundo ſenſibili ad inſenſibilem ſi cōuertamur totam Pythagoreorũ Metaphyſicam Mathematicis decoram ornamentis, intuebimur: moralia quoque ſymbola ſi percenſeamus, cortice velata apparebunt, ex qua erui niſi à Mathematico nucleus nullo modo poterit. Sed vno verbo concludam: omnia reduxiſſe Pythagoram ad Mathematicas proportiones. Et ſapientiam quidem quæ in Republica vſui eſt trigono, quæ in priuata re tetragono menſurauit. Sed quę in diuinis adhibetur, cubo adfirmauit. Ergo Ariſtippe vel Mathematum hoſtis, Pythagorica ſapientia interdicẽris. An ad Ephecticos te conferes? At illi omnia in dubio habent, & tamen tanta dubitationis aura fluctuantes, nihil magis quam Mathematica probant: Et ſi quę apud eos σκεπτικὴ vel dubitans habetur ſapientia, ſola Mathematica arte percipitur. Epicurum quidem ſi conſulas, mentemque tuam ſubeat tanta ſocordia, à diſcipulis audies falſam Geometriam & demum totam matheſim inanem: ſed ipſi inaniter quoque & impiè ἀγεωμέτρητοι Philoſophati ſunt. Tum à pręceptore Epicuro, nihil te ejuſmodi percepturum exiſtima; puta cuius doctrinam dextra traditam, ſiniſtra manu auditores acceperunt. Vt enim vita continentiſſima, tenuiſſimóque victu longè aliam quam ſui voluptatem probauit, ſic Philoſophatus aſſiduè & theatrales muſicos compitatim ſequutus, ſuorum περίληψιν περὶ τῆς μουσικῆς καὶ τῶν πάντων μαθημάτων exploſit. Talis verò ſi fuerit etiam ipſe magiſter pretioſiſſimæ artis ſpurcator vti vulgus putat: pro decore ac veritate Mathematum actum eſſe puto, vt ſpurciſſimi impiíque hominis ſcholam nuſquam ingreſſæ ſint diſciplinæ. Et mehercle Epicurus Mathemata ſi contempſerit, mirum non eſt ſi Deum nō agnouerit. Etenim Deum ſuſpicere, confiteri, colere nemo poteſt, niſi qui mentem à terrenis ad cœleſtia extulerit. At vero ab infimis ſtatim ad ſuprema, à caducis ad æterna. à naturalibus ad diuina euehi non poteſt intellectus, niſi media quadam via deducatur, ſcilicet Mathematica, quæ cum Phyſicis materiam quadam ratione agnoſcit, cum incorporeis quodammodo deſpicit. Ideo qui laudabilius naturæ ſphæram contemplando egreſſi ſunt, læta mente primum, auidóque ſtudio his artibus incubuerunt, vt paulatim aſſuefacti fieri leuiores & à terris in lucidiorem aërem Mathematicæ abſtractionis pennis euolare, tandem Aquilis perniciores in ſummum æthera irrumperent. Quò veteres Hebręi; licet diuinæ lucis fulgore coruſci, vt felicius aſcenderent, Deíque reuelationes quas habebant naturę lumine aſſequerentur, ſapientiam denique perfectam ſibi compararent, fundamenta ſeu ſtramenta, quę vocant, primum didicerunt: Dialecticam ſcilicet Phyſicam & diſciplinas. Rati enim erant, vt docet director dubitantium Moſes Ægyptius, neceſſe eſſe ſibi accipere vera & fidelia antecedentia, pręuia ſpiritualium rationum. *Nam* (inquit) *antecedentia ſumpta ex ſcientiis Geometria & Arithmetica inducunt de-*

Cic. 4. Tuſc.

monſtrationes eorum quæ remouent à Deo, neceſſarias ad acquirendam notitiam regiminis Dei, & ad agnoſcendum quia ipſe verè eſt: itaut qui ſpeculatur ſtramentorum expers, ſimilis ſit properanti alicubi, qui currendo incidit in profundam foueam vnde exire nequeat. Equidem qui ſapientiam quęrit ſine anſis (docti viri verbo vtar) Philoſophię, in perplexas paſſim incidit anxietates & obſcuros difficultatum gyros, quibus eximere ſe non poteſt. Ideo autem ſcientias illas ſtramenta vocant, quia ſterni videntur oboriētibus in via difficultatibus, vt ipſis animus incedat mollius, & vt à labore contemplationis mens releuetur, & recreetur: vel etiam quia ſint veluti ſtrata fundamenta exſurrecturæ in anima ſapientię. Quo ſenſu partes Mathematicę quatuor, Rabi Salomon magni doctor nominis, radices ſapientię vocat. Verum ne longiùs excurramus in antiquos illos & multis inuios teſtimoniorum receſſus, correctionem quam ſapiens commendat interpretabor Mathematicas. Nam hę ſuo calculo & menſura omnia emendant, corrigunt, prouerbiúmque vſurpabo. *Audi conſilium & addiſce Mathematicas vt ſis ſapiens in nouiſſimis tuis.* Quod mihi concluſionis vice aſſumerem, niſi interim breuiſſimè monendum eſſet quantum omni artifice Mathematica ipſa digna ſit: Theologo primum qui cœlum aſsiduè intuetur & ardenti ſtudio intelligibilia aucupatur. Nam homo eſt qui ſe à terrenis auellere non poteſt, vt in ſedes aſcendat ęthereas, niſi ſtramenta Hebręorum habeat, ſeu μαθήματα Gręcorum: neceſſaria rurſus ob cognitionem prętertim temporum, quorum ignoratione, multę irrepere in religionem diſcordię ſolent. Et multis ſeculis Orientalis Eccleſia ex vnico temporis apice, aſtronomico ſphęromate non ſatis perpenſo, ab Occidentali deſciuit in rebus grauiſsimis, & in erroris periculoſiſſimos ſcopulos impegit: qui potuiſſent Mathematica arte vitari. Cōſulamus viros illos graues & ſeueros humanę ſapientię vindices, & videamus num Iuriſprudentia vacare Matheſi poſsit? Ecce controuerſia quacumque propoſita, ſpatia temporum & locorum, quibus quęque res acta, pacta, conſtituta, locata eſt, dicundo iuri ſciri debent; hæc vero Aſtrologiam, Coſmographiam, Chronologiam, Geometriam omnino & Arithmeticam requirunt, quæ difficultates quoque natas ex diſſoluenda vorſura, æſtimanda noxia, conſtituendo prætio, compenſandis fructibus, partiundis bonis, diſtribuendo lucro, & huiuſmodi dirimendis litibus conſilio ſunt, imo ius dicunt. Quid? nonne agri metiendi, diuidendæ hęreditates, adiudicandæ fluuiaticæ inſulæ & alueo enatæ, partiendi fructus arboris in confinio ſtantis, pondera appendenda, vaſa menſuranda, imo menſurarum tum liquidorum, tum aridorum emendenda æquitas, Mathematicarum rationum momentis? Denique Aſtræa ipſa pro Tribunali ſedens, & diſtributiuæ & commutatiuæ iuſtitiæ Matheſim neceſſariam adiudicat, ratumque habet antiquum illud Diocletiani Imperatoris edictum, quo ſanciuit intereſſe reipublicæ vt Geometria publicè doceretur & exerceretur. Cęterum Oratoria ars quæ iuris iuſtitięque miniſtro non decus ſolum & verborum ornatum, ac lenocinium profert, ſed animorum æquanimitatem & indagandę veritatis artificium præbet, ſuplex orat vt non parui fiat Muſica, ea ſcilicet ſcientia, ſine qua tribunalia obmuteſcerent & fora ſilerent. Refert ex Pſello *μουσικὴν συνέχει τὸ πᾶν*: Tum *μουσικὴν* Mathematica ſignificatione comprehende-

מַרְבַּדִּים *vel* מַרְבַּצִּים.

שָׁרָשִׁים הַחָכְמָה.

In logica ſua.

מוּסָר

Prouer. 19. לִימּוּד יָת.

re proportionis cuiuſlibet ordinem, tam in ſermone, cantû, ſono, ſaltu, quam in omni gymnaſtici ludi genere: ſed potiſſimum in temperandis animis: Quæ ratio fuerit antiquis vt myſtico ſenſu Muſicæ numina coluerint Muſas, Apollinem, Bacchum: quoniam à Muſis haberetur motionis animorum conſonantia, ab Apolline concentum in verbis & cantilenis: A Baccho demum decora in membrorum tripudio feſtiuitas. Iungitque illa facundia, bellicæ quoque artis ornamentum; aliunde ſe non mutuari in dicendis ſeriem, in voce modeſtiam, in caſu rythmum, in geſtu denique & actione decus: imo iudices tam forenſes quam caſtrenſes non alia quam muſicæ ſymphonia ſibi temperare animos, cum vel ira, vel miſericordia impetuntur: adeo vt ſi Muſica juris ſubſellijs eliminetur, nulla patrono dicendi, nulla iudici ex æquo ſententiam ferendi, vis relinquatur. Quis ergo muſicæ neceſſitatem ſuo calculo non comprobauerit? Atque hoc ſenatuſconſulto emendata eſt hoſpitis ſententia qui apud Platonem in politico, ita de Mathematicis ſentit; ἆρ' οὖν οὐκ ἀριθμητικὴ μὲν καὶ τινες ἕτεραι ταύτῃ συγγενεῖς τέχναι, ψιλαὶ τῶν πράξεών εἰσι, τὸ δὲ γνῶναι παρέχονται μόνον. Nihil enim impedit poſtquam excepta ſunt mathemata, & abſtractionis beneficio, mentem ſubierunt, quominus ad corpora referantur denuò, à quibus primum deducta ſunt: ſed ad ea eo diſcrimine redeunt, vt cum ipſis prius immergerentur, & mutationi ac errori eſſent obnoxia, iam materia ſingularique imbecillitate mancipata, intellectum perficiant, rationem illuſtrent, & facultates omnes agendo corroborent. Quamquam non inficior formas illas natura quidem corporeas, vbi ſpiritales factæ ſunt & mole liberæ, ſurſum cõſcendere, & diuina ac æterna fieri alacrius. (τοῦ γὰρ ἀεὶ ὄντος ἡ γεωμετρικὴ γνῶσίς ἐστι.) quam ex æternis & vniuerſis, ſingularia, qualia ſunt in operibus externis & machinamentis, ad quæ
Plato. propterea non niſi vi detruduntur, quando ſuperiores hominis potentiæ, Ratio & intellectus, inferioribus negotijs peragendis occupantur. Itaque γνῶναι μὲν παρέχονται, ἀλλὰ μὴ μόνον. Quinimo meritiſſimo iure Plato legem tu-
Lib. 7. de legib. lit, qua iubebantur pueri, partes omnes Matheſeos addiſcere, ſi quid vnquam honoris & laudis eſſent adepturi: Honos vero non contemplando ſolùm, ſed agendo quoque inter arma potiſſimum, comparatur. Tum vt honeſtiores reipublicæ ciues hortaretur ad diſciplinas facilius diſcendas, intereſſe omnino ait Geometriam: imò multo rationum pondere & verborum elegantia, totam matheſim vſui eſſe aſſerit militibus, ducibus ac omni omnino magi-
Lib. 7. de Repub. ſtratui. Μαθήματα οὖν ἀναγκαῖα πολεμικῷ ἀνδρὶ θήσομεν, μᾶλλον ἢ λογίζεσθαί τε καὶ ἀριθμεῖν δύνασθαι. Πάντων γ' ἔφη μάλιστα, εἰ καὶ ὁποιουοῦν μέλλει τάξεων ἐπαΐειν, μᾶλλον δ' εἰ καὶ ἄνθρωπος ἔσεσθαι· ſic de Arithmetica. At de Geometria paulo poſt πρὸς γὰρ τὰς στρατοπεδεύσεις, καὶ καταλήψεις χωρίων, καὶ συναγωγὰς, καὶ ἐκτάσεις στρατείας, καὶ ὅσα δὴ ἄλλα σχηματίζουσι τὰ στρατόπεδα· ἐν αὐταῖς τε ταῖς μάχαις, καὶ πορείαις διαφέροι ἂν αὐτὸς ἑαυτοῦ γεωμετρικός τε καὶ μὴ ὤν. Multis tandem perſequutus, quam ſint Muſica & Aſtronomia neceſſariæ homini inter arma vitam degenti, tandem mathematica inſtrumenta, communia eſſe ferri & ſapientiæ arma, concludit: ὧν ζητοῦμεν ἄρα ὡς ἔοικε μαθημάτων ἂν εἴη· πολεμικῷ μὲν γὰρ διὰ τὰς τάξεις ἀναγκαῖον μαθεῖν ταῦτα· φιλοσόφῳ δὲ διὰ τὸ τῆς οὐσίας ἁπτέον εἶναι γενέσεως ἐξαναδύντι ἢ μηδέποτε λογιστικῷ γενέσθαι. Verum præter ſummi Platonis authoritatem & totius Græciæ, imo magnanimæ Romanorum Gentis qui ſuis mi-

litibus nedum ducibus, Vegetij & Polybij teſtimonio, Mathematicarum politiorumque literarum cognitionem requirebat: ex eorum quoque qui ſe vltimi belli & communis noſtri mali participes eſſe voluerunt, recenti memoria repetere poſſumus quantum Mathematica in bello ſubſidio eſt, quodque præſtet in caſtrorum munitione, immenſorum ponderum aduectione, vrbium obſidione, cuniculis ducendis, explicandis turmis, diſtribuendo milite, ordinandis aciebus, commeatibus porrigendis, & ſexcentis huiuſmodi, in quibus cæcutiunt duces & artifices, niſi artium numerandi dimetiendique periti ſint. Componendis autem magni mundi tumultibus, vt multum operæ & ſtudij nauant Mathematicæ artes, ſic (adeo ſe diffundit lata harum ſcientiarum neceſſitas) non deſunt medendis parui mundi morbis, & ex Hippocratis, Galeni cæterorumque cum antiquorum tum recentium medicorum experientia notius eſt quam vt dici debeat. Artibus vero quæ manu tractantur metallicis, nummularijs, fabrilibus textorijs, ædificatricibus, cæteriſque, quibus magna humani animi vis renidet, mirum dictu quantum mathesis induſtriæ contulerit, non tam illuſtris quidem diſciplinæ contemptu, quam vberrimi prouentus teſtimonio: ne quis idcirco eam deturpatam cenſeat: quin potius miretur quomodo prudentiæ humanæ nulla pars, ſiue contemplatione definiatur, ſiue actione perficiatur, Mathematicis vacare queat. Atque tandem deſinant Epicurei canino dente rodere artem, ſine qua non conſtaret vita noſtra. Quin & diſcant Ariſtippi in Rhodiorum quondã littus tempeſtate deiecti, teſtimonio, Geometricas figuras vera eſſe hominum veſtigia: mecum denique reputent id cauſę fuiſſe cur oraculo Gręci iuſſi fuerint duplicare cubum. Vt ſcilicet pacatis rebus monerẽtur luci reſtituere jacentes humi & puluere ſqualidas artes, quibus mores cõponuntur, & ſapientia perficitur. Tunc ſęuiebant arma crudeliaque & ſęuo marte iura omnia ſuſque deque ferebantur: quę mala vt deſinerent aliquando, Gręci vocati ſunt ad Mathematicas. Galli diutino & funeſtiſſimo bello ſupremis annis fracti, quaſſati, ſtupefacti, languentis vires animi reparabunt Mathematico ſtudio, & tãdem efficient vt ferrũ reſtituto ſibi priſtino ſplendore, verum fiat nobis vti quondam Hebræis, ſapientiæ ſymbolum. His enim excultis artibus quæ tam in humanis quam in diuinis rebus philoſophandi λαβαὶ præbent, quæ moribus rationis frænum peræqua proportione tribuunt, quæ dicundo iuri regulas tradunt, quæ arma tractare docent, quæ denique omnes humanæ vitæ partes ordine ac debita ſerie complent: animis noſtris veritas oborietur, iuſte, candide, honeſte quiſque aget: imo extinctis ſimultatibus & diſcordiarum fomitibus, nemo iam inter nos ſcelus anhelabit, furet audacia, ferrum flammámque minitabitur. Atque ſi denuo vel ob iniuſtam occupationem, vel pertinacem detenſionem aliámque acceptam iniuriam imminénſve periculum Principis, nutu, penes quem ſolum arma ſunt, bellum gerendum ſit, ea ſapientia Galli metientur iram, furorem, cędes & incendia: tùm eo furore ſtudium & ſapientiam accendent, vt armati cenſeantur philoſophari & contemplantes armari. Quo modo quondam Gręci, felicius Romani orbe potiti ſunt, & immortali gloria. Cęterum hoc addam, non parui momenti ad promouendas has artes, quod ex antiquo doctiſſimo Varrone Equite Romano, retulit Au-

cap 18. lib. 16. lus Gellius; *Mathematicas aut omnino non diſcimus, aut prius deſiſtimus quàm intelligamus, cur diſcendæ ſint. Voluptas autem aut vtilitas talium diſciplinarum in poſt-principiis exiſtit, cum perfecta abſolutæque ſunt: in principiis vero ipſis inepta & inſuaues videntur.* Hinc malum harum ſcientiarum: quas vix vllus perfectè ſciuit: quod autem imperfectum eſt nulli eſſe vſui poteſt: has vero ſi quis feliciter nouerit, nec difficultas eum deterruerit, facilia ſibi omnia reddiderit: *Quis ignorat* (inquit ſapientiſſimus Conſul & Imperator Romanus) *ij* Cicero lib. 1. de Orator. *qui Mathematici vocantur, quanta in obſcuritate rerum, & quam recondita in arte & multiplici ſubtilique verſentur? quo tamen in genere ita multi perfecti homines extiterunt, vt nemo fere ſtuduiſſe ei ſcientiæ vehementius videatur, quin quod voluerit conſequutus ſit.* Conſequi autem quod in votis, nonne ſummo honori eſt? Viam ergo ad honorem quæris? Confer te ad Mathematicas.

IN ARCHIMEDEM COMMENTARIIS ILLVSTRIS VIRI D. D. FLVRANTII, REGIS A SANCTIORIBVS CONSILIIS, SAPIENTISSImique Prçceptoris, locupletatum.

INTENTVS formis deſcriptis puluere, captâ
Vrbe ſenex Siculus militis enſe cadit:
Nobilis, Illuſtri FLVRANTIVS arte Matheſis
Clarus, ab interitu vindicat artificem.
Roma Geometram perimit, dat Francia vitam,
Sic Româ armatâ plus, LODOICE, potes.

Ioannes Baptiſta de Machault Patricius
Pariſienſis, atque Senat.

AD ARCHIMEDEM A CLARISSIMO VIRO FLVRANTIO, REGI CHRISTIANISSIMO à Conſilijs & Inſtitutis, explanatum & illuſtratum, FED. MORELLI Profeſſorum Reg. Decani, Senarij Iambici.

O Magne vir, Mathematum primum decus,
Summe Archimedes, fabricarum autor potens:
Te Sphæra, te Cylindrus agnoſcunt ſuum
Et vindicem atque illuminatorem optimum:
Te arena numeri ſuſpicit gnarum ſui:
Romana virtus ceſſit ingenio tuo.
An tu ſtupendam non putas induſtriam
Flurantij Clariſſimi Galli viri?
Qui Galliarum Regis animum Lodoici
Præceptionibus imbuit pulcherrimis:
Et ſcripta tua, quæ iure fiunt plurimi,
Luce Meridiei clariora reddidit,
Sua beatus ſorte, felix publica:
Dum profuturas alteri ſeclo arbores
Noſtróque ſerit, & diſciplinas Principi
Omneſque virtutes amicas efficit.

ΕΙΣ ΤΑ
ΔΑΒΙΔΟΣ ΡΙΒΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΥ
Ἀνδρὸς ἐπισήμου, Συμβούλου τῶν βασιλικῶν, καὶ τῆς
τοῦ Βασιλέως παιδείας Καθηγητοῦ,
εἰς Ἀρχιμήδην ὑπομνήματα.

ΛΗΜΜΑΤΑ σιγαλόεντα Συρηκοσίοιο γέροντος,
Ἄθλα γεωμετρίης οὐκ ἀφαμαρτοεπούς,
Κείμενα σηποβόροισι πάλαι κλυτὰ δόγματα βίβλοις,
Λυγρὸν ἀμηχανίης ἀμφεκάλυψε νέφος.
Ἀλλὰ διοτρεφέος ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΣ ὄζος Ἀθήνης,
Φροντίδος ἀργαλέης φωτὶ καθηλίασεν·
Δείξατο δ' ἀτρεκέως σφαίρας λόγον ἠδὲ κυλίνδρου,
Ἄντυγα τ' εὐστεγέος ἐμβαδὸν ἠδὲ κύκλου·
Κωνοειδῶν δὲ, ἑλίκων τε δυσαύλακα συρμὸν ἐλάσσας,
Θεσμοθέτης ῥοπικῶν ἔπλετο βελτοσυνῶν·
Ὑγροβαφὲς μέτρησε βάροις μέρος ὑδροβατοῦντος·
Ψαμμίτῃ ῥητῶν πλῆθος ἔφευρε λόγῳ.
Ζηνὸς γὰρ Γαλάτου βουληφόρος ἠδ' ὀαριστής,
Βασιλικῶν αὐγῆς κηδόμενος πραπίδων,
Πυθαγόρου νοεροῖσιν ἀγαλλόμενος ποτ' ἀώτοις
Ῥῖμφα μαθηματικὴν χερσὶν ὄρορε κόνιν·
Λειριόεσσι λόγοισι κλυτῶν Βασιλῆα διδάσκων
Μήδεα κοιρανίης, ἔργα γεωμετρίης.
Ἀκρόπολιν πολέμοιο δυσηχέος ἕρκος ἐγείρειν,
Ἠδὲ κεραυνοβρόμοις χώματ' ἄθραυστα βόλοις,
Καὶ τυφόεντι νίτρῳ πολεμηΐων ἄστυ δαΐζειν
Νέρθεν ὑποχθονίοις σκαπτέμεν ἠδὲ πόροις·
Γυροδρόμοις ἱππῆας ἐφ' ἐν στίφος ξυναλίζειν,
Εἴ, τε διαπλύσσειν ἰλαδὸν ἐν πεδίῳ,
Εἴ, τε φαλαγγηδὸν πεζῶν στρατὸν αἰχμητάων,
Ἢ σπειρηδὸν ἄγειν καὶ κατὰ τάγμα χρεών.
Καὶ, ΒΑΣΙΛΕΥ, σύ γε δουρὶ, γεωμετρίῃ τε πεποιθὼς,
Ἴχνεσιν ἐν πατρικοῖς ἐμπεδὸν ἱστάμενος,
Κομπῶδες πρόβλημα πέρασον, Ἀρηΐων ἔργον,
Γαῖαν ὅλην ὅπλοις κινύμενος σφετέροις.

DE MACHAVLT.

ΕΙΣ ΤΑ ΤΟΥ
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΣΩΖΟΜΕΝΑ ΕΠΑΝΟΡΘΩ-
θέντα καὶ ἐξερμηνευθέντα ἀκριβεστάτως, ὑπὸ τοῦ ΔΑΟΥΙΔ
ΡΙΟΥΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΣΣΟΥ τοῦ
ΛΟΔΟΙΚΟΥ τῆς Φραγκίας βασιλέως,
διδασκάλου ἐνδοξοτάτου.

Ξεῖνε Συρακοσίου, ἐρικυδοῦς λεῖψανε γέροντος,
οὔ τι δέμας μερέων, ἀλλὰ χάραγμα νόου;
Ἄμβροτα ῥ' ἔργα νόοιο, τὰ μὴ λύε Μαρκέλου ἔγχος,
πλεῖστα κυλινδομένων, μηδ' ἀφάνισ' ἐτέων.
Καὶ πολὺ ταῦθ' ἧσσον δηλήσειε παμφάγος αἰὼν,
νῦν τῇ Φλυράντου λαμπάδι λαμπόμενα.
Στέφανος Σίμων ἰατρός.

Eiuſdem in Eadem.

Longis die ſenex jacuerunt jam obſita ſeclis,
Præclara ingenii tot monimenta tui.
Quinetiam mendis paſsim conciſa jacerent,
Et cinis obrueret dilacerata ſuus;
Hæc niſi RIVALTVS tandem Podalyrius alter,
Docta ſanaſſet vulnera tanta manu.

AD CLARISSIMVM VIRVM D. DAVIDEM RIVALTVM DE FLVRANCE, Archimedis interpretem & illuſtratorem eximium.

EPIGRAMMA.

Vaſta Syracuſio quod debuit Æolis antè
Inſula, RIVALTO nonne Syracuſius?
Artibus ille, ſuis hoſtes, mortémque fugabat;
Vindicat hic ſcriptis morte Syracuſium.

Pontius Priuatus Tharaſconenſis.
Φιλιατρὸς καὶ Φιλομαθηματικός.

ō

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ
ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE
SPHÆRA ET CYLINDRO.

ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ.

MVLTA ſunt de quibus admonitum vehementer cupimus lectorem horum operum Archimedis, antequam ad hoc diſcrimen ſubeundum accingatur; rati ex illis aliquantum ad rerum quæ ſequuntur intelligentiam, lucis acceſſurum, tum fore vt alacrior & à dubiis ſecurior, etiam animo propenſior laborem hunc ſuſcipiat, qui tanti viri nomini faueat ſcientiámque aucupetur. Dicamne? malum quo non velocius vllum Mobilitate viget, viréſque acquirit eundo: famam nempe, nomen quidem Archimedis ad aſtra tuliſſe: ſed adeo incredibilem occupare hominum aures, vt vix multi ſentiant nos vllum huiuſce hominis poßidere opus: & tantum Authori tribuiſſe vt operibus detrahat. Aeneid. 4. *Equidem ſunt qui nullo modo ſibi vnquam perſuaſerint libros qui paßim Archimedis nomine manibus teruntur, tanti viri eſſe, & id pertinacißime negant: verùm duo ſunt quæ eos euidentißimæ inſcitiæ conuincant: antiquorum teſtimonium, & horum librorum opera. Multi veteres etiam non Mathematici agnoſcunt, ſæpißimeque citant Archimedis ſcripta, Pappus, Proclus, Strabo, Eutocius, aliique, & quanquam ſolus Plutarchus velit nihil in Mechanicis edidiſſe Archimedem, eundem tamen teſtatur in ſpeculatiuis plurimum ſtudium collocaſſe,* ἀλλὰ τὴν, (*inquit*) περὶ τὰ μηχανικὰ πραγματείαν καὶ πᾶσαν ὅλως τέχνην χρείας ἐφαπτομένην, ἀγεννῆ καὶ βάναυσον ἡγησάμενος, ἐκεῖνα καταθέσθαι μόνα τὴν αὑτοῦ φιλοτιμίαν, οἷς τὸ καλὸν καὶ περιττὸν ἀμιγὲς τοῦ ἀναγκαίου πρόσεστιν, ἀσύγκριτα μὲν ὄντα τοῖς ἄλλοις, ἔριν δὲ παρέχοντα πρὸς τὴν ὕλην τῇ ἀποδείξει, τῆς μὲν τὸ μέγεθος καὶ τὸ κάλλος, τῆς δὲ τὴν ἀκρίβειαν καὶ τὴν δύναμιν ὑπερφυῆ παρεχομένης. *Speculatiua quidem æternæ & immutabilis veritatis, præpoſuit rebus inuentionibúſque materia conſtantibus, non tamen ab his abhorruit & mechanicas dici cenſuit potiùs, quia manu tractantur & in vſum educuntur, quam propterea quod nullis regulis aut arte nulla effectus ſuos exerant. Etenim ſua etiam infallibilia præcepta habent, ſuáque certa principia, quibus tota* τεχνικὴ *ſcientia ſtabilita concluſiones perpetuæ certitudinis elicit, quarum gratia non dubitarim Archimedem de Mechanicis etiam ſcripſiſſe libros, maximè cum eos ipſemet ſuis ſpeculatiuis non vno ſolo loco citet: & quamquam non ſuperſint, magnóque hominum diſpendio perierint,* Propoſit. 6. & 10. lib. de quadra. parabo.

Chil. 2 hiſtor. 35. *tamen legiſſe Ioannes Zetzes videtur inſinuare his verbis.*

Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκειμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τὴν μηχανικωτάτην
Βαρουλκόν, πνευματικήν, ὑδροσκοπικάς τε
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γέροντος τὴν βίβλον Ἀρχιμήδους.

τῶν βίβλων, *inquit*, καὶ ἀνεγνώκειμεν, *profert. Et certè non ad aliam Matheſeos partem quam ad mechanicam pertinent libri quos habemus de æquiponderantibus, & de inſidentibus humido, tum alij qui deſiderantur* περὶ ζυγῶν, περὶ σφαιροποιίας, περὶ πυρείων, περὶ ὑδροσκοπικῆς *& alij quos* ἐξωτικούς *poſtea dicemus. Cæterum opera & contextura horum librorum, genius denique qui totis ipſis illucet, Archimedis fama ſuper aſtra noti ingenium ita redolent, vt quando nomen vultu non circumferrent, ipſius tamen eſſe non alius cuiuſquam agnoſcerentur. Vt enim ſenex ille Geometra eò famam eximiæ virtutis opere, extulit; quò nullus alius antiquorum, ſic his libris incomparabile mentis acumen, viſque impar ceteris, imò ſeries omnino alia & inconſuetum demonſtrandi robur cerni poſſunt, quibus Archimedei animi certa veſtigia apparent. Animæ cuiuſquam facies eſt quæ lineamenta ſua nunc oculis aliorum, nunc auribus, nunc menti offert, & pulchritudinem ſuam vel bene compoſita partium corporis ſerie colorúmque ſuauitate, vel concinna ſonorum mixtione vocúmque flore, vel delicato, aut robuſto, ſubtili, acutóque loquendi & ſcribendi ſtylo, patefacit. Primis duobus modis quam pulcher fuerit Archimedes, haud nobis innoteſcit, cum eum nec videamus nec audiamus: ſed tertio non minus eum aut intuemur aut auſcultamus, denique cognoſcimus, quam ſi vel coram alloqueretur vel audientiam nobis faceret, vt dicere eum non eſſe qui ſcripſerit aut enarrauerit, ſenſui & intellectui omnino ſit ire inficias, iudicióque rationis contradicere. Tum ſermo Doricus & Syracuſanus penitúſque Siculis familiaris, eum prodit: quamquam aliquibus magis, aliis vero minus Doricè loquatur. Certe libris de Sphæra & Cylindro purior eſt ſermo, quam reliquis, puta qui non primus ſcriptus ſit, licet primo prodeat. Quod ſtatim proœmio oſtendit, cum antequam ſcriberet de Sphæra & Cylindro, propoſitionéſque demonſtraſſet imò inueniſſet, quæ hoc opere editæ ſunt, iam de portione comprehenſa ſub recta linea & rectanguli Coni ſectione edixerat: quod nempe ſeſquitertia eſſet trianguli habentis eandem baſin ac portio, eandémque altitudinem; Hoc vero habetur demonſtratum libro de lineis ſpiralibus propoſ. 17. & 24. Et certè, cum aliquid tentare animo definimus, non quod ordine naturæ primum eſt prius aggredimur, ſed quod nobis eſt facilius: At cum hoc deprehenderimus ad ea quæ difficiliora ſint progredimur, & gradibus veluti quibuſdam aſperitatis emenſis, ad altiora paulatim euehimur. Eiuſmodi eſt doctrinæ methodus, eáque rectè & feliciter inueniendi ratio. Scopus autem Archimedis fuerat Sphæram ſcrutari, Cylindrúmque rimari oculis mentis: quod vt facilius perficeret & feliciori euentu, multa emiſit priùs quorum velitatione, errorum pericula vitaret hoſtiúmque difficiles impetus obtunderet & tandem victoria potiretur; qua tandem parta triumpho ordine procedente, ſingula prodeūt ſuo loco. Primo educūtur quæ de Sphæra & Cylindro edomuit, tum quæ de circuli dimenſione, ſine qua nec ſphæram ipſam cognoſceremus, poſtea ponderum grauitas perpenditur & ponderandi ſeu æſtimandi ratio, qua ignorata multa de dignitate ſolidorum clā nobis eſſent. His ſubiunguntur quæ de Conoidibus & ſphæroidibus miro ingenio Archimedes inuenit, quæ etiam pertinent ad naturam ſphæricæ figuræ quam potiſſimum venabatur: Cui quoniam adſtipulatur plurimum linea ſpiralis ſeu Helix, locus illi quintus tribuitur; vt ſextus parabolæ, cuius hic ingenioſiſſimè qua-*

dratura prius μηχανικῶς *tùm* ἐπιστημονικῶς *docetur: vt ineptè Ramus librum hunc ad ſtereometriam pertinere dicat. Hanc ſequitur Arenarius & ars mira numerandi ac numeris exprimendi quancumque multitudinem propoſitam. Iam quæ præcedunt paulo deficiunt ab illa ſyncera ac pura geometria quâ præcedentia nitent, ſed ad materiam humidi paululũ degenerant, attamen certiſſimarum demonſtrationum nitore ſplendent. Verum quæ deinceps veluti gregatim obueniunt, exotica dicuntur, quæ licet nõ indigna ſint quæ triumpho deferantur, tamen poſtremo loco collocantur, vt* μηχανικά, *quorum eſt ancillari, non propter ſe expeti. Veruntamen decentiſſimè hic adiunguntur, quia ſphæricam figuram vel ſaltem circularem prę ſe ferũt; ac ſi omnia ſphærica edidiſſet, & hoc opere ſola orbicularis forma contineretur. Corona ſphærica eſt, Cochlium, helice; trochleæ triſpaſti, circulares ſunt, tollenones & omnino machinamenta bellica ſphærica ſpecula vſtoria ſectionis conicæ figura deformantur, tubi demum & canaliculi quibus conſtant pneumatica & hydraulica, rotundi ſunt: ac demum ſphæræ materialis cõſectione labor totus deſinit, vt à* ſphæra *Archimedes initium ducat & finem. Cæterum his libris de Sphæra & Cylindro clariùs & elegantiùs animum ſuum protulit quam quibuſlibet aliis; ſiue materiam de qua his agitur ſpectes difficilem & arduam, ſiue concluſiones quæ de corporibus ſphæricis eruuntur conſideres, è penitiſſimis nempe latebris obſcuriſſimarum figurarum petitas, quæ ſalebroſas & penè inuias proprietates habent, quas multi ante Archimedem quæſierant, ſed non conſequuti erant. Adeo vero feliciter in eis operam ſuam contulit, vt ratus ſe nullo alio inuento æquum honorem promeruiſſe, quam eo quo ſphæræ & Cylindri rationes & analogiam oſtenderat, petierit ab amicis & propinquis vt vita functo, cylindrum ſphæram complectentem ſepulchro imponerent, inſcriberéntque proportionem quatenus ſolidum continens excedat contentum. Verba Plutarchi ſunt,* πολλῶν δὲ καὶ καλῶν εὑρετὴς γεγονὼς λέγεται τῶν φίλων *Plutar. in Marcello.*
δεηθῆναι καὶ συγγενῶν, ὅπως αὐτοῦ μετὰ τὴν τελευτὴν ἐπιστήσωσι τῷ τάφῳ τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σφαῖραν ἐντὸς κύλινδρον, ἐπιγράψαντες τὸν λόγον τῆς ὑπεροχῆς τοῦ περιέχοντος στερεοῦ πρὸς τὸ περιεχόμενον. *Hanc verò proportionem quam monumento adſcribi rogauit Archimedes, demonſtrauit propoſitione 31. lib.1. huius operis ſequentéque manifeſto quod libri nonum eſt. Atque huiuſmodi inuentum rationis cylindri & ſphæræ, nempe ſeſquialteræ cylindri baſes æquales habentis maximo qui in ſphæra circulo & altitudinem parem diametro eiuſdem ſphæræ, eo nomine tanti fecit Archimedes, quia ſit hæc ratio non tantum ſolidi ad ſolidum, ſed ſuperficiei ad ſuperficiem. Etenim vt cylindricum corpus ſphæricum ſeſquialterũ eſt,* καὶ ἡ ἐπιφάνεια κυλίνδρου μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία *Manif. 9. lib.1.*
ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *Quod certè in Geometria rarum admodum eſt: vix enim rationem ſolidorum ſequuntur ſuperficies. Hoc libro inſigne theorema demonſtrauerat Archimedes, nimirum quod* πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ *Propoſ 25.*
μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ: *verum ad ſolam ſphæram pertinebat, nec quippiam erat in rem cylindri: propterea non tanti fecit, quia ſphæram & cylindrum ſimul hic cõtemplatur: Methodus autem qua nobis ſua ſcripta dederit, & demonſtrandi ratio, non caruerunt Ariſtippis & reprehenſoribus qui eas ſeuerè carperent.* Methodo tamen (*dicebat* *Proœmio Math.*
Ramus) & tota docendi via perobſcurus Archimedes, licet inuentione iudicióque rerum ſingularum ſummus fuerit, & Plutarchus valdè facilem iudicet, libris tamẽ ipſis obſcuritas arguitur. *Profectò de rebus ſublimibus & natura ſua abſtruſis, ſeiunctíſque à communi hominum captu, non poteſt quiſquam quicquam præcipere, quod perobſcurũ non ſit, ſcilicet ſi ſtatim obuiũ vno aut altero verbo excipiatur. Senſus ad inſolita horrent, imaginatio hebeſcit, intellectus obtunditur, & iudicium*

difficilè aſſentitur, vnde obſcuritas æſtimatur. Præterea res eximiæ, propria methodo tradi debent, ne ſi faciliùs quam par ſit offerantur, contemptui ſint. Raritas rerũ, & acquirendi difficultas illis pretio ſunt, vt meritiſſimo iure præſtantes viri diuinas ſuas adinuentiones & Archimedeis ſimiles, emittant decora quadam & venerabili facie, tamen ſeuera, quæ primo intuitu honorem ſibi & reuerentiam conciliet, ne ſpernantur. Quantum vero attinet ad modum demonſtrandi, nemo præteritis ſæculis tam iniquus fuerat aduerſus Archimedem, quàm noſtro æuo ſeſe geſſerit, ſummus alioqui vir ac de bonis literis meritiſſimus, Ioſephus Scaliger, qui nunc eum erroris accuſat, nunc eius conuellit demonſtrationes. Et quoniam pluribus in hominem inuehitur ſingula perſequi, & omnibus reſpondere quæ effutiit in eum ſuperuacaneum eſſe iudico, ſatiſque fieri
Coll. 1 propoſ. 5 elemẽti 2. cylor. *Archimedeæ doctrinæ & ſimul ſcientiis Mathematicis, ſi oſtendero Scaligerum prauo iudicio vocaſſe Archimedis* τὴν διαλογιστικὴν τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν, *qua & vſi ſunt omnes priſci & recentiores Mathematici potioris nominis, & quam analyſis dialectica maximè commendat. Artificium deductionis ad impoſſibile adſtruitur tota Dialectica & ratiocinandi ſcientia, cuius duo ſunt potiſſima inſtrumẽta, ſyllogiſmus oſtenſiuus, & is quo aduerſarius ad abſurdum deducitur. Vterque autem hoc innititur fundamento, hoc inquam, quod & Ariſtoteles demonſtrationis cuiuſcumque baſim ſtatuit,*
1. cap lib 1. poſte. anal. πᾶσα διδασκαλία, καὶ πᾶσα μάθησις διανοητικὴ ἐκ προϋπαρχούσης γίνεται γνώσεως. *Non enim iam intuitiuè & in inſtanti cognoſcimus res, ſed quamdiu anima noſtra, im-*
In axiocho. *mortale ſcilicet animal, in hoc mortali ergaſtulo detinetur*, ἐν θνητῷ, *ait Plato*, φρουρᾷ καθείργνυται, *cauſas rerum videt earúmque progreſſus, anteceſſiones inquirit, ſimilitudines comparat, rebúſque præſentibus adiungit atque annectit futuras; demum concluſiones colligit, ex antecedenti cognitione, & veritatem ignotam ex nota deducit arte*
Ibid. Ariſt. *analytica. Et hoc potiſſimum in Mathematicis:* αἵ τε γὰρ μαθηματικαὶ τῶν ἐπιστημῶν διὰ τούτου τοῦ τρόπου παραγίνονται, *inquit Ariſtoteles, qui proinde vult nos cum ratiocinamur partim concluſiones ſcire, partim neſcire: quod interpretantur Philoſophi, nos intellectiua virtute qua pollemus, & diſcendi auiditate quæ in nobis eſt, quodãmodo ſci-*
Themiſtius in hunc locum Ariſt. *re quæ ſyllogiſmo inueſtigamus, formaliter tamen & perfectè neſcire. Primæ autem veritates ex quibus abſtruſiores mutuamur, induntur nobis vel à natura quæ ſcientiarum omnium igniculos inſeuit animabus noſtris, vel à ſenſibus qui primi vt externi in cognoſcendo nobis vſui ſunt. Mathematicæ autem diſciplinæ primas illas veritates ſtatim obijciunt, & vel naturales apprehenſiones, vel ſenſibiles notiones proponunt pro axiomatis & dignitatibus quibus non aſſentiri inanis eſt eſſe iudicij, qualis fuit fortaſſis pertinax ille Carneades, qui ne illud quidem quod eſt omnium euidentiſſimum conceſſit eſſe cre-*
Galenus de optimo docendi genere. *dendum, quod magnitudines vni cuipiam æquales ſint etiam inter ſe æquales. Poſitis itaque primis veritatibus, artis eſt logiſticæ eruere concluſiones quæ ſcientiam pariant. Nec enim Dialectica egemus vt intelligamus* γραμμῆς πέρατα, σημεῖα εἶναι. *vt fert terminorum lineæ definitio: vel* ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι: *Lumine enim naturæ ſtatim percipimus partem nõ eſſe æqualem toti. At vero deducere cum ex terminis, tũ ex ratione totius ad partem, lineam propoſitam alia propoſita maiorem eſſe, id verò à ratiocinatione eſt: quod vel oſtenſiuè* καὶ δεικτικῶς, *efficit, vel deductione ad abſurdum ſeu ad impoſſibile*, τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ. *Diſcrimen vero quod eſt inter vtrumque ſyllogiſ-*
Ibidem. *mum, tale ſtatuitur ab Ariſtotele* ὅτι ἐν μὲν τοῖς δεικτικοῖς κατ' ἀλήθειαν ἀμφότεραι τίθενται αἱ προτάσεις, ἐν δὲ τοῖς εἰς τὸ ἀδύνατον ψευδῶς ἡ μία. *In oſtenſiuo quippe, Concluſio eſt vera & gignit ſcientiam, nempe certam & æternam. At in ſyllogiſmo deducente ad abſurdum, falſum concluditur. At vero ea vis eſt & natura veritatis, vt mediante proba*

analyſi, ex ea nihil conſequatur niſi verum. Ex mendacio vero & falſo, verum quidem ſequi poßit, ſed etiam falſum: Ἐξ ἀληθῶν μὲν οὐκ ἔστι ψεῦδος συλλογίσασθαι, ἐκ ψευδῶν δ' ἔστιν ἀληθές, *inquit dialecticæ parens, qui proinde, ſi quid abſurdi deducatur ex ſyllogiſmo vel ex enthymemate* ψεῦδος τὸ ὑποτεθὲν *concludit. Imo ſceptici ipſi & Pyrrhoniarum Hypotypoſeων defenſores potiùs Diodoro aſſentiunt (ſi cuiquam illis fuerit aſſentiendum) qui incipientem à vero non poſſe deſinere in falſum autumabat, quam Philoni qui minimè vitioſum aſſerebat eſſe connexum quod à vero incipiens deſineret in falſum. Quis enim lumini naturæ contrarium admitteret? Cum itaque propoſuiſſet, verbi gratia, Archimedes circulum æqualem eſſe triangulo rectangulo, cuius radius eſt par vni eorum quę ſunt circa rectum angulum: circumferentia verò baſi, & hoc ſibi negato ſuppoſuiſſet triangulum expoſito circulo minorem: tum fuiſſet argumentatus, ea vi vt figuram inſcriptam circulo concluſerit maiorem ſimul & minorem dato triangulo: Quis increpauerit eum quod cum hoc ſit abſurdum, & naturæ repugnans, collegerit ipſe falſam hypotheſim qua ſuppoſuerat triangulum circulo minorem? Hoc enim conſequutus eſt ex ratiocinationis legibus, iis ſcilicet quibus homines humanitus viuimus, & ſine quibus figurā hominum ſolam retinemus, cæterum vt bruta animātia hoc æuo fruimur. Porrò vim argumenti deducentis ad impoßibile, hinc cōiectari poſſumus, quod argumenta oſtenſiua in omnibus figuris confirmentur deductione ad impoßibile, vt ſi quid lucis maioris ineſſe debeat in iis quibus probamus, quam ſit in his quę probantur, certum quoddā lumen naturæ noſtræ conuenientibus neceſſe ſit illuceſcat* ἐν τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ, *tantum abeſt vt paralogiſtica ſit & ſophiſtica. Iſta autē confirmatio quæ fit in tribus Dialecticæ figuris docetur Philoſopho cap. 11., 12. & 13. lib 2.* ἀναλυτικῶν προτέρων *& inde ait lib. priori c. 29.* ὁ γὰρ δείκνυται δεικτικῶς καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου ἔστι συλλογίσασθαι, καὶ διὰ τῶν αὐτῶν ὅρων, καὶ ὁ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ δεικτικῶς. *Quid ergo intercedit diſcriminis inter vtramque probationem, cum vnumquodque & oſtenſiuè & per impoßibile poßit demonſtrari, imò iiſdem terminis? Tantum non reducimus ad impoßibile vt clarius fiat, quod ex hypotheſi euincitur, quoniam non tam veluti ex ſyllogiſmo quàm ex conuentione & conſenſu fit probatio. In confeßis autem adeò euidens eſt concluſio vt clarior dari nequeat. Vt ſi quis ſectionem parabolicam efficere lineam rectam in ſuperficie coni putauerit, erroris conuincetur ex hypotheſi cui aſſentietur duas lineas rectas ſpatium non comprehendere. Sectionem enim parabolicam aut aliam conicam animaduertens comprehendi recta linea tanquam baſi, & linea quæ in coni ſuperficie deformatur, concedet ſtatim ſectionem eiuſmodi non eſſe rectilineam figuram. Et nihilominus videtur huius probationis tota vis ex abſurdi indecoro dependere. Nec enim hoc in dubio mens conquieſcit aliam ob rationem, quàm ne in abſurdum incidat, ac ne cogatur indecore & abſurdè hypotheſi contradicere, qua conceſſerat duas lineas rectas ſpatium non comprehendere. Hinc eſt cur ait Ariſtoteles,* ἐνταῦθα δὲ εἰ μὴ προδιωμολογημένοι συγχωροῦσι, διὰ τὸ φανερὸν εἶναι τὸ ψεῦδος. *Cæterum ibidem diſtinguit inter ſyllogiſmos qui per impoßibile concludunt, & deducentes ad impoßibile: & certè longa eſt eorum ars & alius loci. Verum hac de ambobus dicere poſſumus, vtroſque familiarius & nobis accommodatius confirmare, quàm oſtenſiuos: Tum eos ſaltem qui per impoßibile concludunt rationem ſubire illorum qui dicti ſunt per hypotheſim, quod propter claritatem illis conceditur. Certè qui tantum deducunt ad abſurdum reſolui poſſunt ad impoßibile, quia (inquit Ariſtoteles) ſyllogiſmo probantur: ſed eo propius accedunt ad lumen hypotheſeos, quo magis conuenit inter homines, nihil abſurdi aut falſi fateri: & quo minus ambigimus de iis quę primo vel ſenſibus*

cap 2 lib. 2. prior. anal.

Ibi cap. 11.

Sextus Philoſo Pyrrho Hypoty lib. capite 11.

Cap. 44. 1. anal.

vel primis ſcientiarum axiomatibus contraria ſunt. Conuerſionem autem in Mathematicis & reſolutionem facilem tres ob cauſas Philoſophi norunt. Primam quia ſemper vera concluſio ex veris deducitur, ex axiomate Dialectico & Metaphyſico: ſecundam, quia vtitur ex his quæ conuertuntur per ſe & propter quod vnumquodque hoc ipſum eſt: tertiam quæ eſt Auerrois, quia Mathematicæ concluſiones ſunt ex ſibi proportionatis. Porro, propterea demonſtrationes oſtenſiuæ in Mathematicis non cenſentur potiores quàm deducentes ad abſurdum, quia non vtuntur illæ diſciplinæ cauſis rei, ſed cauſis cognitionis rei. Cum exempli cauſa, probat Archimedes ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ, conſcribit & inſcribit figuras ſolidas extra & intra ſphæram, quarum artificio concludit ſuperficiem expoſitæ ſphæræ æqualem eſſe quater maximo eorum qui ſunt in ea circulo. Hæ vero deſcriptæ figuræ non ſunt cauſæ cur illa æqualitas ſuperficierum ſit, ſed rationes ſunt, quibus illa cognoſcatur. Vnde fit vt quodcumque cognitioni fuerit magis conſentaneum, Mathematicis magis conueniat. At cognoſcimus facilius quæ abſurda ſunt impoſſibilia, falſa, & rationi repugnantia, quam quæ vera: adeo veritates abſtruſæ ſunt & errores ex aduerſo paſſim obuij, & abſurda perceptibilia vt putà hypotheſibus & ſententiis communibus facillimis & veritatis apertiſſimæ, contraria. Qua ergo fronte, quo iudicio errori verterit Scaliger Archimedi, quod vſus fuerit deductionibus ad abſurdum, viderint ſcientiarum & veritatis amantiſſimi. Verum ne qua deinceps ratio apud Archimedem dubiè vel detur vel ſumatur, ſupereſt animaduertamus num veritati ſit conſentaneum, omne quod aliquo nec maius eſt nec minus, ſit illi æquale. Nec enim hoc Scaliger indubitàter admittit. Equidem omnes quæ ſenſus aut cogitatio recipere poteſt penes quantitatem habitudines, ſunt à maiori vel minori vel æquali. Præter has differentias nullas alias quiſquam vnquam agnouit. Et ſiquidem A. non fuerit æquale B. erit illi inæquale: atqui inæqualitas à maiori vel minori eſt. Et ſi fuerit A. maius vel minus quàm B. certè erit ipſi inæquale. Nec enim maius aut minus quicquam quoquam eſt, quin ſit inæquale, ne ſimul æquale & inæquale idem eidem ſit, & tandem ne quid ſimul ſit & non ſit quod à natura rerum abhorret. Quare ergo ſi circulus nec excedat triangulum rectangulum cuius baſis ſit æqualis periferiæ circuli & càthetus par ſemidiametro eiuſdem, nec ab eo excedatur, hoc eſt nec maior ſit eo nec minor, Archimedes æqualem circulo triangulum non concluſerit? Quia ſi circulus triangulo non eſt æqualis, eſt in alterutro aliquid quo inæqualitas nitatur. Illud ergo excedit in alterutro, & in altero deficit. Ergo alteruter maior eſt, alter minor. Quod enim excedit aliud, eo alio maius illud agnoſcimus naturali lumine, cui nemo prudens inficias ierit. Cum & hoc negare ſit principiis obſiſtere, quod deſipientis eſt & à mente alieni, virgiſque potius cedendi, quàm rationibus oppugnandi. Dixerit vero aliquis: angulo κερατοειδεῖ ſeu contactus quem vocant, non dari angulum rectilineum æqualem, licet maior ipſo itidémque minor dentur; proptereáque triangulum quidem maiorem circulo dato minorémque aſſignari poſſe, æqualem vero non poſſe. Tum poſſe hac argumentandi formula Archimedis committi in Euclidem: demonſtrarique angulum rectum angulo ſemicirculi æqualem eſſe. Si enim non ſit (inquit Mathematicorum qui fuit noſtro tempore Coryphæus illuſtris Vieta) æqualis, aut erit maior aut minor. Sit primum maior, & ſumatur angulus rectilineus minor quidem recto, ſed maior angulo ſemicirculi, & ſtatim deprehendet id fieri non poſſe. Eſſe enim adſumpto quoque rectilineo maiorem angulum ſemicirculi, demonſtrabit. Sit autem minor, & ſumatur angulus rectilineus, maior quidem recto, ſed minor angulo ſemicirculi: & ſtatim quoque deprehendet id fieri non poſſe. Eſſe

Propoſ. 30. lib. 1. de Sphær. & Cyl.

Scholio ad 4. libro 8. reſponſ.

enim adſumpto quocumque obtuſo minorem angulum ſemicirculi demonſtrabit. Itaque concludet tandem ſecundum propoſitum aduerſus Euclidem Euclideorumve ſententiam. *Verum qui hanc argumentationem obiecerit Archimedi, & inde concluſerit omnes ipſius demonſtrationes non minus hac quæ eſt aduerſus Euclidis oſtenſa, inanes eſſe, habet Archimedes vnde ſe tueatur. Etenim multo diſpar ratio eſt. Hic enim incidit comparatio quantitatis ad quantitatem, cum qua nulla illi proportio eſt. Etenim eæ quantitates nullam inter ſe rationem habent ſecundum Euclidem, quarum altera quantolibet numero ſibi ipſi addita, numquam alteram excedit. Angulus vero cornutus ſeu contactus qui hic intercidit, quantacumque multitudine ſibi ipſi additus, numquam excedet vel minimum angulum rectilineum, vt nec angulus ſemicirculi ſua figura manens, angulum rectum. Nulla ergo ratione ſunt inter ſe angulus contactus & rectilineus, vt nec angulus ſemicirculi & angulus rectus. Non ergo conferri inter ſe poſſunt, nec illic valet argumentatio Archimedea. At vero numquam Archimedes contulit inter ſe quantitates quæ vacarent proportione, & quarum altera alteram non poſſet excedere. Triangulus quippe rectilineus quicumque dari poſſit minimus, multoties ſibi ipſi additus, quemcumque circulum exſuperabit. Rurſus quæcumque recta linea minima, quamcumque curuam, finitam additione ſui ipſius excedet, vt nemo dicere poſſit curuam & rectam lineas ſiue iiſdem definiantur terminis, ſiue diuerſis, nulla eſſe inter ſe analogia. Inter eas itaque valet ratiocinatio Archimedea, quamuis illegitima ſit inter angulos rectilineum, & κερατοειδῆ, ſeu ſemicirculi, & rectum. Stent ergo ſarta tectaque Archimedis ratiocinatio, & fama, nec quis incomparabili viro quicquam inuidioſè detrahat. Et certè nemo in Archimedem inuehetur qui Dialecticè agere ſcierit; quod vel homines primi nominis non ſatis norint, quia dum negligunt quæ vulgò requiruntur & veluti omnibus obuia ſunt, vix fundamenta ſcientiarum ſibi comparant: vnde illis tot deinde errores, in quos ne pueri quidem impingerent; & dum giganteas operas moliuntur, vel minutiſſimi ſoricis ſubſtructione ſubuerſas ſuas ſentiunt moles. Quid? illis Dialectica nimis trita eſt, eam ideo cenſent minus decentem tantos viros: non animaduertentes ſcientiam eſſe tanto ſummis ingeniis digniorem quanto verior eſt cæteras ſciendi modus, imo apex & finis, ſi Plato ſit audiendus ἆρ' οὖν (inquit) δοκεῖ σοι ἔφην ἐγώ, ὥσπερ θριγκὸς τοῖς μαθήμασιν ἡ διαλεκτικὴ ἡμῖν ἐπάνω κεῖσθαι, καὶ οὐκέτ' ἄλλο τούτου μάθημα ἀνωτέρω ὀρθῶς ἂν ἐπιτίθεσθαι, ἀλλ' ἤδη τέλος τὰ τῶν μαθημάτων. Spernentes itaque ſcientiarum habendarum methodum, nullam habent cum omnes habere ſe putent, aut ſi poſſideant, tamen modo habendi, experiundi vtendi, carentes, etiamſi, v.g. ἀγεωμετρησίας, vix committant, tam frequenter ἀδιάλεκτοι videntur vt mali geometræ cenſeantur: adeo nullus in ſcientiis laudandus artifex qui Dialectica vacet. Ratio hinc eſt: quia ἃ πάντη γίγνεται ἐν τοῖς ὀλίγον διαφέρουσι (ait Platonicus Φαῖδρος) at rerum vel exiguæ differentiæ arte Dialectica internoſcuntur. Cæterum tam perfecta eſt in Archimedis operibus Dialectica, & tam ſagax vbique ratiocinatio, vt licet ῥιόβολος fuiſſet Geometra, non Geometrarum facile princeps, nunquam inſcius in Geometria erraſſet. Nam felicius, qui Dialectica præmunitus eſt, licet ſit ἀγεωμέτρητος, quàm Geometriæ peritiſſimus ſed ἀδιάλεκτος, Geometriam tractauerit. Verum cum Archimedes in vtraque fuerit perfectiſſimus, ab eo neque παραλογισμόν, neque ἀγεωμετρησίαν ſuſpicare, imo validiſſimas rationes & concluſiones veriſſimas expecta. Equidem fatebor Archimedem aſſumpſiſſe multa quæ Geometricè nondum inuenta eſſent, cuiuſmodi eſt inuentio duarum linearum media ratione proportionalium inter duas datas, ſeu cubi duplicationem, propoſitione*

Propoſ. 16. lib 3 Elem.

lib. 5 elem. definit. 5.

πολιτείας ζ.

Plato in Phædro.

1. lib. 2. ſequentis operis: tum à puncto dato lineam ducere, ita ut pars ducta intercepta duabus propoſitis lineis, altera curua, altera recta, ſit æqualis propoſitæ, nẽpe propoſit. 5. libri de ſpiralibus & huiuſmodi. Hæc verò etſi Geometricè non perficiantur, ſed mechanicè tantum & organis quibuſdã alienis à pura Geometria, vti locis illis oſtendemus, nihilominùs hoc verti dedecori ſummo viro non poteſt, cùm non tam velit docere quomodo hæc problemata abſoluerentur, quæ nemini Geometrarũ adhuc innotuerant, quàm quæ ex ipſis notis ſequerentur, & quò promoueretur Geometria, ſi quodam felici ſciẽtiæ fato hæc inuenirentur. Equidem aſſerere nollemus Archimedem nouiſſe ſolutionem Deliaci problematis, (de quo deinde agemus,) nec quemquam alium antiquorum, cùm fuerit huc vſque profundiſſimis ignorantiæ tenebris offuſum: nihilominus auſus fuerim dicere multa quæ nos lineis Conchoide, Ciſſoide, ſeu hederacea & ſimilibus conficimus, ipſum Geometricè abſoluiſſe, nec pauca nobis inuidiſſe tempus, quæ illi diuinum ingenium ſuppeditauerat; quæque cùm ſcriptis fortaſſe mandauiſſet, periere cum lemmatibus, Iſoperimetris, Coniugatis, Mechanicis, Sphæropœia, & aliis plurimis quæ poſteritati reliquerat, vt nobis fideliſſima monumenta teſtantur. Deinde omnes eius conatus potius nos in theoremata & in rei cuiuſdam cognitionem, in qua animus conquieſcat, quam in problemata vel confectiones quarundam figurarum quas perficere quæramus. In Theorematibus autem multò libentius aliquid ſupponi poteſt & admitti tãquam ex hypotheſi, potiſſimum ſi quacumque via non impoſſibile oſtendatur (cùm Mathematicus tantum cauſis vtatur cognitionis) quàm in problematibus. In ſcientiis enim abſtrahentem vel quod poſſibile eſt ſupponentem, non contingit propterea errare aut in abſurdum labi: at problemata conficere non poſſumus, ſi quid in eorum κατασκευῇ impoſſibile ceciderit: nec eſt recipienda ὑπόθεσις quæ quid ἀδύνατον, ἄγνωστον, ἄδηλον καὶ ἀδιάπτωτον ſupponit, quando ſcilicet in confectione problematis quieſcere nec vltra progredi eſt animus. Archimedes vt cæteri antiqui in ſoluendis problematis, cum in hos difficultatum ſcopulos, incidit quadruplici via eos vitare nititur, vel analyſi ſeu reſolutione, vel compoſitione, vel mechanico experimento, vel linearum inuentione per organa. Reſolutio eſt cum poſito iam factum eſſe problema, ex hac hypotheſi fit ſagax perquiſitio eorum quæ ſequuntur, vt his deinde poſitis tanquam principiis, ſcopulum vitando, ſcopus attingatur. Hac ratiocinatione vtitur multis propoſitionibus lib. 2. de ſphæra & cylind. vt illic annotabimus. Compoſitio non differt à reſolutione, niſi in eo quod cum in analyſi, diuidendo deducebatur aliquid ab aliquo; hic componendo & ex conſequentibus ſimul iunctis, tanquam ex antecedentibus, aliquid cõcludendo viam nobis aperimus ſoluẽdi quod proponitur. Vix autem has vias ſeiunctas inueneris nec ſimul non mixtas. Experimentum mechanicum eſt à materiali quadam executione, cùm ſiue rem numerando, ſiue appendendo, ſiue reſecando ſiue coniungendo, aut quodam alio modo rem ſubiectam attrectando mechanicè, experimur propoſitum. Hoc pacto Archimedes primùm inuenit quadraturam paraboles, & hoc experimento tanquam præuia face accenſus, deinde Geometricè rem demonſtrauit. Tandem organis inueniuntur lineæ Helica, Quadrataria, Parabolica, Hyperbolica, Elliptica, Conchois, Ciſſois, & huiuſmodi quibus tandem, ἀδύνατα γεωμετρικῶς problemata ſoluuntur μηχανικῶς. De his lineis poſtea acturi ſumus. Equidem eas non inuenimus in libris Archimedis: verùm quia antiqui his vſi ſunt, hunc virum ab earum vſu nõ abhorruiſſe cenſemus. Porro ex aſſumptione harum linearum multiplici, problemata dicta ſunt antiquis quædam γραμμικὰ & linearia, quædam ἐπίπεδα & ſuperficiãlia, demum quædam στερεά, & ſolida. Prima ſunt in quibus ſoluendis lineæ aſſumuntur, quę varium & tranſmutabilem ortum habẽt: tamen ex

2. propo. lib. 1. de Sphæ. & Cyl.

Ad 1. lib. 2. de Sphe & Cyl & proœmio de æquip. ac de Conoid. & Sphæ. & alibi paſſim.

ſolo linearum ductu naſcuntur: cuiuſmodi ſunt Helix, quadrataria ſeu τετραγωνίζουσα, Conchois, Ciſſois & ſimiles. Secunda ſunt quæ vt ſoluantur egent ſimul lineis diuerſis, vt linea recta & circuli circumferentia, cum hæ in plano ortum habeant & planum comprehendant. Tertia requirunt lineas quæ ex corporum ſectione naſcuntur, quales ſunt parabole, hyperbole, Ellipſis, quas in plano deſignare difficile aſſerit Pappus. Et certè ex Coni ſectionibus oriuntur. Hinc veteres difficile problema offerentes vt ſolueretur, addere ſolebant cuiuſnam generis eſſet, an lineare, an planum, an ſolidum: quamquam multa hac ratione varia eſſent, cum varijs lineis ſoluerentur. Sciendũ verò priores Geometras, plurima Elementorum vice ſcripſiſſe, licet alijs nominibus putà Euclidis δεδομένων καὶ πορισμάτων Apollonij, λόγου ſeu χωρίου ἀποτομῆς καὶ ἐπαφῶν καὶ τόπων ἐπιπέδων; & huiuſmodi, quę Archimedes habens ſuo tempore, multa reticuit, aut tanquam demonſtrata paßim aſſumpſit. Verum cum hæc noſtro æuo lateant, oportuit ea lemmatum appellatione reſtituere, ne demonſtrationes mancæ & imperfectæ remanerent. Eiuſmodi multa hic & illic poſuimus vel à nobis vel ab alijs, quæ lucem demonſtrationi ſequenti præbent. Equidem multa adiunximus quę fortaſſe trita videbuntur, nihilominus, pauca quæ alibi leguntur: quæ non duximus omittenda cum Elementa hæc Archimedis velimus clara & aperta omnibus, non dicam doctis, ſed rudibus in Geometria & diſcentibus relinquere, vti officij illuſtratoris eſſe videtur. Dico Elementa Archimedis, Proclum imitatus qui libro 2. eum inter Elementarios numerat, ἐν τοῖς (inquit) περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Verùm non tantum Elementa propoſuit Archimedes Sphæræ & Cylindri, ſed magis æquiponderãtium, magis Conoideων & Sphæroideων, magis etiam ſpiralium, imo & cæterorum quæ contemplatus eſt.

Ad prop 4. lib. 3. vide eundẽ proœmio lib. 7.

Porrò tædet nos errorum qui negligentißimè acciderunt ex typis: cùm vix pagina ſit qua non erretur, vt niſi lector beneuolus ignoſcat, & ferat patientißimè, à primis ſtatim folijs animum deſpondeat, & abeat malè erga nos affectus. Qui ſpontaneè agit, aut culpa vacet oportet, aut ſi lapſus fuerit indecore veniam deprecatur, puta qui potuit abſtinendo à propoſito non peccare. Attamen currentem in aliorum opem, ſi exciderit, irridere aut dãnare nimis crudele eſt, licet libere cucurrerit. Patriæ enim & amicis, imo humano generi non ſolis nobis nati ſumus, & qui neminem iuuare ſtudet, non meretur vt quis ipſi opituletur: at quis aliorum auxilio deſtitutus vixerit? Archimedis opera vt primum legimus, difficultatibus plurimis quibus aſpera ſunt, deterruiſſent nos primùm, & vultu quidem rigido abegiſſent à ſe, niſi nos tanti hominis fama plurimum mouiſſet. Cumque celebre adeo nomen ad laborem adegiſſet, etiam in prima adoleſcentia, mens fuit amicis manum ſi qui eguiſſent præbere, & proprijs vigilijs ferre opem. Non enim vt iã diximus doctis ſcribimus, quibus ſi loquuti eſſemus, multa reliquiſſemus quæ illis futilia ſunt aut ſaltem inutilia, quæque eorum doctrina facillimè ſupplet: ſed Mathematicarum artium rudibus, iiſque qui ſummo animo incipiunt colere has ſcientias, aliquid lucis afferre nitimur, ne fortaſſe tam grauem authorem præ moleſtia intelligendi deſerant, vel ne in eo excolendo longum tempus impendant. Porrigentes itaque dexteram, & hoc noſtro iuuenili labore quas poſſumus ferentes ſuppetias, ſi næui exciderint, excudendo operi, eo minus noſtra culpa eſt, quominus alio auocati, intereſſe prælis potuimus. Omnia etenim reponere in alio coacti & correctori fidem habere, qui mentem noſtram ſępißimè non cæperit, poſt abſolutum opus vt maculis conſperſum, tamque fœdum partum edidiſſe grauißimè doluimus. Hinc Græca peruerſa peßiméque ſuis notata accentibus, illinc Latina pueriliter deturpata: multa etiam aut negligenter relicta, aut inutiliter addita, legeris. Male quidem deſcriptum exemplar noſtrum excuſa-

tioni locum artifici præbuit, quod prototypum fuit nec ſecundo exſcriptum, cum tempus nec otium ſupereſſet, ideóque plurimis literis & diſpunctionibus ſcatebat, futuriſque difficilibus concinnabatur, quibus falli fuit facillimum. Demum potuimus adhuc expectare, & tempus occaſionémque præſtolari: verum quidam pruritus qui ingenia ſollicitat, vicit: quod precor æqui bonique conſulas: & ſi nos ac teipſum ames, quia mendorum ordinem digeſſimus,

Antequam legeris, emenda.

ERRORES TYPOGRAPHICI.

Pag. 7. figura vltima duc lineam E. C. quæ deeſt.

Pag. 13. lin. 1. Græca μηχῖθαι, lege μηχανῆσαι & multis aliis deinceps locis.

Pag. 46. in textu propoſitionis Latino, *altera ſubtendens minimus dimidiarum* lege, *ſubtendens dimidium vnius ex minimis.*

Pag. 51 in figura adde B. ad lineam A. B.

Pag. 54. in centro figuræ adde X.

Pag. 74. in figura duc ab A. ad I. lineam.

Pag. 91. lin. 34. *quadratum G. H.* lege *quadratum C. D. ad quadratum G. H.*

Pag. 92. lin. 11 *Geometriæ* lege *Geometræ.*
Ibid. lin. 16 ὀπτικόν, lege οἰκεῖον.

Pag. 93. lin. 24. dele *interuallum.*

Pag. 94. in figura eſt B pro R. & L. pro V.

Pag. 95. lin. 17 F. H. A. lege, F. H. M.

Pag. 96. lin. 19. *&*, lege *vt.*

Pag. 101. lin. 1. *Non*, lege *Nam.*

Pag. 105. lin. 19 *vt rationes*, lege *vt rationis.*

Pag. 106. lin. 18 *& tranſuerſim*, lege *vt tranſuerſum.*

Pag 115. in ſecunda figura adde C. è regione A.

Pag. 112. *efferes laudibus* τῶν ἐν ἀρίσμα, lege *efferres laudibus* τῶν ἐν ὄψιμα.

Pag. 126. lin. 20. *in opinione*, lege *ſui opinione.*

Pag. 128. lin. 5. τῷ, lege τῶ

Pag. 130. lin. 49. A. D. lege B. D.

Pag. 131. in figura ad lineam Q. A C. M. D. adde B. T Tum in lineis 17. *à*, lege *ita.* 28. *triangulus*, lege *triangulos*: 54. *legmentibus* lege *ſequentibus.*

Pag 132. lin. 30. A. C D. B. lege E. F. H. G.

Pag. 139. lin. 18 τετράγωνον, lege τετράγωνα.

Pag. 143. lin. 49 παραπίπτει εἰκοσάεδρον, lege εἰκοσάεδρον πολύγωνον

Pag. 145. lin. 20. ταυμάζονται lege θαυμάζονται, & in margine, *in Mathematicis*, lege *in Mechanicis.*

Pag. 146. lin. 4. *manium*, lege *nauium*: lin. 22. ὑδροπίσκω, lege ὑδροσκοπικῶ, lin. 24. ἀπυγράμματων, lege ἀπυρομαχικῶν lin. 29 τετρασιν lege τείνασιν.

Pag 147. ἰσορρόπων tribus locis, lege ἰσορροπιῶν.

Pag. 152. in 2. petitione *tendet*, lege *pendet*: in Græco μάκιος, lege μάκεος.

Pag. 155. in 4. petitione ἀφαιρῆ, lege ἀφαιρεθῇ.

Pag. 170. lin. 4. idem emenda.

Pag. 172. linea Græca 1. ὀρθομηχανήματα, lege ὀρθογωνιογράμματα.

Pag. 205. deeſt in figura linea F. ſeorſim ducenda aut æqualis aut paulo minor quam ſit linea H. E.

Pag 248. linea 22 *definitionis* lege *ſectionis.*

Pag. 259. lin. 31. *A. D. ad diametrum E. F.* lege *E. F. ad diametrum A. D.*

Pag. 260. lin. 35. *maior quia*, lege *maiorem, qua*: & linea ſequenti *minor*, lege *minorem.*

Pag. 313. linea 20. *Hyperbole*, lege *Parabole.*

Pag 314. linea 5. adde hæc verba. *Cæterum non quidem ex ſimilitudine Conoidum colligitur æqualitas, verum ex ſimilitudine cum axium æqualitate, qualem ſuppoſuimus.*

Pag. 335. lin. 41. & 42. pro M. ſubſtitue P.

Pag. 344. lin. 26 *duplam*, lege *duplicatam.*

Pag. 349. lin. 1 *linea* lege *lineæ*: & lin. 35. *pertranſerit* lege *pertranſierit.*

Pag. 353 lin. 29. *æqualia*, lege *inæqualia.*

Pag. 361. lin. 24. *Arietem*, lege *Aquarium.*

Pag. 363. lin. 25. *quadrato*, lege *cum quadrato.*

Pag. 364. lin 3. *ad C. F.* lege *ad C. D.* & in maxima figuræ linea, vbi D. pinge B.

Pag. 389. in figura pro Q. pone G.

Pag. 402. in figuræ linea A. B. adpinge G. in ſectione interioris circuli.

Pag. 403. lin. 1. A. B. lege A. D.: item linea 33. *facere*, lege *facile.*

Pag. 404. lin. 16. pro 51. lege *ſi.*

Pag 415. in figuræ linea K. L. pinge literam H. vbi ſecat parabolam.

Pag. 416. vltima linea lemmatis *incluſum*, lege *incluſam*: atque in figura lemmatis, vbi eſt ω fac π, ſicuti vbicumq; eadem figura repetitur.

Pag. 418. lin. 25. ad *H. E.* lege ad η ξ.

Pag. 421. in figuræ linea punctulis notata, quæ in ſuperiori linea habet D., debet habere in fine N.

Pag. 422. lin. 43. lege iam non parallela ſed perpendicularis.

Pag. 485. lin. 52. Ἀχαΐδι, lege Ἀχαΐδι: & linea ſequenti ἐκαντίδη, lege ἐκαντίδη.

Pag. 491 lin. 3. *in aqua*, ſubſtitue *in humido.*

Hæc ſunt quæ primo intuitu apparuerunt: cætera quæ inuenies, æqui bonique conſulas, precor. Cæterum quidem alij errores, qui acciderunt in libro cui titulus ψαμμίτης, *vna cum aliquibus notis, reijciuntur ad finem commentariorum in hunc ipſum librum, pag. 486.*

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA, ET CYLINDRO.

ΤΟ ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ ΛΕΙΠΕΙ.

Η πρώτη γὰρ σελὶς τοῦ ἀντιγράφου ἀφανὴς ἦν, ὡς ὁρᾷς.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩι ΕΥ ΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπέσταλκα τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δέ τινων παραπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἅ ἐστι τοιαῦτα. πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. δεύτερον δὲ ὅτι παντὸς τμήματος

PROOEMIUM DEFICIT.

Prima etenim pagina exemplaris imperfecta extat, vt vides.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.

ANTEA QVIDEM ad te miſi *quædam à nobis animaduerſa, quorum ſcripſimus demonſtrationes: veluti* quod omnis portio [a] comprehenſa ſub recta linea & rectanguli coni ſectione ſeſquitertia eſt trianguli habentis eandem baſim ac portio, eandemque altitudinem: *nunc quorundam* occurrẽtium theorematũ fecimus demonſtrationes, *cuiuſmodi ſunt hæc. Primum quidem quod* b Superficies ſphæræ quadrupla ſit maximi circuli eorum qui in ipſa ſunt. *Secundum vero quod* c cuiuſcumque portionis

a propoſ 17 & 24. libri de lineis ſpiralibus.

b propoſitione 31. huius libri.

c prop. 40. huius libri.

ſphæræ ſuperficiei æqualis fuerit circulus, cuius radius par ſit rectæ lineæ ductæ à vertice in ſuperficiem circuli, qui baſis ſit ipſius portionis. Adhæc quòd a omnis ſphæræ, cylindrus ſeſquialter ſit, qui baſim quidem habet maximo qui ſit in ſphæra circulo, altitudinem vero æqualem diametro ſphæræ: b Superficies vero ipſius cylindri ſeſquialtera ſuperficiei ſphæræ. Hæc *quidem demonſtrata natura* præceſſerant circa dictas figuras, *non tamen fuerant ab his qui* ante nos circa Geometriam verſati erant, *animaduerſa.* Quia harum figurarum *nondum fuerat exculta ſcientia, & qui* contulerit iſta *cum antiquis, nondum ea reperiet* conſiderata. Quamquam demonſtrata plurima *fuerint eorum* quæ ab Eudoxo circa ſolida contemplata ſunt: *veluti* c: Quòd omnis pyramis tertia pars ſit priſmatis baſim habentis eandem cum pyramide, parémque altitudinem d. Et quod omnis conus tertia pars ſit Cylindri baſim eandem habentis cum cono, & eandem altitudinem. Hæc etenim natura præexiſtentia in his figuris, non vni dumtaxat ſed multis qui ab Eudoxo extiterunt, præſtantibus Geometris, nouiſſe contigit. Licebit verò iis qui potuerint, eadem diligentius ſcrutari. Tum debemus Conone viuente ipſa emittere in vulgus. Hunc enim accepimus talia potiſſimùm poſſe deprehendere, & ipſis accommodatam proferre demonſtra-

a propo. 32. huius lib.

b corollario à 32. huius libri deducto.

c per 7. lib. lib. 12. Elementorum.

d per 10. lib. 12.

σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. ταῦτα μὲν τεθεωρημένα τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, οὐ μέν τοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεσκεμμένων νενοηκότα, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν αὐτὴ παραβάλλει αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. καίπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων, οἷον· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ πάντων εἶσθαι, μηδ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ζῶντος ἐκδίδοσθαι. ταῦτα τῆνυν γὰρ ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι. ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφανσιν ποιή-

παθεῖν. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς αὐτοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

tionem. Arbitrati itaque rectè ſe habere, ſi hæc inuenta impertitus fuerim iis, qui colunt mathemata, mittimus tibi quas ſcripſimus demonſtrationes, quaſque licebit omnibus qui in Mathematicis verſantur, perpendere. Vale.

Scribuntur autem primùm axiomata & hypotheſes quæ conueniunt ſequentibus demonſtrationibus.

ΟΡΟΙ.

Α.

ΕΙΣΙ' τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

Β.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν· ἐν ᾗ ἐὰν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

DEFINITIONES.

I.

SI fuerint aliquot in plano curuæ lineæ determinatæ, quarum extrema iungant rectæ lineæ, aut ſunt totæ in eaſdem partes, aut nihil habent in alias.

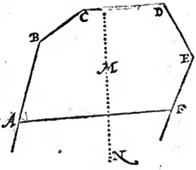
II.

Voco autem lineam cauam in eaſdem partes: in qua duobus quibuſlibet aſſumptis punctis, quæ ſunt rectæ inter aſſumpta puncta, vel omnis in eaſdem partes lineæ puncta iungentis cadunt, aut aliquæ quidem in eaſdem partes, quædam ſecus rectam lineam iungentem puncta, nulla vero in alias partes.

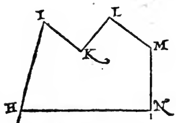
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedi hic cum de cauis lineis loquitur, minimè tantum ſermo eſt de lineis circularibus: ſed de figuris potiſſimum rectilineis, quæ cauitatem quandam angularem componunt. Quod ſatis intelligitur ex lineis, quas eſſe vult inter aſſumpta puncta rectas. Habet enim αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Si quippe de circularibus loqueretur, non occurrerent rectæ omnes inter aſſumpta puncta. Sit itaque lu-

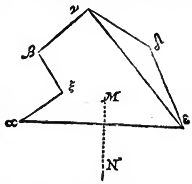
cis gratia linea caua A. B. C. D. E. F. in qua aſſumantur puncta A. & F. quæ iungantur recta A. F. & huius rectæ notentur partes læuæ puncto M. dextræ ſigno N. Cum enim rectæ A B, B C, C D, D E, E F. comprehenſæ inter aſſumpta puncta A. F. ferantur omnes verſus M. ſeu in læuam partem lineæ A. F. dicetur aſſumpta linea caua in eaſdem partes.



At proponatur linea caua hæc alia H. I. K. L. M. N. in eáque rurſus excepta puncta H. N. iungantur recta H. N. In læuam quidem lineæ H. N. ferentur H. I. N. M. M. L. verum I. K. L. K. in dextram & aduerſam partem tendent. Propterea non dicetur propoſita hæc linea caua in eaſdem partes. Denique in eaſdem partes caua linea eſt, quando anguli omnes, & linearum inclinationes intra cauitatem ſunt, vt in expoſitarum prima. At vbi eſt angulus externus, vt in expoſita ſecunda, cauitas non dicitur eſſe in eaſdem partes. Cæterum ſi fuerit quæpiam ex intermediis lineis parallela lineæ iungenti aſſumpta puncta, quæ nec in alterutram ipſius partem tendat: non efficiet quominus tota propoſita linea in eaſdem partes caua dicatur. Nec enim C. D. in expoſita prima, ducta παραλλήλως iungenti A. B. ſpeciem cauæ in eaſdem partes toti expoſitæ detrahit. Et hic ſenſus eſt verborum τινὲς δὲ κατ᾽ αὐτῆς, quæ ſecunda definitione habentur.

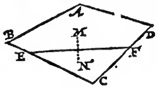


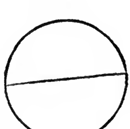
Cæterum Archimedes quando duo puncta proponit, & lineam tãquam amuſſim examinis cauitatis in eaſdem partes, non intelligit ſatis eſſe examen abſolui à duobus quibuſdam punctis, ſed præterea requirit vt quibuſlibet aſſumptis punctis cauitas tentetur. Etenim ſit linea α. ξ. β. γ. δ. ε. Et iungantur puncta α. & ε. linea, α. ε: ratione huius rectæ α. ε. tota illa linea in eaſdem partes caua eſt: omnes etenim partes ipſius recedũt hinc inde ab ipſa verſus partem M. quouſque pertigerint punctum γ. At vero ſi cœperimus puncta γ. & ε. lineámque addamus γ. ε. tunc excurret ε. ξ. ad vnas partes ipſius, & ξ. α. ad alteras: & inde patefiet defectus. Si itaque in aliqua linea notari poſſunt puncta quomodolibet conſtituta, & hæc iungenti rectæ quædam illius portiunculæ abeant hinc, quædam vero illinc, non dicitur linea in eaſdem partes caua purè & ſimpliciter, quamuis reſpectu cuiuſdam lineæ talis dici queat.



Normam vero noſtram ſi addideris, ſtatim quid non conueniat deprehenderis. Etenim vbi minimum conſpexeris à recta deflexum in partem externam, iudicabis cauitatem non eſſe ad eaſdem partes: vt quia deflexus eſt externus in puncto ξ. propoſitam lineam in eaſdem partes eſſe cauam primo intuitu inficiaberis. Hac demum norma celerius quam perpendiculo Authoris experieris num ambitus cuiuſcumque figuræ fuerit in eaſdem partes cauus, necne. Hic enim tentare non videtur lineas in ſe redeuntes vel extremitatibus coniunctas: alioqui hoc ipſius examine nulla linea in eaſdem partes caua diceretur. Non hæc A. B. C. D. cuius ſi iungantur aſſumpta puncta E. & F. recta E. F. partes E. B. A. D. F. abeunt in partem ipſius M. reliquæ in contrariam N. Non circuli periferia, cuius ſemiſſis altera hinc diametri eſt, altera illinc. Et nihilominus vtraque linea, & vterque ambitus in eaſdem partes cauus eſt quia nullus eſt in ipſis ad extra deflexus. Tũ è contrario quædam lineæ dicerentur ad eaſdẽ partes cauæ, quæ tamen longè ab hoc ſitu abſunt. In lineis H. extrema puncta I. K. iungantur recta I. K. videbuntur omnes partes illarum cauæ, ad eaſdẽ partes rectę I. K. Atque equidem in his libris de lineis cauis tantũ agit quæ reſectæ ſunt à toto ambitu figuræ. At libris de æquiponderantibus, de ambitibus figurarum in eaſdem partes cauis acturus eſt. Quos tãdem ſtatim experieris ex angulis externis vel externo deflexu. Etiam tentare poteris, recta à duobus vbicumque aſſumptis punctis ducta. Si enim quædam ipſius particula extra figuram inciderit, non eſt ambitus in eaſdẽ partes cauus. Contra ſic eſt cauus, ſi tota infra figuram fuerit. Figurarum A. ambitus non eſt vniformiter cauus. Nam linea iungens B. C. partim extra figuram cadit.

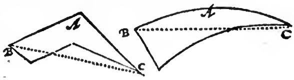
Hoc experimentum eſt Guidi-Vbaldi.











Γ.

Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αὗται μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Καὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

III.

Similiter etiam ſuperficies quædam ſunt terminatæ, non quidem in plano, ſed terminos habent in plano. Et plani in quo terminos habent, aut tota vergunt in eaſdem partes, aut nihil habent in alteras.

Δ.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς αἱ δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

IV.

In eaſdem vero partes cauas ſuperficies voco, in quibus ſi duo ſumantur puncta: rectæ lineæ inter puncta mediæ, aut omnes cadunt in eaſdem partes ſuperficiei, aut quædam in eaſdem partes, quædam vero ſecus eandem partem: nulla vero in partes contrarias.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ dicta ſunt de lineis in eaſdem partes cauis, intelligenda ſunt itidem de ſuperficiebus. Dicuntur quippe cauæ in eaſdem partes, quando concauitas ſuperficialis terminatur planis, quæ omnia & tota in eandem partem lineæ iungentis concepta puncta, abeant: aut ſaltem parallela ſint dictæ iungenti lineæ, anguloſque planos interiores efficient omnes, nullum exteriorem: loquitur autem Archimedes de concauitatibus etiam quæ planis continentur, non dumtaxat de ſphæricis. Eius enim verba ſunt, quæ ſuperius αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Rectæ vero lineæ non in ſphæricis ſuperficiebus, ſed in planis tantum duci poſſunt.

Ε.

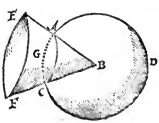
Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνει, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

V.

Fruſtum ſolidum appello figuram, quæ vbi ſphæram Conus ſecuerit habens verticem in centro ſphæræ, comprehendetur tàm à ſuperficie Coni intra ſphæram demerſa, quàm à ſuperficie ſphæræ intra conum contenta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit ſphæra A. C. D. quam ſecet Conus E. B. F. τὴν κορυφὴν habens, ſeu verticem in centro B. ſphæræ, lateráque producens extra ſphæram vſque ad baſim E. F. : τομέα στερεὸν ſeu fruſtum ſolidum vocat A. G. C. B. contentum partim ſuperficie Coni A. B. C. demerſa intra ſphæram, partim ſuperficie ſphæræ A. G. C. intra conum excepta. Ita vt huiuſmodi fruſtum componatur ex cono & ſphæræ portione. Siquidem intellige planum agi recto per puncta A. C. Hinc fiet Conus A. B. C. a cuius baſis erit circulus deſcriptus diametro A. C. Illinc vero ſectio ſphæræ A. G. C.



a per 1. lib. Sphær. Theodoſij.

VI.

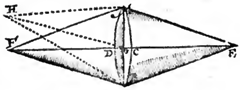
Rhombum vero ſolidum appello figuram ex duobus conis (Iſoſcelibus) deformatam, quando habuerint ambo eandem baſim, conuerſos vero vertices in contrarias partes plani baſis: ita ut eorum axes iaceāt in rectam lineam.

ς.

Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν, ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι· τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit quidam circulus A. C. B. D. cui tamquam communi baſi innitantur ambo Coni A. E. B. & A. B. F. vertices proiicientes in partes contrarias plani A. C. B. D. alter quidem ad læuam, alter ad dextram, ita ut amborum axes G. E, G. F. linea recta producantur: Erit figura ambobus deformata conis ῥόμβος στερεὸς, ſeu rhombus ſolidus. Requiritur vero vt Coni ſint ambo Iſoſceles, aliter axes non abirent in rectam lineam. Sit enim ſcalenus conus A. H. B. eandem baſim habens A. B. axem vero G. H. qui cum diametro baſis ex definitione ſcaleni coni angulum conſtituat H. G. A. acutum: Non erit linea E. G. H. recta, ne committatur contra 13. τῶ στερεῶν στοιχείων. His autem definitionibus hanc addere neceſſe eſt.



VII.

Sphærarum portiones ſimiles ſunt quæ ex ſimilibus circulorum portionibus naſcuntur.

Aſſumo autem iſta.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

HYPOTHESES.

I.

Omnium linearum eadem puncta ſeu terminos habentium minimam eſſe rectam.

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ.

Α.

Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν, ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Plutarchus lineas rectas priores fuiſſe curuis probat a. Quod ſi res ſimpliciores minoréſque præceſſerint compoſitiores, maioreſque: bene ſequitur, rectam lineam minorem eſſe curua quæ eaſdem cum ipſa ſimiles habet. Hinc τῆς ἐξ ἴσου κρίσεως: quæ rurſus incidit in 4. definitionem primi τῶν στοιχείων, quæ eſt quoque Platonis b. Cæterum velle hoc ſuppoſitum probare αἰτηματικὸν puto, quoniam peccetur neceſſe eſt ἐν τῷ αἰτήματι τὸ ἀρχῆς, cum fiat probatio à poſterioribus.

a in quæſtionibus Platonicis, quæſt. 4.

b in Parmenide.



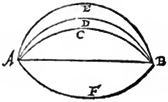
II.

Aliarum vero linearum in plano exiſtentium ſi iiſdem terminentur punctis, eaſdem eſſe inæquales.

Β.

Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Sint puncta A.B. termini aliquot linearum quarum ſola A.B. ſit recta omniumque breuiſſima, per præcedentem hypotheſin. Reliquæ A.C. B, A.D. B, A.E. B. dicuntur hic inæquales. Vnde patet ſubintelligendum eſſe, loqui Archimedem de curuis in eaſdem partes. Quippe in diuerſas ductæ A.C. B. & A.F. B. iiſdemque terminatæ punctis A. & B. poſſunt contingere æquales.

Γ.

Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας * ἐπιφανείας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

III.

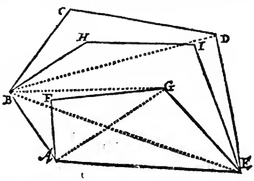
Quando vero duæ extiterint vtræque in eaſdem partes cauæ, & vel altera tota comprehenſa fuerit [vel altera ipſarum] ab alterius * ſuperficie & recta linea eoſdem cum ipſa fines habente: vel aliquæ quidem ipſius partes complexæ fuerint, aut aliquas habuerit communes: minorem eſſe comprehenſam.

* περιφερείας ambitu.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

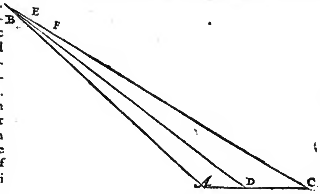
Multa in hoc textu ſubreptitia, quædam mutata cenſeo. Etenim ab re ſunt iſta, ἢ ἑτέρα αὐτῶν, & ſenſum interturbant: tum pro ἐπιφανείας & latitudine, cuiuſmodi non reperitur in lineis, legendum potius περιφερείας & ambitum. Ita ut hoc aſſumptum his concipias verbis: Quando vero duæ extiterint vtræque in eaſdem partes cauæ, vel altera earum tota cõprehenſa fuerit ab alterius ambitu & recta linea, eoſdẽ cum ipſa fines habente, vel aliquæ quidem ipſius partes cõplexæ fuerint: aut aliquas habuerit cõmunes, minorem eſſe comprehẽſam. Sic aſſumpto expoſito, exhibeantur duæ lineæ in eaſdẽ partes a cauæ A.B.C.D.E. & A.F.G.E. binis iiſdemque punctis A. & B. terminatæ, quarũ prima ſecundam comprehendat: Supponit Archimedes incluſam A.F.G. E. minorem eſſe includente A. B. C. D. E. Siquidem ducantur lineæ quæ punctis formantur: Erunt b A.F, F.G. minores A.B, B.G: vtriſque iungatur G.E. fient rurſus A.F. F.G, G.E. minores quam A.B, B.G, G.E. Atqui B.G, G.E. c deficiunt à duabus B.D, D.E. Tum B.D. d ſuperatur à binis B.C, C.D. Igitur B.G, G.E. minores ſunt tribus B. C, C. D, D.E. Et ex conſequenti linea A.F.G. E. minor eſt alia A.B.C.D.E. vti ſupponitur. Eadem ratione A. B. H. I. E. cuius ſolæ partes B. H. I. E. includuntur, portioque B. A. communis eſt includenti, minor oſtendetur quàm eadem A. B. C. D. E. includens. Oportet autem ambas lineas iiſdem terminari punctis, vt ſupponit hic Archimedes, & proponit Euclides vigeſima prima propoſitione Elementi primi.

a per 4 definitionem huius.
b per 21. lib. 1.
c per eandem.
d per 20. lib. 1.



Aliàs incluſa poſſet eſſe maior includente, vt demonſtrat Euſtochius hoc modo. Includat A. B. C. linea aliquod ſpatium cum baſi A. C. quæ includentem terminet punctis A. & C. Et agatur B. D. quæ ſubtendens angulum A. ex hypotheſi obtuſum, maior e ſit quam B. A. exceſſu B. F. Biſariam dirimatur exceſſus in E. ducatúrque E. C. Etenim includetur D. E. C. maior includente A.B.C. Nam C. E, E. B. ſeu C. E, E.F. f maiores ſunt, latere B. C. vtrique parti addamus æquales, nempe duabus B. E,

e per. 19. lib. 1.
f per 20. lib. 1.

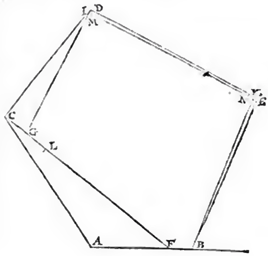


E. C. reliquum F. D, lateri vero B. C. aliud B. A. ſupererit rurſus incluſa D. E, E. C. maior includente A. B. C. Idem contingere poteſt ſi pluribus ambæ conſtent lineis. Sit enim angulus B. A. C. obtuſus, quem ſubtendat F.C. maior quàm A. C. quantitate C. L. Diuidatur C. L. biſariam in G. vt ſit F. G. maior eadem A. C. a Agatur perpendicularis C. D. & rectum angulum ſubtendat G. D. cui rurſus in punctoD. ad normam ſit D. E. Et quia G. D. b excedit C. D, ſit exceſſus M. D. qui ſectus æqualiter in I. relinquat G. I. adhuc maiorem quam C. D. Et à puncto I. producatur ὑποτείνουσα I. E. maior D. E. tota N. E. quæ biſariam ſecta in K. exhibet I. K. longiorem adiuncta D. E. Denique à puncto E. ducatur E. B. πρὸς ὀρθὰς ad I. E. & angulum rectum ſubtendat K. B. excedatque propterea perpendicularem E. B. c Sic enim incluſa F. G. I. K. B. gignitur maior includente A. C. D. E. B. quia diuerſo eiuſdem lineæ A. B. puncto terminatur.

a per 19. lib. 1

b per 47. lib. 1.

c per eandem 47.



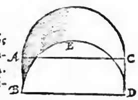
I V.

Similiter & ſuperficierum eoſdem habentium limites, ſi in plano fines habuerint, minorem eſſe planam.

Δ.

Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὸ ἐπίπεδον.

Σ Χ Ο Λ Ι Ο Ν.



Sint duæ ſuperficies, altera A.B. C. D. plana, quæque d ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται: altera curua B. E. D, C. F. A. quæque ex æquo non iaceat intra ſuas rectas, habeantque ambæ eoſdem limites nempe, lineas rectas A. B. & C.D. Curua erit maior quam plana ex ſimplici elementarique definitione.

d Ex definit. 6. lib. 1.

V.

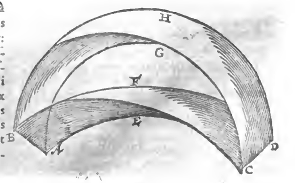
Alias vero ſuperficies habentes eoſdem fines, ſi in plano terminantur, omnes eſſe inæquales.

E.

Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας.

Σ Χ Ο Λ Ι Ο Ν.

Definiantur binis lineis A. B. C. D. & à lateribus parallelis planis ambæ ſuperficies curuæ E. F, G. H. in eaſdem partes cauæ: Aſſumit Archimedes eas eſſe inæquales. Poſſumus ſubiungere includentem maiorem eſſe incluſa, vt latepatentem. Quod longiori probatione velle ſtatuere, impedit ſimplex nudaque στοιχειώσεως. Vide autem ne intelligas ſuppoſitum de ſuperficiebus in contrarias partes cauis: Etenim poſſet contingere vt duæ eſſent æquales, ſicuti de lineis diximus.



V I.

Si quādo vero fuerint ambæ in

ς.

Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ

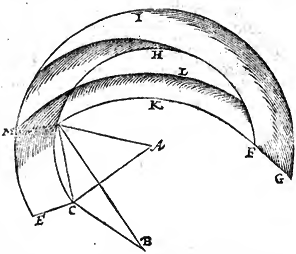
αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, ἐκ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

eaſdem partes cauæ, & vel altera ſuperficies compreſenſa tota ab altera, & plano habente cum ipſa eoſdem limites, vel aliquæ partes contentæ, aut aliquas habuerit communes: minorem eſſe contentam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc hypotheſis non poteſt intelligi de ſphæricis ſeu globoſis aut perfecte circularibus ſuperficiebus. Etenim hæ nullas partes communes habere poſſunt: Si etenim duarum huiuſmodi ſuperficierum partes aliquæ eſſent communes, in vnam ambæ totæ reciderent. Se itaque duntaxat ſecare poſſunt.

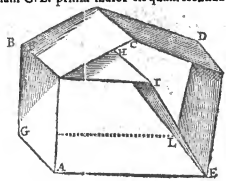
Sint verbi gratia Superficies ſphæricæ aut cylindricæ E. M. I. G. F. H. C. & E. M. I. G. F. K. D. C. terminatæ linea F. G. ijſdemque à lateribus paralleliſque planis, partemque habeant, ſi fieri poteſt M. E. C. D. communem. Prioris centrum ſit A. Poſterioris B. Tum ducantur à centris lineæ ad partem communem A. D, A. C, B. D, B. C. Erunt etenim A. D. A. C. æquales, a iunctaque D. C. angulus A. D. C. b par angulo A. C. D. proindeque minor angulo D. C, B. At vero eadem ratione angulus B. C. D. æqualis eſt angulo B. D. C. & minor ideo angulo A. D. C. Vnus ergo idemque A. D. C. angulus eſt, & minor & major eodem B. C. D. quod eſt rationi omnino diſſentaneum. De alijs ergo ſuperficiebus curuis loquitur Archimedes. nimirum de planis potiſſimum, quæ ſibi inuicem inclinatæ, cauitatem comprehendunt: cuiuſmodi ſunt includens A. G. C. D. E. & incluſa A. G. I. F. quibus pars eſt communis A. B. quæque cum tendant in eandem partem terminantis plani G. E. prima maior eſt quam ſecunda.



a Ex 15. defin. lib. 1.

b Per 5. lib. 1.

Quod eodem prorſus argumento probari poteſt, quo tertio ſuppoſito demonſtrauimus lineas includentes maiores eſſe incluſis. Lineæ ſiquidem metiuntur longitudines ſuperficierum. Intellige igitur per lineas diagrammatis hypotheſis tertiæ, duci plana, & eadem oſtendes de ipſis quæ de lineis: ſcilicet requiri vt ambæ eodem terminentur plano, alioqui poſſe fieri vt incluſa excedat includentem.



Σ.

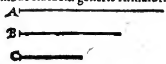
Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεταξὺ τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

VII.

Adhuc verò & inæqualium linearum, & inæqualium ſuperficierum, imparium denique ſolidorum maius excedere minus, eo quod ſibi ipſi ſæpius additum poſſit ſuperare quamcumque dictarum, & inter ſe collatarum magnitudinem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc patet ex conuerſa primæ τοῦ δεκάτου στοιχείου. Additionis etenim & detractionis contrariæ ſunt conſequentiæ. Siquidem propoſitis duabus inæqualibus magnitudinibus eiuſdem generis A. maiori, B. minori: toties detrahi poteſt ab A. dimidium ſui (proponit tamen Euclides pluſquam dimidium, περὶ τοῦ μείζονος ἢ τὸ ἥμισυ, inquit: at de dimidio etiam probatur additis corollarijs) vt pars remaneat minor minore B. Notetur ergo exceſſus maioris A. ſupra minorem B, ſitque C, poteſt ſibi ipſi C. toties addi, vt quamcumque congeneam magnitudinem exſuperare valeat. Etenim A. ſi ponatur maior C. poteſt a per tot biſectiones minui, vt reliquum tandem minus fiat ipſo C. Quot ergo contigerint biſectiones, toties addatur C. ſibi ipſi: productum maius erit A. Vt enim quælibet pars maioris A. fuerit ad totam A. b ſic erit C. ad productum, & c viciſſim vt pars totius A. defecerit à C. ſic A. à producto deficiet.



a Per 1 lib. 10 & coroll. eius.
b Per 15 lib. 5.
c Per 16. lib. 5.

VIII.

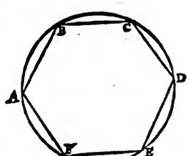
His ſuppoſitis, ſi circulo inſcribatur figura multangularis: manifeſtum eſt, ambitum inſcripti poligoni minorem eſſe circũferentia circuli.

H.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάττων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vnaquæque enim (ſubiungit Archimedes) figuræ coſta minor eſt parte circumferentiæ quam reſecat. ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης. In circulo itaq; ἑξάγωνον ἐγγραφέσθω A. B. C. D. E. F. a Quodlibet latus, quia recta linea eſt, vt A. B. minus eſt arcu quem ſubtendit. b Totus ideo ambitus quadrati deficit à circuli periferia, vt ſupponitur.



a Per 15. lib. 1.
b Per 1. hypotheſin huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic addere poſſumus non tantum τὴν περίμετρον, ſed etiam τὸ χωρίον circuli maius eſſe plano inſcriptæ figuræ: continens enim maius eſſe contento æquè notum eſt, ac totum eſſe maius ſua parte. Ponamus ergo & hanc hypotheſin pro ſequentibus.

IX.

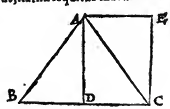
Continens planum maius eſt contento.

Θ.

Τὸ περιέχον χωρίον μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου.

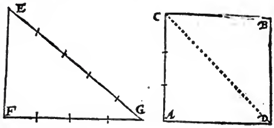
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod quidem ita tandem admitti debet, ſi continentis ambitus contenti ambitum inuoluat & complectatur. Nec enim, ſi proponantur duo plana inæqualis ambitus, ſtatim ſequitur maius eſſe illud cuius maior ambitus fuerit. Sit etenim Iſoſceles triangulus A. B. C. quem diuidat κάθετος A. D. Et ex A. D. D. C. perficiatur rectangulum D. E. Ἀπόδειξις. Cum enim anguli B. & A. D. B. duobus D. C. A. & A. D. B. æquales ſint, c reliqui in A. ſunt æquales d Et propterea vt A. B. e æquale eſt lateri A. C. ſic baſis B. D. eſt æqualis baſi D. C. Atqui ſunt D. C. & A. E. f æqualia: duobus proinde D. C. & A. E. baſis ſola B. C. æquiualet. Sed quodlibet reliquorum A. D. E. C. rectanguli quolibet aliorum A. B. A. C. trianguli minus g eſt. Ambitus ergo trianguli B A. C. maior eſt ambitu rectanguli D. E. Et nihilominus h ἴσον ἐστὶ τὸ παραλληλόγραμμον τῷ τριγώνῳ. nec maior eſt triangulus quadrangulo. Rurſus ἐν τοῖς ἰσοπεριμέτροις vulgare eſt triangulum minus eſſe quadrangulo. Sit quadratum A. B. iſoperimetrum



c Per 5. lib. 1.
d Per coroll. 32. lib. 1.
e Per 4. lib. 6. & 16. lib. 5.
f Per 34. lib. 1.
g Per 47. lib. 1.
h Per 41. & 42. lib. 1.

trianguli rectanguli E. F. G. ſitque latus quadrati v. g. 3. qualium E. F. eſt 3. F. G. 4. & ex conſequenti i E. G. 5. Biſecetur vero quadratum dimetente C. D. l Ἀπόδειξις. Erit E. F. G. ad C. A. D. vt F. G. ad A. D. m quia altitudines E. F. & C. A. ſunt æquales, At F. G. minor eſt quàm dupla baſis A. D. Ergo triangulus E. F. G. minor eſt quam duplus trianguli C. A. D. cuius tamen duplum eſt quadratum. n Proinde quadratum maius eſt triangulo.



i Per 47. lib. 1.
l Per 34. lib. 1.
m Per 1. lib. 6.

Denique & illud notum eſt, non eſſe rationem eandem ſuperficiei ad ſuperficiem quæ lateris ad latus: quinimo in ſimilibus figuris dupla ratio o eſt plani ad planum quæ coſtæ ad coſtam. Intellige ergo hypotheſim de ijs, quorum ambitus vnius ambitum alterius complectitur, vt omnis tollatur ambiguitas.

n Per 41. lib. 1.
o Per 19. & 20. lib. 6.

ARCHIMEDIS
DE SPHÆRA ET CYLINDRO
LIBER I.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΝ Α.

PROPOSITIO I.
THEOREMA I.

SI figura multorum angulorũ circulo conſcribatur: ambitus conſcriptæ figuræ maior erit periferia circuli.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α.
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

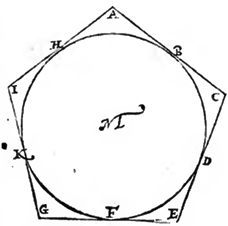
ΕΑΝ περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur circulus M. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ. conſcribatur ipſi verbi gratia Pentagonum [a] A. C. E. G. I. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Dico ambitum Pentagoni conſcripti, aut cuiuſuis alius figuræ multorum angulorum circulo dato conſcriptæ, maiorem eſſe circumferentia circuli. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Inter duos quoſlibet contactus puta H. & B. continetur pars circumferẽtiæ circuli, minor duabus lineis rectis vt H. A, B. A. quæ eandem includunt. [b] Nam ex hypotheſi figura cõſcribitur, & ideò comprehendit circulum. Idem eſt de reliquis circuli & figuræ conſcriptæ partibus. Ergo totus Pentagoni ambitus [c] maior eſt circumferentia circuli, vt propoſitum fuit.

[a] *Per 12. lib. 4.*

[b] *Per 3. hypotheſin huius.*

[c] *Per 1. & 12. lib. 5.*



PROP. II.
PROBLEMA I.

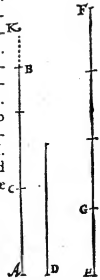
DVABVS magnitudinibus inequalibus datis, poſſibile eſt duas rectas lineas inuenire, quarum maior habeat ad minorem rationem minorem, quàm maior datarum quantitatum ad minorem.

ΠΡΟΤ. Β.
ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

ΔΥΟ μεγέθων ἀνίσων δοθέντων, δύνατον ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘΕ.

ΥΠΟΘΕ. Dentur magnitudines A. B. maior, & D. minor. ΚΑΤΑΣ. Ex maiori A. B. portio ſecetur [a] æqualis minori, quæ ſit C. B. multiplicetur deinde reliquum A. C. per tantum numerum, ſibique toties addatur vt producatur A. K. maior [b] D. ſeu B. C. Demum vt [c] A. K. ad A. C. ſic ponatur F. G. ad G. H. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico quantitates ſeu lineas petitas eſſe F. H. & F. G. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. A C. [d] maiorem habet rationem ad D. vel ad B. C. æqualem, quam habeat ad A. K. maiorem. Eſt verò F. G. ad G. H. vt A. K. ad A. C. [e] conuertendo G. H. eſt ad G. F. vt A. C. ad A. K. Proinde G. H. eſt ad G. F. in maiori ratione quàm ſit A. C. ad D. vel ad C. B. & [f] coniungendo F. H. minorem habet rationem ad G. F. quam A. B. ad C. B. vel ad D. ſcilicet quàm maior datarum ad minorem. Sunt ergo petitæ quantitates F. H. & G. F. quas inueniſſe fuerit operæ pretium.



a per 2. lib. 1.
b per vltimam hypotheſim huius.
c per 12. lib. 6.
d per 8. lib. 5.
e per coroll. 4. lib 5.
f per 18. lib. 5.

ΠΡΟΤΑ. Γ. — PROPO. III.

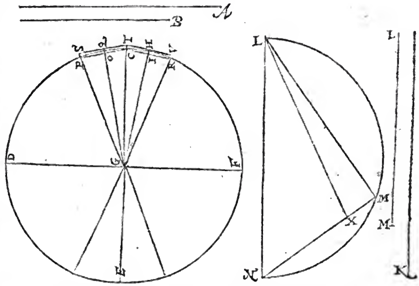
ΠΡΟΒΛ. Β. — PROBL. II.

ΔΥΟ μεγέθων ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου· δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως τοῦ περιγραφομένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

DATIS binis magnitudinibus inæqualibus & circulo, poſſibile eſt in ipſo figuram multilateram, ſed æquilateram, inſcribere, eidemque aliam conſcribere, ita ut latus conſcriptæ minorem habeat rationem ad inſcriptæ latus, quàm maior datarum magnitudinum ad minorem.

ΥΠΟΘ. Exponantur magnitudines A. maior, B. minor, & circulus E. D. C. F. ΚΑΤΑΣ. Habeat [g] K. maior ad M. L. minorem, minorem rationem quàm A. ad B. Tum diametro K. vel æquali L. N. ſemicirculus deſcribatur, cui accommodetur L. M. [h] & iungatur M. N. Ducantur poſtea dimetientes C. E, D. F. dirimentes ſe normaliter in centro [i] G. Adhæc ſecetur angulus C. G. D. bifariam, [l] tum ſemiſſis bifariam, & rurſus quarta bifariam, ſequaturque huiuſmodi partium aliquotarum, & cum toto commenſurabilium biſectio, quoad inueniatur angulus, cuius ſemiſſis [m] minor ſit angulo N. L. M. ſitque C. G. P. Agatur demum C. P. in quam perpendiculari acta [n] G. O. & peracta ad vſque circumferentiam in Q. tangat [o] T. S. circulum in Q. eamque ſecent in T. & S. productæ G. P, G. C. Denique capiatur C. R. arcum æqualem arcui C. P. eumque ſubtendat C. R. tangatque in H. incidens T. V. in G. R. productam puncto V. & addatur G. H. ΣΥΜΠΕ. Aio S. T. latus conſcriptæ figuræ ad C. P. alius figuræ inſcriptæ, minorem habere rationem, quàm habeat A. ad B. ΑΠΟΔΕΙΞ. Quoniam angulus C. G. P. rectum C. G. D. commenſurat, etiam arcus C. P. quadranti C. D. commenſurabilis eſt: [p] & ideo [q] toti circumferentiæ cui quadrans commenſuratur. Linea ergo C. P. latus eſt figuræ quæ inſcribi poſſet circulo, vti T. S. [r] alius quæ poſſet circumſcribi, eſſentque hæc & illa æqualium quæque laterum & angulorum; [ſ] Nam arcus quos latera inſcriptæ ſubtendunt, & anguli ad baſim triangulorum, in quos figura diuiditur, ſunt [t] æquales, vt Iſoſcelium. Deinde triangulorum O. C. G, I. C. G. latera O. C, C. G. ſunt æqualia lateribus I. C, C. G cum I. C. C. O. ſint equa

g per præcedentem.
h per 1. lib. 4.
i per 1. lib. 3 & 12. lib. 1
l per 9. lib. 1
m per coroll. prop. 1. lib. 10.
n per 12. l. 1
o per 13. l. 3.
p per 33 lib. 6. & 10. lib. 10.
q per 12. lib 10.
r per 1. & 2. definit. lib. 4.
ſ per 29 l. 3
t per 5 lib. 1



a Per 2 lib. 3. lium P. C. C. R. ſemiſſes : a tum O. G. & I. G. ex 47. τοῦ πρώτου στοιχείου oſtendentur pares:&proinde angulus O. C. G. æqualis angulo G. C. I. Sic demum omnes demonſtrabuntur æquales ad baſes triangulorum, in quas figura inſcripta diſpeſcitur, & proinde bini binis æquabuntur, & tandem anguli figuræ cuiuſmodi eſt P. C. R. æquales inter ſe videbuntur, conſcriptæ autem latera
b Per 2. & 18. lib. 3. erunt æqualia. Cum enim ad O. & Q. anguli ſint recti, b parallelæ ſunt S. T, P. C. c &
c Per 28. li. 1. trianguli G. S. Q, G. Q. T. ſunt æquianguli inter ſe cum ſint duobus æquiangulis
d Per 29. lib. 1. G. P. O, G. O. C. æquianguli. Latera ergo S. Q. Q. T. ſunt æqualia : d Deinde triãguli Q. G. T. & G. T. H. latus T. G. habent commune, à quorum quadrato (cum
d Per 4. lib. 6. ſint rectanguli) ſi tollas quadratum Q. G. tupereſt e quadratum Q. T. Vel ſi auferas
e Per 47. li. 1. quadratum G. H. remanet quadratum T. H. Vt igitur quadrata radiorum Q. G. & H. G. ſunt æqualia, ſic paria ſunt quadrata duarum Q. T, T. H. f Lineæ ergo Q. T,
f Per 3 com. ſent. lib. 1. T. H. ſunt pares, & proinde totum latus S. T. toti lateri T. V. æquatur. Anguli vero probabuntur æquales eodem prorſus argumento, quo in inſcripta vſi ſumus. Similes autem eſſe conſcriptam & inſcriptam patet. Nam cum ſint O. C. G, Q. T. G. an-
g Per 29. li. 1. guli pares g tum alij I. C. G, H. T. G. toti Q. T. H. & O. C. I. ſuperſunt æquales.
i Per 32. li. 1. Idem de reliquis eſto iudicium. Latus autem S. T. eſt ad P. C. vt T. V. ad C. R. ſcilicet æqualia, ad æqualia & viciſſim. Cæterum ex fabrica anguli C. G. P. ſemiſſis mi-
l Per 4. li. 6. nor eſt angulo N. L. M. hoc eſt angulus C. G. O. poſituſque eſt X. L. M. ipſi C. G. O. æqualis : cumque anguli L. M. X. & G. O. C. ſint recti, manent reliqui M. X. L. & G. C. O. pares. Vt eſt igitur L. X. ad L. M. ſic eſt C. G. ſeu Q. G. ad O. G. At vero
m Per 19. lib. 1. & per 8. lib 5. L. N. maior quàm L. X. m maiorem habet rationem ad L. M. quàm habeat L. X. ad eandem L. M. ſequitur ergo E. G. habere ad O. G. hoc eſt S. T. n latus conſcriptæ ad
n Per 4. lib 6. P. C. latus inſcriptæ, minorem rationem quàm habeat L. N. ſeu K. ad L. M. multoque minor quàm A. ad B. quod fuit ἐπίταγμα ſeu iuſſum, vt ait Archimedes.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Videtur autem idem poſſe exequi, ſi primo vtamur datis A. B. ſicuti duabus K. L. M. vt enim cõcludimus S. T. eſſe ad P. C. in minori ratione quàm ſit K. ad M. L. ſic ſtatim conſequeremur latus conſcriptæ ad inſcriptæ latus minorem habere rationem quàm A. ad B. Verum veſtigijs Archimedis quantum poterimus inſiſtemus.

COROLLARIVM I.

Hinc nobis facillimum ſumimus, circulo cuiuis dato vel circuli ſectioni inſcribere & conſcribere figuram æquilateram & æquiangulam, cuius latera quaternario numero menſurentur. Nam diuiſo
o Per 30 li. 3. primum circulo duobus dimetientibus normaliter; tum vnoquoque quadrante in quotlibet o partes & arcus æquales ipſis: aut diuiſo primum arcu portionis circuli bifariam, tunc partes bifariam ſingulas, & ita conſequenter, inſcribemus vel conſcribemus latera, vt in ſuperiori ſtructura factum eſt, quæ ſimiliter omnia demonſtrabimus æqualia, tum angulos æquales. Deinde quaternarius qui primum diuiſit circulum, aut ſecundo arcum portionis totum laterum numerum metietur, per numerum in quem ſinguli quadrantes diuiſi ſunt, vel ſingulos arcus portionis quartæ.

COROLLARIVM II.

Hinc quoque manifeſtum eſt: quod ſi duæ ſimiles figuræ planæ fuerint circulo eidemue circuli

portioni altera circumſcripta, altera inſcripta, latus circumſcriptæ eſſe ad latus inſcriptæ vt eſt diameter circuli ad perpendicularem ductam à centro circuli in latus inſcriptæ. Oſtendimus enim ex triangulorum G. Q. T. & G. O. C. [p] ſimilitudine, Q. T. eſſe ad O. C. hoc eſt S. T. ad P. C. vt Q. G. ad O. G.

p Per 2. & 4. lib. 6.

q Per 15. li. 5.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΠΡΟΒΛ. Γ.

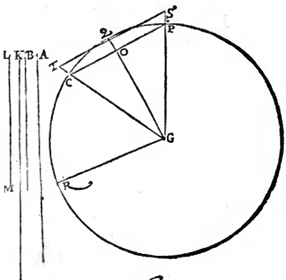
Πάλιν δύο μεγέθων ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν, πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

PROPOS. IV.

PROBLE. III.

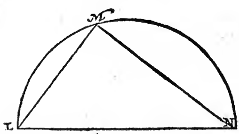
Rurſus duabus datis inæqualibus quantitatibus & ſectore: poſſibile eſt figuram multilateram & æquilateram conſcribere, & aliam inſcribere ſectori, ita vt latus conſcriptæ lateri inſcriptæ ſit in minori ratione, quàm maior quantitatum datarum, earundem minori.

ΥΠΟΘ. Dentur A. maior, B. minor, homogeneæ & inæquales quantitates & ſector cuiuſque circuli R. G. P. ΚΑΤΑΣ. Fiant eadem quæ in ſuperiori propoſitione, exerceantúrque biſectiones in ſectore, quæ vſui fuere illic in circulo. Sintque latera C. P. inſcriptæ, & T. S. conſcriptæ ſectori. ΣΥΜΠ. Concluſio erit, latus T. S. in minore ratione eſſe ad latus C. P. quam ſit A. ad B. Demonſtrabiturque paribus omnino argumentis, vt non ſit opus ea repetere.

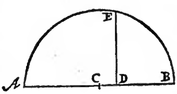


LEMMA. I.

Inter duas inæquales quantitates media proportionalis neutri æqualis eſt: Et ratio primæ ad tertiam vt dupla, maior eſt ratione primæ ad ſecundam vt ſimplici.



ΥΠΟΘ. Inter A. D, D. B. media ſit proportionalis D. E[a] ΣΥΜΠ. D. E. neutri ambarum A. D. D. B. æqualis eſt: habetque A. D. ad D. B. maiorem rationem qua A. D. ad D. E. ΑΠΟΔ. Quoniam D. non eſt centrum circuli ſed C. [b] eſt D. E. minor quàm A. D. ſed maior quam D B. ideoque neutri æqualis. Et propterea A. D. maiorem habet rationem ad minorem D. B. quàm ad maiorem D. E. Verum ratio A. D. ad D. B. dupla eſt eius quam habet eadem A. D. ad D. E. [d] Proinde ratio dupla maior eſt ſimplice.



a Per 13. lib. 6.

b Per 7. li. 3.

c Per 8. lib. 5.

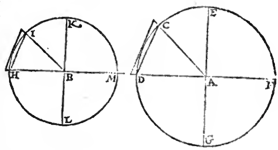
d Per 10. definit. lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lemmata Archimedis ſi extarent præ manibus, (& habentur Romæ lingua Perſica in bibliotheca Medicea: eaque vidi apud Ioannem Baptiſtam Raymundum linguarum dum viueret orientalium ſtudioſiſſimum, quorum etiam vt mihi copiam faceret, idem quod penderent auri pondus obtuli, ſed negauit) plurimum mihi vſui eſſent in ſequentibus propoſitionibus. At quia denegantur, ea ſupplere operæ pretium eſt, ſi demonſtrationes conſtare velimus.

LEMMA II.

Si circulo figura multorum laterum & æqualium vel conſcripta vel inſcripta fuerit: poſſibile eſt alij circulo aliam figuram vel conſcribere vel inſcribere, parium numero laterum, & præcedenti ſimilem.



ΥΠΟΘ. Proponantur duo circuli A.B. inæquales binis diametris, ambo quadrifariam diuiſi: in quorum primo A. inſcripta ſit figura, cuius latus D.C. æqualium leterũ & angulorũ.K. A. T. Quantus fuerit angulus D. A. C. tantus ponatur [a] H. B. I. & ducatur H. I. ΣΥΜΠ. Erit H. I. latus inſcribendæ figuræ circulo B. ſimili inſcriptæ in circulo A. ΑΠΟΔ. Anguli 4. recti ad A. ſunt æquales quatuor rectis qui ad B. Vt igitur [b] D. A. C. metitur 4. illos, etiam angulus H. B. I. æqualis, hos quatuor metietur, & pari numero. & præterea arcuum D. C, H. I. ſuam quiſque metietur circumferentiam pari quoque numero. Sunt igitur D. C. & H. I. latera figurarum parium numero laterum. Sunt autem anguli H. B. I. & D. A. C. æquales ex fabrica, qui proinde relinquunt binos A. C. D, A. D. C. æquales binis B. H. I. & B. I. H. proindeque ſinguli ſingulis, [d] cum trianguli ſint Iſoſceles. Qui ex conſequenti erunt laterum proportionalium. [e] Quod cum probari poſſit de reliquis triangulis, in quos ambæ figuræ dirimuntur, ſequitur totam figuram toti figuræ eſſe ſimilem. [f] Idem prorſus de conſcripta & conſcribenda figura demonſtrabitur.

a Per 23. li. 1.
b Per 33. li. 6.
c Per coroll. prop. 32. li. 1
d Per 5. lib. 1.
e Per 4. lib. 6.
f Per 1. defi. lib. 6.

PROPO. V. PROB. IV.

Dato circulo, duabuſque magnitudinibus inæqualibus, poligonum conſcribere circulo, eidemque aliud inſcribere, ita vt conſcriptum habeat ad inſcriptum minorem rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

ΠΡΟΤ. Ε. ΠΡΟΒ. Δ.

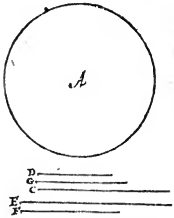
Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγέθων ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A. dentur & magnitudines E. maior, F. minor. ΚΑΤΑΣ. Fiat C. ad D. [g] in minori ratione quam E. ad F. & G. inueniatur media proportionalis inter C. & D. Tum circulo [l] conſcribatur figura, aliaque inſcribatur, ita vt conſcriptæ latus ad inſcriptæ latus minorem habeat rationem quam C. ad G. ΣΥΜΠΕ. Dico conſcriptam fore ad inſcriptam in minori ratione quam ſit E. ad E. ΑΠΟΔΕΙ. Ra-

g Per 2. huius.
i Per 13. li. 6
l Per 3. huius.

tio C. ad D. minor eſt quam E. ad F.[m] ergo ratio C. ad G. ſimplex[n] & minor[o] quàm ſui dupla, quæ eſt C. ad D. eſt quoque minor quàm E. ad F. Atqui latus conſcriptæ figuræ ad latus inſcriptæ eſt rurſus minor quàm C. ad G.[a] Tota vero figura conſcripta eſt ad totam inſcriptam in ratione dupla[b] lateris conſcriptæ ad inſcriptæ latus. Ergo rurſus in minori quàm ſit C. ad D. Si fuerit quippe ſimplex minor ſimplice, dupla minor dupla erit.[c] Ergo & in multo minore quàm ſit E. ad F. quod fuit probandum.

m Per fabr. n Per 10. definit lib. 5 o Per 1. lemma huius. a Ex fabrica. b Per 20. lib. 6. c Per 15 li 5



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Rurſus ſi inter datas magnitudines E. & F. media proportionalis poneretur, tum fabricæ reliquum perageretur abſque C. D. aliarumque quantitatum inuentione, poſſet erui cõncluſio.

ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

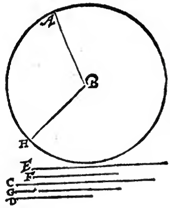
Ομοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγέθων ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέος, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

MANIFESTVM I.

Similiter oſtendemus: quòd duabus magnitudinibus inæqualibus datis & ſectore, poſſibile eſt circa ſectorem multangularem figuram conſcribere, & aliam ſimilem eidem inſcribere, ita vt conſcripta ad inſcriptam minorem habeat rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ magnitudines inæquales E. F. Et ſector circuli A. B. H. ΚΑΤΑΣ. Habeat[d] C. ad D. minorem rationem quam maior E. ad minorem F. Sitque G.[e] media proportionalis inter C. & D. Tum ſectori[f] conſcribatur figura alia que inſcribatur. Ita vt latus exterioris ſit ad latus interioris in minori ratione quàm C. ad D. ΑΠΟΔ. Conſcripta figura demõſtrabitur eſſe ad inſcriptã in minori ratione quàm ſit E. ad F. per eandem prorſus argumentationem, qua in ſuperiore propoſitione vſi ſumus.

d Per 1. huius. e Per 13 li. 6 f Per 4. huius.



ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Φάνερον δὲ καὶ τοῦτο ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομέος καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστι ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέος, ἅπερ ἔσται

MANIFESTVM II.

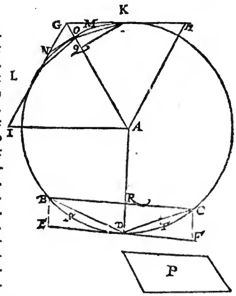
Manifeſtum & illud eſt, quòd ſi detur circulus vel ſector, & aliquod ſpatium: poſſibile ſit inſcriptas haberi & conſcriptas figuras circulo vel ſectori æquilateras, tum reliquis partibus ſemper alias, donec ſegmenta ſuperſint circuli vel ſectoris, quæ ſint

minora ſubiecto plano. Hæc e-
nim in Elementis tradita ſunt.

ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέδοται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

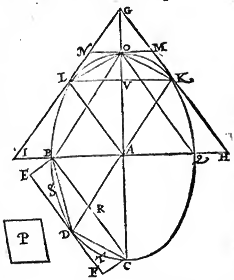
Iſtud quidem directè non habetur apud Euclidem: verum deduci poteſt ex I. decimi Elementi, hoc pacto:

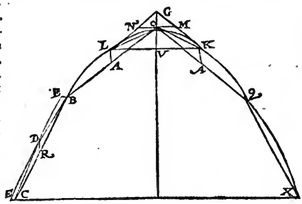


Ὑπόθεσις. Detur circulus A. ſectorue & ſpatium P. *Συμπέρασμα.* Dico poſſe inſcribi circulo vel ſectori dato figuram tot quidem laterum, vt circulus vel ſector minoribus ſimul particulis ſuperet figurã inſcriptam, quam ſit ſpatium P. Rurſus aliam poſſe conſcribi tot etiam lateribus contentam, vt figura ſuperet circulum minoribus ſui ſegmentis, quàm ſit idem planum P. *Κατασκευή.* Etenim ſit latus inſcriptæ cuiuſdam figuræ B. C. Verbi gratia quadrati, ſitque ſegmentum ſub circumferentia B.D.C. & recta B. C. vnum ex quatuor reſiduis. Illa quippe 4. erunt minora plano P. vel maiora aut æqualia. Si minora, conſequimur optatum. Alias diuidatur arcus B. D. C. bifariam [a] linea A. D. bifariam ſecante B. C. & rectò, & iungantur lineæ B. D, D. C. Et per punctum D. [b] agatur tangens E. F. parallelaque ipſi B. C. [c] cum efficiat [d] rectos ad lineam A.D. perficianturque parallelogramma rectangula E.R, R.F. Sint rurſus conſcriptæ figuræ duo latera G.H, G.I. quæ tangant in K.& L. circulum. Diuidatur deinde arcus L. O. K. bifariam linea A.G. incidente in G. quia laterum partes L.G, G.K. ſunt æquales, vt probare poſſumus eodem argumento, quo oſtendimus propoſit. 3. huius lineas, Q.T, T.H. eſſe pares: per punctum verò O. ducatur adhuc tangens N. M. & ſecans latera G.H, G. I. in punctis N.M. *Ἀπόδειξις.* Triangulus B.D.C. eſt dimidium parallelogrammi B.F. [e] maioris ſegmento B.S.D.T.C. vt includentis, & proinde maior eſt dimidio eiuſdem ſegmenti B. S.D.T.C. Ipſum ergo auferendo ex ſegmento, abſtulerimus plus quàm dimidium. Simili modo poſſumus auferre pluſquam dimidium ex reſiduis ſegmentis B. S.D. & D.T.C. Hac itaque reſectione maioris dimidio partis reliquorum ſegmentorum, deueniemus tandem ad partem reſiduam minorem, quantitate [f] P. Lineæ verò quibus ſectiones fiunt vt B.D. & D.C. [g] ſunt æquales: ſicque figura fit interius parium laterum, quam circulus reſiduis ſuperat minoribus quàm ſit propoſitum planum P. Similiter à ſegmentis quibus conſcripta ſuperat circulum, auferri quoque poteſt pluſquam dimidium. Exempli cauſa, ex figura mixta L. G. K. O. L. linea N.M. aufert pluſquam dimidium. Nam O.M. M.k. rurſus probabuntur æquales ſuperiori argumento propoſitionis tertiæ huius. Sed G.M. eſt maior quàm O.M. [h] & ideo maior quàm M.k. vel ſic probabimus G.M. maiorem quàm M.k. ſi intellexerimus à puncto k. demitti perpendicularem in ſemidiametrum O. A. quæ ſit k. Q. Etenim parallela erit [i] ipſi O. M. Tum A.G. erit [l] ad G.O. vt A.O. ad O.Q. & proinde G.O. maior foret ipſa O.Q. Vnde ſequetur G.M. maiorem eſſe quàm M.k. Itaque triangulus G. O. M. excedit [m] triangulum M.O.k. multóque magis mixtam figuram contentam arcu O.k. & rectis O.M, M.k. Idem probabitur de N.O.G. quod ſcilicet excedat mixtam figuram L.N.O.& proinde triangulus N.G.M. totus maior eſt quam dimidium ſegmenti L,O.k.G. Eodem modo auferetur magis quàm dimidium à reliquis ſegmentis O.M.k. & O.L.N. & ex reliquis, donec venerimus ad particellas reliquas minores plano propoſito P. [n] Lineæ autem quibus reſectiones fient qualis eſt N. O.M. omnes ſunt æquales, vt dicta ſuperiori ratione demonſtratur. Circulo ergo vel ſectori conſcribi & inſcribi poſſunt figuræ, ita vt reſiduæ partes de maiori. minores ſuperſint plano propoſito. quod Archimedes repetebat ex Elementis.

a per 1. & 29. lib. 3.
b per 17. lib. 3.
c per 28. li. 1.
d per 18. lib 3.
e per. 31. lib. 1.
f per 1. lib. 10.
g per 29. li. 3.
h per 47. li. 1.
i per 1 lib 6
l per eãdem 1. lib. 10.
m per 18, li. 3. & 29. lib. 1.
n per 37. li. 1. conic. Apollo.

Cæterum hoc manifeſtum, non tantum de Circulo vel circuli ſectore, ſed etiam de quauis alia figura, cuius ambitus ſit linea obliqua, in eaſdem tamen partes caua, demonſtrabitur, ſi tamen excipias æqualitatem laterum figuræ conſcriptæ vel inſcriptæ, quæ equidem in alijs figuris præter circulum ſeruari vix poteſt. Υπόθεσις. Oſſerantur ergo v. g. Ellipſis ſeu acutianguli coni ſectio O.B.C.k. & parabole ſeu rectanguli coni ſectio C. O. X. (de ijs fuſiſſime agemus aa ſuo loco. Κατασκευή. Ducatur in vtraque primùm B. C. latus figuræ quadrilateræ, quæ biſariam diuidatur in R. Et à centro Ellipſeos A. cadat in ſectionem A.D. per R. Ducta a enim per D. linea E.F. tangens, ſectionem parallela erit bb ipſi B.C. In parabola verò diuidatur C.B. biſariam in R. ducaturque Diameter ſectionis b R.D. & tangens E.D.F. quæ parallela ſit cc ipſi B. C. Perficiatur in vtraque parallelog. E.C. iunganturque lineæ B. D, C.D. Απόδειξις. Rectang. E.C. maius eſt cc ſegmento B.S.D.T.C.R. Atqui triangulus B. D.C. dimidium eſt k rectanguli E. C. Ergo pluſquam dimidium eſt ſegmenti. Hoc pacto à reliquis rurſus ſegmentis auferetur pluſquam dimidium. Et proinde fient tandem reliquæ ex tota ſectione partes minores propoſito plano P. Quantum autem attinet ad figuras circumſcriptas, tangant ccc figuras lineæ G.L, G. k. angulum G. continentes ad diametrum. Et quoniam rurſus quadrilaterum ex hypotheſi circumſcribimus, tactus fiant m in k. & L. apicibus portionum parabolæ. B L. O. & O. k. Q. quos oſtendunt diametri A. L, A. k. dirimentes biſariam baſes B O. & O.Q. ſeu latera quadratæ figuræ inſcriptæ. Iungantur tandem lineæ L. O, O. k. & à punctis L. & k. cadãt ordinatim lineæ in ſectionum diametros. Harum vna ſit L. V. Nam in parabola V. O. eſt c æqualis ipſi O. G. ſed linea quoque cadens à k. ſecat rurſus partem diametri æqualem ipſi G.O. Ergo cadunt ab ambobus punctis L. & k, lineæ ordinatim in idem punctum V. & proinde eſt d L.k. recta linea. & ſunt L. V. V.k. æquales ex definitione diametri: Idem eſt de Ellipſi, cùm ſemper lineæ illæ ordinatim ductæ reſecent e partes in A. O. quæ ad O.G. habent eandem rationem. Denique per punctum O. ducatur N.M. parallela ipſi L. k. Απόδειξις. Quoniam in Ellipſi vt A.G. ad G. O. ita f A.O. ad O. V. ſequitur g G.O. eſſe maiorem quam O.V. proinde G. N. maior eſt quam N.L. & triangulus G.N.O. maior triangulo L.N.O. & ergo multo maior quam mixta figura contenta arcu L.O. & lineis L.N. N.O. Similiter G.O.M. maior eſt mixta figura O.K.M. Idcirco ſublato triangulo N.G.M. ex mixta figura L.G. K. O. tollitur ex hac mixta figura pluſquam dimidium. Idem ſequetur in parabola, quia licet G.O, O.V. ſint æquales tum lineæ h G. N, N.L. & trianguli i G.N.O. N O.L. tamen N.O.G. maior eſt mixta figura L.O.N. & totus N.M. G. maior mixta figura contenta ſub arcu L.O.K. & lineis tangentibus G.L, G.K. Poſſumus ergo à circumſcripta figura his ſectionibus tollere ſemper pluſquam dimidium, & proinde minuere l quouſque minus ex illis remaneat, quàm ſit planum propoſitum. Quod fuit probandum. Imo hoc de hyperbola etiam probabitur, & alijs figuris quibuſlibet.



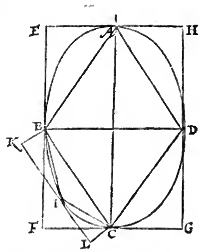


aa Lib. de Conoidibus & ſphær. ac de æquipend.
a per 34. li. 1. Conic.
bb per 6 li. 2. Conic.
b per 33. l. 1. Conic.
cc per 7. li. 2. & per 9. nomin. ſent.
k per 34. l. 1.
ccc per 49 l. 2. Conic.
m per 11. definit. ab 1. Conic.
c per 33. li. 1 Conic.
d per 14. l. 1.
e per 36. l. 1. Conic.
f Demonſtratur in 37. l. 1. Conic.
g per 14. l. 5
h per 2. li. 6.
i per 1. l. 6.
l per 1. l. 10.

COROLLARIVM.

Hinc verò tanquam Corollarium deducimus ab Ellipſi tolli poſſe pluſquam dimidium, & ſemper à reſiduis tolli pluſquam dimidium. Κατασκευή. inſcribatur Ellipſi figura quadrata A.B.C.D. aliáque circumſcribatur E. F. G. H. Tum in ſegmento B. I. C. triangulus habeatur B. I. C. & per I. ducatur K.L. parallela ipſi B. perficiaturque parallelogramum B. L. Απόδειξις. Conſcripta figura E.G. maior eſt Ellipſi. Atqui ipſius dimidia eſt inſcripta B. A. C.D. Ergo B. A. C.D. maior eſt quàm dimidia Ellipſeos. Tum rectangulum K.C. maius eſt reſiduo ex Ellipſi B.I.C. Verum triangulus B.I. C. dimidius eſt parallelogrammi k. C. Ergo maior eſt dimidio reſidui B.I. C. ita eſſet de reliquis triangulis in reſiduis ab Ellipſi inſcriptis.

Etiam deducimus,conſcriptæ Ellipſi figuræ dimidio maiorem eſſe Ellipſim. Nam Ellipſis inſcripta ſibi figura A. B.C.D. maior eſt:ſed hæc eſt ſemiſſis circumſcriptæ. Ergo Ellipſis maior eſt dimidio circumſcriptæ ſibi figuræ. Huic demum figurarum deſcriptioni hoc etiam Lemma ſubijciemus.



ΛΗΜΜΑ.

In data Ellipſi figuram deſcribere ſimilem alij in alia Ellipſi deſcriptæ. Hoc eſt,quæ ad ſuam Ellipſim eandem habeat rationem quàm prima ad ſuam Ellipſim.

ΥΠΟΘ. In Ellipſi A.B.C.D. deſcribatur primo quadrangulũ parallelogrammum A. B.C.D.ductis lineis ad diametrorum ſeſe rectò ſecantium extremitates: Huius latera ſecentur bifariam in punctis T.V.X. Y.per quæ & centrum E. agantur li-

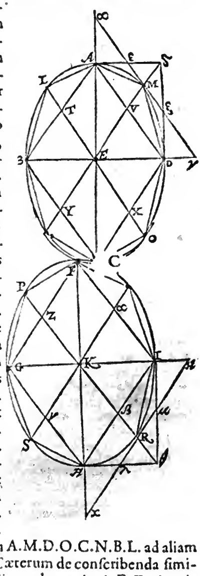
a per 47. & 47. ab 2. Conic. neæ quæ ſectionis axes diametri fiant, a qui rurſus cum præcedentibus iungantur lineis,ita vt figura Ellipſi inſcribatur A.L.B N.C.O.D.M. quæ rurſus augeatur ſimiliter, ſi requiratur. Eodem modo in alia Ellipſi inſcribatur figura F. P. G S. H. R.I Q. ΣΥΜΠΕΡ. Dico figuras eſſe ſimiles, ſeu eſſe figuram ad ſuam Ellipſim, vt figura eſt ad ſuam. ΚΑΤΑΣ.Fiant rectangula ſub Diametris Ellipſium, vel ſub ſemidiametris E.D.δ.A.& K. H. θ. I. ducanturque ſemidiametri E. D. & K.θ. Cùm enim lineæ E.M.& k.R.ſecent bifariam diametros rectangulorum A. D. & I. H. erunt & ipſæ diametri eorundem rectangulorum:Lineæ denique tangentes du-

b per 49. li. 1. Conic. cantur b à punctis M.& R quæ incidant in diametros productas punctis α.γ.& κ. χ. ΑΠΟΔ. Quoniam vt re-

c per 15. li. 5 ctangulum ſub Diametris A.B. C. D. ſeu c ſemidiame-

d per 7. l. de Conoid. & ſphær. tris A.E E.D. hoc eſt rectang. A.D.eſt d ad rectang. H. I. vt Ellipſis A.B.C.D.ad Ellipſim F.G.H.I. ſic quoque triangulus A.E. D.ad k. H. I. Et ergo quadrata figura A.B.C.D.quadrupla triãgli A.E.D. eſt ad quadratam F. G.H.I. quadrupla quoque trianguli F.k.I.vt Ellipſis

e per 36. li. 1. Conic. f per 8. li. 5. g per 1. l. 6. ad Ellipſim. Iam quia E.δ. eſt e ad δ. M. vt M. E.ad M. V. erit f diuidendo E. M. ad M.D. vt E.V.ad V.M. & triangulus g A.E.M.ad triangulum A. M.δ. vt A.E. V. ad A. V.M. Eodem argumento probabimus triang.k. R.I.eſſe ad I.R.θ.vt k.β.I.ad I.β.R.Similiter ergo trianguli A.V.δ.& I.β.θ.dirimuntur lineis M.D.& I.R.ita ut quæ pars ſit A.V M.trianguli A.E.V.vel A.V.δ.eadem ſit pars I.β.R. trianguli k.B.I.ſeu I.β.θ. Vt igitur eſt A. E.V.ad k.β. I.hoc eſt vt Ellipſis ad Ellipſim,ſic A.V.M.



h per 14 l 5 ad I.β.R.Et ſic h totus A. E.M.ad k. I. R.ſeu tota figura A.M.D.O.C.N.B.L. ad aliam & viciſſim figura eſt ad Ellipſim ſuam, vt alia ad ſuam. Cæterum de conſcribenda ſimili idem erit iudicium : nam triangulus α.ι γ.eſt æqualis quadrangulo A.E. D. δ. quia

i per 1. l. 3. Conic. trianguli ι.M.δ. & A.ι.α. ſunt i æquales: vtrique addatur trapezium A. V.M.ι erit quadrangulum α V.æquale triangulo A.V.δ.ſic erit æquale M.V.D.γ triangulo δ. V.D.& proinde totus triãgulus α. E.γ. eſt æqualis rectãgulo A. E. D.δ. Ergo ſic conſcripta eſt ad conſcriptã, vt Ellipſis ad Ellipſim. Et rurſus probabũtur aliæ eſſe in eadẽ ratione eo argumẽto,quo vſi ſumus in inſcriptis. Notabis verò ſimilitudinẽ hic eſſe tãtũ penes eadẽ rationẽ,nõ penes angulorũ æqualitatẽ & laterũ proportionalitatẽ vt in figuris regulari-

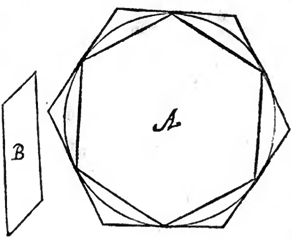
bus, niſi fuerint Ellipſes ſimiles, habuerintq; diametri inter ſe parem rationē. Sit enim A. C. ad B. D. vt F. H. ad G. I. erit [i] A. E. ad E. D. vt H. K. ad K. I. & quia anguli *i per 15. li. 5* ad E. & K. ſunt recti, trianguli A. E. D. & F. K. I. ſunt æquianguli, laterumque reli- *l per 6 lib. 6* quorum proportionalium: quod cum poſſit oſtendi de reliquis triangulis, quia quadrilateras figuras conſtituunt, ſequitur ſimiles eſſe æquiangulas & laterum proportionalium figuras A. B. C. D. & F. G. H. I. Deinde vt A. E. ad A. D. ſic K. H. ad H. I. Tum A. D. eſt ad A. V. vt H. I. ad H. β. Ergo vt [m] A. E. ad A. V. ſic K. H. ad H. β. vt au- *m per 22. lib. 5.* tem A. V. ad V. E. æquales ad æqualem ſic H. β. ad β. K. Et proinde rurſus A. E. eſt ad *n Per 5. li. 6* E. V. æqualē ipſi A. V. vt & H. K. ad K β. parem ipſi H. β. trianguli ergo A. E. V. & K. H. β. ſunt [n] laterum proportionalium, & inde æqualium angulorum: ita vt ſint æqui A. V. E. & K. β. H. alijque ad verticem D. V. M. & I. ϛ. R. Atqui iam oſtendimus E. V. vel æqualem ipſi D. V. eſſe ad V. M. vt K. ϛ. ſeu vt I. ϛ. ad ϛ. R. Trianguli itaque M. V. D. *o Per 15. lib.* & I. β. R. ſunt [l] æquianguli laterumque ideo proportionalium, nempe D. M. ad M. V. vt I. R. ad R. β. Verum eodem argumento probabimus æquiangulos eſſe A. M. V. & H. B. R. eſſeque V. M. ad M. A. vt ϛ. R. ad R. H. Idcirco ex æquo erit D. M. ad M. A. vt I. R. ad R. H. cumq; anguli bini ad M. & R. oſtenſi ſint æquales, ambo A. M. D. & I. R. H. toti ſunt æquales. De reliquis figurarum angulis & lateribus idem eſto iudicium. Figurę ergo ſunt æquiangulæ, laterumque proportionalium.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ΠΡΟΤ. Σ. ΠΡΟΒΛ. Ε. — PROP. VI. PROBL. V.

Δεικτέον δὲ ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου.

Demonſtrandum eſt, quod dato circulo vel ſectore & plano: poſſibile ſit circulo vel ſectori conſcribere figuram, ita vt circumſepta à circumſcripta & circulo ſegmenta, minora ſint plano dato.



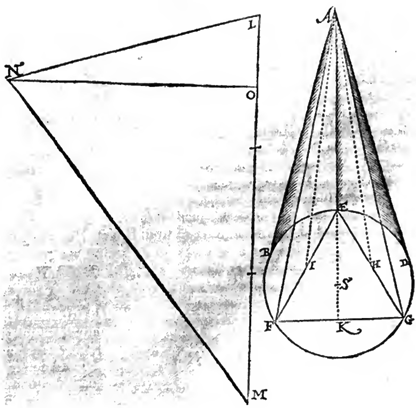
ΥΠΟΘ. Detur circulus A. & planum B. ΚΑΤΑΣ. Intra circulum [a] figura æquilatera inſcribatur, circa *a Per 5. huius.* vero circulum alia conſcribatur, ita vt conſcripta ad inſcriptam minorem habeat rationem quam circulus & planum B. ſimul, ad circulum. ΣΥΜΠΕ. Segmenta circumſepta circulo & figura conſcripta minora erūt plano B. complebitúrque propoſitio. ΑΠΟΔΕΙ. Vt conſcripta figura maior eſt circulo, ſic & minor eſt inſcripta: [b] Continens etenim contento *b Per 9. hypotheſin additam huius.* maior eſt: Proinde conſcripta minorem habet [c] rationem ad circulum *c Per 8. li. 5.* quàm ad inſcriptam figuram: Atqui conſcripta ad inſcriptam minorem habet rationem quàm circulus cum plano B. ſimul ad circulum [*] Ergo conſcripta ad ** Ex fabrica.* circulum multò minorem habebit rationem quàm circulus ſimul cum B. ad circulum. Et ideo diuidendo [d] partes ſeu ſegmenta circumſepta circulo & conſcripto poligono, *d per 17. li. 5.* ſunt ad circulum in minori ratione quàm B. ad eundem circulum. Vnde patet dicta ſegmenta minora eſſe plano B. ἔσω δὲ ἐπὶ κύκλου δείξαντα, μεταγαγεῖν τὸ ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως. inquit Archimedes. Quæ etenim de circulo demonſtrata ſunt, eadem de ſectore patent ex ſuperioribus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Objiciet quiſpiam rationem circuli ſimul cum plano ad circulum non cognoſci, nec ob id poſſe quemquam ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα. Verum ſciat oportet, Archimedem hoc duntaxat eniti, vt oſtendat non repugnare à parte rei quin id fiat, ſectionéſque ſuppetere, quibus tam exigua fiant reſidua ſegmenta, vt minora ſint plano propoſito. Ex hiſce enim quorum præciſio nulla eſt, ſcopum tamen intendens collimat, concluſionéſque certas & euidentiſſimas colligit. Deinde nihil impedit, quominus ratione hic propoſita non perſpecta, alia tamen cognoſcatur minor. Etenim κατὰ τὴν καθολικὴν τῆς ἀνισότητος ἀξίωσιν, propoſitis duabus magnitudinibus circulo cum plano ſimul & circulo ſolo, à maiori poteſt auferri minor, nempe circulus à circulo & plano, reſiduumque nempe B. planum toties multiplicari, vt exuperet circulum ſeu minorem ex magnitudinibus datis, ſcilicet ſi fiat v. g. æquale quadrato diametri circuli. Tandem poteſt haberi tertia quantitas, quæ ſit ad aliam quartam, vt foret illa producta ſeu quadratum illud diametri, ad planum B. His autem datis tertia & quarta quantitatibus, complebuntur quinta propoſitio huius & corollarium ſequens. Et ſic γίνεται τὸ ἐπίταγμα. Atque hæc tandem ratio eſt, cur Archimedes in tertia & quinta præcedentibus curauerit duas alias inueniri quantitates, quæ in minori ratione eſſent quàm primæ propoſitæ, cum ſine his potuiſſet hoc præſens problema nonnihil faceſſere laboris.

PROP. VII.	ΠΡΟΤ. Ζ.
THEOREMA II.	ΘΕΩΡ. Β.
Si in cono Iſoſcele pyramis inſcribatur, æquilateram habens baſim: ſuperficies ipſius ſine baſe, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero perpendiculari demiſſæ à vertice in vnum ex lateribus baſis.	Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγμένην.

ΥΠΟΘ. Sit Conus cuius baſis B. G. D. E. circulus, altitudo A. S. nempe acta perpendicularis ab acumine coni in centrum baſis: circulo inſcriptus ſit triãgulus æquilater G. E. F qui ſit baſis pyramidis triangularis, candemque cum cono altitudinem habentis. Trium pyramidis cono inſcriptæ facierum altitudines ſint perpẽdiculares A. K. A. I. & A. H. Sit denique triangulus L. M. N. cu-



ius baſis L. M. tribus lateribus trianguli E. F. G. ſit æqualis, altitudo vero N. O. par communi altitudini vt A. I. ΣΥΜΠ. Dico triangulum L. M. N. æquale eſſe ſuperficiei inſcriptæ pyramidis excepta baſi E. F. G. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Superficies pyramidis ſine baſi tribus conſtat triangulis. F. A. G, F. A. E. & A. E. G. quorum altitudines ſunt æquales. Etenim cum pyramis ſit æquilatera, a A. F, & A. E. ſunt pares. Et proinde tria latera A. F, F. I, I. A. ſunt æqualia tribus A. I, I. E, E. A, ideoque anguli ad I. recti: ſimiliter anguli ad H, probabuntur recti. Sunt ergo trianguli A I, E. A. E. H. rectanguli: cumque duo latera I. E, E. A. duobus H. E, E. A. æquentur, illorum etiam quadrata paria ſunt eorum quadratis. Et proinde quadratum I. A. a æquale eſt quadrato A. H. & linea I. A. lineæ A. H. Idem probabitur de A. K. & A. I. ita vt altitudines trium triangulorum pyramidis demonſtrentur æquales. Cum itaque baſis L. M. æqualis ſit tribus baſibus illorum trium triangulorum, & N. O. altitudo par altitudini ſingulorum, ſequitur triangulum N. L. M. æquiualere illis tribus, b quod fuit probandum.

a Ex hypotheſi: ponitur enim coinis Iſoſceles.

a Per 47. l. 1.

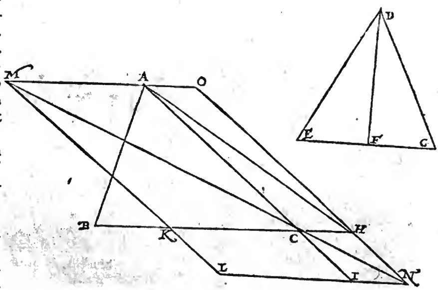
b Per 1. li. 6. & 38. lib. 1.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

En vides hoc pacto triangulum haberi poſſe æqualem non modo ſuperficiei pyramidis quæcũque tandem fuerit trilatera, quadrilatera, vel alia, tum æqualium laterum vel inæqualium regularis vel irregularis: ſed etiam baſi ipſius? Quid enim impedit triangulo triangulum addi, nempe trigono L. N. M. baſim B. F. G. etiam remanente trianguli altitudine, baſique protracta.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ

Sit enim triangulo A. B. C. triangulus D. E. F. addendus. ΚΑΤ. facio F. G. æqualem baſi E. F. & triãgulum D. E. G. duplum trigoni D. E. F c Tum produco B. C. in H. & A. C. in I. Atque in angulo B. C. I. pono d rectangulum K. I. æquale triangulo D. E. G. & denique ad lineam A. C. in angulo A. C. H. æquali ei qui κατ̓ κορυφὴν eſt B. C. I. pono e rectangulum A. H eidem trigono D. E. G. æquale, & duco dimetientem A. H. ΑΠΟΔ. Siquidem A. C. H. f triangulus æqualis eſt triangulo D. E. F: nam duorum æqualium æquales ſunt ſemiſſes. Et proinde triangulo A. B. C. additus eſt triangulus D. E. F. protracta baſi B. C. ſed manente eadem trianguli altitudine. Ex vtroque fieri æquale vtrique quadratum, notius eſt, quàm vt dici queat. Deinde ſi trianguli ſimilitudo fuerit neceſſariò ſeruanda, in promptu eſt ex 25. Elementi ſexti, triangulo A. B. C. ſimilem, & alteri A. B. H. æqualem triangulo conſtituere.



c per 1. li. 6.

d per 42. lib. 1.

e Per 44. li. 1.

f Per 34. li. 1. & 15. li. 5

MANIFESTIOR ALIA DEMONSTRATIO. ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

Archimedes ſecundam hanc ſubiungit demonſtrationem. Perpendiculares A. I, A. H, A. K. ſunt æquales (hoc demonſtrauimus.) Deinde quod continetur rectangulum ſub F. E. & A. I. duplum eſt triangulo A. F. E. a Idem eſt de rectangulo ſub E. G. & A. H. quod etiam duplum eſt trianguli A. E. G. Demum quod ſub F. G, A. K. bis a per 41. l. 1.

continet triangulum A.F.G. Ergo quod fiet rectangulum ex linea æquali ambitui trigoni E.F.G. & altitudine A.I. hoc eſt, ex L.M, & N.O, duplum erit trium triangulorum F.A.E, E.A.G, & F.A.G. Atqui duplum quoque eſt trianguli L.N.M. Ergo illa tria trigona, ſimul huic ſunt æqualia, vt vult propoſitio.

ΠΡΟΤΑ. Η. ΘΕΩΡ. Γ.

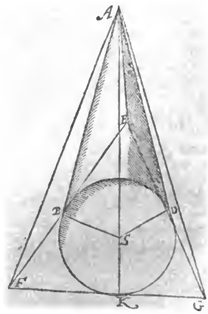
PROPO. VIII. THEO. III.

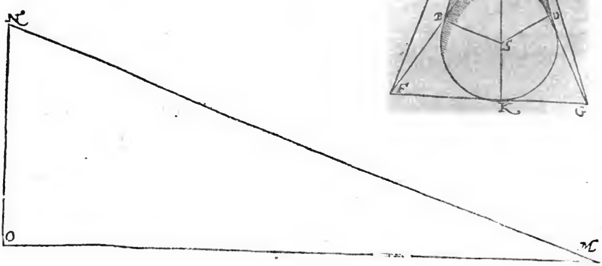
Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Si circa Conum Iſoſcelem Pyramis conſcribatur: ſuperficies Pyramidis ſine baſe, æqualis eſt trigono, baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem verò lateri coni.

ΥΠΟΘ. Sit Conus Iſoſceles A.B.K.D. à cuius vertice decidant duo latera in circumferentiam baſis A.B, A.D. æqualia ex hypotheſi Iſoſcelis coni. Circa hunc conum deſcripta ponatur A.F.E.G. pyramis, cuius latera baſis tangant baſim coni in punctis B.K.D. Sit denique triangulus N.O.M. cuius baſis O.M. ſit par ambitui baſis pyramidis, altitudo verò N.O. æqualis lateri Coni A.B. ΣΥΜΠΕΡ. Dico triangulum N.O.M. æqualem eſſe ſuperficiei pyramidis, ſi baſim ſubſtuleris. ΚΑΤΑΣ. A centro S. baſis coni agantur rectæ S.B, S.D. perpendiculares[b] ad E.F, E.G. ΑΠΟΔ. Quoniam Iſoſceles eſt Conus, Axis ipſius A.S. eſt perpendicularis ad baſim: nam latera A.B, B.S. cùm ſint æqualia lateribus A.D, D.S. & ſit S.A, communes anguli ad S.[c] ſunt æquales & recti.

b per 18. lib. 3.
c per 8. li. 5. & definit. 10.





Et ſunt

Et ſunt plana in quibus trianguli A. B, S, A. D. S. conſiſtunt perpendicularia, *a* ad baſes tàm coni quàm pyramidis, proinde B. A. ad lineam E. F. tum A. D. ad lineam E. G. perpendiculares ſunt. *b* Etiam concludi poteſt lineam A. K. incidere ὀρθογώνιως in F. G. Latera ergo coni ſunt altitudines laterum pyramidis. Eadem idcirco ratione qua ſuperiùs, ſequitur triangulum N. O. M. æqualem eſſe ſuperficiei pyramidis excepta baſi: quod fuit probandum. Idem omnino ſequetur de quadrangulari pyramide, & quacumque alia circa conum conſcripta.

a Per 18. lib. 11.

b per 4. lib. 11.

ΠΡΟΤΑ. Θ.

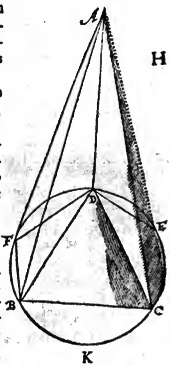
ΘΕΩΡ. Δ.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπό τε τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.

PROP. IX.

THEOR. IV.

Si in coni cuiuſdam Iſoſcelis circulum, qui coni ſit baſis, ceciderit linea recta, à cuius extremitatibus protrahantur lineæ rectæ ad verticem coni: triangulus definitus & ab incidente & à lineis actis ad verticem, minor eſt ſuperficie coni, quæ eſt à vertice inter protractas.



ΥΠΟΘ. Sit Iſoſceles conus A. B. C. D. per cuius baſim trahatur linea B. C. à cuius extremis punctis B. & C. iungantur lineæ B. A, C. A. ad verticem A. ſuper coni ſuperficie: Per has rectas A.B, A.C. agatur planum conſtituens triangulum A. B. C.

ΣΥΜΠ. Proponitur triangulum A. B. C. minorem eſſe conica ſuperficie comprehenſa exterius inter lineas A. B, A. C. & baſis circumferentiam B. D. C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulus, cum ſectione B. D. C, nempe ſuperficies plana, eoſdem limites habet cum ſuperficie conica quæ non plana eſt & ſectione B. D. C. *c* Ergo ſublata hinc & inde ſectione baſis B. D. C. remanebit triangulus minor dicta conica ſuperficie.

c per 4. hypotheſin huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aduerſus hanc demonſtrationē opponi poteſt, triangulum A. B. C. & conicā ſuperficiem nō habere eoſdem limites vt fert hypotheſis 4. ſed inter vtramque ſuperficiem, reperiri ſectionem B. D. C. Et propterea longiori apparatu propoſitionem demonſtrat Archimedes. Diuidit arcum B. D. C. in duo æqua & ducit lineas B. D., D. C. & B. A., D. A, C. A. vt fiant trianguli, actis per lineas planis, B. A. D. & D. A. C. maiores triangulo B. A. C. ſcilicet ſuperficie H. ſuppoſita. Quæ quidem H. ſuperficies, aut minor erit ſectionibus baſis B. F. D, & D. E. C. cōprehenſis rectis B. D, D. C. & arcubus B. F. D. & D. E. C. aut non minor, ſi primo ponatur non minor: cum ſit triangulus B. A. D. minor quam conica ſuperficies B. A. D. cum ſectione B. F. D. tum triangulus A. D. C. minor conica ſuperficie D. A. C. cum alia ſectione D. E. C., ſequetur dictas conicas ſuperficies B. A. D. & D. A. C. hoc eſt totam B. A. C. cum ſuperficie H., maiorem eſſe triangulis B, A. D. & D. A. C. hoc eſt triangulo B. A. C. cum H. & proinde ſublata H. vndiquaque, remanere conicam ſuperficiem triangulo B. A. C. majorem. Si ſecundo H. ponatur minor ſectionibus, diuidit arcus in F. & E. & facit ſectiones B F, F. D, D E., E. C. & rurſus alias, quouſque ſint ſectiones minores H. Sic etenim (ait) cum trianguli B. A, F, F. A. D, D. A. E, E. A. C. minores ſint ſuperficiebus conicis ſeu tota B. A. C. cum ſectionibus comprehenſis lineis B. F., F. D, D. E., E. C. & arcu B. D. C. ſequitur eandem conicam ſuperficiem cum H, loco ſectionum maiorem eſſe triangulis 4. prædictis, & multo maiorem

duobus B. A. D, D. A. C. hoc eſt triangulo B. A. C. cum H. Et tandem H. vndiquaque ſublata Conicam ſuperficiem manere maiorem triangulo B. A. C. Quod ſi fuerit hoc oſtendendum ex conica ſuperficie contenta lineis A. B., A. C. & baſis arcu B. K. C, ſectiones debent fieri in parte baſis B. K. C.

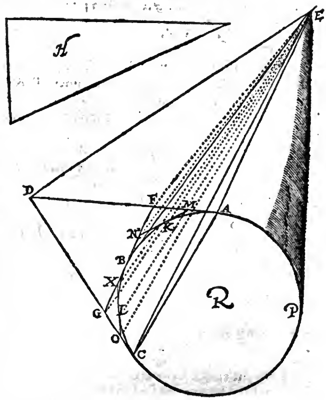
PROB. X. THEO. V.

Si ducantur tangentes circulum qui ſit baſis coni, & quidem in eodem quo circulus plano exiſtant, & in ſe mutuo incidant, à punctis vero contactuum & mutuæ interſectionis ad coni verticem lineæ protrahantur: comprehenſa triangula à tangentibus & lineis ad verticem coni protractis, maiora ſunt ſuperficie conica inter ipſa comprehenſa.

ΠΡΟΤ. Ι. ΘΕΟΡ. Ε.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις: ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσι. τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ΥΠΟΘ. Sit coni A. P. C. B. E baſis circulus cuius centrum R. quem lineæ D. A, D. C. ab eodem productæ puncto D. & in eodem exiſtentes plano cum circulo R. tangãt in punctis A. & C. poſtmodum intelligantur actæ C. E, A. E, D. E. ad verticem quarum duæ primæ in ſuperficie ſunt coni, vltima vero extra ſuperficiem.



ΣΥΜΠΕ. Triangula duo D. E. A. & D. E. C. maiora erunt ab ijſdem incluſa conica ſuperficie C. E. A. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Triangula prædicta eoſdem cum ipſa ſuperficie conica limites habent, poſita baſi, comprehenſa ſub lineis C. D, D. A. & arcu C. B. A., communi, includûntque conicam ſuperficiem. Ergo maiora [a] ſunt conica ſuperficie, vndiquaque baſi ſublata.

a Per 6 hypotheſim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Haud aliter quam in præcedenti longiori ſermone adſtruit demonſtrationem Archimedes.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit arcum A. B. C. [b] bifariam in B. lineamque tangentem ducit [c] G. F. & à punctis G. B F. rectas producit ad E. Tum rurſus arcus B. A, B. C. biſſecat agitque tangentes in ſectionum punctis K. L. lineas X O. N. M. & demum à punctis O. X. N. M. ad verticem E. tendit lineas.

b Per 30. lib. 3. c Per 17. li. 3.

ΑΠΟΔ. Hinc factum vult, vt cum baſes D. C, D. A maiores ſint baſibus C. G. G. F, F. A. (nam G. F. minor eſt duabus G. D, D. F. [d] proinde ſi vtrique parti iungantur communes G. C, F. A. adhuc manebunt D C, D. A. maiores tribus C. G, G. F, F. A.) triangula duo C. E. D, D. E. A. maiora ſint tribus C. E. G.

d Per 20. li. 1.

G. E. F, F. E. A. Nam altitudo communis eſt latus coni, vt ſupra oſtendimus: & ideo trigona ſunt vt baſes. [a] Exceſſum ponit eſſe H. ita vt duo maiora trigona, tribus minoribus cũ H. æquentur. Deinceps ſic ratiocinatur. quantitas H. minor eſt aut nõ minor partibus cõprehenſis rectis lineis C. G, G. B, B. F, F. A, & arcu C. B. A. Primo ponatur nõ minor. Sic enim erũt duę ſuperficies, prima nimirũ pyramidis, cuius baſis fuerit quadrãgulum C. G, F. A, vertex vero in E. & ſecunda, nẽpe conica ijſdem limitibus cõprehenſa. Illa quoniam comprehendit hanc, maior eſt etiam ſine triangulo C. E. A. qui intra conum eſt: δῆλον (inquit) ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ [b] α. ε. γ. τριγώνου μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ [c] α. β. γ. (hic recurrit ad præcedentem hypotheſim, [d] hincque fundamentum ſtatuit ſuæ demonſtrationis, quod à principio poſuiſſe æque iuſtum eſt.) Tum ſic perſequitur. Communis tollatur ſectio A. B. C. erunt reliqua triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum reſiduis A. F. B, B. G. C. contentis ſub rectis lineis & circuli arcu A. B. C. maiora conica ſuperficie quæ eſt inter E. A. & E. C. lineas. His autem reſiduis non minus eſt H. planum. Proinde eadem triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum H. maiora ſunt eadem conica ſuperficie inter A. E, E. C. contenta. At eadem triangula cum H. ſunt æqualia duobus A. E. D. & D. E. C. triangulis: hæc ergo duo maiora ſunt dicta ſuperficie conica. Iam ſit H. minus reſiduis A. F. B, & B. G. C. deſcribaturque circa ſectionem A. B. C. tale poligonum ſectis [e] bifariam arcubus, & ductis tangentibus, vt reſidua minora ſint plano H. Sint eius latera A. M, M. N, N. X, X. O, O. C. à quorum extremis ad E. lineæ ducantur. Simili modo vt ſuperius erit ſuperficies poligonæ pyramidis maior conica ſuperficie: tandémque concludit Archimedes eodem artificio, τρίγωνα τὰ α. ε. δ, δ. ε κ. μείζονα ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν α. ε. κ. εὐθειῶν. quod vult propoſitio.

[a] Per 1. li. 6

[b] Hoc eſt A. E. C.

[c] Hoc eſt A. B. C.

[d] Nempe 5. huius.

[e] Per coroll. 2. prop. 5. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΑ. — PROPO. XI.

ΠΡΟΒ. ϛ. — THEOR. VI.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Si in ſuperficie recti cylindri duæ rectæ lineæ fuerint; ſuperficies cylindri inter duas rectas, maior eſt parallelogrammo comprehenſo duabus rectis lineis in ſuperficie cylindri ductis, & lineis earum extrema iungentibus.

ΥΠΟΘ. Sit rectus cylindrus A. B. D. C. in cuius ſuperficie duæ rectæ ſunt A. C, B. D. per quas agatur planum conſtituens rectangulum A. C. D. B. ΣΥΜΠ. Rectangulo huiuſmodi maior eſt ſuperficies, cylindrica comprehenſa ijſdem lineis A. C, D B. & circumferentijs baſium C. F. D. & A. E. B. ΑΠΟΔ. Rectangulum A. D. planum eoſdem limites habet ac cylindrica ſuperficies, nempe duo plana circulorum C. D. F, A. B. E. & lineas A. C, D. B: ergo cylindrica ſuperficies [f] maior eſt plano rectangulo, vt vult propoſitio.

[f] Per 4 hypotheſ. huius.

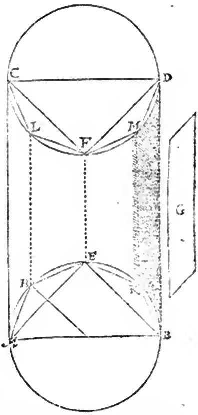
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt in ſuperioribus, Archimedes ampliori argumentatione vtitur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit[g] arcus A. E. B, C. F. D. bifariã in F. & E: ductiſq; lineis A. E, E. B.

[g] Per 30. li. 3

C. F, F. D, tum diuiſis reliquis arcubus bifariam in H. K, L. M, ducit adhuc lineas, A. H, H. E, E. K, K. B, D. M, M. F, F. L, L. C, rurſuſque eaſdem arcuum ſectiones linearumque productiones alias fieri conſentit, ſi opus ſit. ΑΠΟΔΕΙ. Inde ſic ratiocinatur: rectangula C. E, E. D, maiora ſunt [a] rectangulo C. B, quia baſes A. E, E. B. ſunt maiores baſi A. B. & altitudo eſt omnium eadem, nempe ea quæ cylindri. Exceſſus ſit G. planum, quod minus vel non minus erit ſegmentis C. L. F, F. M. D. & A. H. E, E. K. B. Sit primo non minus. Nam quia rectangula C. E, E. D. in eandem partem caua ſunt, ac ſuperficies conica lineis C. A, D. B. definita, & illa ab hac comprehenduntur, hæc illis maior eſt [b] ἢ ἐπίπεδα (inquit) τὴν ἐπίπεδα περιλαμβάνει, ἢ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι εἰσί. μείζων ἐν ἔσται ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια. Quod æque verè à principio concluſiſſet. Ergo ſuperficies cylindrica cum ſegmentis A. E, E. B, C. F, F. D, maior eſt rectangulis A. F, F. B, cum ijſdem ſegmentis. Tollantur ſegmenta communia, ab vtraque parte, remanebit ſola cylindrica ſuperficies, maior ſolis rectangulis A. F, F. B. Sed his ipſis rectangulis minus eſt rectangulum A. D, toto plano G. Ergo multo maior erit dicta cylindrica ſuperficies, rectangulo A. D. Iam ponatur G. minor dictis ſegmentis ſub A. E, E. B, C. F, F. D. & baſium arcubus A. E, B. C, F. D, [c] totieſque auferatur ab ipſis plus quàm dimidium, vt reſidua ſegmenta minora ſint plano G. contineãtúrque ſub lineis A. H, H. E, E. K, K. B, & C. L, L. F, F. M, M. D. ſic probabuntur rectangula C. H, H. F, E. M, M. B. cum ſegmentis, minora cylindrica ſuperficie cum ijſdem ſegmentis. Et hic vtrinque ablutis ſegmentis, remanebit rurſus cylindrica ſuperficies maior dictis 4. rectangulis. Atqui hæc 4. rectangula maiora ſunt duobus A. F, F. B, & hæc duo ſolo A. D. hoc itaque ſolo A. D. multo maior eſt cylindrica ſuperficies, quod fuit probandum.

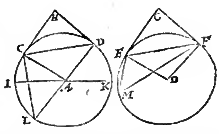


[a] per 8. li. 6.
[b] per 6. hypoth. huius.
[c] per coroll. 2. prop. 5. huius.

LEMMA.

In duobus circulis æqualibus ſi duæ lineæ agantur æquales, diametris minores, à quarum extremis punctis lineæ ducantur tangentes circulos, ab eodem latere concurrent, & erunt tangentes vnius circuli æquales tangentibus alterius. Ab extremitatibus vero diametri non poſſunt duci tangentes quæ concurrent.

ΥΠΟΘ. Sint circuli quorum centra A. B. æquales, in quibus duæ ducantur pares lineæ C. D, E. F. & à quarum terminis agantur tangentes [f] C. H, H. D, E. G, G. F. ΣΥΜΠ. Dico tangentes concurrere ab eodem latere, & eſſe inter ſe æquales. ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A. C, A. D, & B. E, B. F, à centris. ΑΠΟΔ. Etenim cum ſint anguli A. C. H, A. D. H, recti, minores ſunt [g] rectis, duo D. C. H, H. D. C, proinde concurrent C. H, D. H. [h] Eodem argumento occurret E. G. ipſi F. G. Deinde anguli C. A. D, E. B. F. ſunt



[f] Per 17. li. 3.
[g] Per 9. comu. ſent. lib. 1.
[h] per vltimam com. ſent. lib. 1.

æquales [a] quia arcus C. D, E. F. æquales lineæ pares C. D, E. F. ſubtendunt: [b] proinde reliqui duo æquales ad baſim [c] C. D. reliquis duobus æqualibus ad baſim E. F. æquantur: & proinde ſinguli ſingulis. Si ergo à rectis A. C. H, B. E. G. tollantur pares A. C. D, B. E. F. remanebunt quoque pares D. C. H. & F. E. G. Similiter oſtenduntur çquales C. D. H. & E. F. G. Et tandem reliquus H. reliquo G. [d] baſis C. D. ſit æqualis baſi E. F. erit quoque C. H. æqualis ipſi E. G. [e] & reliqua D. H. reliquæ G. F. Denique ſi ab extremitatibus diametri I. K. tangentes duxeris, eas ſecans diameter angulos vtrinque interiores faciet duobus rectis æquales: [f] numquam proinde concurrent [g] ſectæ tangentes, vt vult Lemma.

a per 27. li. 3.
b Per 28. li. 3.
c Per 5. li. 1.
d Per 3. cōmun. ſent.
e per 32. lib. 1.
f Per 4. lib. 6.
g Per 18 li. 3.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Fiant anguli C. L. D, E. M. F. æquales [h] in æqualibus portionibus. ; ΑΠΟΔ. Quoniam anguli æquales C. L. D, & E. M. F. ſunt pares [i] duobus C. D. H. & E. F. G. alter alteri: hi quoque ſunt inter ſe æquales. [m] ſimiliter ambo H. C. D, G. E. F. iiſdem ad L. & M. æquales [n] ſunt. Proinde bini H. C. D, & H. D. C. ſunt pares inter ſe ſicuti alij G. E. F, & G. F. E. & illorum alter horum alteri æquatur: Latera vero C. D, E. F æqualia ſunt: proinde reliqua latera ſunt identidem paria, [o] quod vult lemma.

h per 29. li. 1.
i per 27. li. 3.
l Per 28 li. 3.
m Per 32. li. 3.
n per comm. ſent lib. 1.
o per 29. li. 3.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν τινὲς ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, αἵ εἰσι βάσεις τοῦ κυλίνδρου ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπέσωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

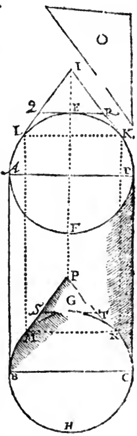
PROP. XII.

THEOR. VII.

Si in ſuperficie cuiuſdam cylindri recti capiantur duæ lineæ rectæ, à quorum extremis punctis educantur lineæ tangentes circulos qui baſes ſunt cylindri, exiſtantque in eodem cum circulo plano, & ſimul concurrant: parallelogramma compræhenſa ſub tangentibus & cylindri lateribus, maiora ſunt cylindrica ſuperficie, quæ eſt inter rectas ductas in ſuperficie cylindri.

ΥΠΟΘ. Sit cylindrus A. B. C. D. rectus, in cuius ſuperficie ſumantur duæ rectæ L. M, K. N. perpendiculares ad baſes, & ideo inter ſe parallelæ & æquales. [a] Has iungant lineę M. N, L. K. minores diametris, vt poſſit compleri hypotheſis propoſitionis. Etenim ab extremitatibus diametri non poſſunt duci duæ lineæ circulum tangentes, quæ vmquam concurrant. [b] à punctis ergo I. k. actæ ſint [c] tangentes L. I, k. I. occurrentes ſibi inuicem in I, [d] in eodem ſcilicet plano, in quo tangitur A. E. D. circulus: tum à punctis M. N. aliæ duę tangentes æqualē circulū B. H. C. concurrentes in P. etiā in plano tacti circuli. Et quia hæ tangentes illis tāgentibus ſunt æquales & parallelæ, ſcilicet in planis parallelis, ductæ lineæ ipſas iungentes L. M, I. P, k. N. conſtituent parallelogramma M. I, I. N. ΣΥΜΠΕ. Hæc duo parallelogramma maiora ſunt conica ſuperficie definita lineis L. M, k. N. & arcubus L. E. k, M. G. N. ΑΠΟΔ. Duo parallelogramma & conica ſuperficies eoſdem prorſus limites habēt, nempe lineas I. M, N. D. & plana in quibus ſunt vertex & baſis cylindri, & in eādem partem cauæ ſunt, illáque hanc comprehendunt. Ergo illa ſunt [e] hac maiores.

a Per 8 & 34. lib. 1.
b Per lemma precedens.
c Per 17 li. 3
d Per lemma precedens.
e Per 6. hypot. huius.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui volet longiorem argumentationem, ratiocinetur eodem prorſus modo quo fecimus ſcholio decimæ huius.

MANIFESTVM III.

His ergo demonſtratis, ex dictis patet, quod ſi in iſoſcele cono pyramis inſcribatur, ſuperficies pyramidis ſine baſe minor erit conica ſuperficie.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Φανερὸν ἐπὶ μὲν τῶν προειρημένων, ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

ΑΠΟΔ. Vnaquæque enim pars ſuperficiei conicæ ſubtenſa cuilibet lateri pyramidis, latere maior erit. [f] Et proinde tota ſimul conica ſuperficies omnibus ſimul pyramidis lateribus, ſeu tota pyramidis ſuperficie etiam maior erit. Sed vide vt ſemper baſes excipias.

f Per 9. huius.

MANIFESTVM IV.

Et quod ſi circa conum Iſoſcelem pyramis conſcribatur: ſuperficies pyramidis ſine baſe maior eſt ſuperficie coni ſine baſe quæ illi contermina eſt.

ΦΑΝΕΡ. Δ.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

ΑΠΟΔ. Ratio pendet ex 10. huius, vt non ſit opus maiori demonſtratione.

ΦΑΝΕΡ. Ε.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MANIFEST. V.

Ex iiſdem demonſtratis manifeſtũ, quod ſi in recto cylindro priſma inſcribatur, ſuperficies priſmatis ex parallelogrammis compoſita minor eſt ſuperficie cylindri ſine baſe.

ΑΠΟΔ. Vnumquodque ſiquidem parallelogrammorum ex quibus conſtat ſuperficies[a] priſmatis, minor eſt ſubtenſa[b] ſibi cylindrica ſuperficie excepta baſi. Proinde omnia ſimul, hoc eſt, tota priſmatis ſuperficies minor eſt tota cylindri ſuperficie.

a per 13. definit. l. 11.
b per 11. huius.

ΦΑΝΕ. ς.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MAN. VI.

Etiam, ſi circa rectum cylindrum priſma conſcribatur, ſuperficies priſmatis quæ conſtat parallelogrammis, maior eſt cylindrica ſuperficie ſine baſe.

ΑΠΟΔΕΙ. Hoc rurſus conſtat: quia quælibet priſmatis bina dimidia parallelogramma[c] ſuperficie ſibi reſpondente cylindri maiora ſunt, & proinde omnia ſimul abſque baſe, totam cylindri ſuperficiem excedunt.

c per 11. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

PROPOS. XIII.

THEO. VII.

Omnis cylindri recti ſuperficies ſine baſe, æqualis eſt circulo cuius ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus & diametrum baſis cylindri.

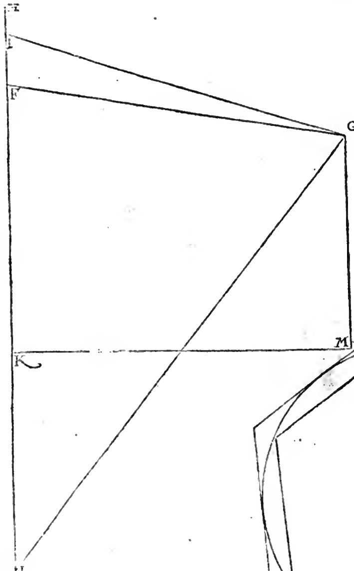
ΥΠΟΘΕ. Sit cylindrus E. D. altitudinis C.D. & baſis cuius diameter E. C. Inter C. D. & E. C. medius ſit proportionalis radius B.O.[d] cuius interuallo deſcriptus ſit circulus O.P.Q. qui deinceps dicetur B.

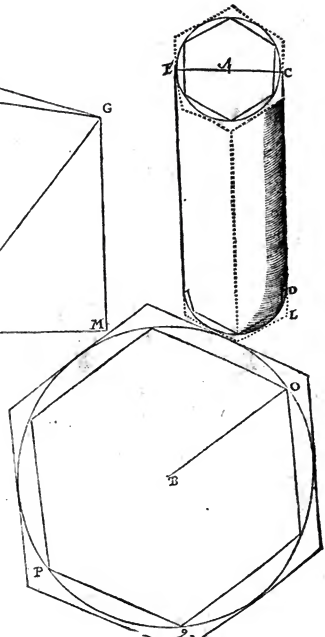
d per 13. l. 6.

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes circulo B. æqualem eſſe cylindri E.D. ſuperficiem excepta baſe.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam ſi propoſita cylindrica ſuperficies non eſt æqualis circulo B. maior ſit aut minor neceſſe eſt: poſitoque primo circulo minore, inſcribamus[e] ipſi figu-

e per 5. huius.





ram, aliamque conſcribamus ſimilem, ita ut conſcripta ad inſcriptam minorem ha-
a per lemma 2. ad 5. huius, beat rationem, quàm ſuperficies cylindrica, extremis vertice & baſe exceptis, ad cir-
culum B. Tum circa verticem cylindri & circulum A. conſcribatur *a* ſimilis figura pre-
b per 11. l. 11 cedentibus, à cuius angulis demittantur perpendiculares in planum baſis, *b* per quas
plana acta deſcribant circa cylindrum priſma parallelogrammis conſtans. Præterea
c per 11 l. 1 ſumatur linea F. G. æqualis omnibus lateribus figuræ circulo A. conſcriptæ, cui ad an-
d per 10 l. 1 gulos rectos erigatur *c* F. H æqualis diametro E. C. diuidaturque *d* bifariam in I. vt I. F.
e per 38 lib. 1. & 1. l. 6. radio A. C. æquiualeat, & iungatur I. G. qui conſtituat triangulum I. F. G. æqualem
conſcriptæ figuræ circulo A. *e* cum baſim habeat ambitui ipſius æqualem, κάθετον verò
I. F. parem altitudini triangulorum, in quos figura diuidi poteſt. Rurſus eidem F. G.
iungatur πρὸς ὀρθὰς F. K. æqualis altitudini C. D. cylindri perficiaturque parallelogram-
mum k. G. vel duplicetur F. k. in L. agaturque linea L. G. quæ triangulum F. L. G.
f per 1. li. 5 componat parem rectangulo k. G. & ideò priſmatis ſuperficiei, cylindro conſcripti.
Nam ipſimet ſuperficiei rectangulum k. G. æquale eſt, *f* cùm baſim habeat F. G. æqua-
lem baſibus omnium parallelogrammorum, quibus priſma conſtat, & altitudinem pa-
rem ipſorum altitudini, hoc eſt cylindri.

ΑΠΟΔ. Linea H.F.biſariam ſecta eſt in I. tum F. L.biſariam diuiſa in k. proinde eſt H.F.ad I.F.ſicuti F.L.ad F k. & ideò rectangulum ſub H.F, F.k.[a] æquale erit rectangulo ſub I.F, F.L. Atqui rectangulum ſub H.F, F.k. æquale eſt quadrato B O.[b] Ergo eidem quadrato B.O.par eſt rectangulum ſub I.F,F.L. Et ideo I.F. eſt[c] ad B.O. vt radius B.O.ad F.L. & quadratum I.F. ad quadratum B.O. vt linea I.F ad tertiam proportionalem F.L.[d] hoc eſt in ratione dupla lineæ I.F. ad lineam B. O. At verò figuræ circum duos circulos A.& B, deſcriptæ ſunt ſimiles, & earum latera ſunt ſicut A.C. hoc eſt I.[e] F. ad B. O. Ergo figura conſcripta circulo A. ſeu triangulus I.F.G figuræ æqualis eſt ad figurã conſcriptã circulo B in ratione dupla I.F.ad B. O. hoc eſt in ratione lineæ I.F.ad F.L. ſeu vt triangulus I.F.G.ad triangulum F.L G.[f] Eandem ergo rationem habet triangulus I.F.G.ad figuram circulo B. conſcriptam, quam ad triangulum F.L.G. Eſt[g] proinde conſcripta circulo B. æqualis triangulo F.L G.' hoc eſt quadrangulo k.G.ſeu priſmati circa cylindrum deſcripto, quod æquale eſt oſtenſum dicto rectangulo k. G. exceptis vertice & baſi. Atqui figura conſcripta circulo B. eſt inſcriptæ eodem B.circulo in minori ratione quàm cylindrica ſuperficies (baſi ſemper & vertice exceptis) circulo B.ex fabrica: Ergo etiam priſma conſcriptum cylindro in minori ratione eſt inſcriptæ circulo B.quàm cylindrica ſuperficies circulo B. Ergo rurſus idem priſma eidem circulo B. vt[h] maiori quàm ſit dicto circulo B inſcripta figura, in minori ratione eſt quàm eadem cylindrica ſuperficies ipſi circulo B. Sed priſma maius eſt cylindrica ſuperficie,[i] vtrobique ſublatis vertice & baſe. Ergo maior quantitas ad eandem minorem rationem haberet,quam minor, contra Geometriæ decreta.[l] Abſurdum itaque eſt dicere cylindrica ſuperficie circulum eſſe minorem.

Iam ponatur maior circulus B.conica ſuperficie. ΚΑΤΑΣ. Circulo B. conſcribatur figura, aliaque ſimilis inſcribatur,[m] ita vt maior ad minorem rationem minorem habeat quàm circulus B. ad cylindricam ſuperficiem. Tum cylindri vertici A. ſimilis præcedentibus[n] inſcribatur quoque figura, à cuius angulis ducantur perpendiculares in baſim cylindri,[o] per quas & latera inſcriptæ figuræ acta, plana deſcribant intra cylindrum priſma rectangulis planis conſtans. Huius figuræ vertici A. cylindri inſcriptæ, perimetro æqualis ponatur F.G,vt reliquis manentibus quæ ſuperius acta ſunt,probetur triãgulus I.F.G. maior inſcripta[p] circulo A. figura, quia altitudo triangulorum in quæ dirimetur,minor eſt radio A.C ſeu linea I.F. æquali: tum k G.ſeu triangulus F.L.G. æqualis quoque inſcripto priſmati intra cylindrum, baſe & vertice exceptis, cum baſes & altitudines ſunt æquales. ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia inſcriptæ & conſcriptæ figuræ tam circulo A.quàm circulo B. ſunt ſimiles, inſcripta circulo A.eſt inſcriptæ circulo B.in ratione dupla radij circuli[q] A.hoc eſt I.F.ad radium B.O.ſeu lateris illius ad latus huius. Sed prius oſtendimus I.F.eſſe ad B.O.vt B.O.ad F.L. Proinde I.F.erit ad F.L.hoc eſt[r] triangulus I.F.G.ad triangulum F.G.L. in ratione dupla lineæ I.F. ad radium B. O.& proinde vt[ſ] inſcripta circulo A. ad inſcriptam circulo B. Ergo vt triangulus I.F. G.maior eſt inſcripta figura circulo A.[t] ita triangulus F. L. G. maior erit inſcripta figura circulo B. Atqui conſcripta figura circulo B. inſcriptæ eidem B. minorem habet[u] rationem,quàm circulus B ad cylindricam ſuperficiem. Et cum circulus B.minor[x] ſit quàm ſibi conſcripta figura:minorem rurſus[y] rationem habet B. ad inſcriptam ſibi figuram,quàm conſcripta ſibi, ad eandem ſibi inſcriptam. Ergo multo minorem rationem habet circulus B. ad ſibi figuram inſcriptam,quàm ipſemet B. habeat ad cylindricam ſuperficiem Figura proinde circulo B. inſcripta maior eſt cylindrica ſuperficie. Eſt autem prius oſtenſum figuram inſcriptam circulo B. minorem eſſe triangulo F.L. G. cui priſma cylindro inſcriptum æquale demonſtrauimus. Ergo idem priſma (baſe ſemper & vertice exceptis) multo maius eſt cylindrica ſuperficie: quod eſt rurſus abſurdum.[z] Igitur omnino inconueniens eſt & rationi diſſentaneum,dicere circulum B.minorem eſſe vel maiorem cylindrica ſuperficie, quod fuit demonſtrandum.

a per 16. l.6
b per 17. li. 6.
c per 17. li. 6. partem ſecundam.
d per 10. definit. li. 5. & 20. prop. l.6.
e per 4. l. 6.
f per 1. li. 6.
g per 7 l. 5.
h per 8 l. 5.
i per 5. hypotheſim huius & corollarium 4. prop. 12. huius
l contra 8. li 5.
m per 5. huius.
n per Lemma 2. ad 5. huius.
o per 11. l. 11.
p per 1 l 6.
q per 20. lib 6.
r per 1 l 6
ſ per 11. li 5
t per 14 l. 5.
u per fabricam.
x per additam hypotheſim.
y per 8. li. 5.
z per 4. coroll prop. 12. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΔ. PROPO. XIIII.

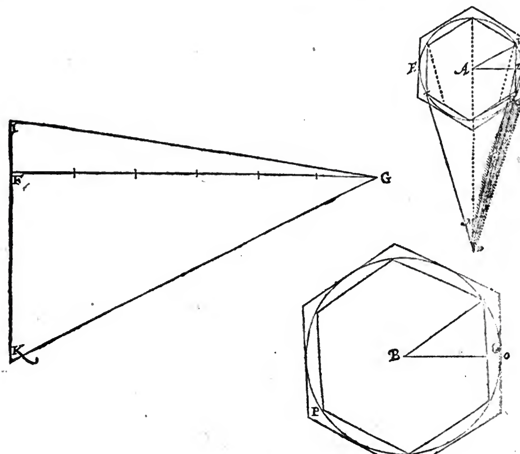
ΘΕΩΡ. Θ. THEO. IX.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς

Omnis coni Iſoſceli ſuperficies

ſine baſe, æqualis eſt circulo, cuius radius medius eſt proportionalis inter latus Coni & radium circuli, qui eſt coni baſis.

βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.



ΥΠΟΘΕ. Sit Conus E.D.C. cuius vertex D. Baſis circulus A. cuius radius A.C. In-
a per 13. lib.6. ter quem & latus Coni D.C. media ſit proportionalis B.O.[a] cuius interuallo deformetur circulus O.P.Q. quod in poſterum dicetur circulus B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico circulum B. æqualem eſſe ſuperficiei conicæ excepta baſi.

ΚΑΤΑΣ. Si non ſit B. æqualis conicæ ſuperficiei, minor erit aut maior. Primò pona-
b per 5. huius & lemma 2. ipſi prepoſitum. tur minor. Ac intra & circa circulos B. & A. deſcribantur[b] figuræ ſimiles, ſitque conſcripta circulo B. figuræ eidem B. inſcriptæ in minori ratione quàm conica ſuperficies excepta baſi ad circulum B. Tum ab angulis conſcriptæ & inſcriptæ circulo A. demittantur rectæ ad apicem Coni D. vt tam extra quàm intra conum habeantur pyramides. Præterea capiatur F.G æqualis τῇ περιμέτρῳ figuræ circulo A. conſcriptæ, cui re-
c per 11. l. 1. ctò ſtet F.I.[c] æqualis radio A.C. altitudini nimirum omnium triangulorum, in quæ fi-
d per 1. li. 8. gura circulo A. conſcripta dirimitur. Ita ut triangulus I.F.G. ponatur[d] æqualis toti figuræ circulo A. conſcriptæ. Rurſus producatur I.F. recto in K. & fiat F.K. æqualis lateri cylindri E.D. nimirum altitudini triangularium ſuperficierum, quibus circumſcripta cylindro Pyramis conſtat. Ita vt trigonus F.K.G conſtituatur par toti ſuperficici pyramidis externæ, ſemper baſe excepta.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam figuræ circulis A. & B. conſcriptæ, ſunt ſimiles, in dupli-
e per 20. lib.6. cata ſunt ratione laterum homologorum,[e] & conſcripta circulo A eſt ad conſcriptam
f per 4. l. 6. circulo B. in duplicata ratione radij A.[f]C. ſeu I.F. ad radium B.O Atqui duplicata ratio I.F. ad B.O. eſt I.F. ad C.D. latus cylindri ſeu ad ipſi æqualem F.K. Ergo con-

ſcripta A. eſt ad conſcriptam B. vt I.F. ad F. K. hoc eſt vt triangulus I.F. G. *a* ad triangulus F.k.G. Vt ergo conſcripta A. eſt æqualis triangulo I. F. G. ita eſt *b* conſcripta B. æqualis triangulo F. k. G. hoc eſt pyramidi conſcriptæ cylindro, baſe excepta. Atqui conſcripta B. minorem habet *c* rationem ad inſcriptam B. quàm ſuperficies coni ad circulum B. Ergo pyramidis ſuperficies habet ad inſcriptam B. minorem rationem quàm conica ſuperficies ad circulum B. Eſt autem eadem pyramidis ſuperficies ad circulum B. vt ad maiorem *d* in minori ratione *e* quàm ad inſcriptam B. minorem circulo. Ergo multo minorem rationem habet pyramidis ſuperficies ad circulum B. quàm conica ſuperficies ad eundem circulum B. quamquam maior eſt pyramidis ſuperficies conica ſuperficie: Ergo maior ad eundem circulum B. minorem rationem haberet, quàm minor, contra auguſtiſſima decreta Geometriæ. Iam ponatur circulus B. maior conica ſuperficie.

- *a* per 11. l. 5.
- *b* per 14. l. 5.
- *c* per fabricam.
- *d* per 9. hypotheſim huius.
- *e* per 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Et intelligatur conſcripta ad inſcriptam circulo B. in minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem: ſimiliſque ponatur inſcripta circulo A. quæ ſit baſis pyramidis intra conum deſcriptæ. Inſcriptæ A. latus ſit L. R. in quod perpendicularis decidat A. N. à quo puncto N. ducantur primùm N. D. nempè perpendicularis & altitudo ſuperficierum triangularium, quibus conſtat interior pyramis, tum N. M. parallela lateri coni C. D. decidens in axem coni A. D. Exiſtimetur demum F. G. æqualis ambitui inſcriptæ figuræ A.E. tùm I.F. æqualis altitudini A. N. & F. K. altitudini N.D. vt triangulus I.F.G. æquetur inſcriptæ figuræ circulo A. tum F.K.G. ſuperficiei pyramidis cono inſcriptæ A.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Sic enim figura rurſus inſcripta circulo A. eſt *f* ad figuram inſcriptam circulo B. in ratione duplicata A. L. ſeu A. C. ad B. O. ſed ratio duplicata A. L. ad B.O. eſt *g* A. C. ad C.D. nam B. O. eſt media proportionalis inter A. L. vel A. C. & C. D. Ergo inſcripta circulo A. ad inſcriptam circulo B. eſt vt A. C. ad C.D. Atqui A. C. eſt ad C. D. vt A.N. ad N. M. *h* & A. N. ad N.M. in maiori ratione, quàm eadem A N. ad N. D. *i* maiorem *l* ipſa N.M. vt ſubtendentem angulum obtuſum N.M.D. Ergo A. C. eſt ad C. D. in maiori ratione quàm ſit A. N. ad N. D. ſeu quàm I. F. ad F. K. vel demum quàm *m* triangulus I.F.G ad triangulum F.K.G. vel denique quàm inſcripta circulo A. figura, ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Idcirco demum inſcripta circulo A. figura, ad inſcriptam circulo B. figuram, maiorem rationem habet quàm ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Et propterea inſcripta circulo B. figura, minor eſt ſuperficie inſcriptæ cono Pyramidis. Eſt autem conſcripta B. ad inſcriptam B. *n* in minori ratione quàm circulus B. ad ſuperficiem conicam. Ergo conſcripta B. erit *o* ad minorem nempè ſuperficiem Pyramidis cono inſcriptæ in multo adhuc minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem. Atqui circulus B. ad ſuperficiem inſcriptæ pyramidis vt ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad conicam ſuperficiem quæ maior eſt. Ergo rurſus conſcripta circulo B. in minori ratione eſt ad ſuperficiem inſcriptæ cono pyramidis, quàm circulus B. ad eandem pyramidis ſuperficiem. At verò circulus B. minor eſt ſibi conſcripta figura. *p* Et proinde maior quantitas ad eandem quàm minor, minorem haberet rationem, contra τὰ θεῖα τῆς γεωμετρίας ἀξιώματα. Circulus itaque B. nec minor eſt nec maior propoſita conica ſuperficie, ſed æqualis: quod fuit oſtendendum.

- *f* per 20. l. 6.
- *g* per 10. definit. l. 5.
- *h* per 2. l. 6.
- *i* per 8. l. 5.
- *l* per 19 l. 1.
- *m* per 1. l. 6.
- *n* per fabricam.
- *o* per 8. l. 5.
- *p* per additam hypoteſim quæ 9. eſt.

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. Ι.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

PROPOS. XV.

THEO. X.

Cuiuſcumque coni Iſoſcelis ſuperficies ad baſim, eam habet rationem, quam latus Coni ad radium circuli qui baſis eſt coni.

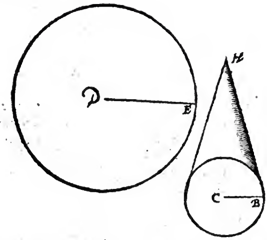
ΥΠΟΘ. Sit Conus H.B.C.

ΣΥΜΠ. Dico ſuperficiem coni eſſe ad baſim, cuius centrum C. vt H. B. latus Coni ad B.C. radium baſis.

ΚΑΤΑΣ. Inter H.B & B.C. media reperiatur a proportionalis D.E. cuius interuallo deſcribatur circulus.

ΑΠΟΔ. Circulus cuius centrum C. ſeu baſis coni, ſe habet b ad circulum cuius centrum D. vt quadratum C. B. ad quadratum D.E. hoc eſt c in ratione duplicata C. B. ad D. E. Sed ratio duplicata C. B. ad D. E. eſt d C. B. ad tertiam B. H. Ergo circulus baſis ſe habet ad circulum D. hoc eſt ad ſuperficiem Coni circulo D. e æqualem, vt C. B. ad B. H. Ergo inuertendo f ſuperficies Coni eſt ad baſim vt latus H.B. ad radium B.C. quod fuit demonſtrandum.

a per 13. l. 6.
b per 2. l. 12
c per 20. l. 6.
d per 10. definit. l. 5.
e per præcedentem.
f per coroll. 4. lib. 5.



LEMMA I.

Si duæ rectæ prima & ſecunda ſecentur: rectangulum comprehenſum ſub vtraque, æquale erit tribus rectangulis, primo ſub prima parte primæ, & prima parte ſecundæ: ſecundo ſub ſecunda parte primæ, & eadem prima ſecundæ: tertio ſub ſecunda parte primæ & tota ſecunda.

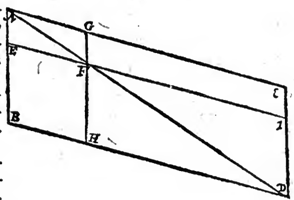
ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ, prima A.B. ſecunda A.C. diuiſæ in E. & G. ex his ſit rectangulum A. D. g

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum A.D. eſſe æquale tribus: nimirum primo ſub A. E. & A G. ſecundo ſub E. B. & eadem A. G. Tertio ſub E. B. & tota A.C.

ΚΑΤΑΣ. A punctis E. & G. ſectionum agantur parallelæ h oppoſitis lateribus E. I. & G. H. dimetienſque A. D. i

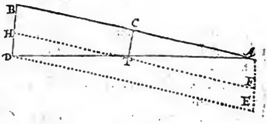
ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum A.D. l ſi intelligatur ſola A. B. ſecta, componitur ex duobus rectangulis E. C. ſub E. A. & A. C. & E. D. ſub E.B, B. D. ſeu A.C. Atqui rectangulum E.C. componitur rurſus ex duobus, nimirum ex E.G. comprehenſo ſub A. E. prima parte primæ, & A. G. prima parte ſecundæ: & ex G. I æquali m alteri complemento E. H. quod continetur ſub E. B. ſecunda parte primæ, & E. F. ſeu A. G. prima etiam parte ſecundæ. Tum demum rectangulum E. D. comprehenditur ſub E. B. ſecunda parte primæ & B. D. ſeu A. C. tota ſecunda. Ergo rectangulum A. D. æquale eſt tribus E. G, E. H. ſeu F. C. & E. D. quod fuit probandum.

g per 1. definit. li. 2.
h per 17. li. 3.
i per 26. l. 6.
l per 1. li. 2.
m per 43. l. 1.



COROL-

COROLLARIVM.



Hinc deduco, dati trianguli A.B.D. ſecti linea C.P. baſi B.D. parallela, ita ſe habere latera vt rectangulum ſub A.B, B.D. æquale ſit rectangulo ſub A.C, C.P. & rectangulo comprehenſo ſub C.B. lineaque compoſita ex B.D, C.P.

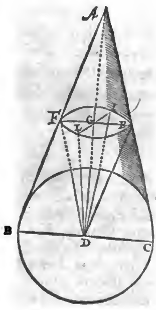
ΚΑΤΑΣ. Perficiatur ex A B, B.D. rectangulum, producaturque C.P. in G. & ducatur H.F. per P. parallela ipſi B.A.

ΑΠΟΔ. A.B, & B.D, ſecantur in C. & H. Ergo rectangulum A.D. æquatur[a] tribus A.P, E.P. ſeu B.P. & E.H. ſumpta A.E. linea pro prima, & A.B. pro ſecunda. Atqui rectangulum A.D. continetur ſub A.B, B.D. Tum F.C, ſub A.C, C.P. & gnomon C.D. F. æquale eſt rectangulo ſub C.B. & linea conflata ex duabus C.P. & B.D. Nam rectangulum ſub C.B. bis & duabus partibus B.D. ac C.P. æquale eſt[b] rectangulo ſub C.B. & conflata ex duabus ſimul B.D. & C.P. Atqui rectangulum ſub C.B. & B.D. eſt C.D. tum aliud rectangulum ſub C.B. & C.P. eſt C.H. hoc eſt[c] P.E. amboque ſimul gnomonem complent. Ergo rectangulum ſub A.B, B.D. æquale eſt duobus, primo ſub A.C, C.P. ſecundo ſub B.C. & linea compoſita ex duabus B.D, C.P, quod fuit probandum.

[a] per lemma proximum. [b] per 1. l. 2. [c] per 43. l. 1.

LEMMA II.

Si conus Iſoſcelis plano ſecatur baſi parallelo, interſectione fit circulus.



ΥΠΟΘ. Sit Conus Iſoſceles A.B.C. qui ſecetur in F.E. plano parallelo baſi B.C.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico F.I.E.L. eſſe circulum.

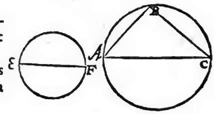
ΚΑΤΑΣ. A centro D. per planum F.I.E.L. axis ducatur D.G.A. qui ſit neceſſario perpendicularis, cum conus ſit Iſoſceles, & facile probentur trianguli A.B.D. & A.D.C. æquianguli.[d] Per ipſum proinde axem agatur planum, quod ſecet conum bifariam ſecundum latera A.B, & A.C. planumque F.I.E.L. ſecundum rectam lineam[e] F.E. quæ cum ſit in plano ſecante, in quo eſt axis A.D.[f] ſecet ipſum axem. Producantur rurſus D.F, D.E, D.L, D.I.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli A.B.C, A.C.B. trianguli Iſoſcelis A.B.C. ſunt æquales,[g] & iiſdem pares ſunt A.F.E, A.E.F.[h] quia F.E. baſi B.C. eſt parallela, ſcilicet quiſque cuique, & propterea inter ſe ſunt pares, ac latera[i] A.F, A.E. paria. Sublata proinde ex A.B, A.C. relinquent F.B, E.C. æqualia.[l] Atqui B.D. & D.C. ſunt radij[m] æquales. Baſis ergo F.D.[n] baſi D.E. eſt æqualis. Et triangulus F.D.E. Iſoſcelis, angulique D.F.E, F.E.D. ſunt pares.[o] Sunt verò anguli ad G. recti.[p] Cùm enim G.D. ad alterum duorum planorum parallelorum ſit perpendicularis, nempe ad baſim, ad reliquum F.E. quoque perpendicularis erit. Ergo F.G, G.E. ſunt æquales. Similiter L.G, G.I. oſtendentur æquales. Itaque punctus[q] G. eſt centrum circuli & circulus F.I.E.L. quod fuit probandum.

[d] per 4. li. 1. [e] per 3. l. 11. & 16. eiuſdem. [f] per 2. l. 11. [g] per 5. li. 1. [h] per 29. l. 1. [i] per 6. l. 1. [l] per 3. com. ſent. [m] per 10. definit. l. 1. [n] per 4. l. 1. [o] per 5. l. 1. [p] per coroll. 14. li. 11. [q] per 9. l. 3.

LEMMA III.

Circulum ex circulo auferre vt remaneat circulus.



ΥΠΟΘΕ. Sit minor circulus E. F. auferendus ex maiori A.B.C. vt remaneat circulus.

ΚΑΤΑΣ. A puncto A. maioris circuli accommo-
a per 1.l.4. do[a] intra circulum diametrum E.F. minoris, & ſit A.B. tum duco B.C.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Circulus quippe deſcriptus diametro B.C. erit differentia circuli A.B.C. ſupra minorem E.F.

ΑΠΟΔ. Angulus A.B.C. eſt rectus in ſemicircu-
b per 31.l.3. lo:[b] proinde exceſſus quadrati A.C. ſupra quadratum A.B. ſeu E.F. eſt[c] quadratum B.
c per 47 l.1. d per 2.l.12 C. Atqui linearum vt ſe habent quadrata, ita[d] ſe habent ab iiſdem tanquam diametris deſcripti circuli. Ergo circulus cuius diameter B.C. eſt exceſſus circuli A.B.C. ſupra circulum E.F. qui fuit inueniendus.

PROPO. XVI.

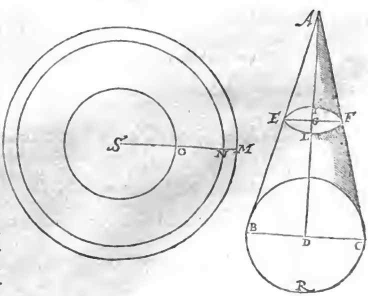
THEO. XI.

Si conus Iſoſceles plano ſecatur baſi parallelo: ſuperficiei coni mediæ inter plana parallela, æqualis eſt circulus, cuius radius medius eſt proportionalis inter partem lateris coni comprehenſam parallelis planis, & lineam æqualem radijs duorum circulorum, qui habentur in planis parallelis.

ΠΡΟΤΑ. Ις.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εαν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσι, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.



ΑΠΟΔΕΙΞ. Sit conus Iſoſceles A.B.C. ſectus plano E.F. parallelo baſi B.C. cuius ideo ſectione fiat
e per 2. lemma proximum. circulus:[e] Axis coni ſit A.D. per quem agatur planum findens conum ſecundum triangulum Iſoſcelem A.B.C. circulumque E.I.F.L. per lineam E.F. parallelam diametro
f per 16.l.11. baſis B.C.[f]

ΣΥΜΠ. Dicitur partem conicæ ſuperficiei comprehenſam duobus circulis planis baſi B.R.C. & E.I.F.L. eſſe æqualem circulo, cuius radius medius fuerit proportionalis inter lineam E.B. & lineam conflatam ex duabus E.G.B.D.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur media [a] proportionalis inter A.E, E.G. quæ ſit S.O. cuius radio circulus deſcribatur S.O. Rurſus inueniatur media proportionalis inter E.B. & compoſitam ex B.D, E.G. ſitque radius circuli S.N. Denique reperiatur media ſecundum rationem inter A.B & B.D. qua tanquam radio fiat circulus S.M. *a per 13. 1. 6.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum ſit circulus E.I.F.L. parallelus baſi B.R.C. conus eſt Iſoſceles A.E.F. cuius ideò ſuperficiei [b] æqualis eſt circulus S.O. ſemper baſe excepta. *b per 14. huius.* Etiam ſuperficiei coni A.B.C. æqualis eſt circulus S.M. Si ergo tollatur circulus S.O. ex circulo S.M. remanebit pars conicæ ſuperficiei comprehenſæ inter duo plana parallela. Sed remanebit circulus S.N. Nam rectangulum ſub A.B, B.D. hoc eſt [c] quadratum S.M. eſt [d] æquale duobus rectangulis ſub A.E, E.G. & ſub E.B. lineaque conflata ex duabus E.G, B.D. hoc eſt æquale eſt duobus quadratis ex S.O. & S.N. medijs proportionalibus, inter latera horum rectangulorum. *c per 17. l. 6. d per corollarium lemmatis 1. ſuperioris.* Ergo ſi ex quadrato S.M. quadratum ſubſtuleris lineæ S.O. remanebit quadratum lineæ S.N. Atqui vt ſe habent quadrata linearum, ita ſe habent [e] & circuli ab ijſdem lineis deſcripti. Ergo circulo S.O. ſublato ex circulo S.M. remanet circulus ex S.N. & hic proinde æqualis eſt parti conicæ ſuperficiei contentæ inter parallela plana, quod fuit demonſtrandum. *e per 2. l. 12.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod ſi contigerit ſectio ſecundum lineam E.F. tam prope baſim, vt ſuperficies media inter baſim & planum ſecans minor fuerit ſuperficie coni A.E.F. excepta baſe, accidet circulus S.N. minor circulo S.O. Sed nihilominus procedet demonſtratio ſecundum propoſitionem.

ΛΗΜΜΑΤΑ. — LEMMATA.

Α. — I.

Οἱ κῶνοι αἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς βάσεσι.

Coni æqualem habentes altitudinem eam inter ſe rationem habent, quàm baſes.

Hoc demonſtratur ab Euclide propoſitione 11. τοῦ στοιχείου ιβ.

Β. — II.

Κῶνοι δὲ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσι.

Coni verò habentes æquales baſes, eam inter ſe rationem habent quàm altitudines.

Hoc ibidem operis demonſtratur ab Euclide propoſ. 14.

Γ. — III.

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Si Cylindrus plano ſecatur parallelo ad baſim: cylindrus eſt ad cylindrum, vt axis ad axem.

Hoc habetur demonſtratum apud Euclidem eodem elemento 2. propoſ. item 14.

IV. — Δ.

Coni qui eaſdem baſes habent (& altitudines) cum cylindris, in eadem ſunt ratione quàm cylindri.

Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις, (καὶ τὰ αὐτὰ ὕψη) τοῖς κυλίνδροις.

Duplex eſſe poteſt ſenſus huius lemmatis. Etenim ſi non addideris ἴσα τὰ ὕψη, quæ non addit Archimedes, ſenſus erit, conos ſe habere ſicuti altitudines, & recidit in 14. propoſ. lib. 12. Elementorum. Si verò & altitudines iunxeris, intelligitur conum eſſe ad conum, vt cylindrus ad cylindrum, quod demonſtratur ex 10. lib. eiuſdem 12 Element. & 15. lib. 5.

V. — E.

Et æqualium conorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: Atque quorum reciprocæ fuerint baſes altitudinibus, ipſi æquales ſunt.

Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

Conſule Euclidem ibidem duodecimi Elementi propoſ. 15.

VI. — ϛ.

Et Coni quorum diametri baſium eandem rationem habent, quàm axes, ſeu quàm altitudines: ſe habent inter ſe in triplicata ratione dimetientium quæ in baſibus.

Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

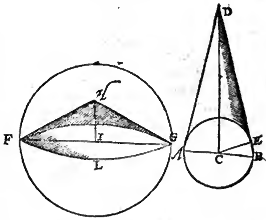
Hoc eſt, ſimiles coni iuxta 24. definit. lib. 11. Elemento. ſunt in triplicata ratione dimetientium quæ in baſibus, per 12. lib. 12. eorumdem Elementorum: Hæc autem ſolum proponit Archimedes, quia vt ipſe ait, πάντα ταῦτα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη, & antiquiores Archimede Geometræ hæc demonſtrauerant.

PROPO. XVII. — ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

THEO. XII. — ΘΕΩΡ. ΙΒ.

Si fuerint duo Coni Iſoſceles, & fuerit alterius ſuperficies æqualis baſi alterius; linea verò à centro baſis educta perpendiculariter in latus coni, altitudini extiterit æqualis: coni erunt æquales.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς· ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη, τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.



ΥΠΟΘΕ. Sit conus A.B.D. Iſoſceles inter cuius latus A.D.& radium baſis A. C. medius ſit [a] proportionalis I.G. quo interuallo deſcriptus ſit circulus æqualis conicæ [b] ſuperficiei A.B.D. qui baſis ſit coni F.H.G. cuius rurſus altitudo I. H. æqualis ſit perpendiculari C.E. demiſſa à centro baſis alterius coni in eiuſdem latus. *a per 13. l. 6.* *b per 24. huius.*

ΣΥΜΠΕΡ. Dico ambos conos eſſe æquales. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam baſis F. L.G.eſt æqualis conicæ ſuperficiei A D. B. ambæ ad eandem baſim [c] A. E. B. eandem rationem habent: Atqui ſuperficies conicæ A. D.B. ad baſim ſuam eſt, [d] vt latus D.B. ad radium B.C. hoc eſt vt D.C.ad C. E. [e] ſeu ad I H æqualem. Ergo baſis F.L.G.eſt ad baſim A.E.B. vt altitudo C.D.ad altitudinem H.I. reciprocè. Coni proinde ſunt [f] æquales, vt proponebatur.

c per 7. l. 5. d per 15. huius. e per coroll. 8. li. 6. f per 5 lemma proximum & 15. lib. 12.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.
ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον. ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

PROPO. XVIII.
THEO. XIII.

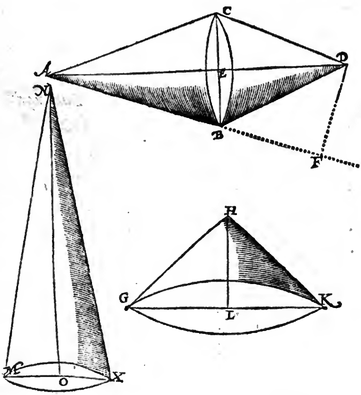
Cuilibet rhombo ex Iſoſcelibus conis compoſito, æqualis eſt conus, qui baſim habeat æqualem ſuperficiei alterius coni eorum qui rhombum componunt: altitudinem verò æqualem perpendiculari à vertice alterius coni, in vnum latus primi illius deductæ.

ΥΠΟΘ. Sit Rhombus ex binis conis conſtans æquicrurijs A.B.C.D. quorum communis baſis ſit B.C. altitudo A D. Sit item alius conus H. G k. cuius baſis ſit æqualis [g] ſuperficiei vnius ex conis Rhombum componẽtibus, ſcilicet coni A.B.C. altitudo verò æqualis perpendiculari D. F. demiſſæ [h] à vertice alterius coni B.D.C. in A.B. Latus primi A.B.C. recto productum. *g per 14. huius.* *h per 12. l. 1.*

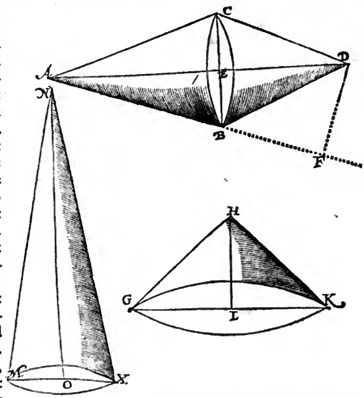
ΣΥΜΠΕ. Proponitur H. G.k. æqualis rhombo A.B. D.C.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M. N. X. baſi & altitudine æqualis Rhombo.

ΑΠΟΔ. Quoniam N.O. & A.D. ſunt æquales, vt eſt



a per 7. l. 5. A.D. ad A.E. ita eſt [a] N.O. ad A.E. Atqui A. D. eſt ad A.E. vt Rhombus totus ad A.C.B. conum (nam quia coni rhombum componentes ſunt in eadem baſi, vt *b 2. lemmate præcedẽti & 14. prop. lib. 12.* eſt conus B.D.C. ad conum B. A. C. ſic eſt [b] altitudo E. D. ad altitudinem E. A. Et *c per 18. l. 5.* componendo [c] vt rhombus totus ad conum B. A.C. ſic altitudo tota A.D. ad A.E.) Ergo N.O. eſt ad A.E. vt Rhombus ad conum A.C. B. Verùm baſes M.O.X. & B.E. C. ſunt ex fabrica æquales: proinde conus N. M. X. cono A. B.C. eſt vt N.O. ad A.E. Et ſic Rhombus & conus M.N.X. ad eundem conum A. C. B. eandem habent rationem, nempe N.O. ad A.E. Sunt *d per 7. l. 5.* itaque [d] æquales. Iam ſunt



duo trianguli A.B.E. & A.F.D. quorum anguli ad E. & F. ex fabrica ſunt recti, angulus D.A.F. vtrique communis eſt: reliqui proinde A.B.E. & A.D.F. ſunt [e] æquales. Propterea recte [f] inferimus, A.B. eſſe ad B.E. vt eſt A.D. ad D F. ſeu N.O. ad H.L. Demum quoniam baſis G.L.K. poſita eſt æqua ſuperficiei coni A.B.C. & ſunt rurſus baſes M. X, C B. æquales: Eſt baſis viciſſim [g] G.L.k. ad baſim M X. vt ſuperficies coni A.B.C. ad baſim B.C. Atqui vt conica ſuperficies ad baſim, ſic eſt [h] A.B. ad B E. hoc eſt [i] A.D. ad D.F. ſeu N.O. æqualis ipſi A. D. ad H.L. æqualem ipſi D.F. Ergo baſis S.k. eſt ad baſim M.X. vt reciprocè N.O. altitudo ad altitudinem H.L. Quidni itaque conos S.H. k. & M.N. X. quorum ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι, dixerimus [l] æquales? Quidni rurſus rhombum, quem demonſtrauimus parem cono N.M.X. etiam cono S.H.k. æqualem [m] prædicauerimus? Hoc verò vult propoſitio.

e per 32. l. 1. f per 4. l. 6. g per 16. l. 5. h per 15. huius. i per 22. l. 5 l per 14. lib. 12. & 2 lemma præcedens. m per 3. comm. ſent.

PROPOS. XIX.

THEO. XIV.

Si conus æquicrurius plano æquidiſtanti baſi ſecetur: tum à circulo facto conus contraſcribatur, verticem habens centrum baſis, factuſque rhombus auferatur à toto Cono: reſiduo æqualis eſt conus qui baſim habeat æqualem ſuperficiei coni mediæ inter parallela plana: altitudinem verò æqualem perpendiculari ductæ à centro baſis in vnum latus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΘ.

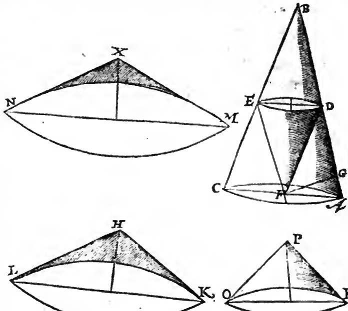
ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει. ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως· ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφερεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit conus A. B. C. qui ſecetur plano E. D. baſi C. A. parallelo, cui proinde fiat circulus intra coni ſuperficiem. [aa] Intelligatur vero huiuſmodi circulus radijs vndiquaque diffluere in centrum F. quo diffluxu naſcatur conus E. F. D. verticem nactus in F. Iungatur hic conus ſuperiori E. B. D ſocia baſe E. D. & fiat rhõbus ex æquicrurijs conis B. E, F. D. Diuellatur hic rhombus à toto cono A. B. C. Habeatur vero conus L. H. K. cuius baſis ſit æqualis conicæ [a] ſuperficiei, contentæ inter parallela plana A. C, D. E. altitudo vero perpendiculari F. G. à centro propoſiti coni in latus demiſſæ.

aa per 2. lemma propoſitum ad 16. huius.

a Per 16. huius.



ΣΥΜΠΕ. Dico conum hunc L. H. K. eſſe æqualem reſiduo ex cono A. B. C. deducto Rhombo B. E, E. D.

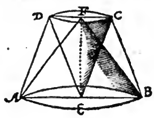
ΚΑΤ. Sit baſis coni N. X. M. æqualis [b] coni A. B. C. ſuperficiei: tum baſis O. P. R. par [c] conicæ ſuperficiei B. E. D. altitudo vero vtriuſque ſit rurſus æqualis perpendiculari F. G.

ΑΠΟΔ. Baſis coni O. P. R. æquatur ſuperficiei coni B. E. D. [d] tum baſis coni L. H. K. reſiduæ ſuperficiei mediæ inter plana parallela C. A, E. D. [e] eſt etiam æqualis. Proinde ambæ baſes conorum L. H. K. & O. P. R. ſuperficiei coni A. B. C. ſunt pares. Et ideo quoque æquales ſunt [f] baſi N. M. eidem conicæ ſuperficiei A. B. C. æquali. Atqui tres coni N. X. M, L. H. K, O. P. R. ſunt in eadem altitudine. [g] Sunt ergo ſicuti baſes inter ſe. Atque vt baſis N. M. æquiualet baſibus L. K, O. R. ſic conus N. X. M. æqualis eſt duobus conis L. H. K, O. P. R. Eſt autem N. X. M. conus par cono A. B. C. [f] Ergo coni ſimiliter L. H. K, O. P. R. ſunt cono A. B. C. pares. Sed O. P. R. conus æqualis eſt rhombo B. E. F. D. [g] Ergo reliquis L. H. K. reſiduo quod ex A. B. C. cono ſupereſt, poſt rhombi B. E. F. D. auulſionem æqualis eſt, quod proponebatur.

b Per 14. huius.
c per fabricam.
d per 1. com. ſent.
e per 11. lib. 12. & lemma proximum.
f per 17. huius.
g per præcedentem.

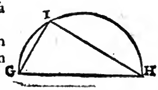
ΛΗΜΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΟΝ. LEMMA PROBLEMATICVM.

Duorum conorum inuerſim ſumptorum in trunco Coni ſecto plano parallelo baſi, eandemque habentium cum trunco altitudinem, differentiam notare.



ΥΠΟΘ. Sit truncus coni A. B. C. D. plano D. C. parallelo baſi A. B. ſecto: in quo ſumantur inuerſim duo coni D. E. C. & F. A. B. habentes inuerſas baſes parallela plana.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur G. H. linea æqualis diametro A. B. qua rurſus diametro ſemicirculus fiat G I. H. in quo accommodetur diameter D. C. minor ex hypotheſi ipſa A. B. Et ducatur I. H.



ΣΥΜΠΕ. Dico conum qui baſin habuerit deſcriptam diametro I. H. & altitudinem F. E. tam trunci quàm

duorum conorum inuerſim ſumptorum eſſe differentiam qua conus A. F. B ſuperat conum D. E. C.

a per 2. li. 12. b per 11. li. 12.

ΑΠΟΔ. Circulus G. H. æqualis eſt a circulis G. I. & I. H. Ergo ſi eadem altitudine tres coni deſcribantur his baſibus, b erit deſcriptus ſuper circulo G. H. hoc eſt conus A. F. B. æqualis duobus reliquis. Atqui qui fit ſuper circulo G. I. æqualis eſt cono D. E. C. Ergo conus I. H. duorum conorum vniuerſim ſumptorum in trunco differentia eſt.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum horum conorum ſi quando vſus fuerit, alter nempe F. A. B. dicetur conus F. ad baſim, alter nimirum D. E. C. appellabitur nobis conus ad verticem, vt pluribus verbis parcatur.

PROP. XX.

THEOR. XV.

Si rhombi ex æquicrurijs conis compoſiti alter conus plano ſecetur parallelo baſi: à circulo verò tũ facto conus deorſum deſcribatur verticem habens eandem quam alter conus: à toto verò rhombo diuellatur factus rhombus: reſiduo æqualis erit conus habens baſim æqualem ſuperficiei coni, mediæ inter parallela plana: altitudinem verò parem perpendiculari à vertice huius coni in illius coni latus demiſſæ.

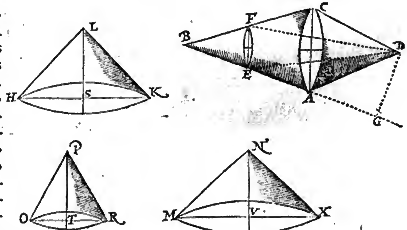
ΠΡΟΤ. Κ.

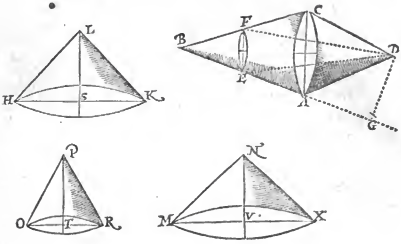
ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει· ἀπὸ δὲ τοῦ γινομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

c per lemma 2. ad 16. huius.

ΥΠΟΘ. Proponatur rhombus A. B. C. D. ex duobus æquicrurijs conis conflatus, quorum alter A. B. C. plano F. E. parallelo communi baſi C A. ſecetur: Et quia ſectio c circulus eſt, ab eo intelligatur in apicem ſuperficiei fluxum fieri, in punctum D. verticem





alterius coni, vt generetur conus F.E.D. rhõbuſque fiat E.B, F.D. qui diuellatur à toto rhõbo A.B.C.D. Sit rurſus conus H.L.K. cuius baſis æqualis ſit [a] ſuperficiei conicæ inter baſes ſeu parallela plana F.E, C.A. contentæ: altitudo vero perpendiculari demiſſæ à vertice D. in latus B.A productum.

a Per 16. huius.

ΣΥΜΠ. Conus H.L.K. æqualis eſt parti rhombi A.B.C.D. reſiduæ ab eo poſtquã rhombus E.B, F.D. fuerit auulſus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [b] M.N.X. conus baſe æquali ſuperficiei coni A.B.C. altitudine vero pari D.G. Tum O.P.R. conſtituatur, qui baſim habeat æqualem conicæ ſuperficiei B.E.F. altitudinem vero eidem perpendiculari G.D.

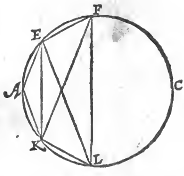
b Per 14. huius.

ΑΠΟΔ. Hoc pacto M.N.X. æqualis eſt, [c] rhombo A.B.C.D. & O.P.R. rhombo E.B, F.D. Deinde baſis M.X. æqualis eſt duabus O.R. & H.K quia hæ æquales ſunt ſimul toti ſuperficiei conicæ A.B.C. cui etiam par eſt baſis M.X. Atque altitudines horum trium nempe L.S, P.T. & N.V. ſunt æquales, ſingulæ ſcilicet pares vni D.G. perpendiculari. Se habent [d] ergo coni vt baſes: & ſicuti baſis M.X. eſt æqualis duabus H.K. & O.R. etiam conus M.N.X. eſt æqualis duobus H.L.K. & O.P.R. Hi ergo duo ſunt quoque pares rhombo A.B.C.D. Itaque ſi ab vtraque parte tollantur æquales, nempe hinc rhombus E.B, F.D. illinc vero conus O.P.R. reſiduum ex rhombo A.B.C.D. æquabitur cono H.L.K. quod fuit probandum.

c Per 18. huius.
d per 1. lemma præcedentium, & 11. lib. 12.

LEMMA I.

Binæ quælibet rectæ lineæ circulo deſcriptæ, quarum extrema diſtant æqualibus arcubus, ſunt inter ſe parallelæ.



ΥΠΟΘ. Sint duæ rectæ E.K. & F.L. in circulo A.F, C.L. quarum extrema iungant arcus æquales E.F, K.L.

ΣΥΜΠ. Dico ambas eſſe parallelas.

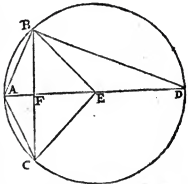
ΚΑΤΑΣ. Ducantur E.F, K.L. lineæ, tum K.F, E.L.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam arcus E.F, K.L. ſunt æquales, vtrique iungamus E.A.K. fient [e] ambo arcus F.E.K, E.K.L. æquales. Et proinde lineæ F.K, E.L. pateſcient [f] æquales ſicuti duæ E.F, K.L. arcubus paribus ſubtenſæ in triãgulis E.F.K, E.L.K. Sic duo latera vnius E.F, F.K. æqualia erunt duobus K.L, L.E. alterius: Cum ergo E.K. ſit vtriq; commune, anguli amborum [g] ſinguli ſingulis ſunt pares. ſcilicet E.K.L. æqualis eſt alteri F.E.K. Atqui duo oppoſiti anguli E.K.L. & E.F.L. quadranguli E.K.L.F. duobus rectis æquiualent. [h] Ambo proinde K.E.F, E.F.L. etiam duobus rectis æquantur, nempe interiores ad eaſdem partes. Vnde monet lineas E.K. & F.L. eſſe parallelas, [i] quod fuit probandum. Similiter demonſtrabuntur lineæ A.E, K.F. parallelæ, & quælibet aliæ æqualibus arcubus diſtinctæ.

e per 2. com. ſentent.
f per 29. lib. 3.
g per 8. lib. 1.
h per 22. lib. 3.
i per 28 lib. 1.

LEMMA II.

Si à puncto in circumferentia circuli capiantur duo arcus æquales, quorum extrema iungantur recta linea: diameter à puncto ſumpto ducta per centrum circuli, hanc lineam iungentem arcuum extrema bifariam diuidet & ad angulos rectos.



ΥΠΟΘ. In circumferentia circuli capiatur punctus A. & vtrinque arcus æquales ſint A. B, A. C. quos iungat linea B. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico diametrũ A. D. diuidere bifariã B. C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur B. E, C. E.

ΑΠΟΔ. Arcubus æqualibus A. B, A. C. ſubtenduntur, [a] anguli æquales A. E. B. & A. E. C. ſuntque [b] latera B. E, E. A. æqualia lateribus A. E, E. C. Proinde reliqui anguli vt B. A. E, & C. A. E. triangulorum B. A. E. & B. C. E. ſunt [c] æquales. Sed rurſus A. B. C. æqualis eſt [d] angulo A. C. B. cum A. C, A. B. tam arcus quàm lineæ ſunt æquales. Ergo in triangulo B. A. F. duo anguli ad B. & A. ſunt æqui duobus ad A. & C. trianguli A. F. C. proinde reliquus A. F. B. eſt æqualis reliquo A. F. C. Atque A. F. D. ſecat perpendiculariter lineam B. C. & ideo bifariam, [e] quod fuit demonſtrandum.

a Per 21. lib. 3. & 33. lib. 6.
b Per defin. 10. lib. 1.
c Per corall. 32. lib. 1.
d Per 21. & 29 lib 3 ac 5. lib. 1.
e per 3. li. 3.

COROLLARIVM

Perfecto triangulo ex A. B, A. D. ductaque linea B. D. erit [e] B. D ad B. A. vt B. F. ad F. A. ſcilicet ſemiſſis lineæ iungentis ad partem diametri inter punctum ſumptum & lineæ ſectionem. Quod ex triangulorum A. B. D. & A. B. F. ſimilitudine conuincitur [f].

e per 4. li. 6
f per 8. li. 6.

PROP. XXI.

THEO. XVI.

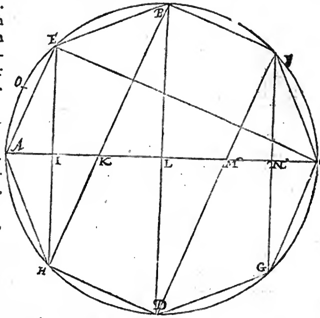
Si circulo multangularis, parilatera, & æquilatera figura inſcribatur: atque agantur rectæ iungentes latera figuræ, ita vt parallelæ ſunt vni ex his quæ duobus figuræ lateribus ſubtenduntur: omnes iungentes, ad circuli diametrum eam habẽt rationem, quam altera ſubtendens minimas dimidiarum, habet ad multangularis figuræ latus.

ΠΡΟΤ. ΑΚ.

ΘΕΩΡ. Ιϛ.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥς τε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιαοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾶς ἐλάσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ΥΠΟΘ. In circulo A.B.C.D. deſcribatur figura multorum angulorum & laterum parium parique numero, quæ deinde lineis rectis bina iungantur, inter ſe parallelis ὡς ἐδείξαμεν:[a] ſitque figura A.E, B.F, C.G, D.H.



ΣΥΜΠ. Dico lineas iungentes latera figuræ, nempe E.H, B.D, F.G. eſſe ad diametrum A.C. vt eſt E.C. ſubtendens alteram ſemiſſem minimam E.I. ad E.A. figuræ latus.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur H.B, D.F.

ΑΠΟΔ. Lineæ E.H, B.D, F.G. ſunt inter ſe parallelæ,[b] ſicut duæ B.H. & F.D. ſunt inter ſe. Tum A.C. diameter diuidit[c] E.H, B.D, F.G. bifariam & recto: proinde anguli A.I.E,[d] & I.E.A.[e] trianguli A.I.E. ſunt æquales angulis H.I.K, & I.H.K. trianguli I.H.K. Et proinde reliquus I.A.E. reliquo I.K.H. æqualis quoque eſt.[f] Idem probabitur & iiſdem rationibus de triangulis I.H.k, k.B.L. Tum de k.B.L. & L.D.M. denique de L.D.M, M.F.N. ac N.G.C. Itaque latera ſunt proportionalia:[g] & vt eſt E.I. ad I.A. ſic eſt H.I. ad I.k. vtque H.I. ad I.k. ſic B.L. ad L.k. & ſic D.L. ad L.M. Et F.N. ad N.M. Et demum G.N. ad N.C. Ergo omnes[h] antecedentes E.H, B.D, F.G ſunt ad omnes conſequentes quæ in A.C. vt vna antecedens E.I. ad vnam conſequentem I.A. Atqui vt E.I. ad I.A. ſic eſt[i] E.C. ad E.A. latus. Ergo omnes coniungentes E.H, B.D, F.G. ad diametrum A.C. ſic[l] E.C. ſubtendens E.I. vnum ex minimis dimidijs ad latus E.A. quod fuit probandum.

a Per lemma 1. proximum.
b per lemma 1. proximũ.
c Per 2. lẽma proximum.
d per 15. li. 1
e Per 29. li. 1.
f Per 32 lib. 1.
g Per 4 li. 6
h per 12. li. 5
i per coroll. proximum.
l per 11. li. 5.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

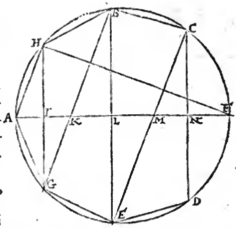
ΘΕΟΡ. ΙΖ.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους· ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου· αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

PROP. XXII.

THEOR. XVII.

Si in ſectione circuli poligonum inſcribatur, latera habens ſine baſe æqualia, & numero pari: agantur vero rectæ parallelæ baſi, coniungentes figuræ latera: omnes hæ ductæ lineæ cum dimidio baſis ad altitudinem ſectionis, eandem rationem habebunt quam habet linea ducta ab extremitate diametri in figuræ latus, ad ipſum figuræ latus.



ΥΠΟΘ. Sit ſectio A. B. C. D. E. circuli A. B. F. E. in qua multangularis figura C. B. H. A. G. E. D. æqualium & pari numero laterum deſcripta ſit, cuius latera iungant H G. B. E. parallelæ[a] baſi C. D.

ΣΥΜΠ. Dico H. G, B. E. vna cùm C. N. dimidio baſis C. D. ſe habere ad A. N. altitudinem ſectionis (nam A.N. eſt perpendicularis)[b] ductæ ab extremitate F. diametri, in latus A. H. ad idem latus A. H.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur G. B, E. C.

ΑΠΟΔ. Quoniam ſunt parallelæ H. G, B. E, C. D.[c] & perpendiculares diametro A. F. ſimili argumento quo ſuperius vſi ſumus, eſt H. I. ad I. A. vt G. I. ad I. k. Et ſic quoque B. L. ad L. k, E. L. ad L. M. & C. N. ad N. M. Et ex conſequenti[d] omnes antecedentes H. G, B. E, C. N. ad omnes conſequentes A. N. vt vna H. I. ad vnam I. A. Atqui vt H. I. ad I. A. ſic eſt[e] F. H. ad H. A. Ergo vt H. G, B. E, C. N. ad N. A. altitudinem ſectionis, ſic eſt[f] F. H. ad H. A. quod fuit probandum.

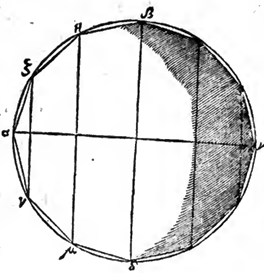
a per lema 1 præcedenti præfixum.
b per 1. lemma proximum.
c per præcedentes lemmata.
d per 12. li. 5.
e per proximum lemma.
f per 11. li. 5.

COROLLARIVM.

SIT in ſphæra maximus circulus α. β. γ. δ. & inſcribatur in ipſo polygonum æquilaterum; multitudinem verò laterum ipſius menſuret quaternarius. Diametri ſunt α. γ, β. δ. Si igitur manente α. γ. diametro conuoluatur circulus α. β. γ. δ. habens multangularem figuram: manifeſtum quòd circumferentia ipſius ſecundum ſphæræ ſuperficiem feretur: anguli vero polygoni, ijs exceptis qui ſunt ad puncta α. γ. ſecundum circulos circumuolutos ferentur in ſuperficie ſphæræ deſcriptos rectóſque ad circulum α. β. γ. δ. Diametri autem ipſorum erunt rectæ lineæ, quæ iungunt angulos polygoni, parallelæ exiſtentes ipſi β. δ. Polygoni verò latera ſecundum quoſdam conos efferentur. Et quidem hæc α. ζ, α. ν. ſecus ſuperficiem coni, cuius ſanè baſis eſt circulus deſcriptus diametro

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ΕΣΤΩ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ α. β. γ. δ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον· τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ α. γ, β. δ. διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς α. γ. διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ α. β. γ. δ. κύκλος, ἔχων τὸ πολύγωνον· δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς α. γ. σημείοις κατὰ κύκλον περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων καὶ ὀρθῶν πρὸς τὸν α. β. γ. δ κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, παρὰ τὴν β. δ. οὖσαι· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν α. ζ, α. ν. κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ζ. ν.



τὴν ζ. ν. κορυφὴ δέ ἐστι τὸ α. σημεῖον. αἱ δὲ ζ. η, μ. ν. κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται· ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν μ. η· κορηφὴ δέ ἐστι τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ζ. η, μ. ν. ἀλλήλαις τε καὶ τῇ α. γ. αἱ δὲ β. η, μ. δ. πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν β. δ. ὀρθὸς πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον· κορυφὴ δέ ἐστι τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ β. η, δ. μ. ἀλλήλαις τε καὶ τῇ α. γ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν β. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν β. δ. ὀρθοῦ

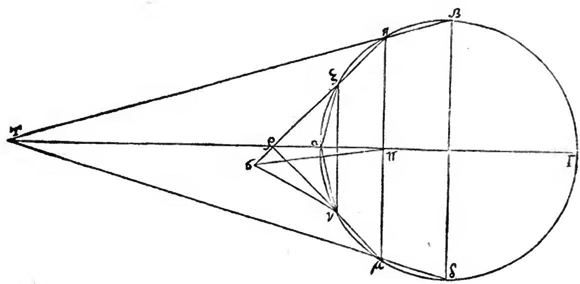
ζ. ν. verticemque habet punctum α. Illa vero ζ. η, μ. ν. ſecus aliquam conicam ſuperficiem euehentur, cuius baſis quidem eſt circulus qui fit diametro μ. η. & vertice puncto in quod concurrunt productæ ζ. η, μ. ν. in ſe inuicem, & quidem cum linea α. γ. At β. η, μ. δ. latera iuxta conicam ſuperficiem ferentur, cuius baſis quidem eſt circulus deſcriptus circa diametrum β. δ. rectuſque ad circulum α. β. γ. δ. vertex vero punctum in quod concurrunt productæ lineæ β. η, δ. μ. mutuo cum linea α. γ. Similiter & in alio ſemicirculo latera ferentur ſecus conicas ſuperficies rurſus ſimiles illis. Erit ergo aliqua figura deſcripta in ſphæra, & comprehenſa ſub dictis conicis ſuperficiebus, cuius ſuperficies minor erit ſuperficie ſphæræ. [a] Diuiſa etenim ſphæra plano ſecundum lineam β. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ. Superficies alterius ſemicirculi, & ſuperficies figuræ quę in eo deſcripta eſt, eoſdem limites habent in vno plano. Ambarum enim ſuperficierum limes eſt circuli ſuperficies, qui circa diametrum β. δ. rectus

a per 6. hypoth. huius

eſt ad circulum α.β.γ.δ. Et ſunt ambæ in eaſdem partes cauæ, & ipſarum conuoluitur altera ab altera ſuperficie cum illa habente eoſdem plani terminos. Pariter & in alio ſemicirculo figuræ ſuperficies minor eſt ſemicirculi ſuperficie. Et tota igitur ſuperficies figuræ quæ in ſphæra, minor eſt ſuperficie ſphæræ.

πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον· καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι· καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρείῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρείου ἐπιφανείας· καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Quæ hoc poriſmate proponuntur, clara ſunt & perſpicua: hoc vnum videtur demonſtrandum, lineas ζ.η, ν.μ. ſeu η.β, μ.δ. productas concurrere mutuò & in linea α.γ.



ΚΑΤΑΣ. Producantur lineæ μ.ν, ζ.η, α.γ, β.ν, δ.μ. Et ſi fieri poteſt recto producantur ζ.η. & μ.ν. in ρ. Iungaturque ρ.τ.

ΑΠΟΔ. Quoniam arcus ζ.η. & ν.μ. ſunt ex hypotheſi æquales, vtrique iuncto arcu ζ.α,ν. fiunt[a] arcus ν.α.ζ.η. & ζ.α.ν.μ. pares. Et ideo in æqualibus arcubus anguli ζ.η.μ. & ν.μ.η. ſunt[b] æquales. Tum ſectio ζ.η.β.δ.μ. eſt maior ſemicirculo: ex quo fit vt angulus ζ.η.μ. minor ſit[c] recto: qualis & proinde eſt ν.μ.η. Productæ ergo concurrent[d] ζ.η, ν.μ. à parte α. à qua nimirum cũ η.μ. angulos faciũt minores duobus rectis. Quod ſi non concurrent in ρ. aut in alio puncto lineæ α.γ. productæ, fiat in σ. concurſus: Et ſit triangulus η.σ.μ. cuius anguli quoniam ad η. & μ. ſunt æquales, latera μ.ν. σ. & σ.ζ.

a per 2. com. ſent.
b per 27. l. 3.
c per 31. l. 3.
d per vltimam commun. ſent.

ſunt a æqualia. Sed & æqualia ſunt ν. π. & π. μ. b latus denique ε. π. eſt commune: ſe- a per 6. li. 1.
quitur angulos ε. π. μ. & ε. π. ν. æquales eſſe c & rectos. Atqui recti quoque ſunt d α. π. b per lemma 2. pro-
μ, α π. ν. Ergo pars erit æqualis toti, quod abhorret ab omni philoſophia. Proinde non ximè præce-
concurrent extra lineam α. γ. Simili argumento oſtendemus latera ν. β. & μ. δ. concur- dens.
rere in π. Cæterum exemplaria græca poriſma hoc tanquam πόρισμα κγ. notant: quod c per 8. l. 1.
ægrè admitterem, cùm neque textus propoſitionis ſit vllus, nec formam propoſitionis d per idem
habeat, nec demonſtrationis abſolutam ab Archimede figuram. Malui propterea lemma 2.
ἐπιχείρημα dicere, vt & aliud ſequens poſt 26. propoſitionem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

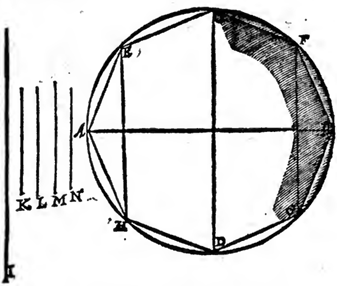
Aliter notandum eſt Archimedem propriis vocabulis diſtinguere figuram ſphæræ conſcriptam vel inſcriptam, à figura circulo inſcripta vel conſcripta. Atque illam quidem vocat σχῆμα, quod vbiq; fere verti figuram ſolidam: hanc vero πολύγωνον. quod reddidi planam figuram. Hoc pacto vbique planam circulo reddes, ſolidam figuram ſphæræ tribues.

ΠΡΟΤ. ΚΓ. ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὡς τετράπλευρα γίνεσθαι αὐτά, καὶ παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

PROP. XXIII. THEO. XVIII.

Inſcriptæ in ſphæra figuræ ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius radius poteſt rectangulum comprehenſum ſub latere figuræ & linea æquali omnibus iungentibus latera figuræ, ita vt fiant quadrilatera in ipſa, exiſtentibuſque parallelis, rectæ lineæ duo latera figuræ ſubtendenti.

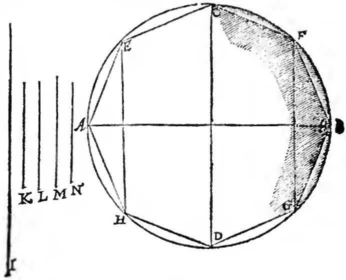


ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. C. B. D. cuius maximus circulus ſit A. C. B. D. in quo deſcripta ſit plana figura, plurium quidem numero laterum, ſed pari, nempe quaternario, quæ ſit A. E. C. F. B. G. D. H. Bina eorum ſingula iungant rectæ E. H, C. D, F. G. Intelligatur vero reuolui hemicyclium ſphæræ ſuper immobili diametro A. B. Ita vt iuxta poriſma præcedens, intra ſphæram figura inſcribatur ſolida, ſuperficiebus complexa conicis. Sit vero circulus radio I. deſcriptus, cuius quadratum ſit æquale rectangulo contento ſub latere planæ figuræ F. B. & linea compoſita ex illis F. G, C. D, E. H. latera figuræ iungentibus, & ipſi E. H. ſubtendenti duo figuræ latera parallelis. ΣΥΜΠΕ. Dico ſolidæ figuræ intra ſphærã deſcriptæ ſuperficiem æqualem eſſe circulo ex radio,

a per 13. li. 6 ΚΑΤ. Fiat K. media a proportionalis inter F. B. & ſemiſſem lineæ F. G. & ſit circulus ex ipſo K. deſcriptus tanquam radio, æqualis conicæ ſuperficiei b F. G. B. nempe coni qui baſim haberet circulum deſcriptum diametro F. G. & verticem in B. Deinde fiat c L. æqualis radio circuli, qui æqualis eſſet conicæ ſuperficiei contentæ inter circulos parallelos, quorum diametri eſſent C. D. & F. G. Hoc eſt ſit L. a media proportionalis inter latus C. F. vel F. B. & lineam compoſitam ex ſemiſſibus linearum C. D. & F. G. Similiter ſit M. c radius circuli æqualis conicæ ſuperficiei contentæ inter circulos E. H, C. D. vel ſit M. a in proportione media inter E. C. latus ſeu F. B. & lineam conflatam ex dimidijs C. D, E. H. Denique N. a inueniatur media ſecundum proportionem inter E. A. ſeu F. B. & ſemiſſem E. H. vt ſit b cius interuallo deſcriptus circulus æqualis ſuperficiei coni E. A. H.

b Per 14. huius.

c per 16. huius.



d per 17. l. 6. ΑΠΟΔ. Quadratum lineæ I. æquale eſt d rectangulo ſub latere F. B. & linea conflata ex F. G, C. D. & E. H. cum ſit inter ipſas lineas media proportionalis. Atqui ex his duabus lineis F. B. & compoſita ex tribus F. G, C. D, E. H. Secunda hęc diuiditur in 4. partes: quarum prima eſt ſemiſſis F. G. atque rectangulo ſub prima F. B. & hac prima parte: ſecundę d eſt ęquale quadratum K. Secunda autem conſtat altera ſemiſſe F. G. & ſemiſſe C. D. deinde rectangulo ſub eadem F. B. & hac ſecunda, eſt d æquale quadratum L. Tertia eſt altera ſemiſſis lineę C. D. cum ſemiſſe E. H. rectanguloque contento ſub hac tertia & F. B. æquatur d quadratum M. Quarta denique eſt altera ſemiſſis lineæ E. H. ſub qua & F. B. rectangulum contentum par eſt d quadrato N. proinde quatuor quadrata ex K. L, M. N. ſunt e ęqualia rectangulo ſub F. B. & linea compoſita ex F. G, C. D. & E. H. hoc eſt quadrato I. Atqui vt ſe habent quadrata, ita & ſunt f circuli. Ergo circuli quorum radij eſſent K. L, M. N. ſunt æquales circulo cuius radius eſſet I. Verum quatuor illi circuli ex K. L. M. N. ſunt pares conicis ſuperficiebus, ex quibus conſtat ſuperficies figurę ſolidę in ſphęra inſcriptę. g Ergo quoque circulus ex radio I. ſuperficiei ſolidę figurę, ſphęrę inſcriptæ æqualis eſt, quod fuit probandum.

e per 1. l. 2.

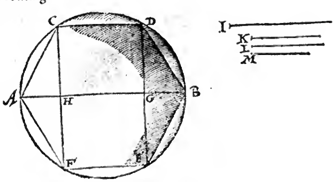
f per 2. l. 12.

g per fabricam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aliter legunt vulgares typi, aliter manuſcriptus codex regius, textum propoſitionis. Sic illi ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου (παραλλήλου) ἀφαιρουμένας ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Hic vero ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Ex qua varia lectione locum corruptum credidi, ſenſumque planiorem eſſe, ſi ita legeretur, vt in propoſitione adpoſuimus. ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὡς παράλληλοι γίνωνται ἐν αὐτῷ· ἢ ἀφαιρουμέναις, &c. Cæterùm ἐν τῇ κατασκευῇ iubet Archimedes laterum figuræ planæ numerum quaternario menſurari, οὗ (inquit) αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῶνται, vt latera vnius ſemicirculi rectius alterius lateribus è regione reſpondeant, partéſque conorum Iſoſcelium conſtituantur in ſolida figura. Etenim rectiſſimè accidet, quāquam ſolus binarius eundem laterum numerum metitur: vt latera lateribus reſpondeant. Quot enim latera ducentur in ſemicirculo, tot & contingent in altero.

Sit circulus A. C. B. F. in quo ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον καὶ ἑξάγωνον, vt latera metiatur par numerus: Reuoluto quidem circulo ſuper A. B. immoto, figura conſtituetur ſolida intra ſphæram. At non conicis ſuperficiebus complexam (ſed etiam cylindricis. Cum enim ſit perfecte rectangulum F. D. (nam C. F. & D. E. ſunt h æquales, earumq; ſemiſſes i pares: quæ cum conſtituant angulos ad diametrum rectos, l ſequitur in punctis C. D. E. F. eſſe m re-



h per 29 l. 3
i per 15. li 5.
l per lemma 2. propoſitionum 22. huius.
m per 34. l. 1

ctos,) productæ C.D.& F. E. nũquã a concurrent, nec ideo coni perficiẽt latera, aut reuolutæ conicã ſuperficiem ſed cylindricam complebunt. At conicas ſuperficies quærimus, & ſolidam figuram componere quæ ταῖς κωνικαῖς ἐπιφανείαις περιλαμβάνηται. requiritur ergo τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρὰς ὑπὸ τετράδος μετρεῖσθαι. Quod ſi conicas ſuperficies non quæreremus cum Archimede κατ' αὐτῆς demõſtraretur propoſitio. Etenim ſint rurſus I. K. L. M. Et I. media b proportionalis inter D. B. ac ambas ſimul D. E. C. F. Deinde K. media inter D. B, D. G. tum L. inter C. D. ſeu D. B. & totam C. F. hoc eſt duas ſemiſſes G. E. & C. H. demum M. inter H. F. & latus A. F. ſeu idem D. B. Etenim quadratum I. erit rurſus æquale c quadratis k. L. M. & circulus ex radio I. d æquiualebit circulis ex radijs k. L. M. At vero circulus k. conicæ ſuperficiei e E. B. D. tum L. cylindricæ f C. E. denique M. conicæ g F. A. C. Proinde totius figuræ ſuperficiei æqualis erit circulus cuius radius I. vt volumus.

a per 18. l. 1 & vltimum com. ſent.
b per 13. lib. 6.
c per 1. lib. 2. & 17. lib. 6.
d per 14 huius.
e Per 13. huius.
f Per 2. lib. 12.
g per 14. huius.

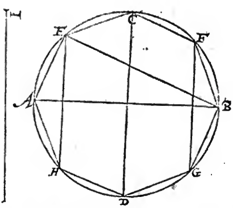
ΠΡΟΤΑ. ΚΔ. — PROP. XXIV.

ΘΕΩΡ. ΙΘ. — THEOR. XIX.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Figuræ in ſphæra inſcriptæ ſuperficies comprehenſa ſub conicis ſuperficiebus, minor eſt quàm quadrupla maximi circuli eorum qui ſunt in ſphæra.

ΥΠΟΘ. Sit cuiuſpiam ſphæræ maximus circulus A. D. B. C. in quo figura plana æqualium laterum, & quorum numerus quaternario menſuretur, deſcribatur, ſitque A. E. C, F. B. G, D. H. conuoluatur immoto diametro A. B. ita ut circulus ſphæram, at figura plana figuram ſolidam intra ſphæram perficiat. h



ΣΥΜΠΕ. Superficies figuræ ſolidæ intra ſphæram deformatę, & conicis complexæ ſuperficiebus, minor eſt quadruplo circuli maximi A. D. B. C. qui in ſphæra.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus, cuius radius I. media ſit prop ortionalis inter latus E. A. planæ figuræ, & lineam compoſitam ex iungentibus ſimul E. H, C. D, F. G. Tum ducatur E. B.

h Iuxta periſma præcedens.

ΑΠΟΔ. Vt eſt linea compoſita ex E. H, C. D, F. G. ad diametrum A. B. ita eſt B. E. ad E. A. i Ergo rectangulum ſub illa compoſita & A. E. hoc eſt quadratum ex I. æquale eſt m rectangulo ſub A. B. B. E. Atqui rectangulum ſub A. B, B. E. eſt minus quadrato n A. B. quia E. B. eſt minor diametro A. B. Ergo quadratum ex I. minus eſt quadrato ex A. B. Et quadratum ex duplo I. o ſcilicet totius diametri circuli cuius I. eſt radius, minus eſt quadrato duplæ A. B. Atqui quadratum duplæ A. B. conſtat p ex quatuor quadratis lineæ A. B. Ergo quadratum totius diametri cuius I. eſt radius minus eſt quatuor quadratis diametri A. B. Verum vt ſunt quadrata linearum ita ſunt q earundem inter ſe circuli. Ergo circulus cuius radius I. (hoc eſt r ſuperficies ſolidæ figuræ intra ſphæram deſcriptę,) minor eſt quatuor circulis ex A. B. ſeu quadruplo circuli qui in ſphæræ maximi, vt vult propoſitio.

i per 13. l. 6.
l per 22. huius.
m per 16 l. 6
n per 1. l. 6.
o per 15. l. 5.
p per 20. l. 6
q per 2 l. 12
r per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Eadem prorſus ſequetur concluſio de figura ſolida in ſphæra deſcripta, licet eius latera quaternario

non conſtant numero, ſuperficiéſque non conicis tantum, ſed etiam cylindricis ſuperficiebus contineatur. Nam ex ſcholio præcedentis, circulus cuius radius I. ſimiliter oſtendetur æqualis ſuperficiei figuræ ſolidæ, & propterea eadem ſuperficies minor quadruplo maximi qui in ſphæra circuli.

PROP. XXV.

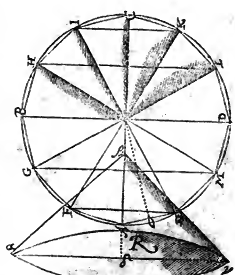
THEOR. XX.

Inſcriptæ in ſphæra figuræ comprehenſæ ſub conicis ſuperficiebus, æqualis eſt conus qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei figuræ inſcriptæ in ſphæra: altitudinem vero æqualem lineæ à centro ſphæræ in vnum ex lateribus figuræ planæ perpendiculariter eductę.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. Κ.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένη.



ΥΠΟΘ. Exponatur ſphæræ A. B. C. D. in eaque inſcripta figura ſolida ex præcedentis poriſmatis præſcripto, cuius latera quaternario menſurentur. Sit rurſus conus R. cuius baſis ſit æqualis a ſuperficiei ſolidæ figuræ; altitudo vero æqualis perpendiculari X O. decidenti b à centro ſphæræ in latus planæ figuræ circulo ſphæræ maximo inſcriptæ.

a per 23. huius.

b per 12. li. 1.

ΣΥΜΠ. Dico conum R. expoſitæ figurę ſolidæ æqualem eſſe.

ΚΑΤΑΣ. Ex circulis quorum dimetientes ſunt lineæ F. N, G. M, B. D, H. L, I. k. fiant coni, qui vertices habeant in centro ſphęræ.

ΑΠΟΔ. Rhombo A. N. X. F. æqualis eſt, c conus qui baſim habeat æqualem ſuperficiei coni A. N. F. altitudinem æqualem perpendiculari X. O. decidentem à vertice alterius coni in latus primi. Rurſus alius offertur Rhombus conflatus ex cono G. M. X. habente baſim circulum G. M. & alio, qui quoque baſim haberet eundem circulum G. M. & latera lineas G. F. M. N. productas. Hic vltimus conus decurtatus eſt plano ducto per F. N. d parallelo ipſi G. M. & à toto rhombo rhombus ſublatus eſt, cuius alter conus eſt N. F. X. Ergo reſiduo M. N. X, G. F. æqualis eſt e conus, cuius ſuperficies par eſſet ſuperficiei conicæ contentæ inter parallelæ plana acta per N. F, M. G. altitudo vero æqualis perpendiculari æquali vni X. O. nempe deductæ ex X. puncto in latus F. G. vel N. M. Denique conus eſt cuius baſis eſt circulus ex diametro D. B. ſectus plano per M. G. ducto ęquidiſtanter circulo baſis D B & ab eo rhombus eſt allatus, cuius alter conus eſt M. X. G. Proinde reſiduo D. B. G. M. ęqualis eſt f conus qui baſim habeat æqualem mediæ ſuperficiei inter parallela plana acta per D. B. & M. G. altitudinem vero æqualem perpendiculari X. O Idem prorſus cenſendum de reliquo hemicyclio. Atqui conus qui baſim habeat ęqualem baſibus omnium conorum ſupradictorum, quibus partes inſcriptæ in ſphæra ſolidæ figuræ oſtenſæ ſunt æquales, & al-

c per 18. huius.

d per lemma proximum.

e per 20. huius.

f per 19. huius.

titudinem æqualem, illis omnibus eſt *a* æqualis; ſicuti etiam magnitudini cui ipſi æquantur, quoque par eſt. *b* Ergo conus R. qui baſim habet æqualem baſibus omnium illorum conorum, hoc eſt toti ſuperficiei inſcriptæ in ſphæra ſolidæ figuræ, altitudinemque æqualem eorumdem altitudini, nempè perpendiculari X.O. æqualis eſt toti inſcriptæ figuræ in ſphæra, quod fuit probandum.

a per 1 lemma præfixorum 17. huius & per 11. lib. 12.
b per 1. comment. ſent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In gratiam ſequentium oſtendendum eſt Conum R. eſſe ambligonium. ΚΑΤΑΣ. Secetur enim plano per axem, & fiat triangulus α β γ. Quoniam enim conus baſim habet æqualem toti ſuperficiei inſcriptæ figuræ, ipſa baſis maior eſt *c* maximo ſphæræ circulo, & proinde radius δ.α. maior eſt radio ſphæræ X.B. multoque maior perpendiculari X.O. ſeu δ.β. altitudine coni R. Idcirco rectangulum ſub α δ, δ.γ. maius eſt quadrato β.δ. Vnde fit vt conus R. ſit ambligonius. Ex Pappo *d* enim conus eſſet rectangulus, ſi rectangulum ex α.δ, δ.γ. æquaretur quadrato β.δ. Ambligonius eſt cum ſit maius: Acutiangulus demum, ſi minus eſſet, diceretur.

c per 4. comm. ſent. huius.
d per 23. prop. l. 7.

ΠΡΟΤΑ. Κϛ.

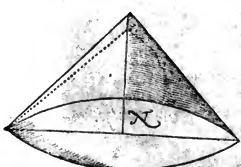
ΘΕΩΡ. ΚΑ.

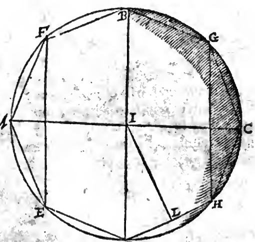
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

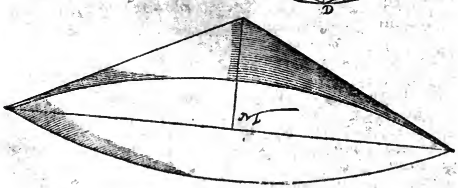
PROPOS. XXVI.

THEO. XXI.

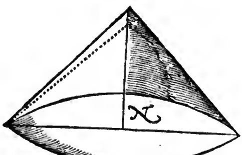
Inſcripta ſphæræ figura ſolida, comprehenſa ſub ſuperficiebus conicis, minor eſt quàm quadrupla coni, qui baſim quidem habeat æqualem maximo circulo eorum qui ſunt in ſphæra; altitudinem verò æqualem radio ſphæræ.

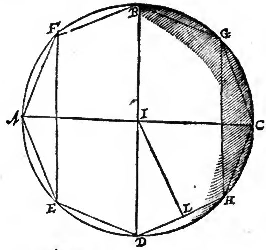


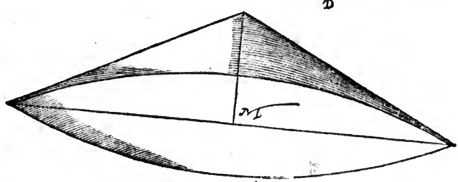




ΕΚΘΕΣ. Sit ſphæra A.B.C.D. in eaque figura ſolida inſcripta lateribus quaternario commenſurabilibus, ex lege præcedentis poriſmatis. Sit item conus N. cuius baſis ſit æqualis circulo ſphæræ maximo, cuiuſmodi eſt A.B.C.D. altitudo verò æqualis radio ſphæræ.







a per præcedentem. ΣΥΜΠΕ. Dico ſphæræ inſcriptam figuram minorem eſſe quadruplo coni N.

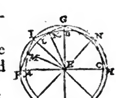
ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M. æqualis *a* inſcriptæ in ſphæra figuræ, hoc eſt, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei inſcriptæ figuræ: altitudo verò æqualis perpendiculari I.L. ductæ *b per 24. huius.* à centro ſphæræ in latus figuræ planæ D.H.

c per 19. & 27 l. 1. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Baſis coni M. eſt *b* minor quàm quadrupla baſis coni N. Altitudo verò coni N. eſt maior altitudine coni M. nam I.L. eſt minor *c* radio I.D. Si itaque poneretur N O. altitudo æqualis altitudini coni M. illaque altitudine N. O. conus deſcriberetur ſuper baſi N. eſſent coni M. & N.O. in eadem altitudine. Et propterea conus M. eſſet *d* minor quadruplo coni N.O. cum ſit baſis M. minor quadruplo baſis N. ſed conus N. totus eſt *e* maior cono N.O. Proinde multo minor eſt conus M. quàm quadruplum coni totius N. Ergo etiam figura inſcripta quæ eſt cono M. æqualis, etiam deficit à quadruplo coni N. vt vult propoſitio.

d per 11. l. 12.
e per 14. l. 12. & 2. lemmate eorum quæ præmiſit Archimedes.

LEMMA.

Figuræ æquilateræ & æquiangulæ circulo conſcriptæ, circulum conſcribere eodem cum primo centro.



f per coroll. prop. 3. huius. ΥΠΟΘ. Sit circulo A.B.C. D. inſcripta *f* figura æquilatera & æquiangula F I G.N.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad angulos figuræ E.G, E.I, E. F. punctaque contactuum E K, E.M. & centro E. ac interuallo vnius ex ductis ad angulos vt E G deſcribatur circuli circumferentia.

ΣΥΜΠ. Dico hanc circumferentiam tranſire per omnes conſcriptæ figuræ angulos.

ΑΠΟΔ. Ex his quæ demõſtrauimus tertia propoſitione huius, F.M,
g per 18. lib. 3. M.I, I K, K G. ſunt æquales. Ergo E. K, K. I. lateribus æqualia, & anguli ad K.
h per 4. l. 1. ſunt recti *g* Hypotheuuſæ ergo E.G, E.I. ſunt pares. *h* Eodem argumento E.I, E F. æquantur, vt & cæteræ quæ à centro E. ad angulos conſcriptæ ducuntur. Ergo E. eſt
i per 9. li. 3. *i* centrum circuli qui figuræ circumſcriberetur, quod fuit probandum.

COROLLARIVM.

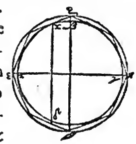
Idem omnino cenſendum de figura conſcripta circuli portioni. Nam valet ſemper demonſtratio.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ α.β.γ.δ. περὶ δὲ τὸν α.β.γ.δ. κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσογώνιόν τε καὶ ἰσόπλευρον. Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ α.β.γ.δ. μενούσης δὴ τῆς ε.η. περιενεχθήτω τὸ ε.ζ.η.θ. ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον οὖν ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ α.β.γ.δ. κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται. ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ε.ζ.η.θ. κατ᾽ ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ᾽ ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς ε.η. σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων, ὀρθῶν πρὸς τὸν ε.ζ.η.θ. κύκλον. αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τοῦ πρὸ τοῦ. Ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κω-

COROLLA.

Sit in ſphæra maximus circulus hic α.β.γ.δ. circa verò α.β.γ.δ. [a] circulum deſcribatur figura æquiangula & æquilatera: numerus verò laterum ipſius menſuretur à quaternario. Hanc autem circulo conſcriptam figuram circulus circumſcriptus inuoluat [b] eodem deſcriptus centro, quo factus eſt α.β.γ.δ. Manente tum ε.η. reuoluatur planum ε.ζ.η.θ. in quo figura eſt multangularis & circulus. Manifeſtum igitur quod ſuperficies circuli α.β.γ.δ. ſecus ſuperficiem ſphæræ feretur: At ſuperficies plani ε.ζ.η.θ. ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ habentis idem centrum cum minori, rotabitur. Contactus verò in quibus latera tangunt, deſcribunt circulos rectos ad circulum α.β.γ.δ. in minori ſphæra: Anguli verò figuræ, ijs exceptis qui ſunt ad puncta ε.η. ſecundum circumferentias circulorum portantur, in ſuperficie minoris ſphæræ deſcriptorum, & rectorum quidem ad circulum ε.ζ.η.θ. Latera rurſus figuræ ſecundum conicas ſuperficies euehuntur, quemadmodum in priori.[c] Eſt igitur ſolida figura comprehenſa à ſuperficiebus co-



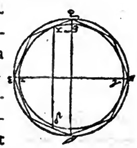
[a] per coroll. prop. 3. huius.

[b] per lemma proximum.

[c] Figura nempè ſolida ſphæræ inſcripta iuxta [illegible] primum.

ἐπὶ τῶν πρὸ- των. in vulg. imp.

nicis, circa minorem ſphæram deſcripta, in maiori verò inſcripta. Quod autem ſuperficies conſcriptæ figuræ ſolidæ maior ſit ſuperficie ſphæræ, ſic demonſtrabitur. Sit enim κ. δ. diameter alicuius circuli eorum qui in minori ſunt ſphæra, exiſtentibus κ. δ. punctis in quibus tangunt circulum α. β. γ. δ. duo latera circumſcriptæ figuræ. Et diuiſa ſphæra aliquo plano ſecundum lineam κ. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ. Etiam ſuperficies circumſcriptæ circa ſphæram ſolidæ figuræ diuidetur a plano. Et patet



quod eoſdem limites habent in plano. Ambarum enim ſuperficierum limes eſt circuli ſuperficies, qui circa diametrum κ. δ, recti ad circulum α. β. γ. δ. Et ſunt ambæ in eaſdem partes cauæ, & altera earum inuoluitur ab altera ſuperficie, & à plano, quod quidem habet eoſdem limites. Minor [a] igitur eſt inuoluta portionis ſphæræ ſuperficies, ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ. Similiter verò & reliquæ portionis ſphæræ ſuperficies minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam conſcriptæ. Clarum igitur eſt, quòd tota ſuperficies ſphęræ minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ.

[a] per 6. hypot. huius.

νικῶν, περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον· ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτω δειχθήσεται. Ἔστω γὰρ ὁ κ.δ. διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν κ.δ. σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ α. β. γ. δ. κύκλου αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν κ. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερὸν ὅτι τὰ πέρατα αὐτὰ ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν κ.δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον. Καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

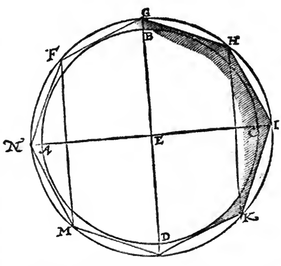
Vulgaris verſio poriſma hoc recenſet inter propoſitiones, eamq; 27. numerat, cũ ſuppoſititio textu qui non extat in græcis codicibus. Manuſcriptus codex notat numero quidem $\overline{\kappa\eta}$ ſed errore deſcriptoris, qui ἐπιγραφὴν ſequentis propoſitionis (quæ interim manſit ἀναρίθμητος) huic poriſmati incautè tribuit. Typici libri græci tanquam appendicem propoſitionis præcedentis tribuunt, ex mente Archimedis, qui hic deformationem duntaxat conſcriptæ circa ſphæram ſolidæ figuræ, vt priori poriſmate inſcriptæ in ſphæra, tribuere voluerit: cuius effectio cum à ſimplici elementarique circulatione dependeat, maiori probatione non indiget: niſi etiam circuli circinationem quis in dubium reuocauerit. Circulationis ergo ponit hypotheſim, deinceps τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τὰ πάθη demonſtraturus: moxque oſtendit, maiorem eſſe ſuperficiem ipſius ſuperficie ſphæræ circa quam deſcribitur: quod adhuc ex antecedentibus deducit hypotheſibus.

ΠΡΟΤΑ. ΚΖ. — PROPOS. XXVII.

ΘΕΩΡ. ΚΒ. — THEO. XXII.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνύσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

Superficiei conſcriptæ ſolidæ figuræ circa ſphæram, æqualis eſt circulus, cuius linea ducta à centro poteſt æquale comprehenſo ſub vno latere figuræ planæ, & linea æquali omnibus iungentibus angulos planæ figurę, exiſtentibus parallelis alicui earum quę duo latera figuræ ſubtendunt.



ΥΠΟΘΕ. Sit quædam ſphæra A.B. C.D. bifariam diuiſa plano, ſitque maximus ſphæræ circulus A.B.C.D. circa hunc circulum figura plana conſcribatur[a], æquilatera & æquiangula, & cuius latera quaternario menſurentur. Ipſa ſit F. G. H.I.K.L.M. N. Iam manente diametro A. C. reuoluatur ſphæræ hemicyclium, ita ut lege ſuperioris poriſmatis conſcribatur circa ſphæram ſolida figura.

a per coroll. tertiæ huius.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conſcriptæ figuræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius radius quadratum habeat æquale rectangulo comprehenſo ſub vno latere N.F. & lineis F.M, G.L, H.K. iungentibus planæ figuræ angulos, & parallelis vni ex ſubtendentibus duo figuræ, latera nempè ipſi F.M. vel H.k.

ΚΑΤΑΣ. Centro E. & interuallo E. G. deſcribatur circulus circa planam figuram[b]. Tum manente N.I. conuoluatur figura vna cum conſcripto circulo, vt ſic ſphærica conuoluatur ſuperficie ex ritu præcedentis poriſmatis.

b per lemma præfixum 2. poriſmati.

ΑΠΟΔ. Figura ſolida primùm ſphærę minori conſcripta, iam maiori ſphęræ inſcripta eſt. Itaque circulus cuius radius poterit rectangulum ſub latere N.F. & linea recta

æquali his F.M, G.L, H.K. ſimul iunctis, æqualis eſt [a] ſuperficiei ipſius conſcriptæ ſolidæ figuræ, quod fuit demonſtrandum.

PROPO. XXVIII.

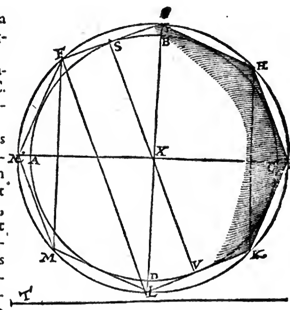
THEO. XXIII.

Solidæ figuræ conſcriptæ circa ſphæram, ſuperficies maior eſt quàm quadrupla maximi circuli eorum qui in ſphæra.

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.



ΥΠΟΘ. Repetatur ſolida figura præcedens conſcripta primùm ſphæræ, tum alteri inſcripta.

ΣΥΜΠ. Dico ſuperficiem ipſius maiorem eſſe quadruplo circuli A. B. C. D. maximi qui in ſphæra ſit, cui conſcribatur.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur F.L. tum à punctis oppoſitorum contactuum S. & V. agantur lineæ S.X. & V.X. ad centrum commune X. quæ protractæ cadent in rectam lineam. Etenim cum X. G, X.L. etiam X. V, X. S. ęquales ſint radij [b] demum, L.V, S G. ſemiſſes æqualium laterum, ſequitur angulos trianguli S.X. G. ſingulos ſingulis trianguli L.X.V. eſſe [c] æquales: & proinde S.X.G. & L.X.V. ad verticem eſſe æquales, & [d] ex conſequenti lineam S.V. eſſe rectam. Habeatur tandem circulus, cuius radius T. medius ſit [e] proportionalis inter latus F.G. & lineam compoſitam ex coniungentibus latera figuræ, cuiuſmodi ſunt F.M, G.L. & H.K. hoc eſt [f] inter G.L. & F.L. qui proinde circulus æqualis ſit [g] ſuperficiei figuræ ſolidę propoſitę.

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm ſit T. media proportionalis inter G.L, & F.L. [h] minor quidem eſt diametro G.L. ſed maior eſt [i] linea F.L. hoc eſt diametro B.D. Nam in quadrangulo F.V. anguli ad F. & S. ſunt recti, cum [l] G.F. L. ſit in ſemicirculo: deinde [m] X.S.F. ſit angulus ad tactum: proinde oppoſiti ad V. & L. ſunt quoque recti, [n] & latera [n] oppoſita F.L & S.V. ſunt æqualia. Atqui S.V. & B.D. ſunt eiuſdem circuli diametri. Itaque F.L. & B.D. ſunt pares: & igitur T. maior eſt quàm B.D. Quadratumque T. maius quadrato diametri B. D. nempè circuli A.B.C.D. maximi ſphæræ cui circumſcribitur figura propoſita. Quatuor ergo quadrata T. maiora ſunt [o] quatuor quadratis diametri B.D. Atqui quadratum totius diametri circuli cuius T. eſt radius, conſtat [p] quatuor quadratis radij T. quia diameter eſt radij duplus. Sequitur ergo quadratum totius diametri eius circuli, cuius T. eſt radius, maius eſſe quatuor quadratis diametri B.D. Eſt autem circulus [q] ad circulum vt quadratum ad quadratum, ſi iiſdem lineis deſcribantur. Ergo circulus totus cuius eſt radius T. maior eſt quatuor circulis diametri B.D. Cumque ſit [r] circulus T. æqualis ſuperficiei figurę ſolidæ propoſitę, ſequitur ipſius figuræ ſuperficiem maiorem eſſe quàm quadruplam circuli maximi qui ſit in ſphæra, circa quam deſcribitur, vt vult propoſitio.

a per 23. huius.
b per definit. circuli.
c per 8. l. 1.
d per coroll. 15. l. 1.
e per 13. l. 6.
f per 27. huius & ſecundam partem 17. l. 6.
g per præcedentem prop quæ eſt 27. huius.
h per fabricam.
i per lemma 2. præfixum 5. huius.
l per 31. l 3.
m per 18 l 3
n per 34 l 1.
o per 15. l. 5.
p per 20. li. 6.
q per 2. l 12
r per fabricam.

COROLL.

COROLL.

Hinc deducimus, quòd ſi figura plana circumſcribatur circulo æquilatera & æquiangularis, cuius item latera quaternarius metiatur, lineam ſubtendentem angulum qui fit ex ea quæ bipartito diuidit figuram & latere figuræ, æqualem eſſe diametro circuli cui figura circumſcribitur. Eiuſmodi enim eſt linea F.L. quam oſtendimus æqualem diametro B.D. quod & luculentiùs ſic proponimus.

LEMMA.

Si duo circuli idem centrum habuerint, & aliqua linea ducta ſit ab extremitate diametri maioris tangens minorem circulum, maioremque ſecans: Linea ducta ab altero extremo huius lineæ ſecantis ad alterum diametri maioris circuli extremum, æqualis eſt diametro minoris circuli.

Sunt duo circuli, maior quidem N. G. I. L. minor A.B.C.D. eodem centro X. & F.G. ſecat maiorem circulum, tangitque minorem ducta ab extremitate diametri maioris circuli. Tum F. L. ducitur ab altero extremo ſecantis G.F. ad alterum extremum diametri G. L. Atqui ipſa oſtenſa eſt æqualis diametro minoris circuli B. D.

Cæterum ex his Archimedes corollaria duo deducit, quæ ſunt eiuſmodi.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

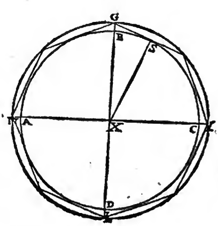
Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM VII.

Circumſcriptæ figuræ ſolidæ circa minorem ſphæram æqualis eſt Conus, qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei ſolidæ figuræ, altitudinem verò æqualem radio ſphæræ.

ΥΠΟΘΕΣ. Remaneat eadem figura quæ ſuperius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eadem enim figura ſolida quæ minori ſphæra A. B. C. D. circumſcripta eſt, inſcribitur maiori N.G.I.L. Proinde conus qui baſim habuerit æqualem ſuperficiei ipſius figuræ, altitudinem verò æqualem perpendiculari decidenti ab X. centro in latus figuræ, cuiuſmodi eſt X. S. eſt[a] æqualis dictæ figuræ. Atqui X. S. eſt radius ſphæræ cui circumſcribitur ſolida figura. Ergo conus qui proponitur propoſitæ figuræ circumſcriptæ æqualis eſt, quod φανερὸν dixerat Archimedes.



[a] per 17. huius.

MANIFESTVM VIII.

Figura ſolida circumſcripta circa minorem ſphæram, maior eſt quadruplo coni baſim quidem habentis maximum circulum eorum qui in ſphæra, altitudinem verò radium ſphæræ.

ΦΑΝΕΡΟΝ Η.

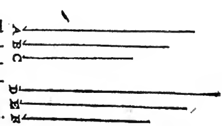
Τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

a per 17. huius. b per 11 lib. 12. c per 18. huius. d per præcedens manifeſtum.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Etenim iiſdem quæ ſuperius aſſumptis: Si conus exponatur P. qui baſim [a] habeat æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem verò perpendiculari X.S. Alius deinde offeratur Q. baſim habens æqualem quadruplo circuli maximi qui ſit in minori ſphæra, circa quam circumſcribitur figura: Altitudinem verò itidem æqualem eidem perpendiculari X.S. Erit [b] quidem P. maior Q, quia baſis P. eſt maior baſi Q. [c] Atqui conus P. eſt [d] æqualis figuræ circumſcriptæ circa ſphæram A.B.C.D. Ergo figura circumſcripta maior quoque eſt cono Q. quod ἐφαίνετο. Cæterum ad ſequentia requiritur hoc lemma.

LEMMA I.

Propoſitarum quatuor magnitudinum ſi prima fuerit ad tertiam, vt ſecunda ad quartam: media proportionalis inter primam & ſecundam erit ad mediam proportionalem inter tertiam & quartam, vt eſt prima ad tertiam, vel ſecunda ad quartam.



e per 13. l. 6.

ΥΠΟΘ. Sint quatuor magnitudinum A. prima ad D. tertiam vt C. ſecunda ad F. quartam: Inter primam verò & ſecundam, A. & C. ſit [e] B. media proportionalis, ſicuti E. [e] inter D. & F. tertiam & quartam.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico B. eſſe ad E. vt A. eſt ad D. vel C. ad F.

f per 16 l. 5. g per 13. definit. & coroll. 4 l. 5.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum ſit A. ad D. vt C. ad F. ἐναλλὰξ [f] A. eſt ad C. vt D. ad F. Atqui A. eſt ad C. in duplicata ratione A. ad B, & D. eſt ad F. in duplicata ratione D. ad E. Ergo cum ſint compoſitæ rationes ſimiles, etiam ſimplices erunt eædem, nempè A. erit ad B. vt D. eſt ad E. ἀνάπαλιν [g] B. ad A. vt E. ad D. ac viciſſim [f] B. ad E. vt A. ad D. ſeu vt C. ad F. quod lemmate proponitur.

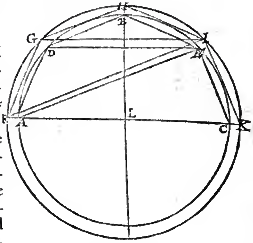
LEMMA II.

Duarum figurarum ſimilium quarum altera conſcribitur, altera inſcribitur eidem circulo, vel circuli portioni, lineæ latera iungentes eam habent inter ſe rationem quàm figurarum latera.

b per coroll. 3 huius.

ΥΠΟΘ. Circulo vel circuli portioni ſit inſcripta A, D, B. E. C. [i] figura æquilatera & æquiangula: & eidem [b] ſimilis conſcripta F.G.H.I.K.

ΣΥΜΠ. Dico G.I, F.k. latera conſcriptæ iungentes eſſe ad D.E, A.C. inſcriptæ itidem iungentes vt latus H.I. v.gr. ad latus B.E.

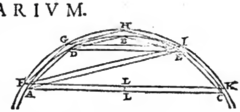


ΚΑΤΑΣ. Centro L. communi conſcribatur [a] figuræ conſcriptæ circulus, & ducantur lineæ I.F, A.E.

ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ ſunt ex hypotheſi ſimiles, anguli G.H.I, & D.B.E. ſunt [b] æquales: Tum trianguli G.H.I, & D.B.E. ſunt Iſoſceles, cum ſint æquilateræ figuræ, & angulis [c] ęquales ad baſim: cumque duo vnius ęquentur [d] duobus alterius, vnuſquiſque vnicuique eſt æqualis. Latera proinde ſunt ſimilis rationis, [e] & vt H.I. ad B. E. ſic I.G. ad E D. Rurſus cum ſint latera conſcriptæ & inſcriptæ parallela [f], anguli ad C. & k. ſunt [g] ęquales. Atqui triangulorum A.E.C, & F.I.k, anguli ad I. & E. ſunt ęquales & [h] recti, vt in ſemicirculo, aut vt in ſimilibus circulorum portionibus [h]. Proinde trianguli E.A.C, I.F.k. ſunt [d] ęquiangulis laterumque [e] proportionalium, nempè vt I.k. ad E.C. hoc eſt H.I. ad B. E. Sic eſt k F. ad C.A. Ergo G.I. [i] eſt ad D. E. vt k.F. ad C.A. & coniungendo G. I, & F.k. ſimul ſunt [l] ad D. E, A. C. ſimul vt vna G.I. ad vnam D.E. ſcilicet vt latus H. I. ad latus B. E. quod erat oſtendendum. Idem omnino erit de altero ſemicirculo.

a per lemma praefixū 2. poriſmatis.
b per 1. definit l 6.
c per 5. l. 1.
d per coroll. 32. l. 1.
e per 4. l 6.
f vt probauimus 3. huius.
g per 29. li. 1.
h per 31. l. 3. & 10. definit. eiuſdem ac coroil deductum à Clauio ex 20. eiuſdem.
i per 11. l 5.
l per 12. l. 5.

COROLLARIVM.



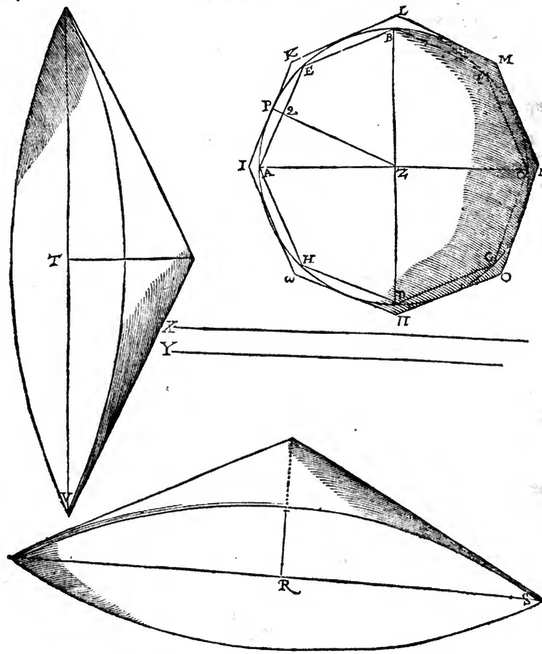
Potuit quoque ſic concludi in portione circuli: G.I. eſt ad D. E. vt F.k. ad C. A. ſeu vt F.L. ſemiſſis ad ſemiſſem A. L. [a] Et coniungendo G.I. & F. L. ſunt ad D. E. & A.L. vt vna G. I. ad vnam D.E. hoc eſt vt latus H.I. ad latus B.E.

ΠΡΟΤΑ. ΚΘ. ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένων· ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

PROPOS. XXIX. THEO. XXIV.

Si fuerit in ſphæra figura ſolida inſcripta, & alia circumſcripta ſub ſimilibus figuris planis eodem quo ſupra modo reuolutis: ſuperficies circumſcriptæ figuræ ſolidæ ad inſcriptæ ſuperficiem duplicatam rationem habet, ſcilicet quàm latus circumſcriptę figuræ planę circa maximum circulum ad latus inſcriptę planę figuræ in eodem circulo. Ipſa verò ſolida figura quę circumſcribitur ad figuram ſolidam quę inſcribitur, triplam rationem habet eiuſdem rationis.



a per coroll. 1. prop. 3. huius.
b per 1. & 2. poriſmata.

ΥΠΟΘΕΣ. Sit circulus A.B.C.D.cui inſcripta proponatur[a] figura æquilatera & æquiangula A.E.B.F.C.G.D.H. aliaque ſimilis circumſcripta I.K.L.M.N.O.Π.Ω. numerumque laterum vtriuſque metiatur quaternarius: Reuolutione autem vtriuſque & circuli ſuper axe I.N.intelligantur[b] circumſcribi & inſcribi figuræ ſolidæ, ſphæræ natæ ex circuli circumlatione.

ΣΥΜΠΕ. Dico circulo circumſcriptam figuram planam, inſcriptæ planæ eſſe in ratione dupla lateris I.K.ad latus A. E.Solidam verò circumſcriptam ſphæræ eſſe ad ſolidam inſcriptam, in tripla eiuſdem, nempè lateris ad latus.

c per 13.l.6.
d per 23 huius.
e per 13.l.6.
f per 25 huius.
g per manifeſtum 1.
h per 2. proximum lemma.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur radius T.V.medius[c] proportionalis inter latus A. E. & lineas coniungentes latera inſcriptæ figuræ planæ (quas deinceps vocabimus X.) ita ut circulus cuius radius T.V. ſit[d] æqualis ſuperficiei figuræ ſolidæ in ſphæra inſcriptæ. Fiat rurſus R.S.radius, medius[e] ſecundum proportionem inter latus I.k. & lineas latera circumſcriptæ ſolidæ figuræ iungentes (quas impoſterum dicemus Y.) vt ſcilicet æqualis ſit[d] circulus R.S. ſuperficiei circumſcriptæ figuræ ſolidæ. Demum ſuper circulo T.V. fiat[f] conus æqualis inſcriptæ figuræ ſolidæ: Tum ſuper circulo R.S. alius conus circumſcriptæ ſolidæ par.[g]

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Linea Y.[h] eſt ad lineam X. vt I. k. latus ad A. E. latus. Sit ergo

I k. prima, Y. ſecunda, A.E. tertia, X. quarta. Et quia R.S. eſt media proportionalis inter I K, & Y. tum T.V. inter A. E, & X. Deinde prima I. K eſt tertiæ A.E. vt [d] ſecunda Y. ad quartam X. ſequitur mediam R.S. eſſe [a] ad mediam T.V. vt prima I.K. ad ſecundam A.E. Atqui circulus R.S. circulo T.V. rationem habet duplam radij R.S. ad radium T.V. [b] Ergo & duplam lateris I k ad latus A.E. Eſt autem circulus R.S. æqualis ſuperficiei circumſcriptæ ſolidæ figuræ, [c] & circulus T.V. par [c] ſuperficiei alterius ſolidæ inſcriptæ. Ergo ſuperficies ſolidæ circumſcriptæ ſe habet ad ſuperficiem inſcriptæ ſolidæ figuræ, in ratione dupla lateris I k. ad latus A.E. vt prima parte propoſitionis innuitur. *a per 1. proximum lemma. b per 2. lib. 12. & 20. lib. 6. c per fabricam.*

Cæterum cum conus R.S. ſit æqualis ſolidæ figuræ circumſcriptæ, eius altitudo eſt æqualis perpendiculari Z.P. [d] Similiter cum ſit conus T.V. par ſoliditati figuræ inſcriptæ altus eſt [d] longitudine perpendicularis Z.Q. Atqui Z.P. eſt [e] ad Z.Q. vt I.K. ad A.E. hoc eſt vt radius R.S. ad radium T.V. [f] Coni ergo ita affecti ſunt vt radij ſeu Diametri baſium ſint proportionales altitudinibus. Vnde fit vt ſimiles ſint, [g] & rationem habeant triplicatam dimetientium ſeu radiorum qui in baſibus ſunt. [h] Conus igitur R.S. eſt ad conum T.V. in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. Atqui coni ſunt ſolidis figuris æquales. [i] Tandem ergo circumſcripta ſphæræ ſolida figura, inſcriptæ eſt in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. hoc eſt lateris I.K. ad latus A.E. quod ſecundò fuit demonſtrandum. *d per 25. huius. e per 2. coroll. prop. 3. huius. f per 11. l. 5. g per defi-nit. 24. l. 11. h per 12. l. 12. i per fabricam.*

ΠΡΟΤΑ. Λ. — PROPO. XXX.

ΘΕΩΡ. ΚΕ. — THEO. XXV.

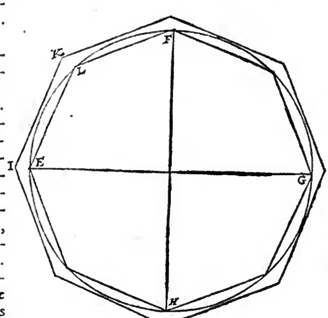
Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν αὐτῇ.

Cuiuſcumque ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt maximi circuli eorum qui ſunt in ipſa.

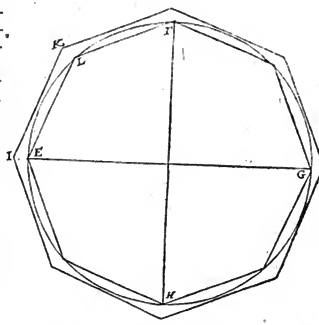
ΥΠΟΘΕ. Sit ſphæræ cuiuſpiam maximus circulus E. F. G. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico propoſitæ ſphæræ ſuperficiem eſſe æqualem quadruplo circuli E.F.G.H.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus A. quadruplus circuli ſphæræ maximi E.F.G.H. qui ſi non æqualis eſt ſuperficiei propoſitæ ſphæræ, maior erit aut minor. Cenſeatur primo minor. Et inueniantur [l] B. ac C. quarum B. habeat ad C. minorem rationem, quàm ſuperficies ſphæræ ad circulum A. Prætereà inter B. & C. reperiatur [m] D. media proportionalis. Denique maximo ſphæræ circulo E. F. G. H. figuræ ſimiles concipiantur [n], altera conſcripta altera inſcripta, ita ut maioris ſeu exterioris latus ad interioris latus, minorem rationem habeat quam B. ad D. Tum *l per 2. huius. m per 13. l. 6. n per 3. huius.*



circumlatione earum ac circuli generentur *a* duæ figuræ ſolidæ, quarum altera circumſcripta dicatur ſphæræ, altera inſcripta.



a Iuxta 2. poriſmata huius.

ΑΠΟΔΕΙ. B. habet *b* duplam rationem ad C. eius quam habet ad D. & ſuperficies ſolidæ figuræ circumſcriptæ circa ſphæram, ad ſuperficiem ſolidæ inſcriptę in ſphęra, habet *c* rationem duplam, lateris puta I. k. ad latus E. L. Cùm ergo B. habeat *d* ad D. maiorem rationem quàm ſit lateris I. k. ad latus E. L. ſequitur B. eſſe ad C. *e* in maiori ratione quàm ſit ſuperficies illa circumſcriptæ ſolidæ, ad hanc ſuperficiem inſcriptæ itidem ſolidæ. Atqui B. eſt ad C. in minori ratione quàm ſit ſphærę ſuperficies ad circulum A. Ergo ratio ſuperficiei circumſcriptæ figuræ ſolidæ ad ſuperficiem inſcriptæ ſolidæ eſt multo minor quàm ſit ratio ſuperficiei ſphęræ ad circulum A. Eſt autem circumſcriptæ figuræ ſuperficies maior ſuperficie ſphæræ, *f* & proinde illa ad ſuperficiem inſcriptæ maiorem habet *g* rationem, quàm hæc ſphærica ad eandem inſcriptæ figuræ ſolidæ ſuperficiem. Ergo ſphærica ſuperficies ad inſcriptæ figuræ ſuperficiem multo minorem habet rationem quàm ipſamet habeat ad circulum A. At verò circulus A. eſt *h* maior ſuperficie inſcriptæ figuræ, quia quadruplus eſt circuli maximi E. F. G. H. Ergo eadem quantitas, nempè ſphærica ſuperficies, haberet ad minorem duarum quantitatum inæqualium minorem rationem quàm ad maiorem, contra æterna Geometriæ elementa. *i* Abſurdum ergo eſt cenſere A. minorem ſphærica ſuperficie. Cenſeatur autem maior ſi fieri poteſt.

A
B
D
C

b per 10 defin. l. 5.
c per præcedentem.
d per fabricam.
e per 15. li. 5.
f per 2. poriſma.
g per 8. l. 5.
h per 24. huius.
i Contra 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Sitque nunc B. ad C. in minori ratione quàm ſit A. ad ſphęricam ſuperficiem: reliqua verò maneant vt ſuperius.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Circumſcriptę ſolidę ſuperficiei ratio ad inſcriptę ſuperficiem minor eſt quàm ratio B. ad C. vt ſuperius eſt demõſtratum. Atqui B. eſt ad C. *l* in minori ratione quàm circulus A. ad ſphęricam ſuperficiem. Ergo ratio ſuperficiei circumſcriptę ſolidæ ad inſcriptę ſolidę ſuperficiem, multo minor eſt quàm ratio circuli A. ad ſphæricam ſuperficiem. Atqui ſuperficies circumſcriptę ſolidę ad inſcriptę ſuperficiem maiorem habet *l* rationem quàm ad ſuperficiem ſphęricam, quia hęc illa maior eſt. Ergo adhuc ratio ſuperficiei circũſcriptę circa ſphęram ſolidæ ad ſuperficiem ſphæricam minor eſt quàm ratio circuli A. ad eandem ſuperficiem ſphæricam. Eſt *m* autem figuræ ſolidæ circumſcriptæ ſuperficies maior circulo A. Ergo maior ad eandem ſuperficiem ſphæricam minorem rationem haberet quàm minor, quod rurſus aduerſatur *n* inconcuſſis Geometriæ decretis. Nec ergo A. maior eſt ſphærica ſuperficie. Proinde ſupereſt illi ſit æqualis, quod fuit probandum.

l per fabricam.
m per 28. huius.
n Octaue lib. 5.

COROLL. PROBLEMATICVM.

Datæ ſphæræ ſuperficiei dare circulum æqualem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat circulus interuallo totius diametri ſphæræ datæ.
ΣΥΜΠΕΡ. Dico æqualem eſſe ſuperficiei ſphæræ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum quadratum diametri circuli facti ſit[a] quadruplum quadrati diametri ſphæræ, circulus quoque illo deſcriptus, quadruplus erit[b] circuli hac ſphæræ dimetiente facti. Atqui factus ex ſphæræ dimetiente, maximus eſt ſphæræ. Ille ergo maximi ſphæræ circuli quadruplus eſt, & proinde ſuperficiei ſphæræ eſt,[c] æqualis, qui requirebatur.

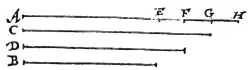
[a] per 20. l. 6 [b] per 2. l. 12 [c] per hanc propoſitionē

LEMMA PROBLEMATICVM I.

Inter duas datas magnitudines inæquales, duas alias reperire continuè proportionales in ratione arithmetica.

ΥΠΟΘ. Dentur inæquales A. H. & B.

ΚΑΤΑΣ. A. maiori A. H. portio auferatur[d] A. E. æqualis minori B. exceſſuſque E. H. trifariam ſecetur in punctus F. & G. Et ipſi A. G. ſit C. æqualis, tum reliquæ A. F. alia D.



ΣΥΜΠ. Dico C. & D. medias eſſe arithmetice proportionales inter A. & B.

ΑΠΟΔ. Etenim A. ſuperat C. exceſſu G. H.[e] Tum C. excedit D. quantitate F. G. Denique D. eſt maior B. augmento E. F. Atqui ſunt hi exceſſus omnes[e] pares. Ergo A. eſt ad[f] C. arithmeticè vt C. ad D. & D, ad B. quod proponebatur inueniendum.

[d] per 3. li. 1. [e] per 9. l. 6. [f] per fabricam.

LEMMA PROBLEMATICVM II.

Inter duas datas magnitudines quantitatem reperire ad quam datarum prima minorem rationem habeat, quàm ſit ea quæ triplicata producit eam rationem quam prima datarum habet ad ſecundam.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & D. inæquales magnitudines. A.

ΚΑΤΑΣ. Inter A. & D. media ſit[g] proportionalis C. tum alia B. inter A. & C. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico B. eſſe quantitatem quæſitam. D.

ΑΠΟΔ. A. eſt ad D. in ratione dupla A. ad C.[h] Sed vt habeas rationem A. ad C. duplicanda eſt ratio A. ad B.[i] Nam rurſus A. eſt ad C. in duplicata ratione A. ad B. Ergo ratio dupla A. ad C. hoc eſt A. ad D. quadrupla eſt eius quam habet A. ad B.[l] propterea ratio A. ad B. minor eſt ea quæ tantum triplicata eam produceret, quæ eſt primæ A. ad ſecundam D. eſt itaque quantitates B. ea quæ quærebatur.

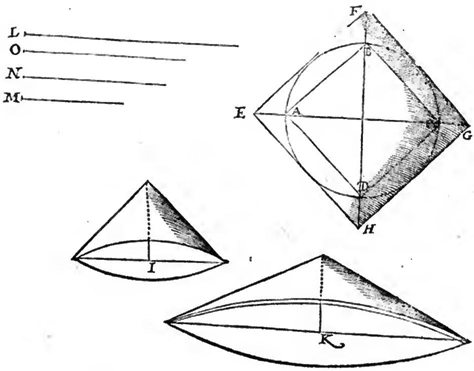
[g] per 8. definit. lib. 7. arithmetica Iordani. [h] per 13. l. 6 [i] per 10. definit. l. 5. [l] per 5. definit. l. 6.

ΠΡΟΤ. ΛΑ.	PROP. XXXI.
ΘΕΩΡ. Κϛ.	THEOR. XXVI.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Omnis ſphæra quadrupla eſt coni baſim quidem habentis æqualem maximo circulo eorum qui in ſphæra, altitudinem vero radium ſphæræ.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. D. plano ſecta, ita vt maximus eius circulus pateat A.
B. C. D. Sit item conus I. qui baſim habeat æqualem circulo A. B. C. D. altitudinem
vero parem radio ſphæræ P. B. Demum ſit conus K. baſim habens quadruplam baſis
a per 11. l. 12. coni I. & parem altitudinem, proptereáque quadruplus coni I. agnoſcatur. [a]



ΣΥΜΠ. Dico ſphæram propoſitam æqualem eſſe cono K.

ΚΑΤΑΣ. Si conus K. non eſt ſphærę æqualis, maior eſt ea vel minor. Et primo cen-
ſeatur minor, duabuſque ablatis inæqualibus magnitudinibus, ſphæra & cylindro K.
aliæ duę inueniantur [b] L. & M. quarum maior L. habeat ad minorem M. rationem mi-
b per 2. huius. norem quàm ſphæra habeat ad K. Deinde inter L. & M. ſit O. inuenta, [c] ad quam in
c per 2. lemma prox. minori ratione ſit ea, quæ triplicata facit rationem L. ad M. Præterea intra & extra
circulum A. B. C. D. deſcribantur [d] figuræ ęquilateræ & æquiangulę à numeroque
d per 3. huius. quaternario latera dimenſę, quarum latus E. F. exterioris ſit ad A. B. latus interioris
e per ambo porismata huius. in minori ratione quàm ſit L. ad O. Denique ſolita circumuolutione naſcantur [e] cir-
ca ſphæram ac intra, figurę ſolidę conicis ſuperficiebus contentę.

f per 29. huius. ΑΠΟΔ. Figurarum ſolidarum exterior ad interiorem triplicatam rationem habet la-
g Ex fabrica. teris [f] E. F. ad latus A. B. Atqui latus E. F. ad latus A. E. minorem rationem habet [g]
quàm L. ad O. Ergo exterior ſolida ad interiorem minorem rationem habet quàm ſit
h per fabricam. tripla eius quam habet L. ad O. Atqui rurſus tripla L. ad O. minor eſt ea [h] quam habet
L. ad M. Igitur exterioris ſolidæ ad interiorem figuram multo minor eſt ratio quàm
i per 2. porisma huius. ſit ea in qua eſt L. ad M. Eſt autem L. ad M. in minori ratione quàm ſit ſphęra ad K.
Ergo exterior ſolida figura ad interiorem ſolidam minorem adhuc multo rationem
habet, quàm ſphęra ad conum K. Quoniam vero ſphęra minor eſt [i] exteriore ſolida fi-
l per 8. l. 5. gura, habet illa ad interiorem figuram ſolidam minorem [l] rationem, quàm hæc exte-
rior ad eandem interiorem. Ergo rurſus ſphęra habet ad interiorem figuram ſolidam
m per 26. huius. minorem rationem quàm habeat ad conum K. Verum conus K. eſt maior [m] inſcripta
ſolida figura intra ſphęram. Ergo eadem quantitas ad minorem, minorem rationem
haberet quàm ad maiorem, quod apud geometras impium eſt cenſere. Non ergo co-
nus K. minor eſt ſphæra. Cæterum neque maior eſt.

ΚΑΤΑΣ. Quòd ſi quis pertinaciter maiorem eſſe ſphæra autumet: ſit ita ſi fieri po-
teſt. Et habeat L. ad M. minorem rationem quàm conus K. ad ſphæram, ſitque E. F.
ad A. B. in ratione minori quàm L. ad M.

ΑΠΟΔ. Externa ſolida ad internam in tripla ratione eſt lateris E. F. ad A. B. latus

ideoque in minori ratione eſt ad eam quam ſit tripla rationis L. ad O. & multo minori quàm ſit L. ad M. Atqui L. ad M. in minori ratione eſt quam ſit K. ad ſphæram. Proinde externa ſolida ad internam in minori adhuc ratione eſt quam ſit conus K. ad ſphæram: cumque ſit ſphæra maior interna ſolida, habet rurſus externa ſolida ad ſphæram minorem rationem quam habeat ad internam figuram ſolidam. Ac ideo ratio externæ figuræ ſolidæ ad ſphæram minor eſt multò quam ſit ratio coni K. ad eandem ſphæram. Atqui externa ſolida maior eſt [a] cono K. Ergo maior quantitas ad eandem, minorem rationem haberet quam minor, quod rurſum Geometriam labefactat. Abſurdum itaque eſt maiorem dicere conum K. propoſita ſphæra. Cum ergo neque minor ſit, ſupereſt ipſi æqualis, quod fuit oſtendendum. *a per 1. πόρισμα.* *a per manifeſtum 8. huius.*

Ex hac propoſitione patet & theorema quod lib. 5. collectionum mathematicorum quadrageſimum primum habet Pappus: nimirum omnem ſphæram æqualem eſſe cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphæræ, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter. Cũ enim coni in eadem altitudine ſint [aa] inter ſe ſicuti baſes, conus qui toti ſphæræ ſuperficiei æqualem baſim habuerit & altitudinem parem radio, quadruplus erit eius qui in eadem altitudine baſim habuerit maximum ſphæræ circulum. Ergo & ille æqualis erit ſphæræ. *aa per 11. l. 12.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes autem ἐν τῇ κατασκευῇ vtitur primo lemmate præmiſſo huic propoſitioni, non ſecundo, ſicuti nos: ἔστωσαν (inquit) ἡ μὲν αἱ κ. η. αἱ δὲ ι. θ. εἰλημμέναι, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν κ. τῆς ι. καὶ τὴν ι. τῆς θ, καὶ τὴν θ. τῆς η. hoc autem eſt conſtituere κ. ι. θ. η. vel noſtras L. O. N. M. in ratione continua Arithmetica. Ex his tandem aſſumit ἔχει δὲ τὴν κ. πρὸς η. μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ κ. πρὸς ι. quod ſic probauit Εὐτόκιος Ἀσκαλωνίτης.

ΚΑΤ. Poſitis L. O. N. M. in continua progreſſione Arithmetica [b] ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, inueniatur [c] duabus L. O. tertia P. proportionalis tum quarta Q. [d] nempe γεωμετρικῶς. *b per 1 lemma proximum.* *c per 11. l. 6.* *d per 12 l. 6*

L κ.
O ι.
N θ.
M η.
P
Q

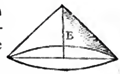
ΑΠΟΔ. Quoniam L. eſt ad O. vt O. ad P. quot ſuis partibus L. excedit O. tot ſuis O. ſuperat P. Atqui partes homologæ quantitatis L. ſunt [e] maiores partibus ſimilibus ſecundæ O. nam L. poſita eſt maior O. Ergo maiori quantitate L. ſuperat O. quàm O. tertiam P. Proinde cũ exceſſus quo ſuperat O. tertiam N. ſit æqualis ei quo L. ſuperat O. ſequitur O. maiori exceſſu ſuperare N. quam P. Ideo P. maior eſt ipſa N. Similiter probabitur Q. maior quarta M. Ac propterea concludetur L. ad M. [f] maiorem rationem habere quam habeat ad Q. Sed ratio L. ad Q. tripla eſt [g] eius quam habet eadem L. ad O. Sequitur ergo L. habere ad M. maiorem rationem quam ſit tripla rationis L. ad O. vt aſſumit Archimedes. Sic ergo rurſus ſtare poſſet propoſitionis demonſtratio. Verum quia magis conſona eſt geometrica ratio huic præſenti negotio, quam arithmetica progreſſio, viſum mihi fuit potius ſecundo lemmate vti quam primo. Cæterum communis verſio, horum verborum ἔχει δὲ καὶ ἡ κ. &c. non meminit: ita vt relinquat demonſtrationem dubiam, & prima facie periculoſam. At nunc tuta eſt & ſecura. *e per 15. l. 5.* *f per 8. l. 5.* *g per 10. definit. l. 5.*

ΦΑΝΕΡΟΝ Θ.

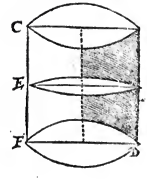
Φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM IX.

Manifeſtum quod omnis cylindrus baſim quidem habens maximum circulum eorum qui ſint in ſphæra, altitudinem vero æqualem diametro ſphæræ, ſeſquialter eſt ſphæræ. Et ſuperficies ipſius cum baſibus etiam ſeſquialtera eſt ſuperficiei ſphæræ.







ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. & cylindrus C. D. habeatque cylindrus baſes, hoc eſt, baſim & verticem æquales maximo qui in ſphæræ A. circulo, altitudinemque æqualem toti ſphæræ diametro, qui facile datur.[aa]

aa per 19. prop. lib. 1. ſphæricæ Theodoſii.

ΣΥΜΠΕ. Dico cylindrum non tantũ ſeſquialterum eſſe ad ſphæram: ſed prætereà eius ſuperficiem cum vertice & baſe ſeſquialteram eſſe ad ſuperficiem ſphęræ.

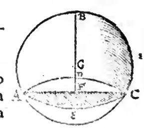
ΚΑΤΑΣ. Plano baſi parallelo diuidatur per mediam altitudinem cylindrus C. D. fiatque conus B baſi circulo ſphæræ maximo, altitudine vero radio ſphæræ.

ΑΠΟΔ. Cylindrus C. D. [a] duplus eſt cylindri E. D. At vero cylindrus E. D. cùm eaſdem baſim & altitudinem habeat cum cono B. triplus eſt ipſius B. [b] Ergo eiuſdem B. ſextuplus eſt totus conus C. D. eumque ſexies complectitur. Atqui ſphæra A. tantum continet quater conum B.[c] & eſt ipſius duntaxat quadruplus. Ergo cylindrus continet ſphæram ſemel & ipſius prætereà ſemiſſem, nempe præter ſphæram duos conos B. qui dimidiũ ſphæræ complent. Eſt proinde C. D. ſphæræ A. ſeſquialter. Rurſus, cylindri C. D. tum altitudo C. F. tum F. D. diameter baſis ſunt æquales diametro ſphæræ. Ergo inter ſe ſunt[d] æquales, & media proportionalis inter diametrum D. F. & altitudinem F C. alterutri erit æqualis, & item diametro ſphęræ. Atqui circulus hac media proportionali tanquam radio ſeu interuallo deſcriptus quadruplus eſt[e] maximi qui in ſphæra circuli, æqualiſque ſuperficiei ſphæræ, & eſt [f] æqualis ſuperficiei cylindri baſe & vertice exceptis. Ergo iiſdem exceptis cylindrica ſuperficies ſphæricę æquatur. Iunge vero verticem & baſim ſeu baſes, quarum quælibet circulo ſphæræ maximo par eſt, quæque ſimul dimidium ſphæricæ ſuperficiei conſtituunt: Habebitur cylindrica ſuperficies vertice & baſe completa ſeſquialtera ſphæricæ ſuperficiei, quod fuit probandum eſſe manifeſtum.

a per 14. li. 12. & 3. lemma Archi.
b per 10. l. 12.
c per præcedentem.
d per fabricam.
e per 13 huius
f per 30. huius.

LEMMA.

Si ſit in ſphæra circulus, per cuius diametrum planum agatur perpendiculare ad ipſum circulum, ſecat hoc planum ſphæram in æqualia & maximum ſphæræ circulum offert.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ A. B. C. in qua ſit circulus A. D. C. E. per cuius diametrum A. C. planum erigatur rectum ad circulum.

ΣΥΜΠ. Dico ſecare ſphæram bifariam, & offerre nobis maximum circulum ſphæræ.

ΚΑΤΑΣ. A centro F. erigatur F. B. perpendicularis.[g]

ΑΠΟΔ. tranſit[h] F. B. per centrum ſphęræ G. Atqui in plano eſt erecto perpendiculari, neceſſario cum hæc & illud ad idem planum erigantur. Ergo planum quoque tranſit per centrum circuli, & ideo ſecat[i] bifariam, fitque maximus ſphæræ circulus.

ΑΛΛΩΣ. Planum ſecans biſariam circulum qui in ſphæra, nempe recto per diametrum, ſecat per polos, ideo[l] per axem & centrum,[m] ideoque bifariam ſecat ſphæram, & fit maximus circulus, quod fuit probandum.

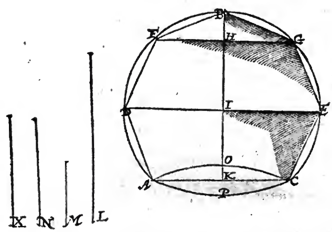
g per 12. l. 11.
h per 23. li. 1 ſphæric. Theod.
i per 13. lib. 1. ſphæric. Theod.
l per defin. axis.
m per 6. eiuſdẽ libri.

ΠΡΟΤΑ. ΛΒ. — PROP. XXXII.

ΘΕΩΡ. ΚΖ. — THEO. XXVII.

Η ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ διαμέτρου βάσεως.

Superficies inſcriptæ figuræ ſolidæ in portione ſphæræ, æqualis eſt circulo, cuius radius poteſt æquale comprehenſo rectangulo ſub vno latere inſcriptæ planæ figuræ in portione maximi circuli, & linea æquali omnibus parallelis baſi portionis cum ſemiſſe diametri baſis.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ truncus A. B. C. cuius baſis ſit circulus A. O. C. P. per cuius diametrum A. C. actum planum perpendiculare ſecuerit [a] truncum bifariam, circulique maximi ſphæræ portionem obtulerit A. D. B. E. C. in quo figura plana deſcribatur æquilatera longitudine & numero: [b] Tum reuoluto trunco ſuper axe B. K. intelligatur fieri intra ſphæræ truncum figura conicis ſuperficiebus contenta: [c] Sit rurſus circulus L. cuius radius ſit medius proportionalis [d] inter B. F. latus figuræ planæ, & lineam compoſitam ex F. G, D. E. latera figuræ iungentibus baſi parallelis & ſemidiametro baſis A. K.

[a] *per proximum lēma.*
[b] *per coroll. 1. prop. 3. huius.*
[c] *Ex poriſmate 1. præcedenti.*
[d] *per 13. l. 6*

ΣΥΜΠΕ. Dico circulum L. eſſe æqualem ſuperficiei ſolidæ figuræ intra ſphæræ truncum deſcriptæ.

ΚΑΤΑΣ. Inter B. F. & F. H. medius fiat proportionalis radius circuli M. Tum inter latus F. D. ſeu B. F. & lineas H. G. ſeu F. H, D. I. medius ſit [d] ſecundum rationem radius circuli N. Denique medius etiam ſit radius circuli X. inter latus D. A. hoc eſt F. B. & lineas duas I. E. ſeu D. I. A. K.

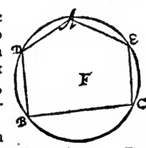
ΑΠΟΔΕΙ. Quadratum lineæ L. æquale eſt [e] rectangulo ſub latere F. B. & linea conſtante ex F. G, D. E. & A. K. Sed huic rectangulo tria ſunt [f] æqualia, nempe primum ſub B. F, F. H. ſecundum ſub B. F. & duabus tanquam vna F. H. ſeu H. G. & D. I. tertium ſub F. B, & duabus tanquam vna D. I. ſeu I. E. & A. k. Tum his tribus æqualia ſunt [e] quadrata, primo quidem M. ſecundo N. tertio X. Ergo quadratum L. tribus quadratis M. N. X. eſt [g] æquale: Vel circulus [h] cuius radius L. æquatur tribus circulis deſcriptis ex radijs M. N. X. Atqui circulus radio M. factus æqualis eſt [i] ſuperficiei coni F. B. G. Deinde circulus N. conicæ ſuperficiei par eſt [l] comprehenſæ inter parallela plana acta per lineas F. G. D. E. Denique X. æquatur ſuperficiei conicæ inter circulos parallelos D. E, A. C. hæc autem tres ſuperficies conicæ complent ſuperficiem inſcriptæ trunco figuræ. Ergo circulus radio L. deſcriptus illis tribus conicis ſuperfi-

[e] *per 17. l. 6*
[f] *per 1. l. 2.*
[g] *per 1. com. ſent.*
[h] *per 2. l. 12.*
[i] *per 14. huius.*
[l] *per 16. huius.*

ciebus æqualis eſt & ex conſequenti ſuperficiei figuræ trunco inſcriptæ excepta baſi, quod fuit demonſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in deſcriptione polygoni ἀρτιόπλευρον ipſum eſſe duntaxat iubet, non ἰσόπλευρον aut μετρούμενον ὑπὸ τετράδος. Tamen vtrumque ſatis ſubintelligitur: Et primum quidem quod æqualium laterum eſſe debeat, capitur ex rectangulis τῆς κλασματικῆς, quæ omnia in eadem eſſe debẽt altitudine, nempe lateris vnius figuræ multangularis inſcriptæ. Secundum verò, nimirum quod latera menſurentur numero quaternario, non ita ſtatim videtur requiri ex mente Archimedis, cum ipſe velit ſolidam figuram trunco ſphæræ inſcriptam & enatam ex reuolutione, contineri ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν. Etenim ſi quaternario numero cogimur metiri latera figuræ planæ, accidet aliquando vt non tota ſolida contineatur ſub conicis ſuperficiebus, ſed etiam cylindricis: nempe ſi accidat circumferentiæ maximi ſphæræ circuli, relinqui nobis ex ſectione duas tertias.



Sit nobis reliqua ex ſectione portio circuli maximi ſphæræ B. A. C. cuius circumferentia ſit $\frac{2}{3}$ totius: diuidetur primo bifariam in A. [a] tum quiſque ſemiſſis B. A, A. C. bifariam [a] in D. & E, ductiſque lineis B. D, D. A, A. E, E. C. figura erit quatuor laterum æqualium excepta baſi. Horum dico D. B, E. C. eſſe parallela, ipſiſque reuolutis non conicas ſed cylindricas deſcribi ſuperficies.

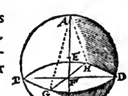
a per 30. l. 3.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Arcus B. C. reliquus eſt ex hypotheſi vna tertia circumferentiæ. Tum C. A. quoque vna tertia [b] eiuſdem circumferentiæ. Ergo arcus B. C. & C. A. ſunt æquales. Vtrique addamus æquales arcus B. D. & D. A. erunt D. B. C. & D. A. C. ſemicirculi æquales. Proinde angulus D. B. C. eſt in ſemicirculo erectus. [c] Atqui rurſus cum arcus B. C, C. A. ſint pares, vt & duo C. E. A. D. ſunt æquales. Vt ergo C. E. A. D. eſt ſemicirculus, ſic quoque ſemicirculus eſt B. C. E. Adhuc igitur angulus B. C. E. vt in ſemicirculo rectus eſt. [c] Sunt ergo parallela [d] latera D. B, E. C. & cylindrum deſcribent reuoluta: quod fuit probandũ. Perpetua tamẽ & inconcuſſa remanet propoſitionis concluſio, ſiue ſolida figura conicis, ſiue etiam cylindricis ſuperficiebus contineatur: quod ex ſcholio 23. huius apertiſſime conuincitur. Nihilominus ex ἀρτιοπλεύρου & lateribus numero pari conſtantibus, etiam facillime intelligitur latera quaternario tandem menſurari numero. Nam aut circumferentia data bipartietur duntaxat, & plana fiet figura bilatera, tum ſolida conus perfectus: aut ſi bini arcus æquales rurſus bipartito diuiſi fuerint, quaternario numero conſtabunt, quo deinceps menſurabuntur latera, quæcumque bipartitio arcuum ſequatur. Multiplicatio enim eorum fiet per quatuor, & erit quadrupla progreſſio.

b per fabricam.
c per 31. l. 3.
d per 28. l. 1.

LEMMA PROBLEMATICVM.

Per punctum axis ſphæræ agere planum perpendiculare ad axem, quod ſphæram dirimat in duo ſegmenta.



ΥΠΟΘ. Sphæræ A. B. C. D. ſit axis A. C. maximuſque circulus A. B. C. D. in quo ducatur [e] linea B. F. D. perpendicularis ad A. F. Tum à puncto F. alia perpendicularis excitetur [f] ad A. F. quæ producta attingat ſphæræ ſuperficiem in punctis G. & H. Demum per puncta B. G. D. planum agatur.

ΣΥΜΠ. Erit perpendiculare ad A. F. ſecabitque ſphęram.

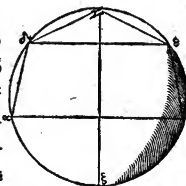
ΑΠΟΔΕΙ. Rectis lineis B. F, G. F, D. F. πρὸς ὀρθὰς eſt A. F. Ergo per ipſas ductum planum perpendiculare eſt axi A. F. ſecatque neceſſario ſphæram, vt vult lemma.

e per 11. l. 1.
f per 11. l. 11.

ΠΟΡΙΣΜΑ

ΠΟΡΙΣΜΑ I.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α. ε. ζ. τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ α. β. γ. τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ [d] ἀρτιογώνιον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς α. β. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἐὰν μενούσης τῆς γ. ζ. περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν δ. ε, α. β. γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ δ. ε, α. β. αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ τμήματος, κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας· καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ α. β. κορυφὴ δὲ τὸ γ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος· τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ α. β. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.



Secetur ſphęra non per centrum plano,[a] & in ipſa ſit maximus circulus α. ε. ζ. dirimens ad angulos rectos[b] planum ſecans, & inſcribatur[c] in α. β. γ. portione multangularis figura æquilatera & parium numero angulorum,[d] excepta baſi α. β. Similiter vero prius vt manente γ. ζ. circumuoluatur figura anguli δ. ε. α. β. in circulos ferentur, quorum diametri ſunt δ. ε, α. β. latera autem portionis ſecundum ſuperficiem conicam. Sitque facta figura ſolida ſub conicis ſuperficiebus comprehenſa, baſim quidem habens circulum cuius diameter eſt α. β. vertex vero γ. Vt vero ſuperius ſuperficiem minorem habebit[e] ſuperficie portionis comprehendentis. Idem etenim eſt earum terminus in plano, tàm portionis quàm figuræ, ſcilicet circumferentia circuli cuius diameter eſt α. β. & ſunt in eaſdem partes cauæ ſuperficies, alteráque comprehenditur ſub altera.

a Fiet ſectione circulus per 1 l. 1. σφαιρικῶν Θεοδοσίου.

b per 14. eiuſdem libr.

c per 1. coroll 3 huius.

d Puto ἀρτιόπλευρον potius.

e per 6. hypotheſim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

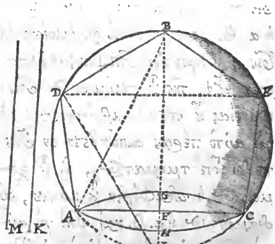
Iubet Archimedes deſcribi πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιογώνιον: Verum legendum cenſerem ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον. Subiungit enim χωρὶς τῆς βάσεως. At baſis non excipitur ab angulis, nec linea à ſuperficie. Deinde figura quam deſcribit in portione maximi circuli ſphæræ, non eſt angulorum parium numero, ſed ἀνισογώνιον neceſſario polygonum eſt, nempe πεντάγωνον, & 5. angulorum, quorum tres δ. γ. ε. ſunt æquales α. & β. pares quidem inter ſe, at aliis collati inæquales. Numerus ergo laterum eſſe quidem par poteſt excepta baſi, at non angulorum.

PROP. XXXIII. THEOR. XXVIII.

Superficies inſcriptæ figuræ in portione ſphæræ minor eſt circulo, cuius radius eſt æqualis lineæ eductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli qui baſis eſt portionis.

ΠΡΟΤΑ. ΛΓ. ΘΕΩΡ. ΚΗ.

Η ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.



aa per lemma præfixũ 3. poriſmati. ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. I. quæ plano ſecetur per A. C. [aa] remaneatque truncus A. B. C. quo per centrum ſecto, plano perpendiculari ad circulum ſectionis A. G, C. I. offeratur circuli ſphæræ maximi portio A. B. C. in qua figura habeatur A. D. B. E. C. æquilatera, ex cuius reuolutione tandem circa diametrum B. I. naſcatur [a] inſcripta ſphæræ ſolida figura conicis ſuperficiebus contenta. (a Iuxta tertium πόρισμα.) Habeatur rurſus circulus K. cuius radius ſit æqualis lineæ B. A. eductæ à vertice portionis B. ad circumferentiam circuli A. G. C. H. [b] qui baſis eſt portionis.

b per 1. lib. 1. ſphæric. Theod. ΣΥΜΠ. Dico circulum K. eſſe maiorem ſuperficie figuræ ſolidæ in ſphæræ trunco deſcriptæ.

c per 13. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [c] media proportionalis inter latus D. B. & lineas D. E, A. F. ſimul iunctas, & huius mediæ interuallo deſcribatur circulus M.

d per 23. huius. ΑΠΟΔ. Circulus M. eſt [d] æqualis ſuperficiei figuræ ſolidæ in ſphæræ inſcriptæ. Atqui circulus K. eſt maior circulo M. Quod ſic probo. Triangulorum A. B. I. & A. B. F. latera ſunt proportionalia [e] & vt eſt B. I. ad B. A. ita eſt B. A. ad B. F. proinde quadratum B. A. eſt æquale rectangulo ſub B. I, B. F. [f] Sed rectangulum ſub B. I, B. F. eſt maior quadrato lineæ M. (nam quadratum lineæ M. eſt æquale rectangulo ſub linea compoſita ex D. E, A. F. & latere D. B. [g] cui quoniam quatuor lineæ ſunt [h] proportionales, quarum prima eſt, compoſita nempe ex D. E, A. F. ſecunda B. F.

e per 8. l. 6. f per 4. eiuſdem. g per 17. eiuſdem. h per 22. huius.

tertia D. I. quarta D. B. eſt [a] æquale rectangulum ſub medijs B. F, D. I. Quod quidem minus eſt [b] rectangulo ſub B. I. B. F. quia baſis B. I. maior eſt baſe D. I. & proinde rectangulum ſub compoſita ex D. E, A. F. & latere D. B. vel quadratum lineæ M. eſt quoque minus rectangulo ſub B.I.B. F.) Ergo quadratum lineæ B. A. ſcilicet radij circuli K. eſt quoque maius quadrato radij M. Et quia circuli ſunt [c] vt quadrata earumdem linearum; circulus K. erit maior circulo M. Ideoque maior quoque ſuperficie figuræ ſolidæ in ſphæræ trunco deſcriptæ, vt vult propoſitio.

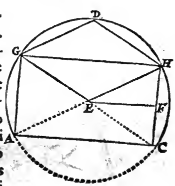
a per 16. l. 6
b per 1. l. 6
c per 2. l. 12.

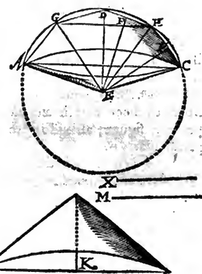
ΠΡΟΤ. ΛΔ.
ΘΕΩΡ. ΚΘ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἠγμένην.

PROP. XXXIIII.
THEO. XXIX.

Figura ſolida inſcripta in portione ſub conicis ſuperficiebus contenta, vnà cum cono, baſim quidem eandem habenti quam figura, verticem vero centrum ſphæræ, æquale eſt cono baſim habenti æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem vero perpendiculari ductæ à centro ſphæræ in vnum ex figuræ lateribus.





ΥΠΟΘ. Inſcripta intelligatur figura A.G.D.H.C. ſolida in trunco ſphæræ, vt ſuperius: [d] ſitque conus K. cuius baſis ſit æqualis [e] ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudo vero æqualis perpendiculari E. F. eductæ à centro ſphæræ E. in H. C. latus planę figuræ, portioni maximi circuli ſphæræ inſcriptæ. Demum intelligatur conus A. C. E. baſim habens circulũ ſeu baſim ſectionis, verticem vero in centro ſphęræ.

d per iſmate 3.
e per 32. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico conũ K. æqualẽ eſſe figuræ ſolidæ trũco inſcriptę, vna cũ cono A.E.C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ iungentes angulos figuræ planæ G. H. A. C. & intelligãtur plana per eas educta, quæ circulos conſtituant: Tum lineæ G. E, H. E. referant nobis latera coni habẽtis baſim circulum cuius diameter G.H. Et rhombo G.E.H.D. fiat [f] æqualis conus X. ſcilicet ſi habuerit baſim æqualem ſuperficiei coni G.D.H. altitudinem vero perpendicularem E. F. Tum conus M. ponatur [g] itidem æqualis reliquo rhombi G. A. E. C. H. ſcilicet ſi conus M. baſim habuerit parem ſuperficiei conicæ figuræ ſolidæ, contentæ intra parallela plana, acta per lineas G. H. A. C. & altitudinem æqualem quoque perpendiculari E. F.

f per 18. huius.
g per 20. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. His duobus conis X. & M. æqualis eſt [h] conus K. nam eius baſis eſt ęqualis ſuperficiei toti figuræ ſolidæ inſcriptæ trunco, & ideo baſibus amborum, tum altitudine eſt æquali eorumdem faſtigio. Ergo vt ipſi ſunt æquales & figuræ ſolidę & cono A.E.C. eiſdẽ figuræ ſolidæ & cono A.E.C. æquatur conus K. quod fuit probandũ.

h per 11. l. 12.

ΥΠΟΘ. Sit figura plana A. G. H. I. B. K. L. M. C. in circuli ſphæræ maximi portione A. B. C. deſcripta, [a] ita vt ſit æquilatera, & numerus laterum ipſius quaternario menſuretur: tum etiam diameter dicti circuli maximi G. M. duos ipſius figuræ coniungat angulos oppoſitos. Reuoluatur vt iubet πόρισμα tertium, & enaſcatur figura ſolida in ſphæra deſcripta.

a per 2. coroll. 3 huius.

ΣΥΜΠ. Dico ſolidam illam figuram æqualem eſſe primùm cono qui baſim habeat æqualem ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem vero perpendicularem ω. λ & alteri cono A. ω. C. baſim habenti eandem quam portio ſolida & verticem centrum ſphærę.

ΚΑΤΑΣ. Rhombo I. B. K. ω. fiat [b] æqualis conus P. Tum reſiduo rhombi I. H. ω. L. K. [c] æqualis conus Q. adhuc reſiduo [d] coni H. G. M. L. par conus R. Ex coni demum trunco G. A. C. M. auferatur conus A. ω. C. Et fiat reſiduo [d] coni G. A. ω. C. M. æqualis conus S. Denique habeat conus T. baſim æqualem toti ſuperficiei figuræ ſolidæ, & altitudinem æqualem perpendiculari ω. λ.

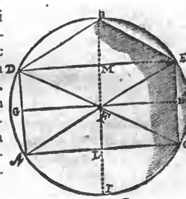
b per 18. huius. c per 20. huius. d per 19 huius.

ΑΠΟΔ. Conus P. baſim habet [b] æqualem ſuperficiei coni I. B. K. tum conus Q. [e] baſim parem ſuperficiei reſidui coni I. H. L. K. adhuc conus R. [d] baſim æqualem ſuperficiei coni H. G. M. L. demum coni [d] S. baſis æqua eſt ſuperficiei reſidui G. A. C. M. Atqui baſis coni T. [f] eſt æqualis toti ſuperficiei figuræ ſolidæ. Ergo par quoque eſt baſibus conorum quatuor P. Q. R. S. Eſt vero omnium vna altitudo. Ergo ſe habent ſicuti baſes, [g] & conus propterea T. eſt æqualis quatuor illis. Si proinde iunxeris A. ω. C. cono T. quantitatem habueris toti ſolidæ figuræ parem, quod vult lemma.

e per 32 huius. f per fabricam. g per 11. l 12

LEMMA III.

Figura ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio maiore deſcripta conica ſimul ac cylindrica ſuperficiebus contenta, æqualis eſt ſeptuplo coni qui baſim habeat, eandem quàm figura, verticem vero centrum ſphæræ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sphęrę ſit cuiuſpiam maximi circuli portio A. D. B. E. C. cuius arcus ſit totius circumferentiæ ſubſeſquialtera, ſeu duæ tertię: Et diuidatur hic arcus in 4. partes æquales, quarum fuerit quælibet vna circumferentię ſexta. Ducantur lineę ſubtendentes A. D, D. B, B. E, E. C. hexagoni nempe latera, quorum duo oppoſita D. A. & E. C. ſint [h] parallelæ. Demum ſuper B. I. diametro intelligatur reuolui tota plana figura portioni circuli inſcripta vna cum ipſa portione, vt gignatur [i] figura ſolida in ſphæra conica & cylindrica ſuperficiebus contenta.

h per ſcholium 32 huius. i per 3. πόρισμα.

ΣΥΜΠ. Dico totam figuram ſolidam æqualem eſſe ſeptuplo coni A. F. C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineę D. E. & G. F. H. parallela [l] ipſi A. C. Tum per lineas D. E. G. H. agantur plana, figuram ſecantia æquidiſtanter [m] inter ſe & perpendiculariter axi B. I.

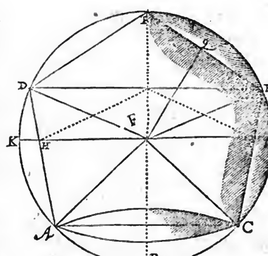
l per 17. l. 3. m per coroll. 15. l. 11. & per coroll. 14. eiuſdem.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli D. A. C. & A. C. E. ſunt [n] recti, ſequitur rectos quoque eſſe A. G. H. & G. H. C. [o] & proinde æquales eſſe lineas [p] A. G, G. D. tum E. H, H. C. Ergo remanent quoque ęquales A. C, G. H, D. E. Et demum rectangula eſſe [q] G. E. & G. E. & G. C. cylindri ergo nati ex ipſis ſunt [r] ęquales. Atqui latera F. E, F. D, F. A. F. C, E. B. & B. D. ſunt æqualia. Tres itaque coni D. B. F, D. F. E, A. F. C. ſunt [s] æquales. Cum inde altitudines F. L. F. M, M. B. pateant æquales, baſes quoque A. C. D. E. pares. Atqui reſiduum ex cylindro G. H. E. D. duobus rurſus conis eſt [t] æquale, quorum quilibet ſit æqualis cono D. F. E. vel A. F. C. Idem eſt de reſiduo ex cylindro A. C. H. G. Proinde duo reſidua æquantur quatuor conis ſingulis æqualibus vni A. F. C. Ergo tota figura ſolida ſeptem conis ęquatur, quorum quilibet eſt ęquale vni A. F. C.

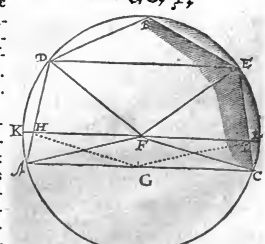
n Vt oſtendimus ſcholio 32. huius. o per 29 l 1. p per 5 l. 3. q per 34 l. 1. r per 13 l 12. s per 11. l 12. t per 10. l. 12.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Figura ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio maiori deſcripta, & nata ex reuolutione figuræ planæ in circuli ſphæræ maximi portione ita inſcripta vt diameter ſphæræ vel circuli maximi incidat in latera oppoſita ad angulos obliquos, æqualis eſt tùm cono qui baſim habeat parem ſuperficiei figuræ, & altitudinem æqualem perpendiculari à centro ſphæræ demiſſæ in planæ figuræ latus, tum alij cono qui baſim habeat baſim figuræ ſolidæ, verticem vero centrum ſphæræ: ſi tamen demeris differentiam coni ad baſim trunci qui fit prope centrum à cono ad verticem, qui fit ſuper circulo tanquam baſi, cuius eſt diameter pars diametri ſphæræ.



M.N.O, P.



a Ex præſc. 3. poriſm.
b per lemma 1. ad 21. huius.
c per 31. l. 1.

ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio maximi ſphæræ circuli, in qua figura plana deſcribatur [a] æquilatera, & latera ipſius menſurentur quaternario. Coniungat D.E. duos ipſius angulos pararallela [b] baſi A. C. Per centrum vero circuli F. agatur diameter K. L. [c] parallela baſi A. C. qui ſecet oppoſita figuræ latera oblique, in punctis H. & I. Reuoluatur iam figura hæc vna cum portione circuli circa diametrum B. R. ita vt fiat [a] intra ſphæram ſolida figura conicis ſuperficiebus contenta.

ΣΥΜΠ. Dico portionem ſolidam æqualem eſſe duobus conis, quorum primus habeat baſim æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem vero perpendicularem F. Q. à centro ſphæræ demiſſam in figuræ planæ latus: ſecundus vero baſi conſtituatur eadem qua figura ſolida, verticem vero habeat in centro ſphæræ, excepta tamen differentia qua conus ad baſim D.F.E. vel A. F. C. ſuperat conum ad verticem H.G.I.

d per 18. huius.
e per 19. huius.
f per 32. huius.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [d] M. conus æqualis rhombo B. D. F. E. Tum conus N. æqualis [e] reſiduo D. H. G, G. I. E. quod ſupereſt ex trunco coni D. H. I. E. poſtquàm conus H. G. I. ab ipſo trunco fuerit auulſus. Demum reſiduo coni H. A. F. C. I. fiat [e] conus O. æqualis. Ac tandem conus P. baſim habeat [f] æqualem ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem vero F. Q. quam habent [g] & cæteri coni M. N. O.

g per primas citatas 18. & 19. huius.
h per 11. l. 11

ΑΠΟΔ. Conus P. eſt [h] æqualis conis M. N. O. quia baſim habet æqualem baſibus corũ, & eſt in eadẽ communiq; cũ ipſis altitudine, hoc eſt rhõbo B. D. F. E. & duobus reſiduis D. H, G. I. E. & H. A. F. C. I. Atqui conus N. ſeu reſiduũ D. H. G. I. E. ſuperat reſiduũ H. D. F. E. I. quod remanet ſublato rhõbo B. D. F. E. quantitate qua conus

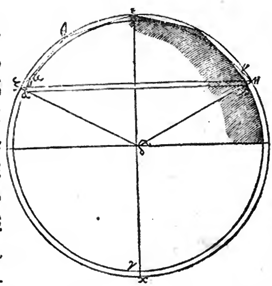
ad baſim D.F.E. ſuperat conum ad verticem H.G.I. Ergo conus P. maior eſt rhombo B.D, F.E, & duobus reſiduis H.D, F.E.I, & H.A, F.C.I. hoc eſt ſolida figura excepto cono A.E.C. eadem quantitate coni ad baſim ſupra conum ad verticem. Ergo ſi demeris hanc quantitatem à cono P. erit ſolida figura æqualis duobus conis, ſcilicet cono P.& cono A.F.C. vt vult lemma. Cæterum, hoc intelligitur de figura in qua latera figuræ planæ incidunt in diametrum ſphæræ ad angulos obtuſos, vt in primo ſchemate accidit. Nam ſi contingat vt in eum incidant ad angulos acutos, vt in ſchemate ſecundo, tollitur differentia anguli H.G. I. ſupra angulum A.F.C. Ita vt primùm differentes anguli reſpiciant verticem figuræ, ſecundò verò reſpiciant baſim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc pacto reperiemus conum æqualem cuilibet ſolidæ figuræ in ſphæræ portione deſcriptæ eo modo quo hucvſque dictum eſt, ſiue portio excedat hemiſphærium, ſiue excedatur ab hemiſphærio.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α.β.γ. καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἡ α.β. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ δ. ἐπὶ τὰ α. β. ἐπεζεύχθωσαν αἱ α.δ, δ.β. καὶ περὶ τὸν γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἕξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ α.β.γ. κύκλῳ. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ε.κ. περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ τῆς ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὖσαι παράλληλοι τῇ α.β. τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-



PORISMA IIII.

Sit ſphæra & in ea maximus circulus α. β. γ. & ab ea ſecetur minus ſemicirculo quod ſecet α. β. Centrum ſit δ. & à centro δ. in lineam α.β. iungantur lineæ α.δ, δ.β. & circa factam portionem deſcribatur [a] figura multangularis, & circa ipſam circulus. Habebit vtique idem centrum cum circulo α.β.γ. Si ergo manente ε.κ. circumuoluatur multangularis figura, quouſque redeat in eundem locum, circumſcriptus circulus ſecundum ſphæræ ſuperficiem feretur. Et anguli figuræ planæ circulos deſcribent, quorum diametri iungunt angulos multangularis figuræ exiſtētes paralleli lineæ α.β. Puncta verò quibus tāgūt minorem circulū, multangularis figurę

[a] per 1. coroll. 3. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ Δ.

Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα, ἴση ἐστὶ[a] κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἔτι ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τὸ μείζονος σφαίρας. τοῦτο δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον.

Hoc manifeſtum patet per 32. huius.

MANIFESTVM IIII.

Et patet quod ſuperficies deſcriptæ figuræ ſolidæ circa ſegmentum æqualis eſt[a] circulo, cuius radius poteſt rectangulum comprehenſum ſub vno latere figuræ planæ, & omnibus iungentibus angulos figuræ planæ, & adhuc dimidia baſe dictæ planæ figuræ. Inſcripta ſolida figura inſcripta eſt in portione maioris ſphæræ. Hoc verò manifeſtum per hoc quod prius ſcriptum eſt.

[a] per 32. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΛΕ.

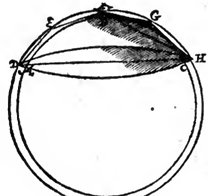
ΘΕΩΡ. Λ.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

PROPO. XXXV.

THEO. XXX.

Figuræ ſolidæ circa ſphæræ portionem conſcriptæ ſuperficies maior eſt circulo, cuius radius æqualis eſt lineæ ductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli, qui baſis eſt portionis.



ΑΠΟΔΑΞΙΣ. Sit maximi ſphæræ circuli portio A. B. C. circa quàm figura plana D. E. F. G. H. deſcribatur[b] æquilatera, laterumque quaternario dimenſorum. Reuoluatur & portio circuli, & figura ita ut extra ſphæræ portionem figura ſolida conſcribatur ex proximi poriſmatis præſcripto. Sit demum linea F.H. ducta à vertice figuræ in circumferentiam circuli, qui baſis eſt figuræ ſolidæ.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſuperficiem figuræ ſolidæ circa portionem conſcriptæ maiorem eſſe circulo, cuius radius erit æqualis lineæ F.H

ΚΑΤΑΣ. Eodem centro circa figuram planam circulus deſcribatur[c], iterataque toties reuolutione fiat vt iam ſolida figura ſphæræ portioni inſcribatur, cuius circumferentiam tangant puncta F.H.

[b] per 1. corol. 3. huius.

[c] per lemma præfixum 2. poriſmati. & 3. corol. ipſius.

a per 33. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Figuræ inſcriptæ extimæ portioni ſphæræ eſt [a] minor circulo, cuius radius erit F. H. Atqui eadem illa eſt figura ſolida quæ circa intimam ſphæræ portionem conſcribitur. Ergo conſcriptæ circa ſphæræ portionem figuræ ſolidæ ſuperficies minor eſt circulo cuius radius erit F.H. quod vult Propoſitio.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

Fit verò & circumſcripta ſolida figura circa portionem cum cono, cuius baſis eſt circulus circa diametrum κ. λ. vertex verò centrum æqualis eſt cono, cuius baſis quidem æqualis eſt ſuperficiei figuræ, altitudo verò lineæ à centro in latus perpendiculari ductæ, quæ vtique æqualis eſt radio ſphæræ.

ΠΡΟΤΑ. Λϛ.

ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ὁ περὶ μὲν διάμετρον κ. λ. κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἡ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

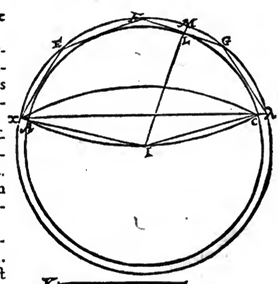
ΥΠΟΘ. Repetatur eadem figura quæ fuit ſuperiori propoſitione.

b per 12.1. 1.

ΚΑΤΑΣ. A centro ſphæræ I. agatur [b] perpendicularis I. L. in latus F.G. figuræ planæ. Et fiat [c] conus K. æqualem habens baſim ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem verò perpendiculari I.L.

c per manifeſtum.4. huius.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico conum K. æqualem eſſe, & ſolidæ figuræ κ.E.F.G.λ. circumſcriptæ circa ſphæram A. L. C. & cono κ. I.λ. verticem habens in centro ſphæræ, baſim verò circulum qui diametro κ. λ. deſcriptus eſt.



d per 34. huius.

ΑΠΟΔ. Figuræ κ.E.F.G.λ. inſcriptæ intra ſphæræ portionem κ. E.λ. cum cono κ. I.λ. æqualis eſt [d] conus K. Atqui eadem eſt figuræ quæ circumſcribitur ſphæræ portioni A.L.C. Ergo circumſcripta figura circa ſphæræ minoris portionem A.L.C. cum cono κ.I.λ. æqualis eſt cono K. vt vult propoſitio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Maiori demonſtratione vti potuiſſemus tàm in præcedenti quàm in hac præſenti propoſitione: ſed quæ tota tamen repetatur ex 33. & 34. huius. Proinde nolui inſulſa & ingrata repetitione lectorem onerare. Cæterum quæcumque probauimus lemmatibus proximis de figuris ſolidis in portione ſphæræ hemiſphærio màiori inſcriptis, intelliguntur eodem argumento de circumſcriptis, nec è re eſt quod in his diutiùs immoremur.

Quæ etenim circumſcriptæ dicuntur figuræ, eædem & inſcriptæ cenſentur maioribus ſphæris, ſine ſui vlla mutatione.

COROLL. I.

Conus itaque qui baſim habet æqualem ſuperficiei portionis κ.F.λ. & altitudinem I. L. maior eſt [a] circumſcripta figura propoſita, cum cono κ.I.λ. quia portionis ſuperficies maior eſt [b] ſuperficie figuræ. Tum hoc cono adhuc maior eſt [c] conus qui baſim quidem haberet eandem, ſcilicet circulum æqualem ſuperficiei portionis, & altitudinem totam diametrum I.M. maiorem [d] perpendiculari I.L. Ac ideò tandem hic vltimus conus multo maior eſt circumſcripta figura dicta cum cono κ.I.λ.

a per 1. lemma Archi, & 11. l. 12. b per 4. poriſma huius. c per 2. lemma Arch. & 14. l. 12. d per 2. l. 3.

COROLL. II.

At conus qui baſim habet æqualem ſuperficiei portionis A. B. C. altitudinem verò eandem perpendicularem I. L. minor eſt [e] circumſcripta figura cum cono A. I. C. quia minorem habet [f] baſim cono K.

e per 11. l. 12. f per poriſma. 4.

ΦΑΝΕΡΟΝ I.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ α.β.γ. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ εἰς τὸ α.β.γ. τμῆμα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς η. β. περιενεχθέντες οἱ κύκλοι· ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ τετραπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

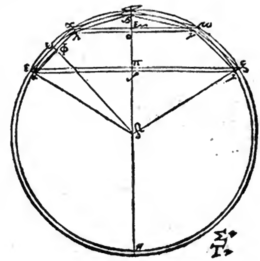
MANIFESTVM X.

Sit rurſus ſphæra, & in ipſa maximus circulus, & portio minor ſemicirculo α. β. γ. & centrum ſit δ. Et in ipſa α. β. γ. portione inſcribatur [g] figura plana parilatera, & ipſi ſimilis [g] circumſcribatur, & parallela [g] ſint latera lateribus. Et circulus conſcribatur [h] circa circumſcriptam figuram, & pariter vt ſuperiùs manente diametro κ. β. reuolutiſque circulis fiant [i] ſolidæ figuræ ſub conicis ſuperficiebus comprehenſæ. Oſtendendum quòd circumſcriptæ figuræ ſolidæ ſuperficies ad inſcriptæ ſolidæ figuræ ſuperficiem, duplicatam rationem habet, quam latus circumſcriptæ figuræ planæ habet ad latus inſcriptæ figuræ planæ. At verò figura ſolida cum cono, triplicatam habet eiuſdem rationem.

g per tertiã huius addítaque ipſi corollaria. h per corol. lemmatis præfixi ſecundo poriſ. huius. i per 3. & 4 poriſm. aa.

a per 13. l. 6.
b per 32. huius.
c per manifest. 4. huius.
d per 34. huius.
e per 36. huius.
f per coroll. lemmatis 2. præfixi 29. huius.
g per lemma 1. præfixum eidem 29. huius.
h per 2. l. 12.
i per coroll. 2 prop 3. huius.
l per 24. definit l. 11.
m per 12. l. 12.

ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] radius circuli Σ. medius proportionalis inter latus α.λ. & lineam conflatam ex λ.ι., & α.ρ. vt ſit[b] æqualis circulus ſuperficiei inſcriptæ ſolidæ figuræ in portione ſphæræ. Similiter fiat[a] radius circuli Τ. medius proportionalis inter latus ε.κ. & lineas κ.μ., ι.π. vt ſit[c] rurſus æqualis circulus Τ. ſuperficiei circumſcriptæ figuræ, tandem his duobus circulis vt baſibus conſtruantur duo coni, quorum conus Σ. altus ſit perpendiculari δ.υ. alter verò Τ. perpendiculari δ.φ. vt ſit ille[d] æqualis ſolidæ circumſcriptæ figuræ, hic[e], inſcriptæ, ſcilicet cum conis ε.δ.ζ. & α.δ.γ.



ΑΠΟΔ. Lineæ κ.μ., ι.π. ſunt[f] ad lineas λ.ι., α.ρ. vt latus ε.κ. ad latus α.λ. Ergo radius circuli Σ. eſt[g] ad radium circuli Τ. vt ε.κ. ad α.λ. Atqui circulus eſt[h] ad circulum: hoc eſt ſuperficies conſcriptæ figuræ ad ſuperficiem inſcriptæ in ratione duplicata radij ad radium, ſeu diametri ad diametrum. Ergo in ratione quoque duplicata lateris ε.κ. ad latus α.λ. Rurſus δ.υ. eſt ad[i] δ.φ. vt ε.κ. ad α.λ. hoc eſt vt radius circuli baſis Σ. ad radium circuli baſis Τ. Proinde coni[l] ſunt ſimiles. Et ideò in triplicata ſunt[m] ratione radiorum qui in baſibus ſeu ε.κ. ad α.λ. Atqui figuræ cum conis ε.δ.ζ. & α.δ.γ. ſunt æquales conis Σ Τ. Ergo figura ſolida circumſcripta cum cono ε.δ.ζ. eſt ad inſcriptam cum cono α.δ.γ. in ratoine triplicata lateris ε.κ. ad latus α.λ. vt vult τὸ φατιρόν.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

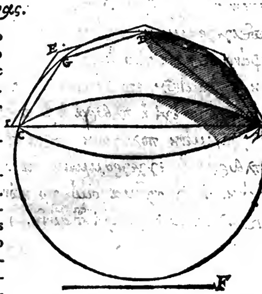
Cuiuſcumque portionis ſphæræ minoris ſemicirculo ſuperficies, æqualis eſt circulo cuius radius æqualis eſt lineæ à vertice portionis in periferiam ductæ circuli, qui baſis eſt portionis ſphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΖ.

ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ portio hemiſphærio minor A. B. C. cuius vertex B. baſis verò circulus circa diametrum C. A. A vertice B. in circumferentiam baſis ducta ſit B.A. qua tanquam radio circulus deſcribatur F.



ΣΥΜΠ. Dico portionis huius ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo F.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi illi ſuperficiei, circulus F. non æquatur, minor erit aut maior. Et primò ponatur circulus maior, ac portioni inductus ſphæræ maximus circulus bifariam dirimatur, ſitque A. B. C. portio maximi ſphęrę circuli: cui quidem portioni altera circumſcribatur[n] figura eidemque altera inſcribatur, circumſcriptæ ſimilis

n per manifest. 1 propoſ. 5. huius.

milis, & in ea ratione vt maior ad minorem rationem habeat minorem quàm ſuperficies portionis ſphæræ ad circulum F. Ac demum reuoluantur vna cum portione circuli, cui adhærent, vt naſcantur figuræ conicis ſuperficiebus contentæ, altera [a] ſphæræ portioni propoſitæ circumſcripta, altera [b] eidem inſcripta. *a per poriſ. 4.* *b per poriſ. 3.*

ΑΠΟΔ. Figura plana circumſcripta portioni circuli ad inſcriptam eſt [c] in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C. G. At ſuperficies ſolidæ conſcriptæ portioni ſphæræ ad ſuperficiem inſcriptæ eſt [d] in eadem duplicata ratione lateris ad latus. Ergo ſuperficies ſolidæ circumſcriptæ ad ſuperficiem ſolidæ inſcriptæ, eſt vt externa plana ad internam planam, hoc eſt, in minori ratione quàm ſuperficies portionis ſphæræ ad circulum F. Atqui ſuperficies portionis ſphæræ, vt minor [e] ſuperficie ſibi circumſcriptæ figuræ, minorem habet [f] rationem ad inſcriptæ figuræ ſuperficiem, quàm ad eandem inſcriptæ ſuperficiem habeat ſuperficies circumſcriptæ. Proinde ſuperficies portionis ſphæræ habet ad ſuperficiem ſibi inſcriptæ figuræ, minorem multo rationem, quàm ad circulum F. Vnde ſequitur [f] circulum F. eſſe minorem ſuperficie inſcriptæ figuræ, quod aduerſatur demonſtratis in 33. huius. *c per 20. l. 6.* *d per manifeſt. 10. huius.* *e per 3. poriſma.* *f per 8. li. 8.*

Contra verò ſupponatur circulus F. maior, & plana figura circumſcripta ad inſcriptam eidem circuli portioni habeat minorem rationem, [aa] quàm circulus F. ad ſuperficiem portionis ſphæræ. *aa per manif. 1. propoſ. 5. huius.*

ΑΠΟΔ. Eadem ratione qua ſuperius ſuperficies ſolidæ figuræ circumſcriptæ ad ſuperficiem inſcriptæ eſt in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C. G. & ideò eſt vt plana circumſcripta ad planam inſcriptam, nempè in minori ratione quàm circulus F. ad ſuperficiem portionis ſphęræ. Atqui cùm ſit [g] ſuperficies portionis ſphæræ maior ſuperficie figurę ſolidæ inſcriptę ipſi portioni, ſequitur ſuperficiem figurę ſolidę circumſcriptæ habere [h] minorem rationem ad ſuperficiem portionis, quam ad figuræ inſcriptæ ſolidæ ſuperficiem: & ideò multo minorem quàm eandem circulus F. ad ipſam portionis ſuperficiem. Vnde conſtaret circulum F. eſſe [h] maiorem ſuperficie circumſcriptę figurę, quod eſt inconueniens & abſurdum per 35. huius. Abſit ergo circulus dicatur maior aut minor ſuperficie portionis propoſitę, ſed ęqualis. *g per 4. poriſma.* *h per 8. l. 5.*

ΠΡΟΤΑ. ΛΗ.

ΘΕΩΡ. ΛΒ.

Καὶ ἐὰν μείζων ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

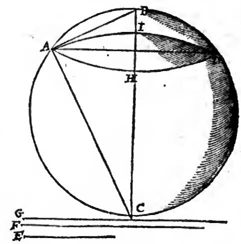
PROPO. XXXVII.

THEO. XXXII.

Et ſi maior fuerit hemiſphærio portio, ſimiliter ipſius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius radius æqualis eſt lineæ ductæ à vertice ad circumferentiam circuli, qui baſis eſt portionis.

ΥΠΟΘ. Sit portio ſphæræ A.C.D. maior hemiſpherio.

ΣΥΜΠΕ. Dico ipſius quoque ſuperficiem æqualem eſſe circulo cuius radius erit C. A. linea ducta à vertice portionis ad circumferentiam circuli A.H.D.I. qui baſis eſt portionis.



ΚΑΤΑΣ. Tota ſphæra A. C. D. B. plano per centrum acto, & perpendiculari baſi A.
a per lemma præfixũ 32. huius. H.D. I. ſecetur, & ſit[a] maximus circulus A.
C.D.B. cuius diameter B.C. diuidens[b] re-
b per 3. l. 3. cto A.D. & bifariam. Tum agatur A.B. cui æqualis fiat radius circuli E. vt ſit radius circuli F. par ipſi A.C. & demum ſemidimetiens circuli G. conſtituatur æqualis toti diametro C.B.

c per fabricam. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam diameter circuli, cuius eſt radius G. duplus eſt lineæ B.C.[c] tum
d per 20. l. 6. quadratum ipſius diametri circuli G. eſt[d] quadruplum quadrati B. C. & ideò circulus G. eſt quadruplus circuli B. A. C. D. ſphæræ maximi: ac demum æqualis eſt[e] ſuperfi-
e per 30. huius, & corol. ipſius. ciei totius ſphæræ. Atqui circulus E. ſimili argumento probabitur quadruplus circuli A.B. & circulus cuius eſt radius A.C. quadruplus etiam circuli A.C. Et quia ſim-
f per 47. l. 1. & 2. li. 12. plices circuli ex diametris A. C, A. B. æquales ſunt[f] ſimplici circulo ex B. C. ſequitur
g per 15. l. 5. circulos E. & F. quadruplos circulorum A. C. A. B. æquales eſſe[g] circulo G. quadruplo circuli B. C. & proinde pares etiam eſſe ſuperficiei ſphæricæ. Verum ſuperficiei
h per præcedentem. portionis A.B.D. minoris hemiſphærio æquatur[h] circulus E. Ergo reliquæ portionis maioris hemiſphærio ſuperficiei par eſt F. circulus, vt proponitur.

COROLL. I.

Hinc ſequitur lineas à verticibus portionum ſphæræ, ſuperficierum æqualium, ductas ad baſium circumferentias, eſſe æquales. Nam deſcripti ab ipſis lineis vt diame-
i per præcedentes. tris circuli,[i] æquales ſunt æqualibus ſuperficiebus, ideoque inter ſe pares, proindeque diametri.

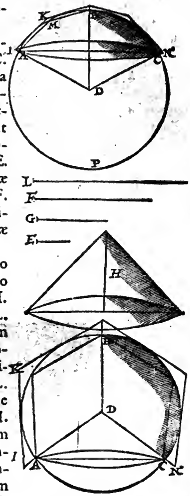
PROPO. XXXVIII. — ΠΡΟΤΑ. ΛΘ.

THEO. XXXIII. — ΘΕΩΡ. ΛΓ.

Omni ſegmento ſphæræ, æqualis eſt conus qui baſim quidem habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti ſphæræ, quæ ſectioni reſpondet, altitudinem verò æqualem radio ſphæræ.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ ſegmentum A. B. C. cuius ſuperficiei æqualis ſit baſis coni H. deſcripti altitudine D. B. ſemidiametro ſeu radio ſphæræ, cuius eſt pars propoſitum ſegmentum.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conum H. eſſe æqualem propoſito ſphæræ ſegmento A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Hoc ſi negauerit quis, neceſſe eſt fateatur conum H. maiorem eſſe vel minorem ſegmento A. B. C. D. & primò ponatur conus minor. Atque intra & citra portionem circuli ſphæræ maximi reſpondentem ſegmento ſphæræ propoſito planæ figuræ deſcribantur æquilateræ & omnino ſimiles,ᵃ quarum latera ſe habeant maius ſeu exterius ad minus ſeu interius in minori ratione quàm ſit L. ad F. Sint autem prius inuentæ ᵇ L. & E. quarum L. ad E. minor ſit ratio, quàm portionis ſphæræ propoſitæ ad conum H. tum inter L. & E. inuentæᶜ F. & G. mediæ proportionales in progreſſione arithmetica. Demum ſolita reuolutione naſcantur ᵈ ſolidæ figuræ intra & extra propoſitum ſphæræ ſegmentum.

a per 4. huius. *b per 2. huius.* *c per lemma 1. prop. 31. huius.* *d per 3. & 4. poriſm.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura ſolida circumſcripta cum cono I. D. N. eſt ad figuram ſolidam inſcriptam cum cono A.D.C. in triplicataᵉ ratione lateris I. K. ad latus A. M. At latus I.K. lateri A.M. in minori ratione eſt ᶠ quàm L. ad F. Ergo figura circumſcripta ſphæræ ſegmento cum cono I.D.N. figuræ inſcriptæ eidem ſegmento cum cono A. D. C. in minori ratione eſt quàm ſit triplicata lineæ L. ad lineam F. & ergo multo minori quàm linea L. ſit ᵍ ad E. lineam. Sed L. eſt ᶠ ad E. in minori ratione quàm ſit ſegmentum ſphæræ propoſitum ad conum H. Ergo rurſus circumſcripta cum ſuo cono ad inſcriptam cum ſuo cono in minori ratione eſt quàm ſit ſegmentum A.B.C. ad conum H. Verum propoſitum ſegmentum A. B. C. minus eſt ʰ ſibi circumſcripta figura cum cono I. D. N. & propterea ad internam ſolidam inſcriptam iunctam cono A. D. C. minorem rationem habet, ⁱ quàm circumſcripta illa cum ſuo cono I. D. N. ad eandem inſcriptam iunctam cono A. D. C. Ac proinde idem ſegmentum ſphæræ minorem habet rationem ad inſcriptam cum cono A.D. C. quàm ad conum H. Vnde ſequeretur ᵏ illam inſcriptam maiorem eſſe cono H. quod eſt abſonum à prius demonſtratis.ˡ

e per manifeſt. 10. huius. *f per fabricam.* *g per κοινοι prop. 31. huius.* *h per poriſma 4. huius.* *i per 8. l 5.* *l in coroll. 34. huius.*

Ponatur iam conus H. maior, & reliqua maneant: cum hac tamen cautela vt L. ſit ad E. in minori ratione quàm ſit H. conus ad ſphæræ propoſitum ſegmentum A.B. C. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Rurſus conſcripta figura cum ſuo cono I. D.N. ad inſcriptam cum ſuo cono A.D.C. in ratione eſtᵉ triplicata I. K. ad A. M. Ergo in minori quàm ſit triplicata lineæ L. ad lineam F. hoc eſt quàm ſit L. ad ᵍ E. & ergo multo minori quàm ſit conus H. ad propoſitum ſegmentum A.B.C. Eſt autem ſegmentum A.B.C. cum cono A.D. C. maius ᵐ inſcripta ſibi figura cum cono A.D.C. Ergo ad ipſum cum cono A.D.C. minorem rationem habetⁱ circumſcripta figura cum cono I. D. N. quàm ad inſcriptam cum cono A. D. C. Et proinde illa circumſcripta cum cono I. D. N. ad ipſum ſegmentum ſphæræ cum cono A.D.C. multo adhuc minorem rationem habet quàm conus H. ad ipſummet ſegmentum auctum cono A.D.C. Propterea ſequitur conum H. maiorem eſſeⁱ circumſcripta figura cum cono I. D. N. qua tamen reuera minor eſt.ⁿ Abſurdum itaque eſt maiorem vel minorem dicere conum H. ſegmento ſphæræ propoſito A.B.C.D. vnde ſequitur ipſi æqualem eſſe, vt vult propoſitio.

m per 3. poriſm. *n per 2. coroll. 36. huius.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc demonſtratio Archimedeæ conformis, de ſola portione hemiſphærio minori concluſionem videtur elicere. Verum & propoſitionem ritè vti vocabulo τμῆμα & omnino de quacumque

ſphæræ portione certiſſimum eſſe, ſic oſtendimus. Sint tres coni, Q.R,S. in eadem altitudine D.B. radii nimirum propoſitæ ſphæræ. Baſis autem coni Q. fiat *a* æqualis ſuperficiei totius ſphæræ: baſis verò coni R. par conſtituatur *b* ſuperficiei portionis A.B. minoris hemiſphærio. Demum baſis coni S. æquetur *c* ſuperficiei reliquæ portionis A.P.C.

Q
R
S

a per corol. 30. huius.
b per 36. huius.
c per 37. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Quoniam baſes conorum R. & S. ſunt æquales ſimul ſuperficiei ſphæricæ, aut baſi coni Q. Eſtque omnium eadem altitudo: ſunt *d* coni R. & S. æquales cono Q. Atqui conus Q. ſphæræ toti eſt æqualis. *e* Eidem ergo ſphæræ ambo coni R. & S. æquantur. Atqui conus R. eſt *f* æqualis minori portioni A.B.C. Ergo conus S. maiori portioni A.P.C. æqualis eſt. Propoſitio itaque veriſſima eſt de quacumque ſphæræ ſegmento. Hinc patet ratio cur Archimedes non edixerit de cono æquali figuræ inſcriptæ portioni ſegmento maiori hemiſphærio. Præuiderat enim ſuſceptæ ſibi demonſtrationi ſatis eſſe de portione minori agere. Nec tamen omnino ab re eſt id quod de maiori ſubiunximus.

d per 11. lib. 12.
e per 31. huius.
f per præſentem prop.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ

Πρότερον μὲν ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κωνῶνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά τοι τὰς ἀποδείξεις. Ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO.

LIBER II.

ARCHIMEDES DOSITHEO S.

ANTEA quidem mandaſti mihi, ſcriberem eorum problematum demonſtrationes, quæ prius ipſe propoſueram Cononi. Accidit verò eorum plurima ſcribi inter theoremata, quorum priùs ad te miſi demonſtrationes. Sicuti quod [a] omnis ſphæræ ſuperficies quadrupla ſit maximi circuli eorum qui ſunt in ipſa ſphæra. Adhuc [b] quod omnis portionis ſphæræ ſuperficiei æqualis ſit circulus, cuius radius æqualis eſt rectæ lineæ à vertice portionis in circumferentiam baſis ductæ.

a prop. 30. lib præcedentis.

b prop. 36. & 37. lib. de præced.

Rurſus [a] quod cuiuſcumque ſphæræ cylindrus baſim quidem habens maximum circulum eorum qui ſunt in ſphæra, altitudinem verò æqualem diametro ſphæræ, ipſe ſeſquialter ſit ſphæræ. Et ſuperficies ipſius ſeſquialtera ſuperficiei ſphæræ. Præterea quod omne [b] ſegmentum ſolidum æquale ſit cono baſim habenti circulum æqualem ſuperficiei portionis ſphæræ quæ ſegmento continetur, altitudinem verò æqualem radio ſphæræ. Quotquot enim horum theorematum & problematum inter illa ſcribuntur, in hoc libro exſcripta ad te miſi. Quæcumque verò inueniuntur [c] alia, contemplationem puta de helicibus & de conoidibus, enitar breui mittere. Primum autem problematum erat eiuſmodi. Sphæræ datæ planum ſpatium inuenire æquale ſuperficiei ſphæræ. Eſt verò hoc manifeſtum & demonſtratum [d] ex dictis theorematibus. Quadruplum enim maximi circuli eorum qui ſunt in ſphæra planum ſpatium eſt æquale ſuperficiei ſphæræ.

[a] Manifeſto 9 li. itidem præced.

[b] per 38. li. eiuſdem.

[c] Habentur in hoc opere libris ſingularibus περὶ ἑλίκων & περὶ κωνοειδέων & σφαιροειδέων.

[d] coroll ſpecie deduximus ex 30. huius.

Καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι. Ὅσα δὲ δι᾽ ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε. Σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ἔστι δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

LEMMA.



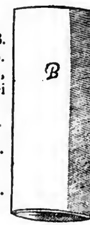
Conì vel cylindri dati cylindrum ſesquialterum deſcribere.

ΥΠΟΘ. Sit A. cylindrus vel conus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat cylindtus B. ſuper æquali baſi ac A. altitudineque ſesquialtera cylindri A.

ΣΥΜΠ. Erit a cylindrus B. ſeſquialter cylindri A. a per 14.l.12

ΑΠΟΔ. Quod ſi fuerit A. conus capiatur tertia pars B. Nam vt eſt B. ad A. ſic eſt b tertia pars B. tertiæ partis A. Ergo tertia pars cylindri B. b per 15.l.5. quæ reſecabitur a plano ſecante altitudinis tertiam partem παραλλήλως, baſi, erit ſeſquialtera coni A. cum ipſe conus ſit c tertia pars cylindri A. c per 10.l.12



ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

ΠΡΟΒΛ. Α. PROBL. I.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Secundum erat: Dato cono vel cylindro, ſphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.

ΥΠΟΘ. Supponatur factum quod proponitur: & offeratur ſphæra B. æqualis cono ſeu cylindro A.

ΚΑΤΑΣ. Cylindrus C.F.D. fiat d coni vel cylindri A. ſeſquialter, & ex conſequenti ſphæræ B. Deinde ſphæræ B. ſit e quoque ſeſquialter cylindrus G. L. H. Denique vt C. D. eſt ad G. H. ſic fiat f G. H. ad M.

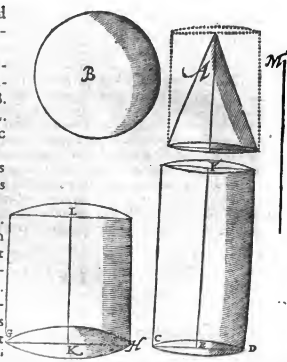
d per lemma præced.

e per manifeſtum 9. huius.

f per 11.l.6.

ΣΥΜΠ. Dico inter C.D. & E.F. duas eſſe inuentas medias proportionales γεωμετρικῶς.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindri C. F. D. & G. L. H. ad ſphæram B. candem rationam habent, nempe e ἡμιολίαν, ſunt g æquales. Ergo vt eſt baſis C. D. ad baſim G. H. hoc eſt f vt quadratum G.H. ſic eſt h K. L. altitudo, ſeu eius æqualis G. H. (etenim tam diameter baſis quam altitudo cylindri G. L. H. ſunt æquales diametro ſphæræ B. ex prius i demonſtratis.) ad altitudinem E. F. Atqui trium continuè proportionalium C.D, G. H. & M. eſt l C. D. prima ad M. tertiam, vt quadratum primæ C. D. ad quadratum ſecundæ G. H. Ergo quoque C. D. eſt ad M. vt G. H. ad E. F. Et ἐναλλάξ C. D. eſt ad G. H. vt M. ad E. F. Sed vt C. D. ad G. H. ſic fecimus G. H, ad M. Ergo vt C. D. ad G.H. & G.H. ad M. ſic M. ad E. F. Proinde inter C. D. & E.F. duæ inuentæ ſunt ex hypotheſi data, mediæ proportionales inter duas datas lineas.



g per 9 l. 5.

h per 2.l.12

i per 15.l.12

l In 9. manifeſto

m per 10 defini l.5. & 20.lib. 6.

n per 16.l.5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Pappus proœmio lib. 7. collect. mathemat.

Eutocius in Arch. medem.

a per 20. l. 6
b per 33. l. 11

c Plato l. 7. de republ.

d Pappus l. 4. math. coll. poriſmate propoſitionis 22. & Eutocius in hunc librum.

e Ibidem Eutocius in prop. 2.

Antequam ad ſolutionem veniamus huiuſce propoſiti problematis, hæc lucis gratia præmittenda viſa ſunt. Antiqui Geometræ in ſolutione difficilium προβλημάτων Phyſicos imitati ſunt, qui primum ab effectis rerum cauſas indagarunt. Etenim ſolebant propoſitum problema ſupponere factum, & inde κατὰ τὴν ἀνάλυσιν quid ſequeretur contemplari, vt conſequentiam illam exinde eruentes ſi poſſent, faciliùs quod proponeretur, ſoluerent. Huiuſmodi Philoſophandi methodum paſſim inuenies apud Pappum, & hic ipſius affabre exemplar habes. Quæſitam enim ſphæram cono vel cylindro æqualem, cum derepente Archimedes non haberet obuiam, inuentam ſupponit, atque hinc concluſit dari duas medias proportionales inter diametrum baſis & altitudinem cylindri, qui ſeſquialter eſſet conivel cylindri, cui æqualis ſphæra quæreretur. Verum huius accidentis conſequentia nuſquam ex alio medio deduxit, vt nec vllus vmquam alius Geometra: ita vt inſoluta huc vſque remanſerit. Superiores Archimede Geometrę, tęmque poſteriores ſuſque deque eam agitarunt, & πέσιον arbitrati ipſius πέσομεν, varijs modis tribuerunt, at nullum ἀποδεικτικὸν ἢ γεωμετρικόν, omnem vero χειρουργικόν: Abhorrent verò τὰ χειρουργήματα à vera Geometria. Cæterum hæc duarum mediarum proportionalium inuentio ſui primum gratia tentata non eſt, at cubi duplicandi cauſa. Scribens enim Eratoſthenes Regi Ptolemæo, narrat: quendam olim tragicum induxiſſe Minoa extruenrem Glauco ſepulchrum, referentique centum pedes vndiquaque patere, dixiſſe μικρὸν βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω, τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλῇς: cumque artifex vnumquodque latus duplicaſſet, viſum erraſſe, quia duplicatis lateribus in ſuperficiebus fit quadruplum a planum, in ſolidis fit octuplum b corpus, propterea conſultos geometras, quo pacto datum ſolidum ſub ſimili figura duplicaretur, vocatumque deinceps eſſe problema κύβου διπλασιασμόν. Primùm ab ipſis cubum cubo ſuppoſitum, quærentes ipſum duplicare: diuque omnes hæſitaſſe. At tandem Hippocratem Chium animaduertiſſe hoc vnico pacto problema poſſe abſolui, nimirum ſi inter duas lineas, quarum altera alterius eſſet dupla duæ mediæ continue proportionales inuenirentur. ὥς τε τὸ ἀπόρημα αὐτοῦ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφε. Poſt aliquod vero tempus ferunt Delios, graſſante peſte, ad Apollinem recurriſſe, iuſſoſque à Dæmone aram quæ cubica erat, duplicare, quod putarint feciſſe aram cubicam æqualem arę cubicę imponentes, nec ſedatam peſtem, monitoſq; denuo ab oraculo, ſibi non ſatisfeciſſe, nec duplum aræ cubum, ſed ſolidum parallelepipedum adſtruxiſſe. In hac duplicandæ arę anxietatę monitos à Platone, videri Apollinem Geometriæ contemptum exprobare, ideoque ſingulos hortari, vt expediendo problemati omnibus artis & ingenij viribus cõtenderent. Cubi itaque duplicationẽ, & omnino ſolidi in data ratione augendi rationem Geometras contemplatos eſſe, c Κύβων αὔξην ἢ βάθους αὔξης μέθοδον: beneficio nempe binarum linearum proportionalium inter duas datas. Hinc ergo problematis origo: hinc Deliaci appellatio. Qui huic operi ſuam adhibuere operã in multiplici ſunt differẽtia. Tamẽ quia omne problema vel d γραμμικόν eſt, vel ἐπίπεδον vel denique στερεόν, omnes in tres claſſes digeri poſſunt. Primi conati ſunt δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ lineis quibuſdã mixtis, nec rectis nec circularibus, ſed natis ex implexis inordinatiſque ſuperficiebus, vti Nicomedes e cui tribuitur κογχοειδής. Et Diocles, cui dat Eutocius ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν (inquit) quã interpretor κισσοειδῆ. Serpit etenim in circulo vt hedera. Secundi vſi ſunt rectis lineis, ſeu circulorum circumferentijs, quæ omnes generationem habent in plano, vt Hieron, & Pappus: tertij demum acceperunt ſectiones quorundam corporum, & lineis natis ex huiuſmodi ſectionibus vſi ſunt ad inuentionem problematis. Talis fuit Menecmus, qui παραβολὴν & ὑπερβολὴν vſurpauit. Omnes vero μηχανικοὶ dicendi cum pars magna eorum mechanicis inſtrumentis nitatur, reliqui κατασκευὴν quidem non geometricè abſoluunt, tamen deinceps geometricè demonſtrant. Quoniam autem antiquorum conatus, qui nobis ſuperſunt, luminis aliquid requirere poſſunt, placuit nonnullos ſubnectere (recentiores nihil moror,) ut intelligantur quàm variè varii lapidem hunc mouerint.

LEMMA I.

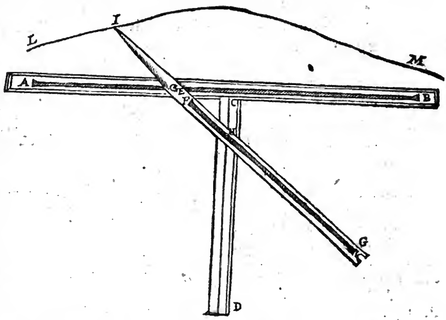
Lineam conchoïdem deſcribere.

f Lib. 4. collect. Mathemat. prop. 22.

Primum itaque Nicomedes ſuam conchoidem ſic exarabat: vti ex Pappo f diſcimus.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur regula A. B. quæ deinceps dicatur normalis, cui ad perpendiculam applicetur C. D. Sit autem in A. B. normali excauatus quidam canaliculus, paulo latior in profundo quàm in ſuprema rima. Tum in C. D. affigatur immobilis quidam clauus rimæ F. G. canonis I. G. ita vt clauus non impediat quo minus Canon I. G. attollatur vel deprimatur, contineat tamen ipſum canonem ita vt puncto H. tanquam

centro perpetuo inhæreat. Tandem alius clauus affigatur canoni in E. cuius etiam caput inſeratur canaliculo A. B. ita vt ab A. ad B. liberè deducatur, nec tamen ex canaliculo auellatur, ſed ſemper remaneat Sagitta E. I. eiuſdem longitudinis, ita vt recta linea inter normalem A. B. & lineam conchoidem ſit eadem ſemper, & parem ſeruet diſtantiam. Sic parato inſtrumento, poſito graphio vel penicillo in I. & perducto

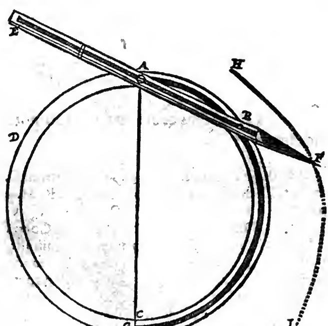


puncto ſeu clauo E. ab A. ad B. ſignabitur ab I. linea L. I. M. ἥν τινα [illegible] κογχοειδῆ [illegible] προσηγόρευσε (inquit Eutocius[a]) interuallũ à ſimilitudine (puto) cõchæ quã refert. Interuallũ autẽ lineæ eſt E. I. polus vero ſeu centrũ punctum H. Vertex demum punctus conchoidis quod è directo reſpondet lineæ E. D. & per quod educta E. D. recto Conchoidem ſecat deſcripta.

a Ad 1. l. 2. de ſphær. & cylindr.

Porro non tantum conchois ex recta linea vt ex A. B. quam Nicomedes vocauit conchoidem primam, nobis requiritur, ſed vtilis quoque eſt pro iis quę dicturi ſumus ad librum de ſpiralibus, alia conchois quæ ex circulo fiat, quamque ex Nicomedeæ ſimilitudine ſecundam Conchoidem vocamus, & ita depingimus.

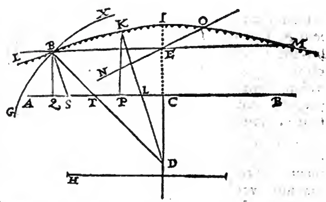
ΚΑΤΑΣ. Sit circulus A. B. C. D. in cuius ſemicirculi limbo A. B. C. canaliculus excauetur, latior in fundo quam in ora. Habeatur quoque Canon E. B. F. qui findatur longitudine B. E. ita vt liberè attollatur vel deprimatur per clauum A. qui ſuo interim latiori vertice eundem



canonem comprimat. Alius demum ſit in B. clauus affixus canoni, ſed liberè decurrens per canalem A. B. C. Etenim hoc inſtrumento ſi canonis clauus B. circumducatur per canalem A. B. C. apex F. ſuo ſtilo Conchoidem circularem A. F. I. polo ſcilicet A. & interuallo B. F. interim deſcribet, quam nos ſecundam appellabimus.

LEMMA II.

Linea Conchoidis vndiquaque verticis accedit ad lineam normalem (modo ex perpendicularibus diſtantia perpendatur,) quò magis recedit à vertice.



ΥΠΟΘ. Sit Conchois prima L. I. M. præcedenti artificio deſcripta, normalis A. B. centrum D. vertex I.

ΣΥΜΠ. Dico Conchoidem eò minus diſtare à normali A. B. quò magis recedit à vertice I.

ΚΑΤ. Educantur à centro D. ex artificio ſuperori lineæ D.K. & D.R. & à punctis K. & R. edu-
a per 12. l. 1. cantur perpendiculares[a] in nor-
b per 16. l. 1 malem A. B. quæ ſint R. Q. & K. P. Et quoniam A. T. D. maior eſt[b] angulo A. V. D. & ideo angulus Q. T. R. rema-
c per 13. l. 1. net[c] minor angulo P. V. K. Et proinde ſit Q. R. T. maior reliquo P. K. V. cum ſint
d per 11. l. 1. ambo R. Q. T. & K. P. V. recti: fiat[d] Q. R. S. æqualis ipſi P. K. V. & ducatur R. S.
e per fabricam. ΑΠΟΔ. Etenim trianguli Q. R. S. & V. K. P. ſunt[e] æquianguli, & eſt[f] R. S. ad R. Q. vt K. V. ſeu æqualis illi R. T. ad K. P. & viciſſim[g] R. S. eſt ad R. T. vt R. Q. ad K. P.
f per 4. l. 6.
g per 16. l. 5 Atqui R. S. eſt[h] minor quàm ſit R. T. quia angulus R. S. T. eſt[h] obtuſus, cum ſit an-
h per 19. l. 1. gulus R. Q. S. rectus. Ergo quoque perpendicularis R. Q. eſt[i] minor perpendiculari
i per 14. l. 5. K. P. Ideóque Conchois recedens à vertice I. minus diſtat à normali A. B. vt vult lemma.

LEMMA III.

Inter Conoidem & normalem non poteſt duci linea quin ſecet Conoidem.

ΥΠΟΘ. Sit Conois L. I. M. vertex I. centrum D. normalis A. B. Et intra normalem ac Conoidem educantur lineæ nempe R. M. parallela normali, ſeu N. E. O. non parallela.

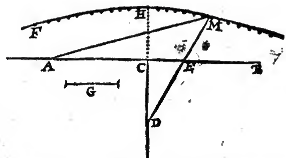
ΣΥΜΠΕ. Dico vtramque eductam lineam Conoidem ſecare.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam illæ ductæ lineæ quæcumque ſint, non poſſunt agi inter Conoidem & normalem, quin ſecent ſagittam C. I. contingat ſectio in E. & fiat ſicuti C. E.
l per 12. l. 6. ad E. D. ita C. I. ſagitta[l] ad lineam quampiam, nempe ad H. Tum centro D. & interuallo H. deſcribatur circulus G. R.

ΑΠΟΔ. Ille circulus neceſſario ſecabit lineam L. E. M. Quia C. E. eſt[m] ad E. D. vt
m per fabricam. C. I. ad H. vel ad D. R. At vero C. E. antecedens eſt minor antecedente[n] C. I. Ergo
n per 9. com mun. ſent. conſequens D. E. eſt minor conſequente H. vel D. R. Ergo circulus ſecat lineam R.
o per 2. l. 6. E. M. Adhuc cum E. C. ſit ad E. D. vt I. C. ad D. R. Et ſicut E. C. ad E. D. ita ſit[o] R. T. ad R. D. ſequitur C. I. & R. T. eandem habere rationem ad R. D. & proinde eſſe æquales: ac inde ſequitur R. T. eſſe ſagittam lineæ, & punctum R. eſſe in Conchoide: proptereaque parallelam R. M. Conchoidem ſecare. Iam quia N. E. O. non eſt parallela, agatur parallela R. E. M. quæ eam ſecet in E. Etenim cum R. M. parallela ſecet Conchoidem, multo citius non parallela ſecabit. Quod fuit probandum.

LEMMA IV. PROBLEMATICVM.

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis ſit alicui datæ lineæ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur angulus M.A.B. punctus D. extra limites anguli, & linea G. Imperetur verò à puncto D. ducere quomodocumque lineam rectam quæ ſecans ambas A.B. & A. M. relinquat ſui partem E.M. intra lineas A. B, A.M. in infinitum productas, æqualem lineæ G.

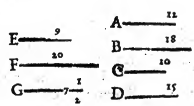
ΚΑΤΑΣ. Fiat A. B. normalis & D. centrum, à quo in normalem ducatur perpendicularis ᵃ D.C. quæ producatur extra A. B. longitudine lineæ G. vt ſit ſagitta C.H. æqualis ipſi G. Tum fiat conchois his centro, normali & ſagitta F. H. A. Et quia A. M. ducitur intra normalem & conchoidem, eam vſpiam ſecabit ᵇ puta in M. agatur linea D. M. *a per 11. l. 1.* *b per lemma precedens.*

ΣΥΜΠΕ. Dico E. M. partem lineæ eductæ à centro D. æqualem eſſe lineæ G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim per fabricam & lineæ artificium omnes lineæ à centro eductæ ad conchoidem partes relinquunt inter normalem & conchoidem ęquales ſagittę. Ergo E.M. eſt æqualis ipſi C. H. & proinde ipſo G. ᶜ lineæ datæ, quod fuit operandum. *c per 3. com. ſentent.*

LEMMA V.

Si primum fuerit ad ſecundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium ſecundi vt duplum tertij ad quartum.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D. & ſit E. dimidium B. & F. duplum C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. eſſe ad E. vt F. eſt ad D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat G. dimidium ipſius D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. eſt ad B. vt C. ad D. erit A. ad E. dimidium ipſius B. ſicut C. ad G. dimidium D. Atqui vt C. ſimplex ad ſimplicem G. ita duplum F. ad duplum D. Ergo vt A. eſt ad E. ſic F. ad D. quod proponebat Lemma.

LEMMA VI. PROBLEMATICVM.

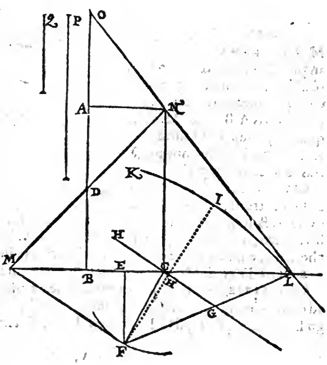
Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ lineæ P. Q. inęquales.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur ᵈ datæ, in angulum rectum A. B. C. Et ſit A. B. æqualis maiori, tum B. C. par minori datarum. Secentur ᵉ ambæ bifariam in D. & E. producanturque N. D. M. & C. B. quouſque concurrant in M. Et fiant A. N. & M. B. æquales ex æqualitate angulorum ad D. ᶠ tum ad A. & B. & paritate laterum A. D, D. B. & propterea ᵍ pares B.M, B.C. Tum erigatur perpendicularis E.F. ᵈ in infinitum, deſcribaturque centro C, & interuallo A. D. circulus qui ſecet neceſſariò E. F. quia A. D. vt di- *d per 11. l. 1.* *e per 10. l. 1.* *f per 15. l. 1.* *g per 4. l. 6.*

midia maioris datatum eſt maior quod ſit E. C. dimidia minoris. Fiat ergo in F. ſectio, vt ſit C. F. æqualis ipſi A. D. Iungatur M. F. Tum fiat [a] ad C. angulus G. C. L. æqualis angulo D. M. F. ſic dabitur angulus L. C. G. & extra lineas ipſum concipientes G. C. & C. L. centrum F. facta proinde normali H. C. & ſagitta H. I. æquali ipſi C. F. ſeu A. D. conchoidem deſcribere poſſumus [b] K. I. L. quæ vſpiam ſecabitur à producta C. L. propterea que ducta F. L. manebit G. L. æqualis ipſi A. D. ſeu radio C. F. Tandem à puncto L. per N. producatur linea, quouſque concurrat cum linea B. A. in O.

a per 23 l. 1. *b per 4 lemma praeced.*



ΣΥΜΠ. Dico medias quæſitas eſſe C. L. & A. O. & eſſe A. B. ad C. L. vt C. L. ad O. A. & O. A. ad B. C.

ΑΠΟΔ. Vt O. N. eſt ad N. L. ſic O. A. ad A. B. [c] & ſic B. C. ad C. L. Tum dimidium A. B. eſt A. D. & duplum B. C. eſt [d] M. C. Ergo prima A. O. eſt ad A. D. dimidium ſecundæ, vt M. C. dupla tertiæ ad C. L. quartam. Verum & M. C. ad C. L. ita eſt [e] F. G. ad G. L. Ergo vt O. A. ad A. D. ita eſt F. G. ad G. L. & componendo [e] vt O. D. ad A. D. ita eſt F. L. ad G. L. ſed G. L. & A. D. ſunt æquales, [f] Ergo O. D. & F. L. ſunt pares. Iam quoniam B. C. bifariã dirimitur in E. & ei additur quæpiam C. L. rectangulum ſub B. L. & C. L. cum quadrato C. E. eſt [g] æquale quadrato E. L. & vtrique parti addendo quadratum E. F. erit rectangulum ſub B. L, C. L. cum quadratis C. E, E. F. hoc eſt quadrato C. F. æquale quadratis L. E. & E. F. ſeu quadrato F. L. hoc eſt quadrato æqualis O. D. Verum etiam quadratum O. D. eſt [g] æquale rectangulo ſub O. B, O. A. & quadrato A. D. Ergo ſublatis vtrinque quadratis C. F, A. D. remanebunt rectangula ſub O. B, A. O. & ſub B. L, C. L. æqualia. Et proindè vt O. B. ad B. L. ita C. L. ad O. A. At vero vt quoque O. B. ad B. L. ita eſt [c] N. C. hoc eſt A. B. ad C. L. & rurſus [c] ſic O. A. ad A. N. ſeu ad B. C. Igitur vt prima A. B. ſeu Q. eſt ad ſecundam C. L. ita C. L. ad tertiam O. A. & O. A. ad quartam B. C. ſeu P. Omnium enim ratio eſt vt O. B. ad B. L. Inuentæ ergo ſunt duæ mediæ proportionales C. L. & A. O. inter datas Q. & P. quod proponebatur.

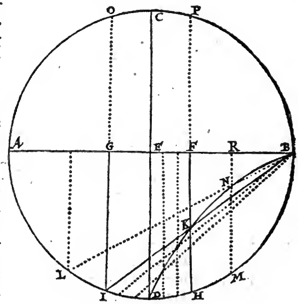
c per 2. l. 6. *d per lemma 5 præc.* *e per 18 l 5.* *f per fabric.* *g per 6. l. 2.*

LEMMA VII.

Ad modum Dioclis, & picturam lineæ ciſſoideæ ſeu hederaceæ.

Si diametri duo ſumantur ad normam in expoſito circulo, & vtrimque alterutrius reſecentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpẽdiculares excitentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem conſtituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales ſecta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars.

h per 12. l 1. ΥΠΟΘ. Sint diametri A. B. C. D. ſeſe ad amuſſim ſecantes in E. vtrinque vero diametri C. D. notentur arcus æquales D. I. & D. H. à quibus excitentur [h] perpendiculares



perpendiculares in alteram diametrum I. G, H. F. & ab extremitate B. ducatur linea B. I. ad exteriorem arcum, ſecans perpendicularem H. F. in K.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. eſſe ad F. H. vt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K.

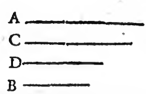
ΚΑΤΑΣ. Agantur perpendiculares rectò ad O. & P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam I. D. & D. H. arcus ſunt æquales, reliqui H. B. P. & I. A. O. ſunt æquales, & lineæ ideo [a] I. O. & H. P. ſeu earum dimidiæ I. G. & H F. [b] ſuperſunt æquales, & ideo æqualiter diſtant [c] à centro: proinde E. F, E. G. ſunt æquales: tum reliquæ è radijs, A. G, B. F. & denique compoſitæ A. F, G. B. ſunt pares inuicem. [d] Iam B. G. eſt ad G. I. vt [e] B. F. ad F. K. Sed vt B. G. ad G. I. ita G. I. ad G. A. quia G. I. eſt [f] media proportionalis inter B. G. & G. A. Ergo vt B. G. ſeu A. F. ad G. I. ſeu ad F. H. ita eſt I. G. vel H. F. ad A. G. hoc eſt ad F. B. Sed rurſus vt B. G. ad G. I. ita eſt [e] B. F. ad F. K. Ergo vt eſt A. F. ad F. H. ita eſt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K. quod fuit oſtendēdū. Ita fiet de quibuſlibet arcubus ſumptis æqualibus vti D. L. & D. M. nam ductis perpendicularibus & linea B. L. fiet A. R. ad R. M. vt R. M. ad R. B. & R. B. ad R. N. hoc pacto diuiſo toto ſemicirculo A. D. B. in arcus æquales, & ductis perpendicularibus ac lineis. vt ſuperius fient ſectiones in perpendicularibus per quas agetur linea ciſſois ſeu hederacea, ex mente Dioclis, [g] quæ plurimo vſui eſt inueniendis duabus medijs proportionalibus inter duas datas.

a per 29. l. 3. b per 15. l. 5. c per 14. l. 3. d per 3. & 2. commun. ſent. e per 2. l. 6. f per 8. l. 6. g Hanc operationē docuerat in opere cui titulum dederat περὶ πυρείων.

LEMMA VIII. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea ciſſoide.



ΥΠΟΘ. Dentur A. & B.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam in præcedenti diagrammate ſunt A. F, F. H, F. B. & F. H. quatuor continuè proportionales, fiat [h] vt A. F. ad F. H. ſic A. ad C. & vt H. F. ad F. B. ſic C. ad D. nam demum vt B. F. ad F. K. ſic erit D. ad B. h per 31. l. 6.

ΑΛΛΩΣ. Aſſumatur in diametro A. B. linea A. data; ſit ipſa A. F. & à puncto F. educatur [i] perpendicularis & parallela ipſi E. D. i per 31. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ciſſois diuidet has perpendiculares ita vt F. K. ſit æqualis ipſi B. datæ, & mediæ quæſitæ erunt F. H. & F. B.

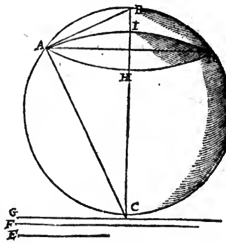
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod ſi linea data A. fuerit minor ſemidiametro A. E. duplica aut triplica quoad excedet E. & perge vt ſuperius. Tum inuentis lineis tantum minue quantum auxeris: partes enim quæ remanebunt, erunt [l] lineæ quæſitæ. Si vero maior fuerit minue in diminutione ſubmultiplici quoad fiat minor. Tum exacta operatione auge. Demum ſi A. fuerit æqualis aliam habere ciſſoidem neceſſe eſt aut agere ſecundum priorem κατασκευήν. Cęterum hanc Dioclis quia omnium antiquorum videtur eſſe vtiliſſima, eam addidi licet ſingularum trium claſſium vnum ſolum exemplum proponere ſtatuerimus cū omnes apud Eutocium cuique legere fas ſit. Veniamus ad artifices ſecundę claſſis, qui medio cuiuſdam rectę lineæ vſi ſunt.

l per 15 l. 5.

ΥΠΟΘ. Sit portio ſphæræ A.C.D. maior hemiſphęrio.

ΣΥΜΠΕ. Dico ipſius quoque ſuperficiem æqualem eſſe circulo cuius radius erit C. A. linea ducta à vertice portionis ad circumferentiam circuli A.H.D.I. qui baſis eſt portionis.



ΚΑΤΑΣ. Tota ſphæra A. C. D. B. plano per centrum acto, & perpendiculari baſi A. H.D. I. ſecetur, & ſit[a] maximus circulus A. C.D.B. cuius diameter B.C. diuidens[b] recto A.D. & bifariam. Tum agatur A.B. cui æqualis fiat radius circuli E. vt ſit radius circuli F. par ipſi A.C. & demum ſemidimetiens circuli G. conſtituatur æqualis toti diametro C.B.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam diameter circuli, cuius eſt radius G. duplus eſt lineæ B.C.[c] tum quadratum ipſius diametri circuli G. eſt[d] quadruplum quadrati B. C. & ideò circulus G. eſt quadruplus circuli B. A. C. D. ſphæræ maximi: ac demum æqualis eſt[e] ſuperficiei totius ſphæræ. Atqui circulus E. ſimili argumento probabitur quadruplus circuli A.B. & circulus cuius eſt radius A.C. quadruplus etiam circuli A.C. Et quia ſimplices circuli ex diametris A. C, A.B. æquales ſunt[f] ſimplici circulo ex B. C. ſequitur circulos E. & F. quadruplos circulorum A. C. A. B. æquales eſſe[g] circulo G. quadruplo circuli B. C. & proinde pares etiam eſſe ſuperficiei ſphæricæ. Verum ſuperficiei portionis A.B.D. minoris hemiſphærio æquatur[h] circulus E. Ergo reliquæ portionis maioris hemiſphærio ſuperficiei par eſt F. circulus, vt proponitur.

[a] per lemma præfixũ 32. huius.
[b] per 3. l. 3.
[c] per fabricam.
[d] per 20. l. 6.
[e] per 30. huius, & corol. ipſius.
[f] per 47. l. 1. & 2. li. 12.
[g] per 15. l. 5.
[h] per præcedentem.

COROLL. I.

Hinc ſequitur lineas à verticibus portionum ſphæræ, ſuperficierum æqualium, ductas ad baſium circumferentias, eſſe æquales. Nam deſcripti ab ipſis lineis vt diametris circuli,[i] æquales ſunt æqualibus ſuperficiebus, ideoque inter ſe pares, proindeque diametri.

[i] per præcedentes.

PROPO. XXXVIII.

THEO. XXXIII.

Omni ſegmento ſphæræ, æqualis eſt conus qui baſim quidem habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti ſphæræ, quæ ſectioni reſpondet, altitudinem verò æqualem radio ſphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΘ.

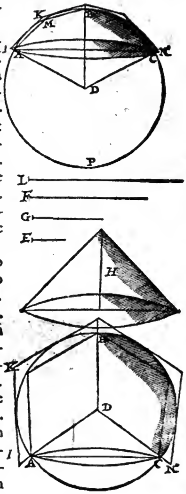
ΘΕΩΡ. ΛΓ.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ ſegmentum A. B. C. cuius ſuperficiei æqualis ſit baſis coni H. deſcripti altitudine D. B. ſemidiametro ſeu radio ſphæræ, cuius eſt pars propoſitum ſegmentum.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conum H. eſſe æqualem propoſito ſphæræ ſegmento A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Hoc ſi negauerit quis, neceſſe eſt fateatur conum H. maiorem eſſe vel minorem ſegmento A. B. C. D. & primò ponatur conus minor. Atque intra & citra portionem circuli ſphæræ maximi reſpondentem ſegmentó ſphæræ propoſito planæ figuræ deſcribantur æquilateræ & omnino ſimiles,ᵃ quarum latera ſe habeant maius ſeu exterius ad minus ſeu interius in minori ratione quàm ſit L. ad F. Sint autem prius inuentæ ᵇ L. & E. quarum L. ad E. minor ſit ratio, quàm portionis ſphæræ propoſitæ ad conum H. tum inter L. & E. inuentæ ᶜ F. & G. mediæ proportionales in progreſſione arithmetica. Demum ſolita reuolutione naſcantur ᵈ ſolidæ figuræ intra & extra propoſitum ſphæræ ſegmentum.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura ſolida circumſcripta cum cono I. D. N. eſt ad figuram ſolidam inſcriptam cum cono A.D.C. in triplicata ᵉ ratione lateris I. K. ad latus A. M. At latus I.K. lateri A.M. in minori ratione eſt ᶠ quàm L. ad F. Ergo figura circumſcripta ſphæræ ſegmento cum cono I. D. N. figuræ inſcriptæ eidem ſegmento cum cono A. D. C. in minori ratione eſt quàm ſit triplicata lineæ L. ad lineam F. & ergo multo minori quàm linea L. ſit ᵍ ad E. lineam. Sed L. eſt ᶠ ad E. in minori ratione quàm ſit ſegmentum ſphæræ propoſitum ad conum H. Ergo rurſus circumſcripta cum ſuo cono ad inſcriptam cum ſuo cono in minori ratione eſt quàm ſit ſegmentum A.B.C. ad conum H. Verum propoſitum ſegmentum A. B. C. minus eſt ʰ ſibi circumſcripta figura cum cono I. D. N. & propterea ad internam ſolidam inſcriptam iunctam cono A. D. C. minorem rationem habet, ⁱ quàm circumſcripta illa cum ſuo cono I. D. N. ad eandem inſcriptam iunctam cono A. D. C. Ac proinde idem ſegmentum ſphæræ minorem habet rationem ad inſcriptam cum cono A.D. C. quàm ad conum H. Vnde ſequeretur ⁱ illam inſcriptam maiorem eſſe cono H. quod eſt abſonum à priùs demonſtratis.ˡ

Ponatur iam conus H. maior, & reliqua maneant: cum hac tamen cautela vt L. ſit ad E. in minori ratione quàm ſit H. conus ad ſphæræ propoſitum ſegmentum A.B. C. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Rurſus conſcripta figura cum ſuo cono I. D.N. ad inſcriptam cum ſuo cono A.D.C. in ratione eſt ᵉ triplicata I. K. ad A. M. Ergo in minori quàm ſit triplicata lineæ L. ad lineam F. hoc eſt quàm ſit L. ad ᵍ E. & ergo multo minori quàm ſit conus H. ad propoſitum ſegmentum A.B.C. Eſt autem ſegmentum A.B.C. cum cono A.D. C. maius ᵐ inſcripta ſibi figura cum cono A.D.C. Ergo ad ipſum cum cono A.D.C. minorem rationem habet ⁱ circumſcripta figura cum cono I. D. N. quàm ad inſcriptam cum cono A. D. C. Et proinde illa circumſcripta cum cono I. D. N. ad ipſum ſegmentum ſphæræ cum cono A.D.C. multo adhuc minorem rationem habet quàm conus H. ad ipſummet ſegmentum auctum cono A.D.C. Propterea ſequitur conum H. maiorem eſſe ⁱ circumſcripta figura cum cono I. D. N. qua tamen reuera minor eſt.ⁿ Abſurdum itaque eſt maiorem vel minorem dicere conum H. ſegmento ſphæræ propoſito A.B.C.D. vnde ſequitur ipſi æqualem eſſe, vt vult propoſitio.

ᵃ per 4. huius.
ᵇ per 2. huius.
ᶜ per lemma 1. prop. 31. huius.
ᵈ per 3. & 4. poriſm.
ᵉ per maniſeſt. 10. huius.
ᶠ per fabricam.
ᵍ per χ... prop. 31. huius.
ʰ per poriſma 4. huius.
ⁱ per 8. l 5.
ˡ in coroll. 34. huius.
ᵐ per 3. poriſm.
ⁿ per 2. coroll. 36. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc demonſtratio Archimedeæ conformis, de ſola portione hemiſphærio minori concluſionem videtur elicere. Verum & propoſitionem ritè vti vocabulo ποτὶ τμῆμα & omnino de quacumque

a per coroll. 30. huius. b per 36. huius. c per 37. huius. d per 11. lib. 12. e per 31. huius. f per præſentem prop.

ſphæræ portione certiſſimum eſſe, ſic oſtendimus. Sint tres coni, Q.R.S. in eadem altitudine D.B. radii nimirum propoſitæ ſphæræ. Baſis autem coni Q. fiat *a* æqualis ſuperficiei totius ſphæræ: baſis verò coni R. par conſtituatur *b* ſuperficiei portionis A.B. minoris hemiſphærio. Demum baſis coni S. æquetur *c* ſuperficiei reliquæ portionis A.P.C. Q R S

ΑΠΟΔΕΙΞ. Quoniam baſes conorum R. & S. ſunt æquales ſimul ſuperficiei ſphæricæ, aut baſi coni Q. Eſtque omnium eadem altitudo: ſunt *d* coni R. & S. æquales cono Q. Atqui conus Q. ſphæræ toti eſt æqualis. *e* Eidem ergo ſphæræ ambo coni R. & S. æquantur. Atqui conus R. eſt *f* æqualis minori portioni A. B.C. Ergo conus S. maiori portioni A. P. C. æqualis eſt. Propoſitio itaque veriſſima eſt de quacumque ſphæræ ſegmento. Hinc patet ratio cur Archimedes non edixerit de cono æquali figuręinſcriptę portioni ſegmento maiori hemiſphærio. Pręuiderat enim ſuſceptę ſibi demonſtrationi ſatis eſſe de portione minori agere. Nec tamen omnino ab re eſt id quod de maiori ſubiunximus.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ

Πρότερον μὲν ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις. Ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO.

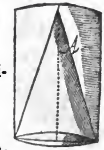
LIBER II.

ARCHIMEDES DOSITHEO S.

ANTEA quidem mandaſti mihi, ſcriberem eorum problematum demonſtrationes, quæ prius ipſe propoſueram Cononi. Accidit verò eorum plurima ſcribi inter theoremata, quorum priùs ad te miſi demonſtrationes. Sicuti quod [a] omnis ſphæræ ſuperficies quadrupla ſit maximi circuli eorum qui ſunt in ipſa ſphæra. Adhuc [b] quod omnis portionis ſphæræ ſuperficiei æqualis ſit circulus, cuius radius æqualis eſt rectæ lineæ à vertice portionis in circumferentiam baſis ductæ.

[a] prop. 30. lib præcedentis.

[b] prop. 36. & 37. lib de præced.



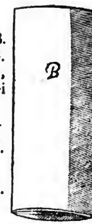
LEMMA.

Conì vel cylindri dati cylindrum ſesquialterum deſcribere.

ΥΠΟΘ. Sit A. cylindrus vel conus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat cylindrus B. ſuper æquali baſi ac A. altitudineque ſesquialtera cylindri A.

ΣΥΜΠ. Erit [a] cylindrus B. ſeſquialter cylindri A.



ΑΠΟΔ. Quod ſi fuerit A. conus capiatur tertia pars B. Nam vt eſt B. ad A. ſic eſt [b] tertia pars B. tertiæ partis A. Ergo tertia pars cylindri B. quæ reſecabitur [a] plano ſecante altitudinis tertiam partem παραλλήλως, baſi, erit ſeſquialtera coni A. cum ipſe conus ſit [c] tertia pars cylindri A.

a per 14. l. 12

b per 15. l. 5.

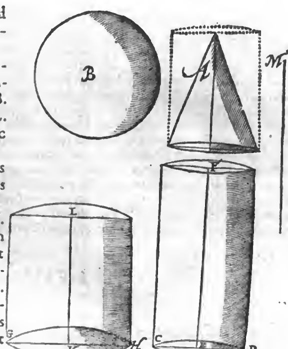
c per 10. l. 12

ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

ΠΡΟΒΛ. Α. PROBL. I.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Secundum erat: Dato cono vel cylindro, ſphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.



ΥΠΟΘ. Supponatur factum quod proponitur: & offeratur ſphæra B. æqualis cono ſeu cylindro A.

ΚΑΤΑΣ. Cylindrus C.F.D. fiat [d] coni vel cylindri A. ſeſquialter, & ex conſequenti ſphæræ B. Deinde ſphæræ B. ſit [e] quoque ſeſquialter cylindrus G. L. H. Denique vt C. D. eſt ad G. H. ſic fiat [f] G. H. ad M.

ΣΥΜΠ. Dico inter C.D.& E.F. duas eſſe inuentas medias proportionales γεωμετρικῶς.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindri C. F. D. & G. L. H. ad ſphæram B. eandem rationam habent, nempe [g] ἡμιολίαν, ſunt [g] æquales. Ergo vt eſt baſis C. D. ad baſim G. H. hoc eſt [f] vt quadratum G.H. ſic eſt [h] K. L. altitudo, ſeu eius æqualis G. H. (etenim tam diameter baſis quam altitudo cylindri G. L. H. ſunt æquales diametro ſphæræ B. ex prius [i] demonſtratis.) ad altitudinem E. F. Atqui trium continuè proportionalium C.D, G. H. & M. eſt [l] C. D. prima ad M. tertiam, vt quadratum primæ C. D. ad quadratum ſecundæ G. H. Ergo quoque C. D. eſt ad M. vt G. H. ad E. F. Et ἐναλλὰξ C. D. eſt ad G. H. vt M. ad E. F. Sed vt C. D. ad G. H. ſic fecimus G. H, ad M. Ergo vt C. D. ad G. H. & G.H. ad M. ſic M. ad E. F. Proinde inter C. D. & E.F. duæ inuentæ ſunt ex hypotheſi data, mediæ proportionales inter duas datas lineas.

d per lemma præced.

e per manifeſtum 9. huius.

f per 11. l. 6.

g per 9 l. 5.

h per 2. l. 12

i per 15. l. 12

l In 9. manifeſto

m per 10 definit. l. 5. & 20. lib. 6.

n per 16. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

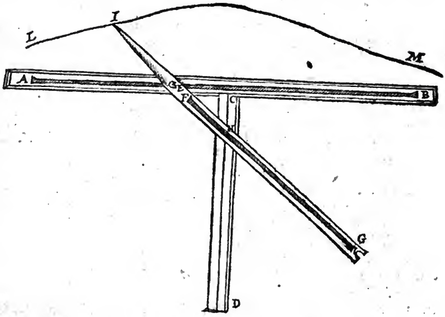
Antequam ad ſolutionem veniamus huiuſce propoſiti problematis, hæc lucis gratia præmittenda viſa ſunt. *Pappus proæmio lib. 7. collect. mathemat.* Antiqui Geometræ in ſolutione difficilium προβλημάτων Phyſicos imitati ſunt, qui primum ab effectis rerum cauſas indagarunt. Etenim ſolebant propoſitum problema ſupponere factum, & inde κατὰ τὴν ἀνάλυσιν quid ſequeretur contemplari, vt conſequentiam illam exinde eruentes ſi poſſent, faciliùs quod proponeretur, ſoluerent. Huiuſmodi Philoſophandi methodum paſſim inuenies apud Pappum, & hic ipſius affabre exemplar habes. Quæſitam enim ſphæram cono vel cylindro æqualem, cum derepente Archimedes non haberet obuiam, inuentam ſupponit, atque hinc concluſit dari duas medias proportionales inter diametrum baſis & altitudinem cylindri, qui ſeſquialter eſſet conivel cylindri, cui æqualis ſphæra quæreretur. Verum huius accidentis conſequentia nuſquam ex alio medio deduxit, vt nec vllus vmquam alius Geometra: ita vt inſoluta huc vſque remanſerit. Superiores Archimede Geometrię, temque poſteriores ſuſque deque eam agitarunt, & τέλειον arbitrati ipſius τέλειον, varijs modis tribuerunt, at nullum ἀποδεικτικὸν ἢ γεωμετρικὸν, omnem vero χειρουργικόν: *Eutocius in Arch. medem.* Abhorrent verò τὰ χειρουργήματα à vera Geometria. Cæterum hæc duarum mediarum proportionalium inuentio ſui primum gratia tentata non eſt, at cubi duplicandi cauſa. Scribens enim Eratoſthenes Regi Ptolemæo, narrat: quendam olim tragicum induxiſſe Minoa extruentem Glauco ſepulchrum, referentique centum pedes vndiquaque patere, dixiſſe μικρὸν βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω, τὸ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλῇς: cumque artifex vnumquodque latus duplicaſſet, viſum erraſſe, quia duplicatis lateribus in ſuperfi- *a per 20. l. 6 b per 33. l. 11* ciebus fit quadruplum *a* planum, in ſolidis fit octuplum *b* corpus, propterea conſultos geometras, quo pacto datum ſolidum ſub ſimili figura duplicaretur, vocatumque deinceps eſſe problema κύβου διπλασιασμόν. Primùm ab ipſis cubum cubo ſuppoſitum, quærentes ipſum duplicare: diuque omnes hæſitaſſe. At tandem Hippocratem Chium animaduertiſſe hoc vnico pacto problema poſſe abſolui, nimirum ſi inter duas lineas, quarum altera alterius eſſet dupla duæ mediæ continue proportionales inuenirentur. ὡς τι τὸ ἀπόρημα αὐτοῖς εἰς ἕτερον οὐκ ἔλαττον ἀπόρημα κατέστρεφεν. Poſt aliquod vero tempus ferunt Delios, graſſante peſte, ad Apollinem recurriſſe, iuſſoſque à Dæmone aram quæ cubica erat, duplicare, quod putarint feciſſe aram cubicam æqualem arę cubicę imponentes, nec ſedatam peſtem, monitóſq; denuo ab oraculo, ſibi non ſatisfeciſſe, nec duplum aræ cubum, ſed ſolidum parallelepipedum adſtruxiſſe. In hac duplicandæ arę anxietate monitos à Platone, videri Apollinem Geometriæ contemptum exprobare, ideoque ſingulos hortari, vt expediendo problemati omnibus artis & ingenij viribus cõtenderent. Cubi itaque duplicationẽ, & omnino ſolidi in data ratione augendi rationem Geometras *c Plato l. 7. de republ.* contemplatos eſſe, Κύβων αὔξην ἢ βάθους αὔξης μέθοδον: beneficio nempe binarum linearum proportionalium inter duas datas. Hinc ergo problematis origo: hinc Deliaci appellatio. Qui huic operi ſuam adhibuere operã in multiplici ſunt differẽtia. Tamẽ quia omne problema vel γραμμικὸν eſt, vel ἐπίπεδον vel *d Pappus l. 4. math. coll. poriſmate propoſitionis 22. & Eutocius in hunc librum,* denique στερεὸν, omnes in tres claſſes digeri poſſunt. Primi conati ſunt δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ lineis quibuſdã mixtis, nec rectis nec circularibus, ſed natis ex implexis inordinatiſque ſuperficiebus, vti Nicomedes *e* cui tribuitur κογχοειδής. Et Diocles, cui dat Eutocius ἐν τῷ κύκλῳ ποιεῖ γραμμὴν (inquit) quã interpretor κισσοειδῆ. Serpit etenim in circulo vt hedera. Secundi vſi ſunt rectis lineis, ſeu circulorum circumferentijs, quæ omnes generationem habent in plano, vt Hieron, & Pappus: tertij demum acceperunt ſectiones quorundam corporum, & lineis natis ex huiuſmodi ſectionibus vſi ſunt *e Ibidem Eutocius in prop. 2.* ad inuentionem problematis. Talis fuit Menecmus, qui παραβολὴν & ὑπερβολὴν vſurpauit. Omnes vero μηχανικοὶ dicendi cum pars magna eorum mechanicis inſtrumentis nitatur, reliqui κατασκευὴν quidem non geometricè abſoluunt, tamen deinceps geometricè demonſtrant. Quoniam autem antiquorum conatus, qui nobis ſuperſunt, luminis aliquid requirere poſſunt, placuit nonnullos ſubnectere (recentiores nihil moror,) ut intelligantur quàm variè varii lapidem hunc mouerint.

LEMMA I.

Lineam conchoïdem deſcribere.

Primum itaque Nicomedes ſuam conchoidem ſic exarabat: vti ex Pappo *f* diſcimus. *f Lib. 4. collect. Mathemat. prop. 22.* ΚΑΤΑΣ. Habeatur regula A. B. quæ deinceps dicatur normalis, cui ad perpendiculam applicetur C. D. Sit autem in A. B. normali excauatus quidam canaliculus, paulo latior in profundo quàm in ſuprema rima. Tum in C. D. affigatur immobilis quidam clauus rimæ F. G. canonis I. G. ita vt clauus non impediat quo minus Canon I. G. attollatur vel deprimatur, contineat tamen ipſum canonem ita vt puncto H. tanquam

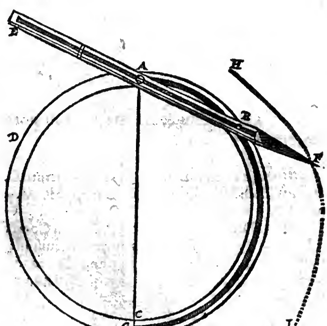
centro perpetuo inhæreat. Tandem alius clauus affigatur canoni in E. cuius etiam caput inſeratur canaliculo A. B. ita vt ab A. ad B. liberè deducatur, nec tamen ex canaliculo auellatur, ſed ſemper remaneat Sagitta E. I. eiuſdem longitudinis, ita vt recta linea inter normalem A. B. & lineam conchoidem ſit eadem ſemper, & parem ſeruet diſtantiam. Sic parato inſtrumento, poſito graphio vel penicillo in I. & perducto



puncto ſeu clauo E. ab A. ad B. ſignabitur ab I. linea L. I. M. ἥν τινα λέγει πρώτην κογχοειδῆ γραμμήν (inquit Eutocius[a]) interuallũ à ſimilitudine (puto) cõchæ quã refert. Interuallũ auté lineæ eſt E. I. polus vero ſeu centrũ punctum H. Vertex demum punctus conchoidis quod è directo reſpondet lineæ E. D. & per quod educta E. D. recto Conchoidem ſecat deſcripta.

a Ad 1. l. 2. de ſphær. & cylindr.

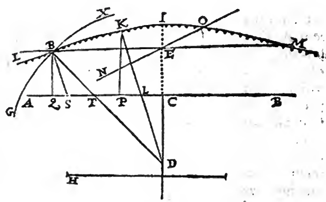
Porro non tantum conchois ex recta linea vt ex A. B. quam Nicomedes vocauit conchoidem primam, nobis requiritur, ſed vtilis quoque eſt pro iis quę dicturi ſumus ad librum de ſpiralibus, alia conchois quæ ex circulo fiat, quamque ex Nicomedeæ ſimilitudine ſecundam Conchoidem vocamus, & ita depingimus.



ΚΑΤΑΣ. Sit circulus A. B. C. D. in cuius ſemicirculi limbo A. B. C. canaliculus excaueтur, latior in fundo quam in ora. Habeatur quoque Canon E. B. F. qui findatur longitudine B. E. ita vt liberè attollatur vel deprimatur per clauum A. qui ſuo interim latiori vertice eundem canonem comprimat. Alius demum ſit in B. clauus affixus canoni, ſed liberè decurrens per canalem A. B. C. Etenim hoc inſtrumento ſi canonis clauus B. circumducatur per canalem A. B. C. apex F. ſuo ſtilo Conchoidem circularem A. F. I. polo ſcilicet A. & interuallo B. F. interim deſcribet, quam nos ſecundam appellabimus.

LEMMA II.

Linea Conchoidis vndiquaque verticis accedit ad lineam normalem (modo ex perpendicularibus diſtantia perpendatur,) quò magis recedit à vertice.



ΥΠΟΘ. Sit Conchois prima L. I. M. præcedenti artificio deſcripta, normalis A. B. centrum D. vertex I.

ΣΥΜΠ. Dico Conchoidem eò minus diſtare à normali A. B. quò magis recedit à vertice I.

ΚΑΤ. Educantur à centro D. ex artificio ſuperori lineæ D. K. & D. R. & à punctis K. & R. edu-
a per 12.l.1. cantur perpendiculares a in nor-
b per 16.l.1 malem A. B. quæ ſint R. Q. & K. P. Et quoniam A. T. D. maior eſt b angulo A. V. D. & ideo angulus Q. T. R. rema-
c per 13.l.1. net c minor angulo P. V. K. Et proinde ſit Q. R. T. maior reliquo P. K. V. cum ſint
d per 11.l.1. ambo R. Q. T. & K. P. V. recti: fiat d Q. R. S. æqualis ipſi P. K. V. & ducatur R. S.
e per fabricam. ΑΠΟΔ. Etenim trianguli Q. R. S. & V. K. P. ſunt e æquianguli, & eſt f R. S. ad R. Q.
f per 4. l. 6. vt K. V. ſeu æqualis illi R. T. ad K. P. & viciſſim g R. S. eſt ad R. T. vt R. Q. ad K. P.
g per 16. l. 5 Atqui R. S. eſt h minor quàm ſit R. T. quia angulus R. S. T. eſt h obtuſus, cum ſit an-
h per 19. l. 1. gulus R. Q. S. rectus. Ergo quoque perpendicularis R. Q. eſt i minor perpendiculari
i per 14. l. 5. K. P. Ideóque Conchois recedens à vertice I. minus diſtat à normali A. B. vt vult lemma.

LEMMA III.

Inter Conoidem & normalem non poteſt duci linea quin ſecet Conoidem.

ΥΠΟΘ. Sit Conois L. I. M. vertex I. centrum D. normalis A. B. Et intra normalem ac Conoidem educantur lineæ nempe R. M. parallela normali, ſeu N. E. O. non parallela.

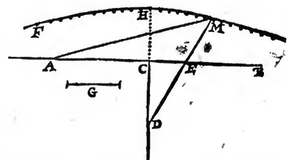
ΣΥΜΠΕ. Dico vtramque eductam lineam Conoidem ſecare.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam illæ ductæ lineæ quæcumque ſint, non poſſunt agi inter Conoidem & normalem, quin ſecent ſagittam C. I. contingat ſectio in E. & fiat ſicuti C. E.
l per 12. l. 6. ad E. D. ita C. I. ſagitta l ad lineam quampiam, nempe ad H. Tum centro D. & interuallo H. deſcribatur circulus G. R.

ΑΠΟΔ. Ille circulus neceſſario ſecabit lineam L. E. M. Quia C. E. eſt m ad E. D. vt
m per fabricam. C. I. ad H. vel ad D. R. At vero C. E. antecedens eſt minor antecedente n C. I. Ergo
n per 9. communi. ſent. conſequens D. E. eſt minor conſequente H. vel D. R. Ergo circulus ſecat lineam R.
o per 2. l. 6. E. M. Adhuc cum E. C. ſit ad E. D. vt I. C. ad D. R. Et ſicut E. C. ad E. D. ita ſit o R. T. ad R. D. ſequitur C. I. & R. T. eandem habere rationem ad R. D. & proinde eſſe æquales: ac inde ſequitur R. T. eſſe ſagittam lineæ, & punctum R. eſſe in Conchoide: propterea que parallelam R. M. Conchoidem ſecare. Iam quia N. E. O. non eſt parallela, agatur parallela R. E. M. quæ eam ſecet in E. Etenim cum R. M. parallela ſecet Conchoidem, multo citius non parallela ſecabit. Quod fuit probandum.

LEMMA IV. PROBLEMATICVM.

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis ſit alicui datæ lineæ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur angulus M. A. B. punctus D. extra limites anguli, & linea G. Imperetur verò à puncto D. ducere quomodocumque lineam rectam quæ ſecans ambas A. B. & A. M. relinquat ſui partem E. M. intra lineas A. B, A. M. in infinitum productas, æqualem lineæ G.

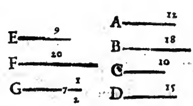
ΚΑΤΑΣ. Fiat A. B. normalis & D. centrum, à quo in normalem ducatur perpendicularis [a] D. C. quæ producatur extra A. B. longitudine lineæ G. vt ſit ſagitta C. H. æqualis ipſi G. Tum fiat conchois his centro, normali & ſagitta F. H. A. Et quia A. M. ducitur intra normalem & conchoidem, eam vſpiam ſecabit [b] puta in M. agatur linea D. M. *a per 11. l. 1.* *b per lemma precedens.*

ΣΥΜΠΕ. Dico E. M. partem lineæ eductæ à centro D. æqualem eſſe lineæ G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim per fabricam & lineæ artificium omnes lineæ à centro eductæ ad conchoidem partes relinquunt inter normalem & conchoidem ęquales ſagittę. Ergo E. M. eſt æqualis ipſi C. H. & proinde ipſo G. [c] lineæ datæ, quod fuit operandum. *c per 3. com. ſentent.*

LEMMA V.

Si primum fuerit ad ſecundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium ſecundi vt duplum tertij ad quartum.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D. & ſit E. dimidium B. & F. duplum C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. eſſe ad E. vt F. eſt ad D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat G. dimidium ipſius D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. eſt ad B. vt C. ad D. erit A. ad E. dimidium ipſius B. ſicut C. ad G. dimidium D. Atqui vt C. ſimplex ad ſimplicem G. ita duplum F. ad duplum D. Ergo vt A. eſt ad E. ſic F. ad D. quod proponebat Lemma.

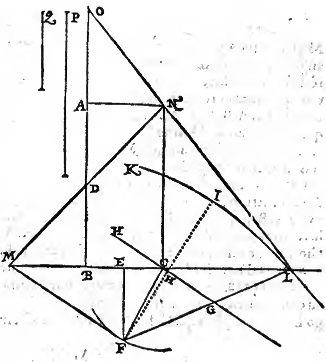
LEMMA VI. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ lineæ P. Q. inęquales.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur [d] datæ, in angulum rectum A. B. C. Et ſit A. B. æqualis maiori, tum B. C. par minori datarum. Secentur [e] ambæ bifariam in D. & E. producanturque N. D. M. & C. B. quouſque concurrant in M. Et fiant A. N. & M. B. æquales ex æqualitate angulorum ad D. [f] tum ad A. & B. & paritate laterum A. D, D. B. & propterea [g] pares B. M, B. C. Tum erigatur perpendicularis E. F. [d] in infinitum, deſcribaturque centro C, & interuallo A. D. circulus qui ſecet neceſſariò E. F. quia A. D. vt di- *d per 11. l. 1.* *e per 10. l. 1.* *f per 15. l. 1.* *g per 4. l. 6.*

midia maioris datarum eſt maior quod ſit E. C. dimidia minoris. Fiat ergo in F. ſectio, vt ſit C. F. æqualis ipſi A. D. Iungatur M. F. Tum fiat [a] ad C. angulus G. C. L. æqua-
a per 23. l. 1. lis angulo D. M. F. ſic dabitur angulus L. C. G. & extra lineas ipſum concipientes G. C. & C. L. centrum F. facta proinde normali H. C. & ſagitta H. I. æquali ipſi C. F. ſeu A. D. conchoidem deſcribere poſſumus [b] K. I. L. quæ vſpiam ſecabitur à produ-
b per 4. lemma præced. cta C. L. propterea que ducta F. L. manebit G. L. æqualis ipſi A. D. ſeu radio C. F. Tandem à puncto L. per N. producatur linea, quouſque concurrat cum linea B. A. in O.



ΣΥΜΠ. Dico medias quæſitas eſſe C. L. & A. O. & eſſe A. B. ad C. L. vt C. L. ad O. A. & O. A. ad B. C.

ΑΠΟΔ. Vt O. N. eſt ad N. L. ſic O. A. ad A. B. [c] & ſic B. C. ad C.
c per 2. l. 6. L. Tum dimidium A. B. eſt A. D. & duplum B. C. eſt [d] M. C. Ergo
d per lemma 5. præc. prima A. O. eſt ad A. D. dimidium ſecundæ, vt M. C. dupla tertiæ ad C. L. quartam. Verum & M. C. ad C. L. ita eſt [e] F. G. ad G.
e per 18. l. 5. L. Ergo vt O. A. ad A. D. ita eſt F. G. ad G. L. & componendo [e] vt O. D. ad A. D. ita eſt F. L. ad G. L. ſed G. L. & A. D. ſunt æ-
f per fabric. quales, [f] Ergo O. D. & F. L. ſunt pares. Iam quoniam B. C. bifariã dirimitur in E. & ei additur quæpiam C. L. rectangulum ſub B. L.
g per 6. l. 2. & C. L. cum quadrato C. E. eſt [g] æquale quadrato E. L. & vtrique parti addendo quadratum E. F. erit rectangulum ſub B. L, C. L. cum quadratis C. E, E. F. hoc eſt quadrato C. F. æquale quadratis L. E. & E. F. ſeu quadrato F. L. hoc eſt quadrato æqualis O. D. Verum etiam quadratum O. D. eſt [g] æquale rectangulo ſub O. B, O. A. & quadrato A. D. Ergo ſublatis vtrinque quadratis C. F, A. D. remanebunt rectangula ſub O. B, A. O. & ſub B. L, C. L. æqualia. Et proinde vt O. B. ad B. L. ita C. L. ad O. A. At vero vt quoque O. B. ad B. L. ita eſt [c] N. C. hoc eſt A. B. ad C. L. & rurſus [c] ſic O. A. ad A. N. ſeu ad B. C. Igitur vt prima A. B. ſeu Q. eſt ad ſecundam C. L. ita C. L. ad tertiam O. A. & O. A. ad quartam B. C. ſeu P. Omnium enim ratio eſt vt O. B. ad B. L. Inuentæ ergo ſunt duæ mediæ proportionales C. L. & A. O. inter datas Q. & P. quod proponebatur.

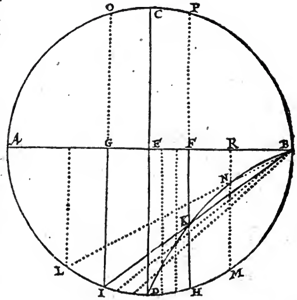
LEMMA VII.

Ad modum Dioclis, & picturam lineæ ciſſoideæ ſeu hederaceæ.

Si diametri duo ſumantur ad normam in expoſito circulo, & vtrimque alterutrius reſecentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpẽdiculares excitentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem conſtituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales ſecta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars.

h per 12. l. 1. ΥΠΟΘ. Sint diametri A. B. C. D. ſeſe ad amuſſim ſecantes in E. vtrinque vero diametri C. D. notentur arcus æquales D. I. & D. H. à quibus excitentur [h] perpendiculares

perpendiculares in alteram diametrum I. G, H. F. & ab extremitate B. ducatur linea B. I. ad exteriorem arcum, ſecans perpendicularem H. F. in K.



ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. eſſe ad F. H. vt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K.

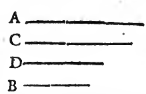
ΚΑΤΑΣ. Agantur perpendiculares rectò ad O. & P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam I. D. & D. H. arcus ſunt æquales, reliqui H. B. P. & I. A. O. ſunt æquales, & lineæ ideo [a] I. O. & H. P. ſeu earum dimidiæ I. G. & H F. [b] ſuperſunt æquales, & ideo æqualiter diſtant [c] à centro: proinde E. F, E. G. ſunt æquales: tum reliquæ è radijs, A. G, B. F. & denique compoſitæ A. F, G. B. ſunt pares inuicem. [d] Iam B. G. eſt ad G. I. vt [e] B. F. ad F. K. Sed vt B. G. ad G. I. ita G. I. ad G. A. quia G. I. eſt [f] media proportionalis inter B. G. & G. A. Ergo vt B. G. ſeu A. F. ad G. I. ſeu ad F. H. ita eſt I. G. vel H. F. ad A. G. hoc eſt ad F. B. Sed rurſus vt B. G. ad G. I. ita eſt [e] B. F. ad F. K. Ergo vt eſt A. F. ad F. H. ita eſt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K. quod fuit oſtendēdū. Ita fiet de quibuſlibet arcubus ſumptis æqualibus vti D. L. & D. M. nam ductis perpendicularibus & linea B. L. fiet A. R. ad R. M. vt R. M. ad R. B. & R. B. ad R. N. hoc pacto diuiſo toto ſemicirculo A. D. B. in arcus æquales, & ductis perpendicularibus ac lineis. vt ſuperius fient ſectiones in perpendicularibus per quas agetur linea ciſſois ſeu hederacea, ex mente Dioclis, [g] quæ plurimo vſui eſt inueniendis duabus medijs proportionalibus inter duas datas.

a per 29. l. 3.
b per 15. l. 5.
c per 14. l. 3.
d per 3. & 2. commun. ſent.
e per 2. l. 6.
f per 8. l. 6.
g Hanc operationē docuerat in opere cui titulum dederat περὶ πυρείων.

LEMMA VIII. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea ciſſoide.



ΥΠΟΘ. Dentur A. & B.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam in præcedenti diagrammate ſunt A. F, F. H, F. B. & F. H. quatuor continuè proportionales, fiat [h] vt A. F. ad F. H. ſic A. ad C. & vt H. F. ad F. B. ſic C. ad D. nam demum vt B. F. ad F. K. ſic erit D. ad B.

ΑΛΛΩΣ. Aſſumatur in diametro A. B. linea A. data; ſit ipſa A. F. & à puncto F. educatur [i] perpendicularis & parallela ipſi E. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ciſſois diuidet has perpendiculares ita vt F. K. ſit æqualis ipſi B. datæ, & mediæ quæſitæ erunt F. H. & F. B.

h per 31. l. 6.
i per 11. l. 1.

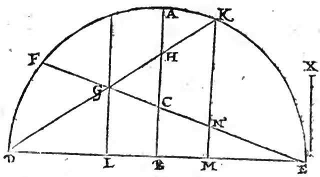
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod ſi linea data A. fuerit minor ſemidiametro A. E. duplica aut triplica quoad excedet E. & perge vt ſuperius. Tum inuentis lineis tantum minue quantum auxeris: partes enim quæ remanebunt, erunt [l] lineæ quæſitæ. Si vero maior fuerit minue in diminutione ſubmultiplici quoad fiat minor. Tum exacta operatione auge. Demum ſi A. fuerit æqualis aliam habere ciſſoidem neceſſe eſt aut agere ſecundum priorem πράξιν. Cęterum hanc Dioclis quia omnium antiquorum videtur eſſe vtiliſſima, eam addidi licet ſingularum trium claſſium vnum ſolum exemplum proponere ſtatuerimus cū omnes apud Eutocium cuique legere fas ſit. Veniamus ad artifices ſecundę claſſis, qui medio cuiuſdam rectę lineæ vſi ſunt.

l per 15 l. 5.

LEMMA IX. PROBLEMATICVM.

Modum Spori exponere.



ΥΠΟΘ. Dentur A. B. & B. C, inter quas duæ ſint mediæ proportionales inueniendæ.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] D. B. E.
a per 11. l. 1. [illegible] ad maiorem A. B. & centro B. interuallo B. A. fiat circulus: Tum per C. à puncto ducatur linea ad periferiam vſque nẽpe E. C. F. Sumatur autem regula & applicetur ad punctum D circa quod tanquam centrum attollatur aut deprimatur, quoad pars ipſius comprehenſa inter lineas E.F. & A.B. æqua-
b per 12. l. 1 lis ſit parti contentæ inter A. B. & circumferentiam. Et ſint G. H. & H. K. æquales.
c per 13 l 6. Tum à punctis K. & G. demittantur perpendiculares G.L. & K.M. in [b] B. diametrum D E. Tandem inter H. B. & C. B. ſumatur X. media proportionalis. [c]

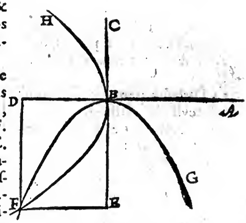
ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. eſſe ad H. B. Vt H.B. ad X. & X. ad C. B. & inuentas eſſe medias proportionales H. B. & X.

d per 2. & 4 lib 6. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam K. H. & H. G. ſunt æquales, tales ſunt inter ſe L. B, B. M. [d] proindeque quoque L. D, M. E. vt reliquæ de radijs B. D, B. E. & idcirco M. D, L. E. vt
e per 2. & 3 com ſens. ex æqualibus compoſitæ. [e] Vnde ſequitur M. D. eſſe ad D. L. vt L. E. ad M. E. Verum
quoniam vt D. M. ad M. K. ita eſt [e] K. M. ad M. E. & proinde D. M. eſt [f] ad M. E. in
e per 10 de finit. l. 5. duplicata ratione eius quam D. M. habet ad M. K. verum in eadem duplicata ratione D. M. ad M. K. eſt quadratum D. B. ſeu æquale quadratum B. A. ad quadratum [g] H. B. quia vt D. M. ad M. K. ſic eſt [d] D. B. ſeu B. A. æqualis ad H. B. Ergo vt D. M. ad M. E. ſic eſt quadratum A. B. ad quadratum H. B. Adhuc quia vt D. M. ad D. B.
f per 20. l. 6 hoc eſt vt L. E. ad E. B, M. K. [d] ad H. B. Sed rurſus vt L. E. ad E. B. ita eſt [d] G. L. ad
g per 16. l. 5 C. B. Ergo vt k. M. ad H. B. ita eſt G. L. ad C. B. & permutando [g] ſicut k. M. ad G. L. ita H. B. ad C. B. Verum ſicut k. M. ad G. L. ita D. M. ad D. L. vel ad M.E. æqualem, Et mox dicebamus vt D. M. ad M. E. ita eſſe quadratum A. B. ad quadratum H B. Eſt itaque H. B. ad C. B. vt quadratum A. B. ad quadratum H. B. Quoniam vero H. B, X. & C. B. ſunt proportionales eſt [f] H. B. ad C. B. ſeu quadratum A. B. ad quadratum H. B, in duplicata ratione eius quam H. B. habet ad X. ſed quam habet quadratum A. B. ad quadratum H. B. ea eſt in duplicata [g] quoque ratione eius quam A. B. habet ad H. B. Ergo A. B. eſt ad H. B. vt H. B. ad X. & ſic adhuc X. eſt ad C. B. Sunt ergo quatuor A. B, H. B, X. & C. B. quatuor continuè proportionales. Et ſunt H. B. & X. inuentæ mediæ inter duas datas A. B, C. B. quod requirebatur.

MODVM MENECHMI QVI FIT CORPORVM SECTIONIBVS, EXPLICARE.

LEMMA X.

Si quatuor lineæ continuè proportionales decuſſatim, & ad angulos rectos conſtituantur, ita vt prima & quarta angulum ſimul, tum ſecunda & tertia alium ſimul angulum componant, perficiaturque ex ſecunda & tertia rectangulum, deſcriptæ parabolæ ſeu rectanguli coni ſectiones diametris quidem ſecunda & tertia, rectis vero iuxta quas poſſunt ordinatim applicatæ, prima & quarta ſeſe ſecabunt in angulo rectanguli conſtituti ſub ſecunda & tertia.



ΥΠΟΘ. Sit A. B. ad B. E. vt B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. decuſſatim & ad angulos rectos conſtitutæ in puncto B. Perficiatúrque parallelogrammum E. D. ductis E. F, F. D.

ΣΥΜΠΕ. Dico parabolás deſcriptas vertice B. & diametris quidem B. E, B. D. tum lineis iuxta quas poſſint ordinatim applicatæ B. A, B. C. prima nempè & quarta, conuenere in F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. eſt ad B. E. vt B. E. ad B. D. rectangulum ſub D. B. tanquam diametro & B. A. tanquam rectæ, iuxta quam poſſunt ordinatim applicatæ, æquale eſt quadrato B. E. [a] ſeu D. F. tanquam ordinatim applicatæ. Ergo deſcripta parabola vertice B. diametro D. B. & recta iuxta quam poſſunt B. A. tranſibit per F. [b] Rurſus quoniam B. E. eſt ad B. D. vt B. D. hoc eſt E. F. ad B. C. rectangulum ſub B. E, E. G. æquale eſt quadrato ex E. F. Ergo rurſus deſcripta parabola vertice B. diametro B. E. & recta iuxta quàm poſſunt B. C. tranſibit rurſus per F. quod hoc lemmate proponebatur.

a per 17. l. 6

b per 11. l. 1. Conic. Ap.

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Duas medias proportionales inter duas datas ex modo Menechmi inuenire.

ΥΠΟΘ. In præcedenti figura duæ datę ſint A. B, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Diſponantur [c] in angulum rectum A. B. C. & educantur in infinitum, puta in D. & E. Tum diametro quacumque B. E. & recta iuxta quam poſſunt B. C. deſcribatur parabole (quomodo deformetur interius docebimus ad 16. definitionem περὶ κωνοειδέων ϗ σφαιροειδέων.) F. B. G. Rurſus diametro quacũque D. B. & recta iuxta quam poſſunt B. A. deſcribatur alia parabola H. B. E. ambæ conuenient [d] in F.

ΣΥΜΠ. Dico B. E. et D. B. diametros eſſe medias proportionales quæ requiruntur.

ΑΠΟΔ. Quoniam D. F. ordinatim applicatur in parabola H. B. F. rectangulum ſub A. B, B. D. eſt æquale quadrato D. F. [f] hoc eſt B. E. Et ideo A. B. eſt ad B. E. vt [g] B. E. ad B. D. Rurſus quia F. E. ordinatim applicatur in parabola F. B. G. quadratum F. E. eſt æquale rectangulo ſub B. E. & B. C. Ac proinde B. E. eſt ad E. F. vel ad D. B. vt D. B. ad B. C. propptereaque tandem vt A. B. ad B. E. ſic B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. quod concludebatur.

c per 11. l. 1.

d per lemma præc.

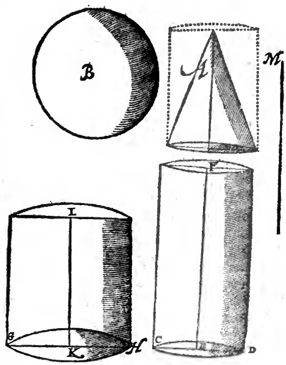
e per 11 l. 1. Conico.

f per 17. l. 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In deſcriptione parabolarum ſi primum punctum F. deſcriptor nactus non fuerit, vt ſæpius acciderit, non proinde aberrabit à ſcopo, nec animum ponere debet. Etenim vſpiam illæ ſectiones conuenient: puncto vero quo conuenerint deſcribat perpendiculares in diametros. Sic enim illas diametros ſcribit proportionaliter, & fiet voti compos. Cæterum has modis

antiquis plurimos & veterum & recentiorum addere poſſemus: nemo enim hunc lapidem non mo-uit: ſed fere omnes ad eos deſcriptos referri poſſunt. Et quotquot ſunt omnes opera vſi ſunt me-chanica, ita vt inſolubile huc vſque manſerit hoc problema, quo Geometria vt multis alijs manca & imperfecta eſt. Incertum an vnquam quiſquam arti ſuplementum iſtud addiderit. Iam verò tandem ad ſolutionem problematis Archimedei quo nobis licet modo veniamus.



Ex huius ergo problematis κατασκευῇ accidit illius tot ſcriptis & linguis de-cantati Deliaci problematis ſolutio: qua vice verſa ſuppoſita, hoc præſens problema ſoluitur hoc modo.

ΚΑΤΑΣ. Fiat C. F. D. cylindrus vt prius, ſeſquialter coni vel cylindri A. Tum inter C. D. & F. E. duæ mediæ inueniantur proportionales [a] G. H. & M. Tandem diametro G. H. deſcribatur circulus qui fiat baſis cylindri G. L. H. altitudine deſcripti æquali ipſi diametro baſis G. H. [b] Denique ſit ſphæra B. cuius diameter ſit æqualis lineæ G. H.

a per præcedentia lemmata.

b Ex manifeſti 9. præſcripto.

ΔΙΟ. Dico ſphæram B. æqualem eſſe cono vel cylindro A. dato.

ΑΠΟΔ. Vt eſt C. D. ad G. H. ſic eſt M. ad E. F. [c] Et viciſſim [d] vt C. D. ad M. ſic G. H. ad E. F. Atqui vt [e] C. D. ad M. ſic quadratum C. D. ad quadratum G. H. vel circulus [f] C. D. ad circulum G. H. Ergo vt circulus ſeu baſis C. D. ad baſim G. H. ſic eſt G. H. vel L. K. altitudo æqualis ad altitudinem E. F. Itaque ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Et ſunt [g] cylindri G. L. H, C. F. D. æquales. Vt ergo C. F. D. cylindrus, coni vel cylindri A. ſeſquialter eſt, ita eſt eiuſdem A. ſeſquialter cylindrus G. L. H. Atqui idem cylindrus G. L. H. ſphæræ B. ἡμιόλιος eſt. [h] Ergo ad binas quantitates A. & B. eandem rationem habet. Sunt ergo ambæ æquales, quod fuit probandum.

c Ex fabric.
d per 16 l. 5
e per 15. l. 12

PROPO. II.

THEO. I.

Omni portioni ſphæræ æqualis eſt conus qui baſim quidem habeat eandem ac portio, altitudinem vero lineam rectam quæ ad altitudinem portionis in ea ſit ratione qua compoſita ex radio ſphæræ & ex altitudine reliquæ ſectionis, ad ipſam altitudinem reliquæ ſectionis.

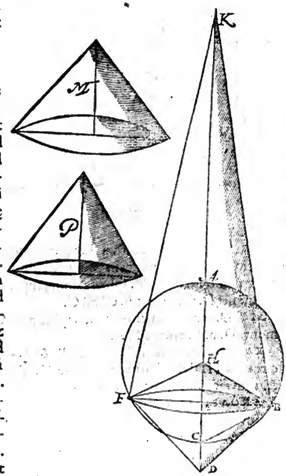
ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΟΡ. Α.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ΥΠΟΘ. Sphæra A. F. C. B. ſecetur vſpiam plano F. E. B. perpendiculari ad axem A. C. circuli vero ſectionis diameter ſit F. B. quemadmodum autem & compoſita ex radio ſphæræ A. H. & A. E. altitudine reliquæ portionis eſt ad eãdem altitudinem A. E. ita ponatur E. D. [i] ad E. C. Et circulo portionis ſphæræ F. C. B. eo nempe qui ſectione factus eſt, [k] & cuius eſt diameter F. B. altitudine E. D. offeratur deſcriptus conus F. D. B. ΔΙΟ. Dico conum F. D. B. æqualem eſſe portioni F. C. B.

i per 11 l. 6.
k per 1. lib. 1 ſphær. Th.



ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad H. centrum ſphæræ lineæ F. H. & B. H. tum B. C. & B. A. ad vertices portionum. Et circulo cuius radius ſit B. C. altitudine vero H. C. fiat conus M. Tum circulo cuius radius ſit E. B. altitudine quoque H. D. conus deſcribatur P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam angulus C. B. A. eſt rectus [a] & linea B. E. perpendicularis ad A. C. Vt eſt C. B. ad B. E. ſic [b] C. A. ad A. B. vel A. B. ad A. E. Proinde duplicata ratio C. B. ad B. E. nempe [c] quadrati C. B. ad quadratum B. E. eſt [d] eadem quę ratio duplicata C. A. ad A. B. nempe [e] ratio C. A. ad A. E. Quadratum ergo C. B. ad quadratum B. E. eſt vt C. A. ad A. E. Atqui E. D. eſt [f] ad E. G. vt A. H. cum A. E. ad A. E. Et diuidendo [g] C. D. eſt ad C. E. vt A. H. ſeu H. C. ad A. E. & viciſſim [h] vt C. D. ad C. H. Sic C. E. ad E. A. & cõiunctim [h] vt D. H. ad H. C ſic C. A. ad A. E. Ergo D. H. eſt ad H. C. vt quadratũ C. B. ad quadratũ B. E. eſt autẽ quadratũ C. B. ad quadratũ B. E. vt circulus [i] cuius fuerit radius C. B. ad circulũ radio B E. deſcriptum, nẽpe baſis coni M. ad baſim coni P. Ergo H. D. hoc eſt altitudo coni P. eſt ad C. H. ſeu ad altitudinẽ coni M. vt baſis coni M. reciprocè ad baſim coni P. Ergo coni P. & M. ſunt [l] æquales. At vero coni F. H. B. & F. D. B. habẽt baſim æqualẽ baſi coni P. & amborum altitudines, adæquant altitudinem vnius P. Ergo conus P. ambolus eſt [m] æqualis: Iiſdem ergo æquatur conus M. Sed conus M. eſt etiam [n] æqualis portioni F. C. B. cum cono F. H. B. Ergo portio cum cono F. H. B. æquatur rhombo H. F, C. B. Tollatur ab vtraque parte communis conus F. H. B. ſupererit conus F. D. B. æqualis portioni F. C. B. quod fuit probandum. Non alio artificio probabitur conus F. B. K. æqualis maiori ſphæræ portioni F. A. B. ſi fuerit K. E. ad A. E. vt eſt compoſita ex H. C. & E. C. ad eandem E. C.

a per 30. l. 3. — b per 8. & 4. lib. 6. — c per 20. l. 6 — d per 15. l. 5 — e per 10. definit. lib. 5. — f per fabricam. — g per 17. l. 5. — h per 16. l. 5. — i per 18. l. 5. — l per 2. l. 12. — m per 15. l. 12 — n per 14. l.

Ponatur enim M. conus ſtare quidem baſi circulo cuius ſit radius A. B. altus vero longitudine A. H. Tum conus P. conſiſtet baſi circulo, interualli B. E. altitudine vero H. K. Sic enim ratiocinabimur. Quadratum A. B. eſt quadrato B. E. vt A. C. ad E. C. Quia A. C, C. B, C. E. ſunt continue proportionales in ratione A. B. ad B. E. Atqui K. E. eſt [o] ad E. A. vt H. C, C. E. ſimul ad C. E. Et diuiſim vt [p] K. A. ad A. E. ſic H. C. ſeu A. H. ad C. E. & viciſſim [q] K. A. ad A. H. vt A. E. ad E. C. & componendo [r] K. H. ad H. A. vt A. C. ad C. E. Et proinde vt quadratum A. B. ad quadratum B. E. vel vt circulus A. B. ad circulum B. E. Ac ideo baſis M. eſt baſi P. vt K. H. ſeu altitudo P. ad A. H. ſeu ad altitudinem M. Sunt [s] ergo M. & P. æquales coni. Sed conus M. eſt [t] portioni A. F. H. B. æqualis: eidem igitur portioni æquatur P. conus. At verò conus B. K. F. comprehendit [u] & conum P. & conum B. H. F. nam omnes ſunt in baſibus æqualibus & altitudo K. E. eſt æqualis binis altitudinibus K. H. & H. E. Ergo conus B. K. F. eſt æqualis portioni B. A. F. H. & cono B. A. F. nempe toti ſegmento B. A. F. quod fuit probandum.

o per 3 communi ſent. — p per vltimã libri. — q per fabricam. — r per 17. l. 5 — s per 16. l. 6. — t per 18 l. 5. — u per 15. lib. 12. — x per ꝓ... ultima lib. praced. — y per 14. l. 12.

COROLLARIVM.

Hinc patet in triangulo rectangulo demiſſa perpendiculari à recto in baſim, eſſe quadratum ambientis ad quadratum perpendicularis vt tota ba-

ſis ad ſegmentum ſui, dicto ambenti proximum. Non oſtendimus eſſe quadratum C. B. ad quadratum B. E, vt A. C. ad C. E. vel quadratum A. B. ad quadratum B. E. vt A. C. ad A. E.

ΠΡΟΤ. Γ.
ΠΡΟΒ. Β.

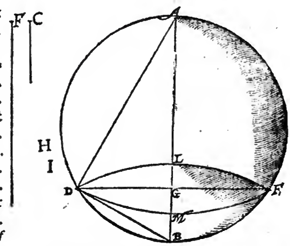
Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

PROP. III.
PROB. II.

Datam ſphæram plano ſecare, ita vt ſuperficies ſegmentorum rationem inter ſe inuicem habeāt eandem quam ſit alia data.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. D. B. E. ſecunda perpendiculari ad axem aa plano vt vult propoſitio ac iam ſecta ponatur vt experiamur quid inde conſequatur. Ratio data ſit F. ad
aa Lemma præfixum 3. poriſmati. C. & plano D. L, E. M. ſphæra diuiſa ſuperficies ſegmenti A. D. E. ſit ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. ſicut F. eſt ad C.

ΔΙΟ. Dico partem dimetientis ſphæræ A. G. ad partem G. B. ſeu altitudinem ſegmenti D. B. E. eſſe vt F. ad C.



ΚΑΤΑΣ. Ducantur A. D, D. B. & circulus H. deſcribatur interuallo D. A. tum circulus I. fiat radio D. B.

a per 30. l. 3. ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. D. B. eſt a
b per 8. & 4. l. 6. rectus angulus. Vt eſt b A. D. ad D. B. ſic eſt A. G. ad G. D. & G. D. ad G. B. Ergo duplicata ratio A. D. ad D. B. eſt
c per 15. l. 5. c eadem quæ duplicata A. G. ad G. D. Atqui duplicata ratio A. D. ad D. B.
d per 20. l. 6. eſt d quadrati A. D. ad quadratum D. B. tum duplicata ratio A. G. ad G. D.
e per 10. definit. lib. 5. eſt e lineæ A. G. ad lineam G. B. Igitur quadratum D. A. eſt ad quadratum D. A. eſt ad quadratum D. B. ſeu circulus f
f per 2. l. 12. H. ad circulum I. vt A. G. ad G. B. Atqui circulus H. eſt g æqualis ſuperficiei ſegmen-
g per 36. li. præced. ti D. A. B. Tum alius I. æquatur h ſuperficiei portionis D. B. E. Ergo vt ſuperficies il-
h per 37. eiuſdem præced. la ad ſuperficiem hanc, hoc eſt, vt F. ad C. ſic eſt A. G. ad G. B. quod fuit ex prima hypotheſi probandum.

Καθόλου τοῦ προβλήματος. Hoc cognito diuidatur axis ſphæræ A. B. puncto G. in ratione
i per 11. l. 5. l per 10. l. 6. lineæ F. ad C. & plano D. L. E. M. ducto per G. perpendiculari ad axem A. B. ſecetur ſphæra, reliquaque maneant vt prius.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico ſuperficiem ſegmenti D. A. E. eſſe ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. vt eſt F. ad C.

ΑΠΟΔΕΙ. Vt ſuperficies ſegmenti D. A. E. ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. ſic eſt circulus H. ad circulum I. quia ſuperficiebus circuli ſunt æquales. At circulus H. eſt ad circulum I. vt quadratum diametri H. ad quadratum diametri I. vel vt quadratum radij H. hoc eſt lineæ D. A. ad quadratum radij I. ſeu lineæ D. B. Ergo ſuperficies prior eſt ad ſuperficiem poſteriorem vt quadratum A. D. ad D. B. quadratum. Atqui vt quadratum A. D. ad quadratum D. B. ſic eſt A. G. ad G. B. vt prius demonſtrauimus:
m per fabricam. & ſicut A G. ad G. B. ſic F. ad C. m Ergo ſuperficies ſegmenti D. A. E. ad ſuperficiem ſegmenti D. B. E. eſt ſicut F. ad C. & in ratione data, vt vult problema.

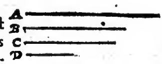
COROLLARIVM

Hinc deducimus: quod ſi ab angulo recto demittatur perpendicularis in baſim rectanguli trianguli, quadratum ambientis eſſe ad quadratum alterius ambientis vt fru-

ſtum baſis ſeu proximum ad alterum fruſtum baſis. Etenim in triangulo rectangulo D. B. A. oſtendimus quadratum D. A. eſſe ad quadratum D. B. vt A. G. ad G. B.

LEMMA I.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ continuè proportionales, eſt quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ vt prima ad tertiam, vel quadratum primæ ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam. Eodem modo cum quadratum A. ſit ad quadratum B. in ratione dupla A. ad B. quę dupla itidem eſt B. ad D. ſequitur quadratum primæ eſſe ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt B. ad C.

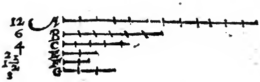
ΑΠΟΔ. Ratio quadrati B. ad quadratum C. duplicata eſt [a] rationis B. ad C. ſeu A. ad B. Sed ratio duplicata rationis A. ad B. eſt, [b] primæ A. ad tertiam C. Ergo cum ratio quadrati B. ad quadratum C. tum ratio A. ad C. ſint eiuſdem duplicatæ, ſunt [c] inter ſe æquales & eædem. a per 10. l. 6 b per 10 definit. lib. 5. c per 6. comm. ſent.

LEMMA II.

Si inter duas quantitates eiuſdem ſpeciei, aliquæ aliæ ὁμογενεῖς ponantur: ratio extremarum componitur ex rationibus intermediarum.

Cùm ſit ratio duarum quantitatum mutua earum habitudo, ἢ πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις, [d] ſit ipſa aliqua quantitas neceſſe eſt: quantitas enim non niſi quantitate cognoſcitur. Propterea dicimus rationes eaſdem eſſe quæ eandem reddunt quantitatem, ſi alter terminus rationis per alterum diuidatur. Dicimus 12. eſſe ad 6. vt 6. ad 3. quia vtriuſque diuiſis terminis, maiore per minorem, producitur binarius. d per 3. definit. l. 5.

Hinc fit vt duæ vel plures rationes, aliquam rationem componant, quia illarum additæ [e] quantitates huius quantitatem adimplent. Hoc poſito ſint A. & C. binæ quantitates, intra quas ponatur B. e per 5 definit. l. 6.



ΔΙΟΡΙΣ. Dico rationem A. ad C. componi ex ratione A. ad B. & B. ad C.

ΚΑΤΑΣ. Sit rationis A. ad B. quantitas E. tum rationis B. ad C. quantitas F. Denique rationis A. ad C. ſumma G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Offeruntur 4. quantitates, G prima, E. ſecunda, B. tertia, C. quarta, Et harum quidem G. multiplicans C. facit A. & E. multiplicans B. facit quoque A. Ergo [f] G. eſt ad E. vt B. ad C. Eſt autem F. quantitas rationis B. ad C. ergo quoque quantitas eſt rationis G. ad E. Et vt F. multiplicans C. facit B. eadem F. multiplicans E. producit G. Ergo G. quantitas rationis extremarum A. & C. æqualis eſt quantitatibus rationum intermediarum A. ad B. & B. ad C. quia ipſæ duæ quantitates E. & F. ſimul additæ multiplicando, [e] faciunt G. quod fuit probandum. f per 14 l. 6 & 19. li. 7

Si verò pluręs vna interponantur, idem continget inter A. & F. ponantur B. C. D. E. Etenim ratio A. ad F. componitur ex rationibus A. ad B. & B. ad F. vt mox probauimus: Atqui ratio B. ad F. itidem componitur ex rationibus B. ad C. & C. ad F. Tum hæc C. ad F. fit ex alijs C. ad D. & D. ad F. & demum hæc D. ad F. conſtat ex duabus D. ad E. & E. ad F. Ergo tandem ſequitur rationem A. ad F. componi ex rationibus A. ad B, B. ad C, C. ad D, D. ad E, & E. ad F. quod fuit oſtendendum.

12.	3.	6.	8.	24.	6.
A.	B.	C.	D.	E.	F.

PROP. IV.

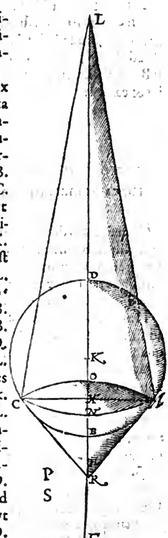
PROB. III.

Datam ſphæram ſecare, ita ut ſegmenta ſphæræ inter ſe rationem habeant eandem quam quæ data ſit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΠΡΟΒ. Γ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæra data A. B. C. D. ſecanda vt vult propoſitio. Sed prius admittamus factam ſectionem, vt inde aliquid conſequamur, nempè plano C.N.A.O. ducto perpendiculariter ad axem D.B. & ſit K. ſphæræ centrum.

ΚΑΤΑΣ. Fiat autem vt quemadmodum eſt compoſita ex
a per 12. l. 6. K.D, D.X. ad D. X. ita ſit [a] X.R. ad X.B. Et vt compoſita ex K. B, B. X. eſt ad B. X. ita ſit L. X. ad X.D. Et abſoluantur coni ſuper baſi C. N. A. O. ſectionis circulo, & in altitu-
b per 2. huius. dinibus L. X. & X. R. Vt fiat [b] conus C. A. L. æqualis portioni ſphæræ A.D.C. tum alter C. R. A. par ſegmento C.B. A. Horum quia baſis eſt communis, maior C.L.A minori C.
c per 10. lib. 12. R. A. in ratione eſt [c] vt L.X. ad X R. Quoniam autem vt compoſita ex K.D, D.X. ad D.X. ſic eſt R.X ad X.B. diui-
d per 17. l. 5. e per 16. li. 5. ſim [d] vt K.D. ad D. X. ſic eſt R.B. ad B.X. & viciſſim [e] vt K. D. ſeu K.B. ad R. B. ſic D. X. ad B.X. Rurſus quia L. X. eſt ad X.D. vt compoſita ex K.B, B.X, ad B.X. diuidendo [d] L. D. eſt ad D. X. vt K. B. ſeu D. K. ad B.X. & permutando [e] L. D. eſt ad D.k. vt D. X. ad X.B. Atqui vt D. X. ad X B.
f per 11. l. 5. ſic fuit D.B ad B.R. Ergo vt L. D. ad D.k. [f] ſic D.X. ad X.B.
g per coroll. 4. l. 5. & k.B. ad B R. & inuertendo [g] vt R.B. ad B.k. ſic k.D. ad D.
h per 18 l. 5. L. tum [h] componendo vt R. k. ad k, B. vel k.D. ſic k.L, ad L. D Et tandem [i] eſt tota R. L. comprehendens antecedentes
i per 12 l. 5. R.k. & k. L. ad totam k. L. conflatam ex conſequentibus k. D, & D.L. vt vna k.L. ad L.D. Proinde tres R.L, L.k. & L. D. ſunt continuè proportionales, & ex conſequenti rectan-
l per 17. l. 6. gulum ſub R.L, L.D. æquale eſt quadrato L.k. [l] & vt eſt pri-
m per proximũ lemma 1. ma R.L. ad tertiam L.D. ſic eſt [m] quadratum L.k. ad quadratum L. D. Hæc primò notentur. Deinde repetamus L.D. eſſe ad D.k. vt D.X. ad X.B. nam conuertendo [g] k. D. eſt ad D.L. vt B.X. ad X.D. & coniungendo [h] k. L. eſt ad L. D. vt B.D. ad D. X. Proinde quadratum k L. eſt [n] quadrato L.D.
n per 22. li. 6. vt quadratum B.D. quadrato D.X. Atqui vt quadratum k. L. quadrato L.D. ſic eſſe oſtendimus R.L. ad L.D. Ergo ſic eſt R. L. ad L. D. vt quadratum B.D. quadrato D.X. quod ſecundo notetur. Iam fiat B.F. par radio B.k. Maior quidem erit quàm B.R. Probauimus enim D.X ad X.B. vt k B. ad B.R. Sicut ergo D.X. excedit X.B ex hypotheſi, ita k.B ſeu B.F. excedit B. R. Cæterum euicimus L.D. ad D.X. eſſe vt k B. hoc eſt F.B. ad B. X. Itaque componendo eſt L.X. ad D. X. vt F. X.
o per coroll. 19. lib. 5. ad B.X. & conuertendo [o] L.X. eſt ad exceſſum L. D. vt F.X. ad exceſſum F.B. & inuertendo [g] L. D. ad L.X eſt vt F. B. ad F.X. Quod tertio notemus. Sphæra autem in data ratione ſecta eſt. Et quia coni C. L. A, & C. R. A. ſunt partibus ſphæræ æquales,
p per 14 l. 12. ſunt inter ſe in ratione data. Atqui vt conus C R. A. ad conum C.L. A. ſic [p] R.X. ad X. L. Ergo ratio R.X. ad X.L. data eſt, & componendo [h] ratio quoque R.L. ad L.X. da-

tur. Inter R.L.verò & L.X.ponatur L.D. ſic componetur[a] ratio R. L. ad L. X. ex rationibus R.L. ad D.L.& L.D.ad L.X. Atqui ſecundo notauimus R.L. eſſe ad L.D. vt quadratum B.D. ad quadratum D.X. Deinde tertio notauimus L D. eſſe ad L.X. vt B.F.ad F.X. Ergo ratio R. L. ad L.X. quoque componitur ex rationibus quadrati B. D.ad quadratum D.X.& B.F, ad F.X. Denique fiat vt R.L. ad L.X.[b] ſic F.B.ad F.H. hoc eſt in ratione data, & iiſdem compoſita rationibus quibus conflatur ratio R.L. ad L.X. Et quoniam F.B. ſemidiameter ſphæræ cognoſcitur : proinde & conſequens F.H. cognoſcetur[c]. Inter vtramque ponamus F.X. vt ratio F. B. ad F.H. componatur ex rationibus F.B. ad F.X. & F.X. ad F.H. Itaque duæ rationes nempè quadrati B.D. ad quadratum D. X. & lineæ B. F; ad F.X: tum aliæ duæ F.B. ad F.X. & F.X.ad F.H. vnam eandemque componunt rationem, nempè eam quæ eſt F.B. ad F.H. Illæ ergo duæ his duabus ſunt æquales. At eſt vtrobique communis ratio B.F.ad F.X. Ea igitur vtrinque ſublata remanet ratio quadrati B.D. ad quadratum D.X. æqualis rationi F.X.ad F.H. Atqui in illa antecedens, nempè quadratum diametri ſphæræ B.D. cognoſcitur: huius verò conſequens F.H. innotuit. Quod quarto notandum.

[a] per 2. lemma proximum.
[b] per 12. l. 6
[c] per 14. li. 6. & 19. li. 7.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F.D. ſeſquialteram ad diametrum ſphæræ diuidi in X. ita ut X.F. ſit ad F.H. datam vt quadratum B.D. datum ad quadratum D.X.

ΑΠΟΔΕΙ. Hoc mox concluſimus. Tandem itaque difficultas problematis huc recidit.

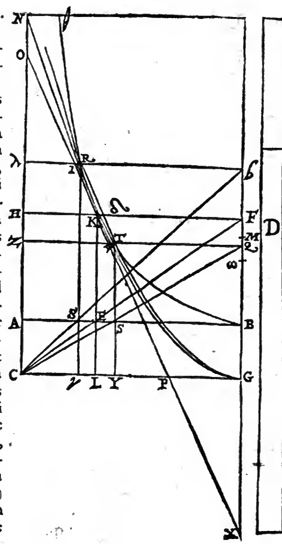
LEMMA.

Duabus datis rectis lineis in ratione dupla, vt D.B, B.F. & terminis alicuius rationis : diuidere minorem illarum vt B. F. in ratione data, puta ut in H. aut efficere vt ſicut ſunt duo termini ſimul rationis datæ ad conſequentem, ita fiat F.B. ad F.H. tum ita ſecare compoſitam ex vtraque ſicuti D.F. in X. (ſi contingat,) vt quadratum maioris B.D. ſit ad quadratum partis D.X. vt eſt reliqua pars F.X. ad inuentam F.H.

Diuidimus F.B. in ratione data, vel iungimus terminos rationis datæ, amboſque ſimul conferimus ad conſequentem, vt habeatur F.H. Nam F.B. eſt ad F.H. vt L.R. ad R.X. At verò L.X. eſt ad X. R. vt conus A. L. C. ad conum A. R. C. hoc eſt vt portio ſphæræ A. D. C. ad ſegmentum A. B. C. hoc eſt vt rationes datæ, antecedens ad eiuſdem conſequentem. Ponitur enim ſphæræ partes habere rationem datam. Ergo L. X. eſt inſtar antecedentis rationis datæ, & X. R. conſequentis. Proinde L. R. eſt ad R. X. ſeu F.B. ad F.H. vt termini ſimul rationis datæ ad ſolum conſequentem, & diuidendo F.H. eſt ad H. B. vt antecedens datæ rationis ad conſequentem. Reliqua ex præmiſſis patent. Hoc demonſtrato, & tanquam poſſibili poſito ad κατα-σκευὴν accedere nobis fas fuerit. Verùm hoc opus hic labor eſt, & priùs hoc lemma præmittendum.

LEMMA

Duabus datis rectis lineis inæqualibus & rectilineo propoſito, ita ſecare maiorem, vt quemadmodum fuerit altera partium reſectæ ad minorem lineam, ita ſit ſpatium propoſitum rectilineum ad quadratum alterius portionis ſectæ lineæ.



ΥΠΟΘ. Dentur A. B. maior, & A. C. minor, tum ſpatium D. rectilineum.

ΣΥΜΠ. Secare proponitur A. B. puta in E. ita ut A. E. ſit ad A. B. vt eſt rectilineum D. ad quadratum E. B.

Cùm hoc problema torſiſſet veteres Geometras, animaduerterunt συμπίωμα ipſius reperiri in effectione ſectionum conicarum. Etenim in omni parabola quadratum lineæ ordinatim applicatæ,
a per 11. l. 1. elem. conic. eſt [a] æquale rectangulo ſub diametri parte quæ eſt inter verticem & applicatam, & recto latere: tum in hyperbola rectangulum comprehenſum ſub lineis quæ inter ipſas & vertices tranſuerſi lateris figuræ interijciuntur, eſt ad quadratum lineæ ordinatim applicatæ ad
b per 21. li. 1. Elem. conic. diametrum, & [b] tranſuerſim figuræ latus ad rectum. Demum in Ellipſi lineæ
c per eãdem 21. l. 1. elem. conico. r applicatæ ordinatim poſſunt [c] quod cõprehenditur ſub parte diametri quæ eſt inter eas, & ſectionis verticem, & ducta
d ad lib. de ſphæroid & conoidib. parallela recto lateri. Hoc verò inferius [d] oſtendemus pluribus. Hinc antiqui methodum rimati ſunt reſoluendi hoc problematis. Inter alios ſic Eutocius, ex veteribus theorematis, quæ quæſitorum habebant ſuppoſitionem, Dorica ſcribebantur lingua Archimedi (inquit) gratiſſima & conſuetis Archeo rerum nominibus vtebantur, hunc docuiſſe ſolutionem refert.

MODVS EVTOCII.

Suppoſitis quæ mox ſumpſimus, addamus ex hypotheſi confectum problema vt requiritur, & ſic A. E. ad A. C. vt eſt rectilineum D. ad quadratum E. B.

e per 11. l. 1. ΚΑΤΑΣ. Conſtituantur [e] A. B, & B. C. ad angulum rectum, & perficiatur rectangulum A. G. Tum per E. agatur C. E. F. in quam G. B. producta cadat in punctum F. perficiatur parallelogrammum H. G. & tandem per E. agatur L. E. k. parallela ipſi C. H. vel ipſi G. F. anguli etenim ſunt omnes recti. Demum ponatur rectangulum ſub A. B. ſeu C. G, G. M. eſſe æquale rectangulo D.

ΣΥΜΠΕ. Dico his ſic conſtitutis, ſi puncto G. & diametro G. F. tum latere recto G. M. deſcribatur parabole, eam incidere neceſſario in k. & hanc parabolam poſitione dari. Tum aio, ijſdem remanentibus, ſi datis aſymptotis ſeu inconcurrentibus H. C, C. G. & puncto B. inter eas deſcribatur hyperbole, ipſam rurſus incidere in punctum k. ac ideò vtramque & parabolam & hyperbolem concurrere puncto ſectioni directè oppoſito, qui proinde cognoſcetur.

f per 4. l. 6. ΑΠΟΔ. Quoniam eſt A. E. ad A. C, ita eſt D, ad quadratum E. B, & quoque ita eſt [f] C. G. ad G. F. propter ſimilitudinem triangulorum E. A. C, & C. G F. Ergo vt C. G. ad G.
g per fabricam. F. ita eſt D. ſeu rectangulum ſub C. G, G. M, [g] ad quadratum E. B. Verum & C. G. ád G. F. ita eſt [h] quadratum C. G, ad rectangulum ſub C. G, G. F. Proinde vt quadratum C.
h per 1. li. 6. G. ad rectangulum ſub C. G, G. F, ita eſt rectangulum ſub C. G, G. M. ad quadratum E. B. hoc eſt ad quadratum F. k. & permutando vt quadratum C. G. ad rectangulum

ſub C.G,G.M.vel vt C.G,ad G.M. ita rectangulum ſub [aa] C.G,G.F.ad quadratum F. K. Atqui rectangulum ſub C.G,G.F. eſt ad rectangulum ſub G. M, G.F. (ſcilicet ſumpta G.F. communi altitudine) vt C.G, ad G.M. [bb] Igitur vt rectangulum ſub C.G,G.F. ad rectangulum ſub G.M,G.F. ita eſt idem rectangulum ſub G.F,G.M.ad quadratum F.K. Et ideò rectangulum ſub G.F,G.M. eſt æquale quadrato K.F. vnde patet deſcriptam parabolam diametro G.F. & recto latere M.G. tranſire per punctum k. [a] vt k F. remaneat ordinatim applicata, ex natura paraboles: & eſſe præterea punctum K. poſitione datum, cum detur G.M. quæ cum G. C. det rectangulum D. Rurſus quoniam rectangulum ſub K.L, L. C. æquale eſt [b] rectangulo ſub B. A, A.C. ſequitur, quod ſi deſcribatur hyperbole per punctũ B.ſumptis aſymptotis ſeu inconcurrentibus H.C,C. B. tranſierit ſectio per punctum K. ex inuerſa, non quidem 8. vti aut Eutocius, ſed 12. lib.2. Elementorum conicorum. Igitur tam ex hyperbola quàm ex parabola punctum k. ſitu dignoſcitur, & hyperbole poſitione datur, quoniam B.L, & C.B. dantur: Tum B. C, C.G. & quoque punctum B. & ex conſequenti punctum E. Quoniam verò E. A. eſt ad A.C. vt D. ad quadratum C. B. ſi rectangulo D. tanquam baſe, & altitudine A.C. tum quadrato E B. pro baſi & altitudine E. A. fiant ſolida parallelepipeda. Erunt [c] inter ſe æqualia, cum baſes ſint reciprocæ altitudinibus. Et hæc quidem ita ſe habebunt, vt ſi E.B. contigerit ſecari in E. ita ut E.B. maneat duplum ipſius A. E. accidat vt parallelepipedum conſtructum baſe quadrato E.B. & altitudine E.A. maximum ſit omnium quæ ex quacumque ſectione A. B. euenire poſſit. Quod oſtendiſſe operæ pretium videtur, vt ſciamus quouſque extendat ſe problema. Etenim oblato rectangulo D. tanto & eo baſe & altitudine A. C. fiat parallelepipedum maius, eo quod fit quadrato E. B. baſe & altitudine E. A. non poteſt problema confici: quod hoc lemmate demonſtremus oportet.

[aa] *per fabricam.*
[bb] *per 1. l. 6*
[a] *per conuerſam 11. lib. 1. elem. Conic.*
[b] *per 43 l. 1.*
[c] *per 34. l. 11*

LEMMA.

Propoſita linea, eaque ſecta, ita vt partes ſint in ratione dupla: parallelepipedum conſtructum baſe quadrato maioris partis, & altitudine minori portione, maximum eſt omnium quæ pariter confici poſſunt ex alia quacumque ſectione eiuſdem lineæ.

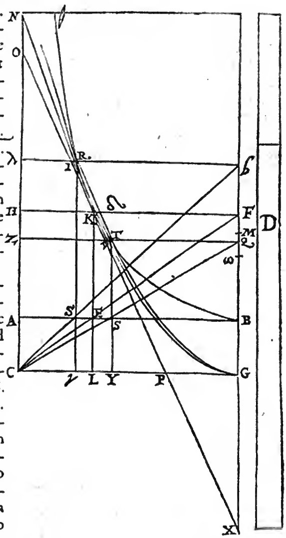
ΥΠΟΘ. Repetatur præcedens diagramma, & ſit A.B. dupla ipſius E.A. ſecetur autem eadem A.B. in punctis S. vel intra E.B, vel intra E.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico parallelepipedum ex quadrato E.B. & altitudine E.A. maius eſſe parallelepipedo ex quadrato S.B. & altitudine A.S.

ΚΑΤΑΣ. Manentibus iiſdem parabola & hyperbola concurrentibus in puncto k. vt ſuperius, educatur parabola à puncto k. in infinitum: ipſa enim vſpiam concurret cum C. H. producta æquidiſtãter diametro ſectionis G. F. Conueniat ergo in N. hyperbole verò cum numquam concurrat, abeat verſus R. [d] Quod autem parabolæ hyperbole applicet in k. luculentius oſtenditur, producta G.F. in X. ita ut G. X. ſit æqualis ipſi G.F. tum iuncta X.k. & educta in occurſum C.N. puta in O. vt ipſa applicet parabolæ in k. [d] Secet autem C.G. in P. Etenim cum trianguli X.P.G. & k.L.P. ſint æquianguli, nempè anguli recti ad G. & L. & bini P. [e] ad verticem vt eſt G.X: æqualis ipſi L.k. hoc eſt ipſi G.F. ſic eſt [f] L.P. par ipſi P.G. & L.G. diuiſa bifariã, ita vt L.P. ſit æqualis ipſi C.L. nam C.G. diuiſa eſt in L. vti A.B diuiditur in E. ac ideò L.P. eſt æqualis ipſi H.k. ſed vt trianguli O.H k & k.L.P. ſunt æquiãguli, quia recti ad H. & L. tum ad X. & O. pares vt alterni. Proinde O.k, k.P. ſunt æquales, & O.P. biſariam ſecta in k. & inde applicat [g] hyperbolæ in k. Eadem ergo linea X.O. applicat ambabus hyperbolæ & parabolæ: Altera ergo alteri applicat. Iam in E.B primo, tum in E.A. ſumantur puncta S. per quę educantur [h] parallelæ Y.S.T. & γ.S R. ſecantes hyperbolem in T. & R. parabolem verò inferius. Nam hyperbole contingit quidem parabolem in k. ſed præterea ſemper intra parabolem continetur, putà intra aſymptotos C. N, C.G. quas eam attingere numquam fas eſt. Adhuc per T. & R. ponantur parallelæ ipſi A. B duæ Z.T.Q & λ. R. [b] quas pa-

[d] *per 33. l. 1. elem. conic.*
[e] *per 15. l. 1.*
[f] *per 4 l. 6.*
[g] *per conuerſam 3. l. 2. elementor. conic.*
[h] *per 31. l. 1.*

rabola ſecet in V. & I. intra T.Z.& R.λ.
d per 43.l.1 Quoniam verò Z.Y.eſt[a] æquale rectangulo C.B. Tum λ.γ. eidem C.B. eductæ lineæ à puncto C. ad b. & Q. tranſibunt neceſſario per puncta S. Educantur ergo. Denique, quoniam ab initio poſuimus G.M rectum latus paraboles, quadratum V.Q. eſt æquale rectangulo Q. G,G. M. At quadratum T.Q. ſeu S.B. minus eſt quadrato V.Q. quia T.Q. ſcilicet ordinatim applicata ad hyperbolem minor eſt quàm ſit V.Q. ordinatim applicata ad parabolem. Ergo quoque quadratum T.Q. ſeu S.B. minus eſt rectangulo ſub Q.G,G.M. fiat ergo æquale rectangulo ſub Q.G,G.ω.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam ex triangulorum S.A.C,& C.B.Q. ſimilitudine, ſicut S.A, ad A.C, ita C.G. ad G.Q. hoc
b per l.6. eſt ita rectangulum ſub C.G, G ω.[b] ad rectangulum ſub Q G, G.ω. eadem ſumpta altitudine G.ω ſed Q. G, G.ω. fecimus æquale quadrato T.Q. Ergo vt S. A. ad A.C. ita rectangulum ſub C.G.G. ω. ad quadratum T.Q. ſeu S.B. Et ex cōſequenti parallelepipedum deſcriptum baſe rectangulo ſub C. G, G.ω. & altitu-
c per 34.l. 11. dine C. A. æquale eſt [c] parallelepipedo conſtructo baſe quadrato S. B, & altitudine S.A. Atqui hoc parallelepipedum C.G,G.ω. altitudine C. A. minus eſt eo quod fit baſe C.G, G. M. & altitudine eadem C.A. Ergo quoque quod fit baſe quadrato T.Q. ſeu S. B. & altitudine S.A. mi-
d per 32.l. 11. nus eſt eo [d] quod fit baſe rectangulo C. G,G.M.& altitudine C.A. quod iam antea demonſtrauimus æquale ei quod fit baſe quadrato E.B. & altitudine E. A. Proinde rectè concluditur, parallelepipedum ſuper baſe quadrato S.B. & altitudine S.A. minus eſſe alio conſtituto ſuper quadrato E.B. tanquam baſe, & altitudine S.E Idem oſtendetur ſumpto puncto S. inter E.& A. Etenim quoniam R. b. ſeu S.B. applicata ad hyperbolem minor eſt quàm I.b. applicata ad parabolem, quadratum R.b. minus eſt quadrato I. b. hoc eſt rectangulo ſub G.b,G.M. Sit ergo illi æquale rectangulum ſub G.b. G.ω. Quandoquidem quia vt S. A, ad A.C. ita eſt C.G, ad G.b. ſeu rectangulum ſub C.G,G ω. ad b. G,G.ω. Sequitur parallelepip. ſub C.G,G ω. & altitudine C.A. eſſe æquale parall. ſub b. G,G ω. ſeu quadrato S.B.& altitudine S.A. Sed illo maius eſt parallelep. ſub C.G, G.M. & altitudine C.A. Ego quoque parallelep. ſub C.G, G.M. & altitudine C.A. hoc eſt ſub quadrato E.B.& altitudine A.E. eſt maius parallelepipedo ſub quadrato S. B. & altitudine S.A. quod fuit probandum. His ſic demonſtratis, conficiamus problema.

Solutio potioris Lemmatis.

ΚΑΤΑΣ. Repetatur diagramma, in quo datæ A.B A.C. conſtitutæ ſunt ad angulum rectum, & cætera conſtent, vt priùs. Etenim diuiſa A.B. in E itavt E.B. dupla ſit ipſius A. E. Si fuerit parallepipedum ſuper D.& baſi C.A. maius parallelep. quod fit quadrato E. B. & altitudine E.A. abſolui problema non poteſt, vt mox oſtendimus: Quod ſi fuerit æquale, diuiſio ritè facta eſt in E.& problema ſolutum. Demum ſi minus fuerit, certiſſimum eſt vt E.A ad A C. ita D. eſſe ad rectilineum quoddam minus quàm ſit quadratum

tum k.F,ſeu E.B,ſit illud quadratum δ. F. Inueniri enim facillimè poteſt [a] ex tribus *a per 12. l. 6*
cognitis terminus quartus. Et quoniam poſita G.M, recto latère paraboles inuento
ex præcedentibus,rectangulum ſub G.F,G.M,eſt æquale quadrato k.F,ſequitur,idem
maius eſſe quadrato F.δ. Sit ergo rectangulum ſub F.G,G.Q, æquale quadrato F.δ, e-
tenim hoc inueniri poteſt,& applicari [b] quadratum δ.F, ad lineam G.F. Sit verò D. *b per 28 & 29. l. 6.*
rectilineum æquale parallelogrammo C.G,G ω,Et quoniam E.A,ad A.C, hoc eſt,pro-
pter ſimilitudinem triangulorum , ſicut C.G, ad G.F, vel ſicut [c] quadratum C.G, ad
rectangulum ſub C.G,G.F. ita eſt rectangulum D. hoc eſt rectangulum ſub C.G, G. *c per 1. li. 6.*
ω. ad quadratum F.δ, permutatim [d] ſicut quadratum C.G ; ad rectangulum ſub C.G, *d per 16. l. 5*
G.ω, ita eſt rectangulum ſub C.G,G.F, ad quadratum F.δ. Verùm ſicut quadratum
C.G,ad rectangulum ſub C.G,G.ω,ita [c] C.G,ad G.ω,& ſicut C.G, ad G.ω, ita commu-
ni altitudine ſumpta G.F, contentum ſub C.G,G.F, ad contentum ſub F.G,G.ω, Ita-
que ſicut contentum ſub C.G,G.F, ad contentum ſub F.G, G.ω, ita contentum ſub
C.G,G.F,ad quadratum F.δ. Proinde contentum ſub F.G,G.ω,eſt [e] æquale quadra- *e per 9. l. 5.*
to F.δ. Et ſi vertice G. ac diametro G.F, tum latere rectò G.ω. deſcribatur parabola,
tranſibit neceſſario per δ. Deſcripta itaque hac tranſeat. Tum quoniam H.L. æqua-
le eſt [f] ipſi A.G,ſi per B. διὰ ἀσυμπτώτων H.C,C.G, deſcribatur hyperbole,neceſſario tran- *f per 43. l. 1*
ſibit per K. Deſcribatur itaquè, & ſecet parabolem puncto T. à qua deducatur per-
pendicularis T.Y.in C.G,ſecans A.B, in S, & ducatur æquediſtans ipſi C.G, linea Z.
T.Q. tandem agatur C.Q,quæ neceſſario tranſeat per S. cum ſit hyperbole G.T.k,
eiuſque à incoincidẽtes H.C,C.G,quibus parallelæ ductæ ſunt Z.T,T.Y,& propterea
ſint [g] æqualia rectangula ſub Z.T,T.Y,& ſub A.B,B.G,& ex conſequenti Z.S, & S.G, *g per 12. l. 2. conic elem.*
communi ſublato A.Y.

ΣΥΜΠΕ. Dico A.B, ſecari in S, vt requiritur, & eſſe S.A. ad A.C, vt rectilineum D.
ad quadratum S.B.

ΑΠΟΔ. Etenim vt S.A,ad A.C, ita C.G, ad G.Q,propter ſæpiſſimè repetitam trian-
gulorum ſimilitudinem, hoc eſt ita contentum ſub C.G, G.ω, (ſumpta ω.G, communi
altitudine) ad contentum ſub Q.G, G.ω. Atqui contentum ſub G.Q,G.ω, eſt æquale
quadrato T.Q vel S.B,ex proprietate paraboles. Tum quod ſub C.G,G.ω, par eſt re-
ctangulo D. Ergo vt S.A, ad A.C, ita eſt rectangulum D, ad quadratum S.A, quod
fuit agendum.

Confectio problematis Archimedei.

Iam veniamus ad confectionem Problematis, ſeu præcedentis propoſi-
tionis, & tandem ſphæram datam ſecemus, ita vt ipſius ſegmenta rationem
datam habeant.

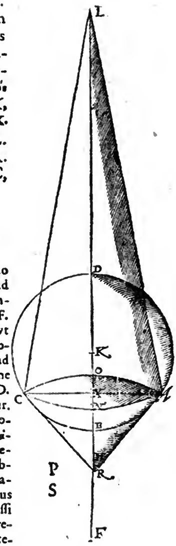
ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A.B.C.D,ſecanda in ratione data P,ad S.

ΚΑΤΑΣ. Sphæra diuidatur per centrum,vt pateat maximus eius circulus A.B.C.D,
eiuſque dimetiens D.B,qui producatur in F, quantitate radij B.k,ita vt ſit D.B, dupla
B.F, & vt eſt P.ad S,ſic ſecetur [h] F.B, in H, aut ſicuti ſunt P. & S, ſimul ad S, ſic fiat F. *h per 10. l. 6*
B,ad F.H, vt detur F.H. Diuidatur tandem B.D, in X. ita vt quadratum D. B, ſit ad
quadratum D.X,vt X.F, ad F.H.Hoc autem fieri poteſt vtcumque ex præcedentibus,
cum inciderimus in ὑπόθεσιν præcedentis lemmatis. Etenim dantur duæ lineæ, maior D.
F, minor F.H,& quadratum D.B, & proponitur ſecanda D.F, ita vt quadratum D.B,
datum ſit ad quadratum maioris partis lineæ D.F, putà ad quadratum D.X. vt eſt re-
liqua pars X.F, ad minorem F.H. Denique per puncta X. agatur [i] planum ad D. B. *i per lemma præfixum προισμα.*
perpendiculare.

ΣΥΜΠ. Dico ſphæræ partes rationem datam ſeruare.

ΑΠΟΔ. Remanentibus conis A.L.C,& A.R.C, probabimus ſicuti antea,vt L.R. ad
R.D,ſic quadratum B.D,ad quadratum D.X.& vt quadratum B.D,ad quadratum D.
X. ſic eſſe X.F,ad F.H,ac proinde concludemus [l] L.R, ad R.D, vt X.F,ad F.H. *l per 11. l. 5.*

Et quoniam ſicuti duæ ſimul K.B,B.X, ſunt ad B.X, vt L.
a per 7.l.5. X,ad X.D, eſtque K.B, æqualis lineæ B.F. erit ergo a B.F. cum
b per coroll. 19 l.5. B.X,eſſe ad B.X, vt L.X,ad X.D, & conuerſione b rationis F.X, eſſe ad exceſſum B.F, vt L.X, ad exceſſum L.D, & ra-
c per coroll. 4 l 5. tionis inuerſione c vt L.D,ad L.X, ſic B.F,ad F.X. Eſt au-
d per 23.l.5. temR.L.ad L.D,vt X.F,ad F.H. Ergo ex æquo ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ R.L,eſt d ad L.X, vt F.B,ad F.H,ac diuidendo e R.X,
e per 17 l.5. eſt ad X.L,vt B.H,ad H.F, demum inuertendo, L.X, ad X.R, vt F.H.ad H.B,hoc eſt, vt P.ad S. Atqui vt altitudo L.X, ad altitudinem X.R, ſic conus A.L.C, ad conum A.R.C, hoc eſt ee portio A.D.C, ſphæræ ad portionem A.B.C,
ee per 2. huius. quod fuit demonſtrandum.

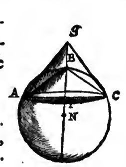


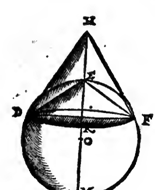
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit ex hypotheſi diameter D.B.10, F.B.5.quadratum D.B.100. ratio data P.ad S.vt 4.ad 3. Ergo L.X.erit ad X.R. vt 4.ad 3. & tota R.L. ad X.L.ſeu F.B.ad F.H.vt 7.ad 4. Quarum proinde F.B. fuerit 5. earumdem F.H.erit $2\frac{6}{7}$ & ex conſequenti H.B. erit $2\frac{1}{7}$. Vnde fit vt B.F. diuidatur puncto H. in ratione data: nam $2\frac{6}{7}$ ſe habent f ad $2\frac{1}{7}$ vt
f per 19 l.7 4.ad 3. Hæc apertè patent. Reliqua verò obſcuriſſima difficultate obducuntur. Quandoquidem huius proportionalitatis quadrati B.D.ad quadratum D.X.vt X.F.ad H.F. quò tandem priori demonſtratione deuenimus, cognoſcimus duos duntaxat terminos, quadratum B.D. & H.F. & tres eſſent cognoſcendi, vt Geometricè nodus ſoluatur. Tum termini ſunt magnitudines variæ ſpeciei, vnde fit vt in hoc problemate ſint ἀσύμβολοι vt ἀσύμβλητοι, reddantque huius propoſitionis ἀδύνατον τὸ ἐπιχείρημα, niſi modis prædictis qui à vera via geometriæ deflectunt, tentetur. Archimedes quidem vbi nodum propoſuit, ſubiungit ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται. At nullibi habentur, vel reſoluta ab eo, vel compoſita, vti & ipſe Eutocius vetus Archimedis ſcholiaſtes conqueritur, qui & Dioclem citat promiſſi conſtantiam in Archimede requirentem; Et vias duas exſcribit, alteram Dionyſodori, qui vtitur hyperbola & parabola vt ſuperiùs, alteram Dioclis qui Ellipſi & hyperbola problema abſoluit. Vias autem illas addidiſſe fuiſſet fortaſſis inutile. Sufficiat itaque monuiſſe cum Eutocio, vidiſſe Archimedem duobus punctis ſectionem futuram poſſe, & inter B.F.& inter B.D. & vt qua ſectio eſſet neceſſaria, adnotaret, ſic propoſuiſſe in fine prioris demonſtrationis: καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς β.ζ, τὸ θ. τεμεῖν τὴν δ.β, κατὰ τὸ χ, &c. non quidem dicens τεμεῖν τὴν δ.ζ. quæ eſt tota prima, ſed δ.β. quæ eſt pars interior, in qua ſectio erat operanda, ſcilicet intra ſphæram. Quod autem duobus locis contingere poſſit ſectio, patet ex duplici concurſu paraboles cum hyperbola in ſuperiori diagrammate, quo conueniunt ambæ ſimul in T.& R. loquendo ſcilicet de parabola quæ ducitur poſito rectò latere G.ω. Etenim cum hyperbola ſit B.k.θ.& parabola primum illi occurrat in T. vt demonſtratum eſt, abeat deinde eadem parabola in incoincidentem C.N. quàm hyperbola numquam attingit, neceſſe eſt adhuc conueniant: & occurſus eſt in R. vnde quoque ſolui problema poteſt.

LEMMA.

Si fuerint duo ſphærarum ſegmenta ſimilia: coni huiuſmodi ſegmentis æquales, inter ſe quoque ſimiles ſunt.





ΥΠΟΘ. Sint duæ ſphærarum A.B.C.L,& D.E.F.M, portiones A.B.C, D.E.F, ſimiles, tum coni A.G.C, D.H.F, ipſis æquales.

ΔΙΟΡ. Dico conos A.G.C,D.H.F, eſſe quoque ſimiles.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ A.B, B.C, & perpendicularis G.I, tum D.E, E.F, & perpendicularis H.K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli A.B.C, D.E.F, ſunt in portionibus circulorum, ex quibus natæ ſunt propoſitæ ſphærarum portiones, ipſi ſunt [a] æquales, eorumque ſemiſſes, nempè anguli A.B.I, D.E.K, ſunt [b] pares. Tum anguli ad I. & K. ſunt recti. Ergo triangulorum B.A.I, & D.E.k, reliqui ad A, & D, ſunt [c] æquales. Et eſt [d] B.I, ad I.A, vt E.k, ad k.D. Eadem prorſus argumentatione ductis lineis A.L, L.C, & D.M, M.F, probabitur A.I, ad I.L, vt D.k, ad k.M. Itaque cum hinc habeamus tres B.I, I.A, I.L, tum illinc tres E.k, k.D, k.M, ordinatas in eadem ratione, eſt [e] prima B.I, ad I.L, vt E k, ad k.M, & componendo [f] B.L, eſt ad I.L, vt E.M, ad M.k. Et demum ſemiſſis [b] N.L, eſt ad I.L, vt ſemiſſis O.M, ad M.K, & componendo [f] N.L, L.I, ſimul ſunt ad L.I, vt O.M, M.k, ſimul ad M.k. Atqui vt [g] N.L, L.I, ſimul ad L.I, ſic G.I, ad B.I, & vt O.M, M.k, ſimul ad M.k, ſic eſt [h] H.k, ad E.k. Proinde G.I, eſt ad B.I, vt H.k, ad E.k. Sed antea vt B.I, ad I.A. ſic fuit E.k, ad K.D. Ex æquo igitur [e] in ordinata ratione G.I, eſt ad I.A, vt H.k, ad K.D, vel G.I, eſt ad A.C, duplam, vt H.k, ad D.F, duplam hoc eſt, altitudo G.I, ad diametrum baſis A.C, vt altitudo H.K, ad diametrum baſis D.F. Sunt ergo coni G.A.C, & D.H.F. ſimiles, quod voluit lemma.

a per 7. de fin. l. 1. huius operis.
b per 15. l. 5.
c per 32. l. 1.
d per 4. l. 6.
e per 22. l. 5.
f per 18. l. 5.
g per conuerſam 2. huius.
h per 11. l. 5.

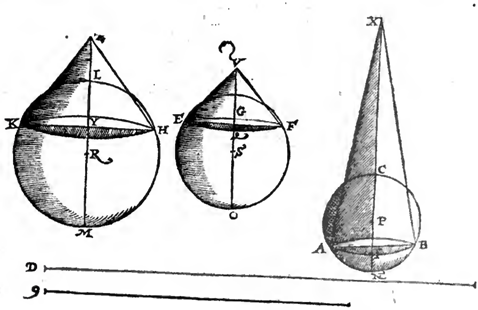
ΠΡΟΤΑ. Ε. — PROPO. V.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ. — PROB. IV.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Dato ſegmento ſphæræ ſimile, & alij dato æquale idem ipſum conſtituere.

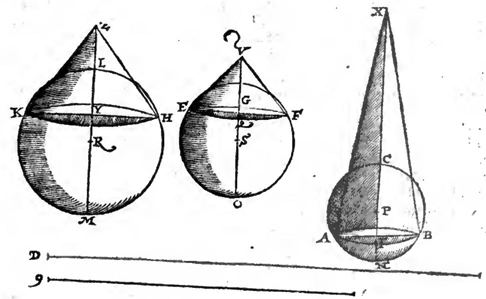
ΠΡΟΘΣ. Offerantur duæ ſphærarum portiones A.C.B, E.G.F, quarum alteri, nempè A.G.B, æqualis, alteri verò E.G.F, ſimilis ſit tertia portio inuenienda. Sed primùm hanc tertiam & inuentam ponamus, & eam eſſe K.L.H, vt huic ἀναλυτικῶς aliquid eruamus.



ΚΑΤΑΣ. His tribus ſphærarum ſegmentis fiant [i] coni æquales A.B.X, E.F.V, K.Z.H. Tum vt V.Q, ad E.F, ſic conſtituatur [k] X.T, ad D, & vt A.B, ad k.H, ſic ponatur [l] K.H, ad tertiam 9.

i ex 2. huius
k per 12. l. 6
l per 11. l. 6.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico inter A.B, & D. duas medias eſſe continuè proportionales k, H, & 9.



ΑΠΟΔ. Cùm enim ſint portiones A.C.B, k. L.H. ex hypotheſi æquales: ſunt itidem coni A.X.B, & k.Z.H.pares. Vt [a] ergo baſis A.T.B, ad baſim k.Y.H Vel vt [b] quadratum ex A.B, ad quadratum ex k.H. (Sunt enim quadrata dimetientium vt eorum circuli.) Sic altitudo Z.Y, ad altitudinem X.T. Atqui ſunt A.B, k.H, & 9. tres continuè proportionales: Et proinde vt quadratum [c] primæ A.B, ad quadratum ſecundæ k.H. ſic prima A.B, ad tertiam 9. Ergo vt [d] A.B, ad 9. ſic altitudo Z.Y, ad X.T. altitudinem. Sunt verò portiones E.G.F, k.L.H. ex hypotheſi ſimiles. His ergo æquales coni E.V.F, & k.Z.H, ſunt [e] quoque ſimiles. Et eſt [f] V.Q, ad diametrum baſis E.F. ſicuti Z.Y, ad diametrum k.H. Atqui vt V.Q, ad E.F, ſic poſita eſt altitudo X.T, ad D. Ergo vt Z.Y, eſt ad k.H, ſic X.F, ad D. & permutando [g] vt Z.Y, ad X.T, ſic k.H, ad D. Verùm Z.Y, eſt ad X.T, vt quadratum A.B, ad quadratum k.H, & vt quadratum A.B. ad quadratum k.H, ſic A.B, ad 9. vt probauimus.

a per 15. l. 12. b per 2. l. 12. c per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6. d per 11. l. 5. e per lemma praec. f per 20. definit. l. 10. g per 16. l. 5.

Igitur eſt A.B, ad 9. vt k.H. ad D. Et viciſſim [g] vt A.B, ad k.H, ſic 9. ad D. Et ex conſequenti vt A.B, ad k.H, ſic k.H. ad 9. & 9. ad D. & inter A.B. & D. duæ ſunt mediæ proportionales A.k, & 9. quod ex admiſſa propoſitione ἀπεδείχθη.

Hinc problema hoc modo συντίθεται.

ΚΑΤΑ. τοῦ προβλήματος. Datis ex ſuperiori hypotheſi duabus ſphærarum portionibus A.C.B, E.G.F. Fiant [h] coni æquales A.X.B, & E.V.F. Et ponatur [i] X.T. ad D. vt eſt V.Q. ad E.F. diametrum. Tum inter A. B. & D. inueniantur [l] quoquomodo duæ mediæ proportionales k.H, & 9. ita vt quemadmodum fuerit A.B. ad H.k, ſic H.k, ad 9. & 9. ad D. Demum ad lineam H k. conſtituatur [m] circuli portio k.L.H. capiens angulos æquales angulo E.G F, vt ſimilis ſit [n] portioni circuli E.G.F. Tandem ex reuolutione totius circuli, cuius eſt portio k.L.H. intelligatur fieri ſphæram.

h per 2. huius. i per 12. l. 6. l per ea quæ ad 2. huius diximus. m per 33. l. 3. n per 10. defin. l. 3.

ΔΙΟ. Dico ſegmentum ſphæræ reſpondens portioni circuli k.L.H. eſſe æquale ſegmento A.C.B, & ſimile alij E.G.F.

ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως Fiat conus k.Z.H. æqualis portioni k.L.H.

ΑΠΟΔ. Primò portionem k. L.H. ex definitione [o] patet eſſe ſimilem portioni E.G.F. Eandem verò æqualem eſſe ſegmento A.C.B, ſic probatur. Conus k.Z.H, æqualis portioni k.L.H, ſimilis eſt [p] cono E.V.F. Vt ergo [q] V.Q, ad E.F, vel X.T, ad D. ſic Z.Y, ad k.H, & viciſſim [r] vt X.T, ad Z.Y, ſic D, ad H.k, & inuerſim vt Z.Y, ad X.T, ſic H.k, ad D.

Atqui vt H.k, ad D. hoc eſt, quatuor continuè proportionalium A.B H.k, 9 & D. vt ſecunda H k ad quartam D ſic eſt [s] quadratũ primæ A.B. ad quadr. ſecundæ H.k, ſeu [t] cir-

o 7. additi. huius. p per lẽma prac. q per 20. defin. l. 11. r per 16. l. 5. s per lemma prefixũ 4 huius. t per 1. l. 5.

culus ex A.B. ad circulum ex H. k. hoc eſt, baſis coni A. X. B. ad baſim coni k. Z. H.

Proinde vt altitudo Z.Y. ad altitudinem X.T. ſic reciprocè baſis A.B. ad baſim H.k. Sunt[aa] igitur coni A.X.B, & H.Z.k. æquales. Quidni ergo & portiones A.C.B, & k.L.H. pares erunt, vt concluſimus. *aa per 15. l. 12.*

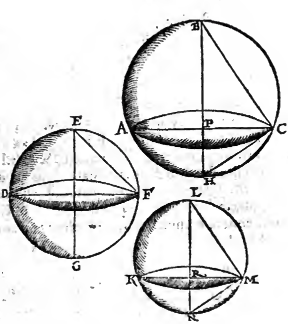
ΠΡΟΤ. ϛ. — PROP. VI.

ΠΡΟΒ. Ε. — PROB. V.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſiue eiuſdem, ſiue non, inuenire ſegmentum ſphæræ, quod ſit alteri datorum ſimile, ſuperficiem verò habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti alterius.

ΥΠΟΘ. Dentur ſphærarum vel ſphæræ eiuſdem duæ ſectiones A.B.C, D.E.F. quarum alteri, nempè A.B.C, quæratur ſimile ſphæræ ſegmentum, habens præterea ſuperficiem æqualem ſuperficiei alterius portionis: Atque hoc inuentum ponatur, & eſſe quæſitum ſegmentum K. L. M. Imaginemurque diſciſſis ſphæris planis actis per centra: oboriri maximos earum circulos, in quibus ductæ ſint diametri B.H, E,G, L.N, perpendiculares ad baſium diametros A.C, D.F, k.M: demum eſſe ductas lineas B.C, E.F, L.M.



ΔΙΟΡ. Dico hinc ſequi, primò B.H, eſſe ad L.N. vt B.C. ad E.F. Tum L.R. altitudinem inuenti ſegmenti eſſe ad R.N. reliquum diametri N.L, vt B.P. ad reliquum P.H.

ΑΠΟΔΕΙ. Quandoquidem in portionibus ſimilibus A.B.C, k.L.M: anguli, qui fiunt ſunt[a] æquales, eorumque ſemiſſes[b] C.B.P, & M.L.R. Tum recti[c] ſunt B.C.H, & L.M.N. proindéque pares ſunt[d] admittendi B.H.C, & L.N.M. ideóque B.H, eſt[e] ad B.C, vt L.N. ad L.M, & permutando[f] B.H, ad L.N, eſt ſicut B.C, ad L.M. Atqui L.M, & E.F, ſunt[g] æquales lineæ, cum ſint portionum ſphærarum D.E.F, & k.L.M. ſuperficies pares. Proinde rurſus eſt B.H, ad L.N, vt B.C, ad E. F. Quod primùm fuit.

a per defin. 7. l. praeced.
b per 15 l 5.
c per 31. l. 3.
d per 32 l 1.
e per 4. l. 6.
f per 16. l 5.
g per coroll. 37. lib praeced.

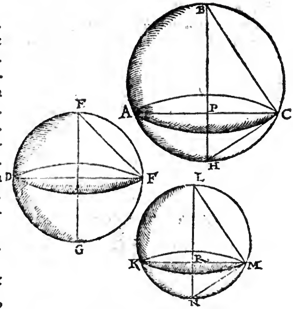
Iam cùm ſint perpendiculares M.R, C.P, eſt[h] R.L, ad R.M, vt B.P, ad P.C. Et R.M. ad R.N, vt C.P, ad P.H. Et tandem ex æquo[i] L.R, ad R.N. vt B.P, ad P.H. quod fuit ſecundum.

h per 8. & 13. l. 6.
i per 22. l 5.

His demonſtratis, Problematis erit eiuſmodi.

ΚΑΤΑΣ. Dentur duæ portiones A.B.C, D.E.F. in quibus maneant lineæ
a per 12.l.6 quæ prius: Et fiat vt B.C. ad E.F. ſic [a] B.H. ad aliquam quartam L.N. qua de-
b per 3. poſtulatū. ſcribatur [b] circulus K. L. M. N. Tum
c per 10. l 6 diuidatur [c] L.N. in R. vt ſecta eſt B.H. in P. ita vt ſit vt B.P, ad P.H. ſic L.R.
d per 11.l.1. ad R.N. Tandem ducatur [d] perpendicularis R. M. quæ rectò tranſeat in K. iunganturque L.M, M.N. Demum reuoluto circulo L. M. N.K. circa L.
e per 1 poriſma libri præcedentis. N. generetur [e] ſphæra, quæ exinde ſecetur circulo deſcripto à linea K M.

ΣΥΜΠ. Dico portionem K. L. M. eam eſſe quæ requiritur.



ΑΠΟΔ. Quoniam anguli B.C.H. & L.M.N. ſunt [f] recti, vt in ſemicirculo,
f per 31.l.3.
g per 8. & 13 l. 6. & ſunt perpendiculares C.P, M.R. Eſt [g] B.P. ad P.C. vt P.C, ad P.H, & L.R, ad R.M, vt R.M, ad R.N. Ergo vt B.P. habet [h] ad
h per 10. definit. li.5 P.H, rationem duplam eius quàm eadem B.P, habet ad P.C. ſic & L. R. duplicatam habet rationem ad R.N. eius, quam habet ad R. M. Atqui duplicatæ illæ rationes B. P, ad P.H, & L.R, ad R.N, ſunt æquales, κατ' διαίρεσιν. Ergo & ſimplices B.P, ad P.C, &
i per 15.l.5. L.R, ad R.M. ſunt [i] pares. Cùm ergo B.P, ſit ad P.C, vt L.R. ad R. M & ſunt anguli
l per 6.l.6. ad P. & R. recti, & æquales: ſequitur [l] reliquos angulos triangulorum B P.C, & L.R. M. eſſe æquales. At anguli C.B.P, & M.L.R. æquales, medij ſunt eorum qui deſcribuntur in portionibus A.B.C, & K.L.M, nempè A.B.C, & k.L.M, vt clariſſimum eſt.
m per definit.7. lib. præced. Ipſæ itaque portiones capiunt angulos æquales, & ideò ipſæ ſunt [m] ſimiles. Cæterum trianguli C.B.H, & M.L.N, ſunt angulorum parium. Nam ad C. & M. ſunt recti [f] ad
n per 32.l.1. B. & L. oſtenſi ſunt æquales, & proinde reliqui ad H. & N. ſuper ſunt [n] pares. Vt ergo B.
o per 4.l.6.
p per 16.l.5. H, ad B.C. ſic [o] L.N, ad L.M, ἐναλλὰξ [p], vt B.H, ad L.N, ſic B.C, ad L.M. At ex fabrica vt B.H, ad L.N, ſic B.C, eſt ad E.F. Ergo ad vtramque L.M, & E.F, eadem B.C, can-
q per 10.l.5 dem rationem habet: Vnde manet L.M, & E.F, eſſe [q] æquales: tum pares eſſe circulos ab ipſis tanquam diametris deſcriptos: ac denique ſuperficies portionum D.E.F,
r per 36. & 37.l.21. præced. & k.L.M. quibus illi circuli æquantur [r], eſſe omnino pares. Euicimus ergo portionem ſphæræ k.L.M, ſimilem eſſe alteri A.B.C, & ſuperficie æqualem alteri D.E.F, quod concluſeramus. Idem prorſus fiet ſi ambæ portiones ſumptæ fuerint in eadem ſphæra.

PROPO. VII.

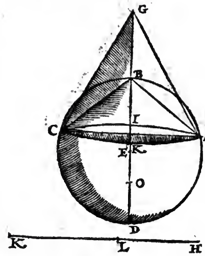
PROB. VI.

A data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita vt ſegmentum ad conum baſim habentem eandem cum ſegmento, & æqualem altitudinem, datam rationem habeat.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ϛ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.



ΥΠΟΘ. Detur ſphæra A. B. C. D. cuius axis B. D. primoque ponamus ſectam ſic eſſe plano C. I. A. E. ad axem perpendiculari, vt reſecta portio C. B. A. ſit ad conum C. B. A. habentem eaſdem cum portione baſim & altitudinem, in ratione data, quæcumque ſit.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico datam illam rationem debere eſſe neceſſario ſeſquialtera maiorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat *a* conus C. G. A. æqualis portioni A. B. C. *a per 2. huius.*

ΑΠΟΔ. Quoniam portio A. B. C. ad conum A. B. C. eſt in ratione data, in eadem eſt *b* conus C. G. A. ad eundem conum C. B. A. Sed vt conus ad conum, ſic eſt *c* altitudo G. F. ad altitudinem B. F. cum eorum ſit vna baſis. Et vt G. F. ad B. F. ſic *d* F. D, D. E. ſimul ad D. F. Ergo ratio F. D, D. E. ſimul ad D. F. eadem eſt quam data. Atqui ratio F. D, D. E. ſimul ad D. F. maior eſt ratione duarum E. D, D. B. ſimul ad D. B. Nam E. D. eſt ſemiſſis totius B. D. & proinde maior eſt ſemiſſe D. F. quæ ponatur O. D. Etenim O. D, D. F. ſimul ad F. D. eandem rationem habent quam E. D, D. B. ſimul ad D. B. Atqui compoſita ex E. D, D. F. ad eandem D. F. maiorem rationem habet *d* quam minor, nempe quam compoſita ex O. D, D. F. Ergo & compoſita ex E. D, D. F. ad D. F. maiorem rationem habet *e* quam E. D, D. B ad D. B. hoc eſt quã ſeſquialteram. Nam E. D, D. B. ſimul ad D. B. ſunt vt 3. ad 2. Neceſſe ergo eſt datam rationem eſſe debere maiorem quam ſeſquialteram. Data ergo ratio ſit H. K. ad K. L. maior neceſſario ea quæ eſt duarum E. D, D. B. ad D. B. ita vt diuidendo *f* ſit H. L. ad L. K. maior ratio quam E. D. ad D. B. Hoc dato fuerit iſtæc problematis.

b per 7. l. 5. c per 14. l. 12. d per 8. l. 5. e per 13. l. 5. f per 17. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Fiat *g* E. D. ad F. D. vt L. H. ad K. L. & acta perpendiculari per E. *h* nempè C. A. fluat, generatóque plano perpendiculari ad axem *i* ſphæra ſecetur, cõſtituatúrque portio A. B. C. cuius baſim & altitudinem habeat conus C. B. A.

g per 11. l. 6. h per 11. l. 1. i per lemma præfixum 3. poriſmati.

ΔΙΟ. Dico portionem eſſe ad conum vt K. H. ad K. L.

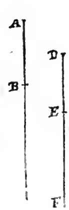
ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως. Fiat *l* A. G. C. conus æqualis portioni A. B. C. *l per 2. huius.*

ΑΠΟΔ. Cum enim E. D. ſit ad F. D. vt L. H. ad K. L. componendo *m* E. D, D. F. erunt ad D. F. hoc eſt *l* G. F. ad B. F. vt K. H. ad K. L. Atqui vt G. F. ad B. F. ſic *n* conus C. G. A. ſeu *b* portio A. B. C. æqualis ad conum C. B. A. Ergo portio A. B. C. ad conum A. B. C. eſt vt K. H. ad K. L. ſcilicet in ratione data, quod quærebatur.

m per 18. l. 5. n per 14. l. 12.

LEMMA I.

Si cuique duarum linearum inæqualium eadem vel quæque duarum æqualium addatur: erit maior inæqualium ad minorem inæqualium in maiori ratione, quam compoſita ex maiori inæquali & altera æquali ad compoſitam ex minori inæquali & altera æquali.



ΥΠΟΘ. Sint inæquales B. C. maior, & E. F. minor, æquales A. B, D. E. inæqualibus æquales addantur.

ΔΙΟ. Dico B. C. habere maiorem rationem ad E. F. quam A. C. ad D. F.

ΑΠΟΔ. A. B. habet *d* minorem rationem ad B. C. quam eadem A. B. ſeu D. E. æqualis habeat ad E. F. & componendo *m* A. C. ad B. C. in minori ratione eſt quam D. F. ad E. F. Et viciſſim *o* A. C. in minori ratione eſt ad D. F. quam B. C. ad E. F. quod fuit probandum.

o per 16. l. 5.

LEMMA II.

Trium linearum, ſi prima ad ſecundam in minori ratione eſt quam ſecunda ad quartam: rectangulum ſub prima & tertia minus erit ſecundæ quadrato. Contra maius erit, ſi prima ad ſecundam maiorem rationem habuerit quam ſecunda ad tertiam.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. ad B. in minori ratione quam B. ad C.
ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum ſub A. C. minus eſſe quadrato B.
a per 11 l. 6 ΚΑΤΑΣ. Vt A. ad B. ſit [a] B. ad D.
b Ex hypotheſi. ΑΠΟΔ. Quia B. eſt ad D. vt A. eſt ad B. habet [b] B. ad D. minorem
c per 10. l. 5. rationem quam ad C. Proinde D. eſt [c] maior C. Et rectangulum ſub
d per 1. l. 6. A. & D. maius erit [d] rectangulo ſub A. & C. At vero quadratum
e per 17. l. 6 B. eſt [e] æquale rectangulo ſub A. & D. cum ſint A. B. D. continuè proportionales. Ergo idem quadrato B. minus eſt rectangulum ſub A. & C.

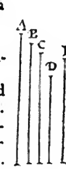


Ἐπεὶ ἀνάπαλιν. Habeat iam A. ad B. maiorem rationem quam B. ad C.
ΔΙΟ. Dico, id quod fit ſub A. & C. maius eſſe quadrato B.
ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] rurſus B. ad D. vt A. ad B.
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia maiorem rationem habet [b] B. ad D. quam ad C. eſt D. [c] minor quam C. Et rectangulum ſub A. D. minus eſt [d] rectangulo ſub A. C. At illud minus eſt [e] æquale quadrato B. hoc ergo maius, eſt maius quadrato B. quod fuit probandum.

LEMMA III.

Si quatuor magnitudinibus propoſitis, quod fit ſub prima & quarta minus eſt eo quod fit ex ſecunda & tertia: prima ad ſecundam minorem rationem habebit quam tertia ad quartam.

ΥΠΟΘ. Poſitis quatuor magnitudinibus A. B. C. D. quæ ſe habeant ita vt quod fit ex A. & D. minus ſit eo quod fit ex B. & C.
f per 12 l. 6. ΔΙΟ. Dico A. in minori eſſe ratione ad B. quam C. ad D.
ΚΑΤΑΣ. Supponatur [f] E. & rectangulum ſub A. E. æquale ei quod continetur ſub B. C.
ΑΠΟΔ. Etenim A. B. C. E. cum ſint [f] continuè proportionales, A. eſt ad B. vt C. ad E. Cumque rectangulum ſub A. E. maius ſit rectangulo ſub A. D. nam illud æquale eſt ei quod fit ex B. C. hoc vero minus eſt ex hypo-
g per 1 l. 6. theſi, ſequitur [g] E. eſſe maiorem quam D. Idcirco C. ad E. minorem ra-
h per 10 l. 5. tionem habet [h] quam ad D. Atqui vt C. ad E. ſic [i] A. ad B. Ergo A. ad B.
i Ex fabr. minorem habet rationem quam C. ad D. quod fuit oſtendendum.

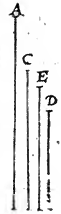


LEMMA IV.

Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum ſecundæ quam ſecunda habeat ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quam ſit ratio ſeſquialtera rationis ſecundæ ad tertiam.

ΥΠΟΘ. Quadratum A. F. ſit quadrato C. in maiori ratione quam ſit C. ad D.
ΣΥΜΠ. Dico rationem A. F. ad C. maiorem eſſe quã ſit ſeſquialtera rationis C. ad D.
l per 13. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Inter C. & D. media ſit [l] proportionalis E. Tum fiat [m] vt D. ad E. vel E. ad
m per 12. eiuſdem. C. ſic C. ad A. B quæ quidem A. B. minor erit prima A. F. Nam quadratum B. A. ad

quadratum C. duplam habet [a] rationem eius quam habet A. B. ad C. vel C. ad E. hoc eſt [b], quam habet C. ad D. Atqui quadratum A. F. habet [c] maiorem rationem ad idem quadratum C. quam ad D. Ergo quadratum F. A. maius eſt [d] quadrato A. B. & ex conſequenti linea F. A. excedit lineã A. B.

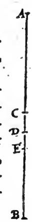


a per 10 li. eiuſdem.
b per 10. defini. l. 5
c per hypotheſim.
d per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Eſt [b] A. B. ad D. ratio triplicata eius quam habet eadem A. B. ad C. vel quam habet C. ad E. Tum C. rationem habet [b] duplicatam ad D. eius quam eadem C. habet ad E. Ergo ratio A. B. ad D. eſt rationis quã habet C. ad eandem D. ſeſquialtera, hoc eſt vt 3. ad 2. Atqui A. F. vt maior habet [d] ad D. maiorem rationem quam A. B. ad eandem D. Ergo ratio A. F. primæ ad D. tertiam maior eſt quam ſeſquialtera rationis ſecũdæ C. ad tertiam D. quod requirebatur.

LEMMA V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis ſigno proximioribus, maius eſt eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magiſque à medio diſſitis.



ΥΠΟΘ. A. B. linea bifariam diuiſa in C. ſecetur rurſus in D. & E. inæqualiter.

ΔΙΟ. Dico quod fit ex A. D, D. B. maius eſſe eo quod continetur ſub A. E, E. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum ſub A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquatur [e] quadrato C. B. Tum rectangulum [e] ſub A. D, D. B. cum quadrato C. D. æquatur eidem quadrato C. B. Proinde quod fit [f] ex A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquale eſt ei quod fit ex C. D, D. B. cum quadrato C. D. Hinc & inde tollantur quadrata, C. D. minus, & C. E. maius, ſupererit vnde maius quid ablatum eſt, aliquid minus, nempè quod fit ex C. E, E. B. quam quod remanet vnde minus quid eſt deductum, nimirum quod fit ex A. D, D. B. quod fuit probandum.

e per 5 l. 2.
f per 1. com. ſent.

ΠΡΟΤ. Η.

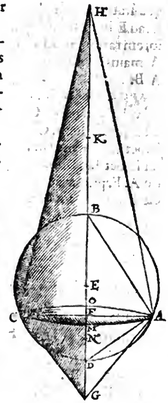
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

PROP. VIII.

THEOR. II.

Si ſphæra plano ſecetur non per centrum, maius ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm ſit dupla eius quam habet maioris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem, maiorem vero quàm ſit ſeſquialtera eiuſdem.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. D. plano C. M. A. O. non per centrum tranſacta.

ΣΥΜΠ. Propono ſegmentum maius A. B. C. eſſe ad minus A. D. C. in minori ratione quàm ſit dupla eius rationis quam habet ſuperficies ſegmenti A. B. C. ad ſuperficiem ſegmenti A. D. C. at in minori quam ſit ſeſquialtera rationis earumdem ſuperficierum, maioris nempe ad minorem.

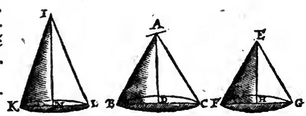
a per 2. huius. ΚΑΤΑΣ. Fiant[a] coni A. H. C. & A. G. C. duobus ſegmẽtis æqualis, altera alteri: ducaturque lineæ A·B, A. D. ab extremitatibus diametri ſphæræ ad punctum circumferentiæ communis baſis amborum conorum quæ planum eſt ſecans. Et quoniam E. D, D. F. ſimul ſunt[a] ad D. F. vt
b per 17. l. 5. H. F. ad B. F. & diuidendo[b] E. D. eſt ad F. D. vt H. B. ad B. F. Eſt vero D. E. maior D. F. quia planum non agitur per centrum, ex hypotheſi. Et proinde H. B. eſt maior quã B. F. multoque maior quam B. E. fiat B. K· æqualis ipſi B. E. ita vt quia H. B. ad B. F. vt E. D. ſeu B. E. ſeu B. K. ad F. D. ſit
c per 16. l. 5. H. B. ad B. F. vt B. k. ad F. D. & permutando[c] H. B. ad B. k.
d per 5. l. 2. vt B· F. ad F. D. Deinde cum B. D. diuidatur æqualiter in E. & inæqualiter in F. rectangulum ſub B. F, F. D. eſt[d] minus quam quadratum E. D. vel E. B. quadrato intermediæ E. F. Proinde ſunt 4. quantitates congeneæ B. F, B. E, E. D, D. F. ita inter ſe, vt quod ſit ſub duabus extremis minus ſit eo quod ſit ab intermedijs, nempe quadrato, ideoque prima B. F. minorem rationem ha-
e per proximum lemma 5. bet[e] ad ſecundam B. E. quam E. D. vel B. E. ad D. F. Sed vt B. E. ad D. F. ſic mox concluſimus H. B. ad B. F. Proinde H. B. in maiori ratione eſt ad B. F. quam B. F. ad B. E.
f per 13. l. 5 Vnde ſequitur id quod ſit ſub H. B, B. E. maius eſſe quadrato B. F. Inueniatur[f] itaque
g per 17. l. 6 B. N. maior quam B. F. media proportionalis inter H. B, B. E· vt ipſius quadratum ſit[g] æquale facto rectangulo ex duabus H. B, B. E.

ΑΠΟΔ. Vt E. B. ſeu B. k. cũ B. F. hoc eſt K. F. eſt ad B. F. ſic eſt[a] F. G. ad F. D. & viciſſim[c] K. F. eſt ad F. G. vt B. F. ad F. D. Sed vt B. F. ad F. D. ſic mox fecimus H. B. ad B. k. Ergo vt H. B. ad B. k. ſic K. F. ad F. G. Iam notemus vnicuique duarũ inæqualiũ H.
h per 2. lemma proximum B, K. B. addi B. F. fierique H. F. & K. F. proindeque cõpoſitã H. F. habere[h] ad cõpoſitã K. F. minorem rationem quam habeat ſimplex H. B. ad ſimplicem k. B. Ac inde ſequi H. F. eſſe ad K. F. in minori ratione quam K. F. ad F. G. Trium ergo linearum H. F, K. F, F. G. prima ad ſecundam minorem rationem habet quam ſecunda ad tertiam,
i per 2. lemma præced. propterea rectangulum ſub H. F, F. G. minus eſt[i] quadrato k. F. & ideo rectang. ſub
l per 8. l. 5. H. F, F. G. minorẽ rationem habet[m] ad quadr. F. G. quam idem quadrat. K. F. ad idem quadr. F. G. Atqui quam rationem habet[m] rectãg ſub H. F, F. G. ad quadr. F. G.
m per 1. l. 6. eandem habet[m] H. F. linea ad F. G. lineam. Ergo H. F. minorẽ habet rationem ad F.
n per 20. l. 6 G. quã quadr. K. F. ad quadr. F. G. ſeu[n] quam ſit dupla ratio eius quæ eſt lineæ k. F. ad lineã F. G. hoc eſt quam B. F. ad F. D. (Nam probauimus vt k. F. ad F. G. ſic eſſe B. F.
o per coroll. 3 huius. ad F. D.) ſeu quam quadr. B. A. ad quadr. A. D. (nam vt[o] B. F. ad F. D. ſic quadr. A.
p per 2 l 12 B. ad quadr. A. D.) vel rurſus[p] quam circulus ex A. B. ad circulum ex A. D. Atqui circu-
q per 36. vel 37 l præcedens. lus A. B. eſt[q] æqualis ſuperficiei maioris ſegmenti A. B. C. & circulus A. D. eſt[b] æqualis ſuperficiei minoris ſegmenti A. D. C. Ergo H. F. ad F. G. hoc eſt[r] conus A. H. C. ad
r per 14. l 12 conum A. G. C. vel etiam[ſ] ſegmentum A. D. C. minorem rationem habet quam ſit
ſ per 2. huius. dupla ratio ſuperficiei maioris ſegmenti ad ſuperficiem minoris, quod primo fuit pro-
t per ſabr. bandum. Cæterum quia tres ſunt[t] continuè proportionales H. B, B. N, B. E. ſeu B. k.
v per 10. definit. l 5. & 20 l 6. vt eſt H. B. ad B. k. ita eſt[v] quadratum B. N. ad quadrat. B. k. ſcilicet in ratione dupla H. B. ad B. N. vel B. N. ad B. k. Deinde quia eſt H. B. ad B. N. ſic B. N. ad B. k. erit
x per 18 l. 5 componendo[x] H. N. ad B. N. ſicut k. N. ad k. B. & permutando[y] vt H. N. ad k. N. ſic
y per 16. l. 5. z per 15. l. 5. B. N. ad B. k. & quadr.[z] H. N. ad quadr. k. N. vt quadr. B. N. ad quadr. B. k. Atqui vt quadratum B. N. ad quadratum B. k. ita dicebamus mox eſſe H. B. ad B. K. Ergo vt
zz per 11. l. 5 [zz] H. B. ad B· k. ſic quadratum H. N. ad quadratum k. N. Sunt autem duæ inæquales H. F, K. F. quarum cuilibet eadem additur F. N.

Proinde H. F. in maiori ratione eſt[a] ad K. F. quam compoſita H. N. ad compoſitam K. N. & ex conſequenti quadratum H. F. ad quadratum k. F. in maiori ratione eſt[b] quam quadratum H. N. ad quadratum k. N. Et igitur rurſus quam H. B. ad B. k. vel quam k F. ad F. G. (initio enim demonſtrationis concluſimus vt H. B. ad B. k. ſic k. F. ad F. G.) Tres itaque ſunt lineæ H. F, k. F, F. G. quarum primæ H. F. quadratum habet ad ſecundæ k. F. quadratum, maiorem rationem quam ſecunda k. F. ad tertiam[c] F. G. Et ideo prima H. F. ad tertiam F. G. maiorem rationem habet[d] ratione ſeſquialtera ſecundæ k. F. ad tertiam F. G. Atqui vt k. F. ad F. G. Sic oſtenſa eſt B. F. ad F. D. & vt B. F. ad F. G. ſic[e] quadratum B. A. ad quadratum A. D. ſeu[f] circulus B. A. ad circulum A. D. ſeu ſuperficies maioris ſegmenti A. B. C. ad ſuperficiem minoris A. D. C. Ergo H. F. ad tertiam F. G. hoc eſt[h] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel ſegmentum[g] maius A. B. C. ad ſegmentum minus A. D. C. maiorem habet rationem, quam ſit ratio ſeſquialtera ſuperficiei maioris ſegmenti ad ſuperficiem minoris, quod ſecundo fuit demonſtrandum.

LEMMA I.

Si proponantur duo coni, quorum baſis primi habeat maiorem rationem ad baſim ſecundi, quam altitudo ſecundi ad altitudinem primi: primus conus eſt maior ſecundo.



ΥΠΟΘ. Conorum A. B. C, E. F. G. baſis B. C. primi, habeat ad baſim F. G. ſecundi maiorem rationẽ quam E. H. altitudo ſecundi ad A. D. altitudinem primi.

ΔΙΟ. Dico primum A. B. C. maiorem eſſe ſecundo E. F. G.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus tertius I. K. L. cuius baſis ſit æqualis baſi F. G. ſecundi altitudo verò I. M. ſit ad altitudinem A. D. primi in eadem ratione ac baſis B. C. primi eſt ad baſim ſecundi F. G. ſeu eius æqualem k. L. tertij.[i]

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim I. M. erit[i] ad A. D. in maiori ratione quam E. H. ad eandem A. D. altitudinem, & propterea erit I. M.[l] maior quam E. H. Et conus I. k. L. maior[m] cono E. F. G. cum exiſtentibus amborum baſibus æqualibus altitudo I. M. ſit maior altitudine E. H. Atqui I. k. L. conus eſt[n] cono A. B. C. par, cum baſis ſit ad baſim vt reciprocè altitudo ad altitudinem. Proinde A. B. C. conus eſt quoque cono E. F. G. maior, quod erat probandum.

LEMMA II.

Lineæ datæ lineam reperire potentia ſubduplam.



ΥΠΟΘ. Sit data A. B.

ΚΑΤΑΣ. Super A. B. ſemicirculum deſcribo A. B. C. quem biſariam ſeco[o] in C. & lineas duco C. A. & C. B.

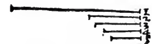
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quęque ambarum eſt[p] potentia ſubdupla diametri A. B.

LEMMA III.

Si fuerint lineæ 5. lineæ continuè proportionales vt erit prima ad 5. ſic erit quadratum quadratum ſecundæ ad quadratum quartæ.

[a] per 1 lemma præcedentium.
[b] per 15 l 5.
[c] per 4 lemma præced.
[d] per coroll. 3. huius.
[e] per 2 li 12
[f] per 36 & 37. l præc.
[g] per 14. l. 12
[h] per 2 huius & fabr.
[i] per fabr.
[l] per 8. l 5.
[m] per 14. li. 12.
[n] per 15. l. 12
[o] per 30 l. 3.
[p] per 47. l 1

ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ proportionales vt 1. ad 5. ſic quadratum 2. ad quadratum 4.



ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet [a] eius quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet [a] eius quã habet 2. ad 3. hoc eſt 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet [b] eius quam 2. ad 4. hoc eſt quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

a per 10. definit. l 5.
b per 20. l. 6

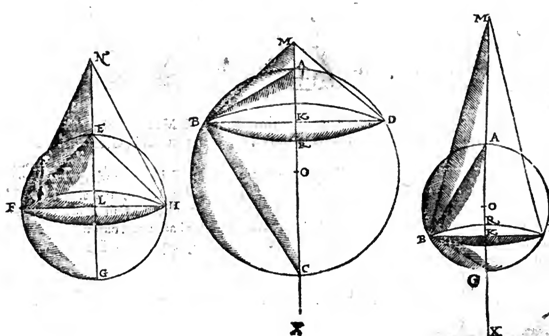
PROP. IX. — ΠΡΟΤ. Ζ.

THEOR. III. — ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Sphæricorum ſegmentorum ſub æquali ſuperficie contentorum maximum eſt hemiſphærum.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεί-ζων ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo ſegmenta ſphærarum B.A.D. quod non ſit hemiſpherium, ſed maius vel minus, & F.E. H. hemiſphærium: ambo vero æqualibus ſuperficiebus contineantur.



ΣΥΜΠ. Dico maius eſſe hemiſpherum, ſcilicet F. E. H.

ΚΑΤΑΣ. Fiat N. E. æqualis ſemidiametro E. L. & denique conus [c] F. N. H. æqualis ſegmento F. E. H. Deinde C. X. æqualis producatur radio ſphæræ A. B. C. D. Et vt C. X, C. k. ſimul ſeu X. k. eſt ad C. k. ſic fiat [d] M. k. ad A. k. vel diuidendo [e] vt C. X. ad C. k. ſic M. A. ad A. k. ſeu denique conus B. M. D. æquetur [c] ſegmento B. A. D. Præterea agantur lineæ H. E, E. F, A. B, B. C. Demum quia in ſegmento S. hemiſphætio maiori, linea A. k. ſegmenti altitudo maior eſt [f] radio ſphæræ, multoque maior linea B. k. In ſegmento vero T. minor eſt A. k. eadem B. k. propterea in vtroque reperiatur A. R. [g] potentia ſubdupla lineæ A. B. quæ quidem A. R. in ſegmento S. erit minor quam A. k. in ſegmento vero T. erit [h] maior ſicque R. punctum vbique proximius eſt centro ſphæræ O. quam punctum k.

c per 2. huius.
d per 12. l. 6
e per 17. l. 5.
f per 7. l. 3.
g per 2. lemma praxim.
h per 47. l. 1

ΑΠΟΔ. Cum ſint amborum ſegmentorum ſuperficies æquales, ſequitur lineas B. A. & F. B.

& F. E. eſſe æquales: ſunt enim diametri circulorum æqualium. Eſt [a] autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum ſub A. C, A. k. eſt [b] æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium eſt [c] rectangulum ſub C. X, A. k. nam C. X. ſemiſſis eſt baſis A. C. Tum quadratum A. R. eſt dimidium quadrati A. B. [d] Itaque rectangulum ſub C. X, A. K. eſt æquale quadrato A. R. Eſt autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuiſa in R. & k. rectangulum ſub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius eſt [e] rectangulo ſub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum ſub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo ſub A. k. k. C. cum eodem A. R. quadrato. Atqui rectangulo ſub A. R, R. C. cum quadrato A. R. eſt [f] æquale rectangulum ſub A. C, A. R. Tum rectangulum ſub A. k, k. X. eſt [g] æquale rectangulis ſub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc eſt, quadrato A. R, cui quadrato A. R. oſtenſum eſt æquale rectangulum ſub A. k, C. X. Proinde rectangulum ſub A. C, A. R. maius eſt rectangulo ſub A. k, k. X. Sumpſimus autem [h] prius M. k. eſſe ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum ſub M. k, k. C. nempe ſub extremis, æquale eſt [i] rectangulo ſub medijs A. k, k. X. & ideo minus eſt huiuſmodi rectangulum ſub M. k, k. C. rectãgulo ſub A. C, A. R. Vnde ſequitur M. k. habere [l] minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. eſt ad k. C. in eadem eſt quadratum A. B. ad quadratum B. k. [m] Cum ſint [n] A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel ſemiſſis [o] quadrati A. B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam ſemiſſis lineæ M. k. ad A. R. vel [o] quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem eſſe lineæ E. F. [p] proindeque lineas E. L. & A. R. eſſe pares cum earum ſint quadrata æqualia [q] dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, ſicut quadr. A. R. cui æquale eſt, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipſius A. R. Atqui dupla ipſius A. R. eſt N. L. Nam A. R. eſt æqualis ipſi F. L. radio, cuius dupla eſt N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. ſeu [q] quadr. totius F. H. ad quadr. totius B. D. ſeu [r] demum circulus vel baſis F. H. ad circulum vel baſim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M. k. ad altitudinem N. L. Conus igitur [ſ] F. N. H. ſeu portio F. E. H. maior eſt cono B. M. D. ſeu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonſtratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium eſſe maximum omnium portionum ſub æqualibus ſuperficiebus ſphæricis cõtentarum, vt propoſuit Archimedes.

a per 8. & 4 l 6.
b per 17 l 6
c per 1 l. 6.
d per fabr.
e per 5 lemma præfixũ 8. huius.
f per 3. l. 2.
g per 1. eiuſdem.
h per fabr.
i per 16. l. 6.
l per lemma 3. propoſ. totum 8. huius.
m per 3 lemma.
n per 8 l 6.
o per 15 l 5.
p per 36. vel 37. l. præced.
q per fabricam & 47. l. 1.
r per 2. l. 12.
ſ per 1. lemma proxim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc ſunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus eſt de ſphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium ſphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Et quamquam nonnulla attigit vel pollicitus eſt quæ nõ perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propoſitione 1. huius libri ſecundi, non ſoluere neutiquam quocumque ſeculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati ſunt enim dæmonem id hominibus penſi dediſſe non ignarum ſummæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inſcitiam accuſaret, vel (dicimus nos) vt anſam haberet & effugium quò abſcederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promiſiſſet. Denique vt hominum mentes excruciaret in iis quæ hominum artes exſuperarent. Aliud quoque propoſitione quarta reliquit imperfectum, quod fortaſſe in lemmatibus abſoluerat, ſed hæc lemmata cecidêre ſummo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia abſque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoqueret, & hinc nauſeam moueret, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipſius & calamo ſuffurata, multa vetuſtate detrita, multa blattis ac tineis eroſa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & ſumma obliuione ſepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ ſuppeditauerat, quibuſque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam ſecundum habitura Archimedem, qui quæ de primo deſunt, ſplendidè reſtituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortiſſimos Athletas inſudaſſe, vt quæ deſunt paſſim arti ſupplerent, etiam quæ imperfecta cenſentur, cũ in hoc tum in aliis operib. cõpleret, ſed nulli vires fuêre Archimedeæ, nulluſq; damnũ reſarcire vel potis eſt, vel aggredi auſus.

Lemmata quæ propoſitionibus clarè & dilucidè probandis erant neceſſaria, quidàm ſuppeditarunt, & nos ſuppleuimus, corollaria hinc & illinc deduximus, integras quoque demonſtrationes de nouo addidimus: ſed hæc animo trito & vulgari tribuo, illa vero miri, hercules! ſunt & ſtupendi ingenij, quod deſignandis iis quæſtantis ſeculis ignorantiæ tenebris deliruerunt, par ſit potens & prudens. Cæterum ne reſpicias (auide Geometra) tam ea quibus quid deeſt propter rem δυνάμειν, de qua agitur, quàm cætera quę diuino prorſus artificio tibi gratis dantur, & in communem vſum offeruntur. Inter alia nunquam ſatis mirareris aut dignis efferes laudibus τὸ τὸ εὕρηκα, & fœlix illud inuentum
a prop. 25. l. 1. quo tanquam raro ingenij ſpecimine Archimedes oſtendit [a] vel capacitatem ſuperficiei ſphæræ quadruplam ſcilicet maximi in ea circuli, vel ſoliditatem eiuſdem, nimirum ſphæricam [b] quadruplam eſ-
b prop. 26. eiuſdem. ſe coni baſim habētis æqualem maximo circulo eorum qui in ſphęra, altitudinem vero, radium ſphæræ. Quamquam multa alia ſint & ſcitu digniſſima, & vſu vtiliſſima, & cognitu iucundiſſima, quibus interim vtere fruere, nos cætera perſequimur.

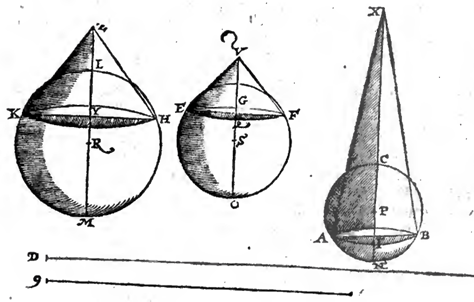
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.
ARCHIMEDIS CIRCVLI
DIMENSIO.

AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

PROLOQVIVM.

NIHIL proloquutum eſſe Archimedem, ſed veluti ex itinere initio huiuſce libelli propoſuiſſe, argumento eſt hoc opuſculum ab eo ſtatim ſubiunctum libris de ſphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim ſphæræ, ſphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globoſarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxiſſet, niſi nobis ipſiuſmet circuli dignoſcendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtuliſſet? Hęc enim menſuratio perfectio eſt tanti huiuſce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quouſque in dimenſione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea inſudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis ſuppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etſi propinquiſsimè attigerit, & equidem ſupra omnes qui circuli quadrationem ſeu menſurationem perquiſiuerint, ſit hic noſter Archimedes laudãdus, quidquid aliqui noſtro ſæculo reclamarint; quorum antea ἐξαπάτας & impoſturas iam diluimus, & rurſus ſophiſmata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati ſunt, numerus ſiue antiquorum ſiue recentium, (qui certè plurimi omnibus ſæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc ſcopulo deterrere debuerint) in duas iampridem claſſes diſtributus eſt. Etenim quidã in hac perquiſitione ſe Mathem. geſſere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera viſi ſunt, adeo receſſerunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Ariſt. qui diſquiſitiones Hippocratis & Antiphontis conferens, argumenta quidem illius ſoluenda eſſe vult: at huius

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico inter A.B, & D. duas medias eſſe continuè proportionales k, H, & 9.



ΑΠΟΔ. Cùm enim ſint portiones A.C.B, k. L. H. ex hypotheſi æquales : ſunt itidem coni A.X.B, & k.Z.H. pares. Vt [a] ergo baſis A.T.B, ad baſim k.Y.H Vel vt [b] quadratum ex A.B, ad quadratum ex k.H. (Sunt enim quadrata dimetientium vt eorum circuli.) Sic altitudo Z.Y, ad altitudinem X.T. Atqui ſunt A.B, k.H, & 9. tres continuè proportionales : Et proinde vt quadratum [c] primæ A.B, ad quadratum ſecundæ k.H. ſic prima A.B, ad tertiam 9. Ergo vt [d] A.B, ad 9. ſic altitudo Z.Y, ad X.T. altitudinem. Sunt verò portiones E.G.F, k.L.H. ex hypotheſi ſimiles. His ergo æquales coni E.V.F, & k.Z.H, ſunt [e] quoque ſimiles. Et eſt [f] V.Q, ad diametrum baſis E.F. ſicuti Z.Y, ad diametrum k.H. Atqui vt V.Q, ad E.F, ſic poſita eſt altitudo X.T, ad D. Ergo vt Z.Y, eſt ad k.H, ſic X.F, ad D. & permutando [g] vt Z.Y, ad X.T, ſic k.H, ad D. Verùm Z.Y, eſt ad X.T, vt quadratum A.B, ad quadratum k.H, & vt quadratum A.B. ad quadratum k.H, ſic A.B, ad 9. vt probauimus.

a per 15. l. 12. b per 2. l. 12. c per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6. d per 11. l. 5. e per lemma praec. f per 20. definit. l. 10. g per 16. l. 5.

Igitur eſt A.B, ad 9. vt k.H. ad D. Et viciſſim [g] vt A.B, ad k.H, ſic 9. ad D. Et ex conſequenti vt A.B, ad k.H, ſic k.H. ad 9. & 9. ad D. & inter A.B. & D. duæ ſunt mediæ proportionales A.k, & 9. quod ex admiſſa propoſitione αἰτήματι.

Hinc problema hoc modo συντίθεται.

ΚΑΤΑ. τοῦ προβλήματος. Datis ex ſuperiori hypotheſi duabus ſphærarum portionibus A.C.B, E.G.F. Fiant [h] coni æquales A.X.B, & E.V.F. Et ponatur [i] X.T. ad D. vt eſt V.Q. ad E.F. diametrum. Tum inter A. B. & D. inueniantur [l] quoquomodo duæ mediæ proportionales k.H, & 9. ita vt quemadmodum fuerit A.B. ad H.k, ſic H.k, ad 9. & 9. ad D. Demum ad lineam H k. conſtituatur [m] circuli portio k.L.H. capiens angulos æquales angulo E.G F, vt ſimilis ſit [n] portioni circuli E.G.F. Tandem ex reuolutione totius circuli, cuius eſt portio k.L.H. intelligatur fieri ſphæram.

h per 2. huius. i per 12. l. 6. l per ea quæ ad 2. huius diximus. m per 33. l. 3. n per 10. defin. l. 3.

ΔΙΟ. Dico ſegmentum ſphæræ reſpondens portioni circuli k.L.H. eſſe æquale ſegmento A.C.B, & ſimile alij E.G.F.

ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως. Fiat conus k.Z.H. æqualis portioni k.L.H.

ΑΠΟΔ. Primò portionem k. L. H. ex definitione [o] patet eſſe ſimilem portioni E.G.F. Eandem verò æqualem eſſe ſegmento A.C.B, ſic probatur. Conus k.Z.H, æqualis portioni k.L.H, ſimilis eſt [p] cono E.V.F. Vt ergo [q] V.Q, ad E.F, vel X.T, ad D. ſic Z.Y, ad k H, & viciſſim [r] vt X.T, ad Z Y, ſic D, ad H.k, & inuerſim vt Z.Y, ad X.T, ſic H.k, ad D.

Atqui vt H.k, ad D. hoc eſt, quatuor continuè proportionalium A.B H.k, 9. & D. vt ſecunda H k ad quartam D ſic eſt [s] quadratũ primæ A.B. ad quadr. ſecundæ H.k, ſeu [t] cir-

o 7. additi. huius. p per lẽma praec. q per 20. defin. l. 11. r per 16. l. 5. s per lemma 1 præfixũ 4 huius. t per 3. l. 5.

culus ex A.B. ad circulum ex H. k. hoc eſt, baſis coni A. X. B. ad baſim coni k. Z.H.

Proinde vt altitudo Z.Y. ad altitudinem X.T. ſic reciprocè baſis A.B. ad baſim H.k. Sunt[aa] igitur coni A.X.B,& H.Z.k. æquales. Quidni ergo & portiones A.C.B, & k.L.H. pares erunt, vt concluſimus. *aa per 15. l 12.*

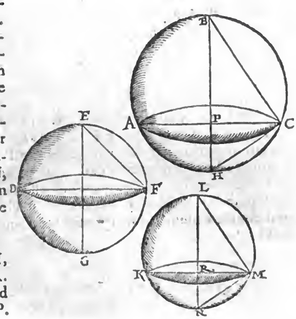
ΠΡΟΤ. ϛ. — PROP. VI.

ΠΡΟΒ. Ε. — PROB. V.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μή, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſiue eiuſdem, ſiue non, inuenire ſegmentum ſphæræ, quod ſit alteri datorum ſimile, ſuperficiem verò habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti alterius.

ΥΠΟΘ. Dentur ſphærarum vel ſphæræ eiuſdem duæ ſectiones A.B.C, D.E.F. quarum alteri, nempè A.B.C, quæratur ſimile ſphæræ ſegmentum, habens præterea ſuperficiem æqualem ſuperficiei alterius portionis: Atque hoc inuentum ponatur, & eſſe quæſitum ſegmentum K. L. M. Imaginemurque diſciſſis ſphæris planis actis per centra: oboriri maximos earum circulos, in quibus ductæ ſint diametri B.H, E,G, L.N, perpendiculares ad baſium diametros A.C, D.F, k.M: demum eſſe ductas lineas B.C, E.F, L.M.



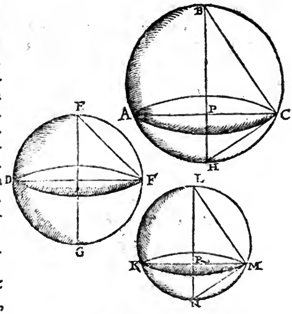
ΔΙΟΡ. Dico hinc ſequi, primò B.H, eſſe ad L.N. vt B.C, ad E.F. Tum L.R. altitudinem inuenti ſegmenti eſſe ad R.N. reliquum diametri N.L, vt B.P. ad reliquum P.H.

ΑΠΟΔΕΙ. Quandoquidem in portionibus ſimilibus A.B.C, k.L.M. anguli, qui fiunt ſunt[a] æquales, eorumque ſemiſſes[b] C.B.P, & M.L.R. Tum recti[c] ſunt B.C.H, & L.M.N. proindéque pares ſunt[d] admittendi B.H.C, & L.N.M. ideóque B.H, eſt[e] ad B.C, vt L.N. ad L.M, & permutando[f] B.H, ad L.N, eſt ſicut B.C, ad L.M. Atqui L.M, & E.F, ſunt[g] æquales lineæ, cum ſint portionum ſphærarum D.E.F, & k.L.M. ſuperficies pares. Proinde rurſus eſt B.H, ad L.N, vt B.C, ad E. F. Quod primùm fuit.

Iam cùm ſint perpendiculares M.R, C.P, eſt[h] R.L, ad R.M, vt B.P, ad P.C. Et R.M. ad R.N, vt C.P, ad P.H. Et tandem ex æquo[i] L.R, ad R.N. vt B.P, ad P.H. quod fuit ſecundum.

a per defin. 7. l. praeced.
b per 15 l 5.
c per 31. l. 3.
d per 32 l 1.
e per 4. l. 6.
f per 16. l 5.
g per coroll. 37. lib praeced.
h per 8. & 13. l. 6.
i per 22. l 5.

His demonſtratis, Problematis erit eiuſmodi.



ΚΑΤΑΣ. Dentur duæ portiones A.B.C, D.E.F. in quibus maneant lineæ

a per 12. l. 6 quæ prius: Et fiat vt B.C. ad E.F. ſic [a] B.H. ad aliquam quartam L.N. qua de-

b per 3. poſtulatū. ſcribatur [b] circulus K. L. M. N. Tum

c per 10. l. 6 diuidatur [c] L.N. in R. vt ſecta eſt B.H. in P. ita vt ſit vt B.P, ad P.H. ſic L.R.

d per 11. l. 1. ad R.N. Tandem ducatur [d] perpendicularis R. M. quæ rectò tranſeat in K. iunganturque L.M, M.N. Demum reuoluto circulo L.M. N.K. circa L.

e per 1 poriſma libri præcedentis. N. generetur [e] ſphæra, quæ exinde ſecetur circulo deſcripto à linea K M.

ΣΥΜΠ. Dico portionem K. L. M. eam eſſe quæ requiritur.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli B.C.H. & L.M.N. ſunt [f] recti, vt in ſemicirculo,

f per 31. l. 3. *g per 8. & 13. l. 6.* & ſunt perpendiculares C.P, M.R. Eſt [g] B.P. ad P.C. vt P.C, ad P.H, & L.R, ad R.M, vt R.M, ad R.N. Ergo vt B.P. habet [h] ad

h per 10. definit. li. 5 P.H, rationem duplam eius quàm eadem B.P, habet ad P.C. ſic & L. R. duplicatam habet rationem ad R.N. eius, quam habet ad R. M. Atqui duplicatæ illæ rationes B. P, ad P.H, & L.R, ad R.N, ſunt æquales, κατὰ διαίρεσιν. Ergo & ſimplices B.P, ad P.C, &

i per 15. l. 5. L.R, ad R.M. ſunt [i] pares. Cùm ergo B.P, ſit ad P.C, vt L.R. ad R. M & ſunt anguli

l per 6. l. 6. ad P. & R. recti, & æquales: ſequitur [l] reliquos angulos triangulorum B P.C, & L.R. M. eſſe æquales. At anguli C.B.P, & M L.R. æquales, medij ſunt eorum qui deſcribuntur in portionibus A.B.C, & K.L.M, nempè A.B.C, & k.L.M, vt clariſſimum eſt.

m per definit. 7. lib. præced. Ipſæ itaque portiones capiunt angulos æquales, & ideò ipſæ ſunt [m] ſimiles. Cæterum trianguli C.B.H, & M.L.N, ſunt angulorum parium. Nam ad C. & M. ſunt recti ſ ad

n per 32. l. 1. B. & L. oſtenſi ſunt æquales, & proinde reliqui ad H. & N. ſupet ſunt [n] pares. Vt ergo B.

o per 4. l. 6. *p per 16. l. 5.* H, ad B.C. ſic [o] L.N, ad L.M, [p] ἐναλλάξ, vt B.H, ad L.N, ſic B.C, ad L.M. At ex fabrica vt B.H, ad L.N, ſic B.C, eſt ad E.F. Ergo ad vtramque L.M, & E.F, eadem B.C, ean-

q per 10. l. 5 dem rationem habet: Vnde manet L.M, & E.F, eſſe [q] æquales: tum pares eſſe circulos ab ipſis tanquam diametris deſcriptos: ac denique ſuperficies portionum D.E.F,

r per 36. & 37. l. 21. præced. & k.L.M. quibus illi circuli æquantur [r], eſſe omnino pares. Euicimus ergo portionem ſphæræ k.L.M. ſimilem eſſe alteri A.B. C, & ſuperficie æqualem alteri D.E.F, quod concluſeramus. Idem prorſus fiet ſi ambæ portiones ſumptæ fuerint in eadem ſphæra.

PROPO. VII.

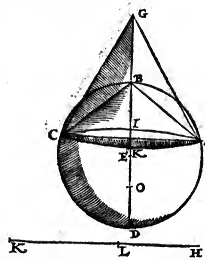
PROB. VI.

A data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita vt ſegmentum ad conum baſim habentem eandem cum ſegmento, & æqualem altitudinem, datam rationem habeat.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ϛ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.



ΥΠΟΘ. Detur ſphæra A. B. C. D. cuius axis B. D. primoque ponamus ſectam ſic eſſe plano C. I. A. E. ad axem perpendiculari, vt reſecta portio C. B. A. ſit ad conum C. B. A. habentem eaſdem cum portione baſim & altitudinem, in ratione data, quæcumque ſit.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico datam illam rationem debere eſſe neceſſario ſeſquialtera maiorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] conus C. G. A. æqualis portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Quoniam portio A. B. C. ad conum A. B. C. eſt in ratione data, in eadem eſt [b] conus C. G. A. ad eundem conum C. B. A. Sed vt conus ad conum, ſic eſt [c] altitudo G. F. ad altitudinem B. F. cum eorum ſit vna baſis. Et vt G. F. ad B. F. ſic [d] F. D, D. E. ſimul ad D. F. Ergo ratio F. D, D. E. ſimul ad D. F. eadem eſt quam data. Atqui ratio F. D, D. E. ſimul ad D. F. maior eſt ratione duarum E. D, D. B. ſimul ad D. B. Nam E. D. eſt ſemiſſis totius B. D. & proinde maior eſt ſemiſſe D. F. quæ ponatur O. D. Etenim O. D, D. F. ſimul ad F. D. eandem rationem habent quam E. D, D. B. ſimul ad D. B. Atqui compoſita ex E. D, D. F. ad eandem D. F. maiorem rationem habet [d] quam minor, nempe quam compoſita ex O. D, D. F. Ergo & compoſita ex E. D, D. F. ad D. F. maiorem rationem habet [e] quam E. D, D. B ad D. B. hoc eſt quã ſeſquialteram. Nam E. D, D. B. ſimul ad D. B. ſunt vt 3. ad 2. Neceſſe ergo eſt datam rationem eſſe debere maiorem quam ſeſquialteram. Data ergo ratio ſit H. K. ad K. L. maior neceſſario ea quæ eſt duarum E. D, D. B. ad D. B. ita vt diuidendo [f] ſit H. L. ad L. K. maior ratio quam E. D. ad D. B. Hoc dato fuerit iſtæc problematis.

a per 2. huius. b per 7 l. 5. c per 14 l. 12. d per 8. l. 5. e per 13 l. 5. f per 17 l. 5. g per 12. l. 6. h per 11. l. 1. i per lemma præfixum 3. poriſmatis.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [g] E. D. ad F. D. vt L. H. ad K. L. & acta perpendiculari per E. [h] nempè C. A. fluat, generatóque plano perpendiculari ad axem [i] ſphæra ſecetur, cõſtituatúrque portio A. B. C. cuius baſim & altitudinem habeat conus C. B. A.

ΔΙΟ. Dico portionem eſſe ad conum vt K. H. ad K. L.

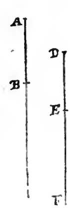
ΚΑΤΑΣ. τῆς ἀποδείξεως. Fiat [l] A. G. C. conus æqualis portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. D. ſit ad F. D. vt L. H. ad K. L. componendo [m] E. D, D. F. erunt ad D. F. hoc eſt [l] G. F. ad B. F. vt K. H. ad K. L. Atqui vt G. F. ad B. F. ſic [n] conus C. G. A. ſeu [b] portio A. B. C. æqualis ad conum C. B. A. Ergo portio A. B. C. ad conum A. B. C. eſt vt K. H. ad K. L. ſcilicet in ratione data, quod quærebatur.

l per 2. huius. m per 18. l. 5. n per 14. l. 12.

LEMMA I.

Si cuique duarum linearum inæqualium eadem vel quæque duarum æqualium addatur: erit maior inæqualium ad minorem inæqualium in maiori ratione, quam compoſita ex maiori inæquali & altera æquali ad compoſitam ex minori inæquali & altera æquali.



ΥΠΟΘ. Sint inæquales B. C. maior, & E. F. minor, æquales A. B, D. E. inæqualibus æquales addantur.

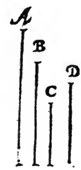
ΔΙΟ. Dico B. C. habere maiorem rationem ad E. F. quam A. C. ad D. F.

ΑΠΟΔ. A. B. habet [d] minorem rationem ad B. C. quam eadem A. B. ſeu D. E. æqualis habeat ad E. F. & componendo [m] A. C. ad B. C. in minori ratione eſt quam D. F. ad E. F. Et viciſſim [o] A. C. in minori ratione eſt ad D. F. quam B. C. ad E. F. quod fuit probandum.

o per 16. l. 5.

LEMMA II.

Trium linearum, ſi prima ad ſecundam in minori ratione eſt quam ſecunda ad quartam: rectangulum ſub prima & tertia minus erit ſecundæ quadrato. Contra maius erit, ſi prima ad ſecundam maiorem rationem habuerit quam ſecunda ad tertiam.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. ad B. in minori ratione quam B. ad C.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum ſub A. C. minus eſſe quadrato B.

a per 11 l. 6 b Ex hypotheſi. ΚΑΤΑΣ. Vt A. ad B. ſit[a] B. ad D.

ΑΠΟΔ. Quia B. eſt ad D. vt A. eſt ad B. habet[b] B. ad D. minorem c per 10. l. 5. rationem quam ad C. Proinde D. eſt[c] maior C. Et rectangulum ſub d per 1. l. 6. A. & D. maius erit[d] rectangulo ſub A. & C. At vero quadratum e per 17. l. 6 B. eſt[e] æquale rectangulo ſub A. & D. cum ſint A. B. D. continuè proportionales. Ergo idem quadrato B. minus eſt rectangulum ſub A. & C.

Ἐναντίως. Habeat iam A. ad B. maiorem rationem quam B. ad C.

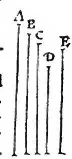
ΔΙΟ. Dico, id quod fit ſub A. & C. maius eſſe quadrato B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] rurſus B. ad D. vt A. ad B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia maiorem rationem habet[b] B. ad D. quam ad C. eſt D.[c] minor quam C. Et rectangulum ſub A. D. minus eſt[d] rectangulo ſub A. C. At illud minus eſt[e] æquale quadrato B. hoc ergo maius, eſt maius quadrato B. quod fuit probandum.

LEMMA III.

Si quatuor magnitudinibus propoſitis, quod fit ſub prima & quarta minus eſt eo quod fit ex ſecunda & tertia: prima ad ſecundam minorem rationem habebit quam tertia ad quartam.



ΥΠΟΘ. Poſitis quatuor magnitudinibus A. B. C. D. quæ ſe habeant ita vt quod fit ex A. & D. minus ſit eo quod fit ex B. & C.

f per 12 l. 6. ΔΙΟ. Dico A. in minori eſſe ratione ad B. quam C. ad D.

ΚΑΤΑΣ. Supponatur[f] E. & rectangulum ſub A. E. æquale ei quod continetur ſub B. C.

ΑΠΟΔ. Etenim A. B. C. E. cum ſint[f] continuè proportionales, A. eſt ad B. vt C. ad E. Cumque rectangulum ſub A. E. maius ſit rectangulo ſub A. D. nam illud æquale eſt ei quod fit ex B. C. hoc vero minus eſt ex hypo- g per 1 l. 6. theſi, ſequitur[g] E. eſſe maiorem quam D. Idcirco C. ad E. minorem ra- h per 10 l. 5. i Ex fabr. tionem habet[h] quam ad D. Atqui vt C. ad E. ſic[i] A. ad B. Ergo A. ad B. minorem habet rationem quam C. ad D. quod fuit oſtendendum.

LEMMA IV.

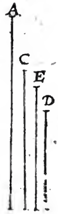
Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum ſecundæ quam ſecunda habeat ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quam ſit ratio ſeſquialtera rationis ſecundæ ad tertiam.

ΥΠΟΘ. Quadratum A. F. ſit quadrato C. in maiori ratione quam ſit C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico rationem A. F. ad C. maiorem eſſe quã ſit ſeſquialtera rationis C. ad D.

l per 13. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Inter C. & D. media ſit[l] proportionalis E. Tum fiat[m] vt D. ad E. vel E. ad m per 12. eiuſdem C. ſic C. ad A. B quæ quidem A. B. minor erit prima A. F. Nam quadratum B. A. ad

quadratum C. duplam habet[a] rationem eius quam habet A. B. ad C. vel C. ad E. hoc eſt[b], quam habet C. ad D. Atqui quadratum A. F. habet[c] maiorem rationem ad idem quadratum C. quam ad D. Ergo quadratum F. A. maius eſt[d] quadrato A. B. & ex conſequenti linea F. A. excedit lineā A. B.

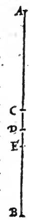


a per 10 li. eiuſdem.
b per 10. defini. l. 5.
c per hypotheſim.
d per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Eſt[b] A. B. ad D. ratio triplicata eius quam habet eadem A. B. ad C. vel quam habet C. ad E. Tum C. rationem habet[b] duplicatam ad D. eius quam eadem C. habet ad E. Ergo ratio A. B. ad D. eſt rationis quā habet C. ad eandem D. ſeſquialtera, hoc eſt vt 3. ad 2. Atqui A. F. vt maior habet[d] ad D. maiorem rationem quam A. B. ad eandem D. Ergo ratio A. F. primæ ad D. tertiam maior eſt quam ſeſquialtera rationis ſecūdæ C. ad tertiam D. quod requirebatur.

LEMMA V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis ſigno proximioribus, maius eſt eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magiſque à medio diſſitis.



ΥΠΟΘ. A. B. linea bifariam diuiſa in C. ſecetur rurſus in D. & E. inæqualiter.

ΔΙΟ. Dico quod fit ex A. D, D. B. maius eſſe eo quod continetur ſub A. E, E. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum ſub A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquatur[e] quadrato C. B. Tum rectangulum[e] ſub A. D, D. B. cum quadrato C. D. æquatur eidem quadrato C. B. Proinde quod fit[f] ex A, E, E. B. cum quadrato C. E. æquale eſt ei quod fit ex C. D, D. B. cum quadrato C. D. Hinc & inde tollantur quadrata, C. D. minus, & C. E. maius, ſupererit vnde maius quid ablatum eſt, aliquid minus, nempè quod fit ex C. E, E. B. quam quod remanet vnde minus quid eſt deductum, nimirum quod fit ex A. D, D. B. quod fuit probandum.

e per 5 l. 2.
f per 1. com. ſent.

ΠΡΟΤ. Η.

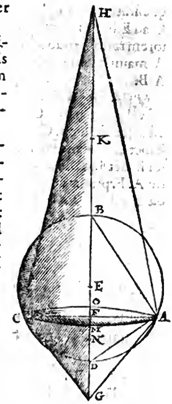
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

PROP. VIII.

THEOR. II.

Si ſphæra plano ſecetur non per centrum, maius ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm ſit dupla eius quam habet maioris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem, maiorem vero quàm ſit ſeſquialtera eiuſdem.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. D. plano C. M. A. O. non per centrum tranſacta.

ΣΥΜΠ. Propono ſegmentum maius A. B. C. eſſe ad minus A. D. C. in minori ratione quàm ſit dupla eius rationis quam habet ſuperficies ſegmenti A. B. C. ad ſuperficiem ſegmenti A. D. C. at in minori quam ſit ſeſquialtera rationis earumdem ſuperficierum, maioris nempe ad minorem.

a per 2. huius.
ΚΑΤΑΣ. Fiant[a] coni A. H. C. & A. G. C. duobus ſegmẽtis æqualis, altera alteri: ducaturque lineæ A. B, A. D. ab extremitatibus diametri ſphæræ ad punctum circumferentiæ communis baſis amborum conorum quæ planum eſt ſecans. Et quoniam E. D, D. F. ſimul ſunt[a] ad D. F. vt
b per 17. l. 5.
H. F. ad B. F. & diuidendo[b] E. D. eſt ad F. D. vt H. B. ad B. F. Eſt vero D. E. maior D. F. quia planum non agitur per centrum, ex hypotheſi. Et proinde H. B. eſt maior quã B. F. multoque maior quam B. E. fiat B. K. æqualis ipſi B. E. ita vt quia H. B. ad B. F. vt E. D. ſeu B. E. ſeu B. K. ad F. D. ſit
c per 16. l. 5.
H. B. ad B. F. vt B. k. ad F. D. & permutando[c] H. B. ad B. k. vt B. F. ad F. D. Deinde cum B. D. diuidatur æqualiter in E.
d per 5. l. 2.
& inæqualiter in F. rectangulum ſub B. F, F. D. eſt[d] minus quam quadratum E. D. vel E. B. quadrato intermediæ E. F. Proinde ſunt 4. quantitates congeneæ B. F, B. E, E. D, D. F. ita inter ſe, vt quod fit ſub duabus extremis minus ſit eo quod fit ab intermedijs, nempe quadrato, ideoque prima B. F. minorem rationem ha-
e per proximum lemma 5.
bet[e] ad ſecundam B. E. quam E. D. vel B. E. ad D. F. Sed vt B. E. ad D. F. ſic mox concluſimus H. B. ad B. F. Proinde H. B. in maiori ratione eſt ad B. F. quam B. F. ad B. E.
f per 13. l. 5
Vnde ſequitur id quod fit ſub H. B, B. E. maius eſſe quadrato B. F. Inueniatur[f] itaque
g per 17. l. 6
B. N. maior quam B. F. media proportionalis inter H. B, B. E. vt ipſius quadratum ſit[g] æquale facto rectangulo ex duabus H. B, B. E.

ΑΠΟΔ. Vt E. B. ſeu B. k. cũ B. F. hoc eſt K. F. eſt ad B. F. ſic eſt[a] F. G. ad F. D. & viciſſim[c] K. F. eſt ad F. G. vt B. F. ad F. D. Sed vt B. F. ad F. D. ſic mox fecimus H. B ad B. k. Ergo vt H. B. ad B. k. ſic K. F. ad F. G. Iam notemus vnicuique duarũ inæqualiũ H.
h per 2. lemma proximum
B, K. B. addi B. F. fierique H. F. & K. F. proindeque cõpoſitã H. F. habere[h] ad cõpoſitã K. F. minorem rationem quam habeat ſimplex H. B. ad ſimplicem k. B. Ac inde ſequi H. F. eſſe ad K. F. in minori ratione quam K. F. ad F. G. Trium ergo linearum H. F, K. F, F. G. prima ad ſecundam minorem rationem habet quam ſecunda ad tertiam,
i per 2. lemma praeced.
propterea rectangulum ſub H. F, F. G. minus eſt[i] quadrato k. F. & ideo rectang. ſub
l per 8. l. 5.
H. F, F. G. minorẽ rationem habet[m] ad quadr. F. G. quam idem quadrat. K. F. ad idem quadr. F. G. Atqui quam rationem habet[m] rectãg ſub H. F, F. G. ad quadr. F. G.
m per 1. l. 6.
n per 20. l. 6
eandem habet[m] H. F. linea ad F. G. lineam. Ergo H. F. minorẽ habet rationem ad F. G. quã quadr. K. F. ad quadr. F. G. ſeu[n] quam ſit dupla ratio eius quæ eſt lineæ k. F. ad lineã F. G. hoc eſt quam B. F. ad F. D. (Nam probauimus vt k. F ad F. G. ſic eſſe B. F.
o per coroll. 3 huius.
ad F. D.) ſeu quam quadr. B. A. ad quadr. A. D. (nam vt[o] B. F. ad F. D. ſic quadr. A.
p per 2 l 12
B. ad quadr. A. D.) vel rurſus[p] quam circulus ex A. B. ad circulum ex A. D. Atqui circu-
q per 36. vel 37 l praecedens.
lus A. B. eſt[q] æqualis ſuperficiei maioris ſegmenti A. B. C. & circulus A. D. eſt[b] æqualis ſuperficiei minoris ſegmenti A. D. C. Ergo H. F. ad F. G. hoc eſt[r] conus A. H. C. ad
r per 14 l 12
ſ per 2. huius.
conum A. G. C. vel etiam[ſ] ſegmentum A. D. C. minorem rationem habet quam ſit dupla ratio ſuperficiei maioris ſegmenti ad ſuperficiem minoris, quod primo fuit pro-
t per ſabr.
bandum. Cæterum quia tres ſunt[t] continuè proportionales H. B, B. N, B. E. ſeu B. k.
v per 10. definit. l 5. & 20 l 6.
vt eſt H. B. ad B. k. ita eſt[v] quadratum B. N. ad quadrat. B. k. ſcilicet in ratione dupla H. B. ad B. N. vel B. N. ad B. k. Deinde quia eſt H. B. ad B. N. ſic B. N. ad B. k. erit
x per 18 l. 5
componendo[x] H. N. ad B. N. ſicut k N. ad k. B. & permutando[y] vt H N. ad k. N. ſic
y per 16. l. 5.
z per 15. l. 5.
B. N. ad B k. & quadr.[z] H. N. ad quadr. k. N. vt quadr. B. N. ad quadr. B. k. Atqui vt quadratum B. N. ad quadratum B. k. ita dicebamus mox eſſe H. B. ad B. K. Ergo vt
zz per 11. l. 5
[zz] H. B. ad B. k. ſic quadratum H. N. ad quadratum k. N. Sunt autem duæ inæquales H. F, K. F. quarum cuilibet eadem additur F. N.

Proinde H. F. in maiori ratione eſt [a] ad K. F. quam compoſita H. N. ad compoſitam K. N. & ex conſequenti quadratum H. F. ad quadratum k. F. in maiori ratione eſt [b] quam quadratum H. N. ad quadratum k. N. Et igitur rurſus quam H. B. ad B. k. vel quam k F. ad F. G. (initio enim demonſtrationis concluſimus vt H. B. ad B. k. ſic k. F. ad F. G.) Tres itaque ſunt lineæ H. F, k. F, F. G. quarum primæ H. F. quadratum habet ad ſecundæ k. F. quadratum, maiorem rationem quam ſecunda k. F. ad tertiam F. G. Et ideo prima H. F. ad tertiam F. G. maiorem rationem habet [d] ratione ſeſquialtera ſecundæ k. F. ad tertiam F. G. Atqui vt k. F. ad F. G. Sic oſtenſa eſt B. F. ad F. D. & vt B. F. ad F. G. ſic [e] quadratum B. A. ad quadratum A. D. ſeu [f] circulus B. A. ad circulum A. D. ſeu [g] ſuperficies maioris ſegmenti A. B. C. ad ſuperficiem minoris A. D. C. Ergo H. F. ad tertiam F. G. hoc eſt [h] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel ſegmentum maius A. B. C. ad ſegmentum minus A. D. C. maiorem habet rationem, quam ſit ratio ſeſquialtera ſuperficiei maioris ſegmenti ad ſuperficiem minoris, quod ſecundo fuit demonſtrandum.

a per 1 lemma præcedentium.
b per 15. l. 5.
c per 4 lemma præced.
d per coroll. 3. huius.
e per 2 li. 12.
f per 36 & 37. l præc.
g per 14. l. 12.
h per 2 huius & fabr.

LEMMA I.

Si proponantur duo coni, quorum baſis primi habeat maiorem rationem ad baſim ſecundi, quam altitudo ſecundi ad altitudinem primi: primus conus eſt maior ſecundo.



ΥΠΟΘ. Conorum A. B. C, E. F. G. baſis B. C. primi, habeat ad baſim F. G. ſecundi maiorem rationẽ quam E. H. altitudo ſecundi ad A. D. altitudinem primi.

ΔΙΟ. Dico primum A. B. C. maiorem eſſe ſecundo E. F. G.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus tertius I. K. L. cuius baſis ſit æqualis baſi F. G. ſecundi altitudo verò I. M. ſit ad altitudinem A. D. primi in eadem ratione ac baſis B. C. primi eſt ad baſim ſecundi F. G. ſeu eius æqualem k. L. tertij.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim I. M. erit [i] ad A. D. in maiori ratione quam E. H. ad eandem A. D. altitudinem, & propterea erit I. M. [l] maior quam E. H. Et conus I. k. L. maior [m] cono E. F. G. cum exiſtentibus amborum baſibus æqualibus altitudo I. M. ſit maior altitudine E. H. Atqui I. k. L. conus eſt [n] cono A. B. C. par, cum baſis ſit ad baſim vt reciprocè altitudo ad altitudinem. Proinde A. B. C. conus eſt quoque cono E. F. G. maior, quod erat probandum.

i per fabr.
l per 8. l. 5.
m per 14. li. 12.
n per 15. l. 12.

LEMMA II.

Lineæ datæ lineam reperire potentia ſubduplam.



ΥΠΟΘ. Sit data A. B.

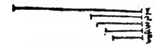
ΚΑΤΑΣ. Super A. B. ſemicirculum deſcribo A. B. C. quem biſariam ſeco [o] in C. & lineas duco C. A. & C. B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quæque ambarum eſt [p] potentia ſubdupla diametri A. B.

o per 30 l. 3.
p per 47. l. 1.

LEMMA III.

Si fuerint lineæ 5. lineæ continuè proportionales vt erit prima ad 5. ſic erit quadratum quadratum ſecundæ ad quadratum quartæ.



ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ proportionales vt 1. ad 5. ſic quadratum 2. ad quadratum 4.

ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet [a] eius quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet [a] eius quã habet 2. ad 3. hoc eſt 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet [b] eius quam 2. ad 4. hoc eſt quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

a per 10. definit. l 5.
b per 20. l. 6

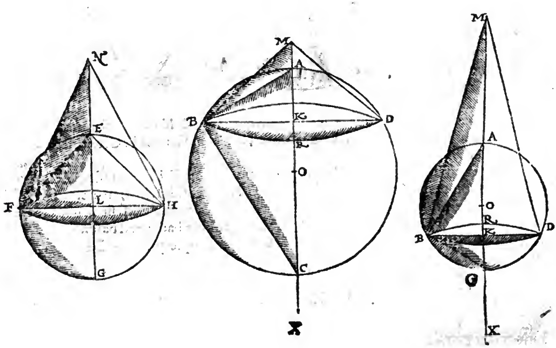
PROP. IX. / ΠΡΟΤ. Ζ.

THEOR. III. / ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Sphæricorum ſegmentorum ſub æquali ſuperficie contentorum maximum eſt hemiſphærum.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo ſegmenta ſphærarum B.A.D. quod non ſit hemiſpherium, ſed maius vel minus, & F. E. H. hemiſphærium: ambo vero æqualibus ſuperficiebus contineantur.



ΣΥΜΠ. Dico maius eſſe hemiſpherum, ſcilicet F. E. H.

ΚΑΤΑΣ. Fiat N. E. æqualis ſemidiametro E. L. & denique conus [c] F. N. H. æqualis ſegmento F. E. H. Deinde C. X. æqualis producatur radio ſphæræ A. B. C. D. Et vt C. X, C. k. ſimul ſeu X. k. eſt ad C. k. ſic fiat [d] M. k. ad A. k. vel diuidendo [e] vt C. X. ad C. k. ſic M. A. ad A. k. ſeu denique conus B. M. D. æquetur [e] ſegmento B. A. D. Præterea agantur lineæ H. E, E. F, A. B, B. C. Demum quia in ſegmento S. hemiſphærio maiori, linea A. k. ſegmenti altitudo maior eſt [f] radio ſphæræ, multoque maior linea B. k. In ſegmento vero T. minor eſt A. k. eadem B. k. propterea in vtroque reperiatur A. R. [g] potentia ſubdupla lineæ A. B. quæ quidem A. R. in ſegmento S. erit minor quam A. k. in ſegmento vero T. erit [h] maior ſicque R. punctum vbique proximius eſt centro ſphæræ O. quam punctum k.

c per 2. huius.
d per 12. l. 6
e per 17. l. 5.
f per 7. l. 3.
g per 2. lemma praxim.
h per 47. l. 1

ΑΠΟΔ. Cum ſint amborum ſegmentorum ſuperficies æquales, ſequitur lineas B. A. & F. B.

& F. E. eſſe æquales: ſunt enim diametri circulorum æqualium. Eſt a autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum ſub A. C, A. k. eſt b æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium eſt c rectangulum ſub C. X, A. k. nam C. X. ſemiſſis eſt baſis A. C. Tum quadratum A. R. eſt dimidium quadrati A. B. d Itaque rectangulum ſub C. X, A. K. eſt æquale quadrato A. R. Eſt autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuiſa in R. & k. rectangulum ſub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius eſt e rectangulo ſub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum ſub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo ſub A. k. k. C. cum eodem A. R. quadrato. Atqui rectangulo ſub A. R, R. C. cum quadrato A. R. eſt f æquale rectangulum ſub A. C, A. R. Tum rectangulum ſub A. k, k. X. eſt g æquale rectangulis ſub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc eſt, quadrato A. R, cui quadrato A. R. oſtenſum eſt æquale rectangulum ſub A. k, C. X. Proinde rectangulum ſub A. C, A. R. maius eſt rectangulo ſub A. k, k. X. Sumpſimus autem h prius M. k. eſſe ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum ſub M. k, k. C. nempe ſub extremis, æquale eſt i rectangulo ſub medijs A. k, k. X. & ideo minus eſt huiuſmodi rectangulum ſub M. k, k. C. rectãgulo ſub A. C, A. R. Vnde ſequitur M. k. habere l minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. eſt ad k. C. in eadem eſt quadratum A. B. ad quadratum B. k. m Cum ſint n A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel ſemiſſis o quadrati A. B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam ſemiſſis lineæ M. k. ad A. R. vel o quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem eſſe lineæ E. F. p proindeque lineas E. L. & A. R. eſſe pares cum earum ſint quadrata æqualia q dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, ſicut quadr. A. R. cui æquale eſt, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipſius A. R. Atqui dupla ipſius A. R. eſt N. L. Nam A. R. eſt æqualis ipſi F. L. radio, cuius dupla eſt N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. ſeu r quadr. totius F. H. ad quadr. totius B. D. ſeu r demum circulus vel baſis F. H. ad circulum vel baſim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M. k. ad altitudinem N. L. Conus igitur ſ F. N. H. ſeu portio F. E. H. maior eſt cono B. M. D. ſeu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonſtratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium eſſe maximum omnium portionum ſub æqualibus ſuperficiebus ſphæricis cõtentarum, vt propoſuit Archimedes.

a per 8. & 4 l 6. b per 17 l 6. c per 1 l 6. d per fabr. e per 5 lemma præfixũ 8. huius. f per 3. l. 2. g per 1. einſdem. h per fabr. i per 16. l. 6. l per lemma 3. propoſitorum 8 huius. m per 3 lemma. n per 8 l 6. o per 15 l 5. p per 36. vel 37. l. præced. q per fabricam & 47. l. 1. r per 2. l. 12. ſ per 1. lemma proxim.

ΣΧΟΛΙΟΝ·

Hæc ſunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus eſt de ſphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium ſphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Et quamquam nonnulla attigit vel pollicitus eſt quæ nõ perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propoſitione 1. huius libri ſecundi, non ſoluere neutiquam quocumque ſeculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati ſunt enim dæmonem id hominibus penſi dediſſe non ignarum ſummæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inſcitiam accuſaret, vel (dicimus nos) vt anſam haberet & effugium quò abſcederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promiſiſſet. Denique vt hominum mentes excruciaret in iis quæ hominum artes exſuperarent. Aliud quoque propoſitione quarta reliquit imperfectum, quod fortaſſe in lemmatibus abſoluerat, ſed hæc lemmata cecidêre ſummo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia abſque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoquerer, & hinc nauſeam mouerer, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipſius & calamo ſuffurata, multa vetuſtate detrita, multa blattis ac tineis eroſa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & ſumma obliuione ſepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ ſuppeditauerat, quibuſque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam ſecundum habitura Archimedem, qui quæ de primo deſunt, ſplendidè reſtituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortiſſimos Athletas inſudaſſe, vt quæ deſunt paſſim arti ſupplerent, etiam quæ imperfecta cenſentur, cũ in hoc tum in aliis operib. cõplerẽt, ſed nulli vires fuêre Archimedeæ, nulluſq; damnũ reſarcire vel potis eſt, vel aggredi auſus.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO.

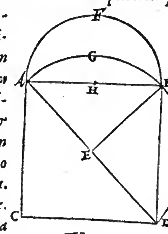
AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

PROLOQVIVM.

NIHIL proloquutum eſſe Archimedem, ſed veluti ex itinere initio huiuſce libelli propoſuiſſe, argumento eſt hoc opuſculum ab eo ſtatim ſubiunctum libris de ſphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim ſphæræ, ſphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globoſarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxiſſet, niſi nobis ipſiuſmet circuli dignoſcendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtuliſſet? Hęc enim menſuratio perfectio eſt tanti huiuſce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quouſque in dimenſione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea inſudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis ſuppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etſi propinquiſſimè attigerit, & equidem ſupra omnes qui circuli quadrationem ſeu menſurationem perquiſiuerint, ſit hic noſter Archimedes laudãdus, quidquid aliqui noſtro ſæculo reclamarint; quorum antea ἐξαπάτας & impoſturas iam diluimus, & rurſus ſophiſmata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati ſunt, numerus ſiue antiquorum ſiue recentium, (qui certè plurimi omnibus ſæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc ſcopulo deterrere debuerint) in duas iampridem claſſes diſtributus eſt. Etenim quidã in hac perquiſitione ſe Mathem. geſſere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera viſi ſunt, adeo receſſerunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Ariſt. qui diſquiſitiones Hippocratis & Antiphontis conferens, argumenta quidem illius ſoluenda eſſe vult: at huius

De ſophiſt. repr. l. 1. c. 11. *ſolutione dedignatur, putà ἐριστικὰ, aut & litigioſa cum non deducantur ex principijs artis: Hippocrates verò etſi non rectè ratiocinatus fuerit, tamen ex arte procedit. Ariſtotelis verba ſunt: ἅμα γὰρ οὐδὲ λύειν ἅπαντα προσήκει: ἀλλ' ἢ ὅσα ἐκ τῶν ἀρχῶν τις ἐπιδεικνὺς ψεύδεται, ὅσα δὲ μή, οὐκ· οἷον τὸν τετραγωνισμὸν τὸν μὲν διὰ τῶν τμημάτων γεωμετρικοῦ διαλῦσαι: τὸν δὲ Ἀντιφῶντος οὐ γεωμετρικοῦ. Itaque qui Geometricè dimenſionem circuli perquirunt, ad Hippocratem referendi ſunt, & eorum labor penſitandus: qui vero mechanicè & prater Geometriam ad Antiphontem amandandi & prætermittendi: vt verò illi aliquid dicunt, aliquid probant, aliquid docẽt: at hi erroribus animos implent & ſua ἀτεχνίᾳ graues ſunt peritis. Quod autẽ artifices impulerit vt hoc problema ſoluendum ſuſciperent, fuit quòd hoc ſcibile καὶ ποριστόν, omnes antiqui crediderint, authore ipſomet Ariſt. qui ſcientia non exiſtente ſcibile nihilominus eſſe exemplo docens ait, οἷον*

De Categ. cap. 7. *καὶ ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμός, εἴγε ἔστιν ἐπιστητόν, ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὔπω, αὐτὸ δὲ ἐπιστητόν ἐστιν. Omnibus itaq; neruis contenderunt hac ſciẽtia Geometriam cõplere. Et quia omnium conatus vix longo opere complecti poſſem, omnium inſtar proponam amborũ Hippocratis & Antiphontis πειράματα & tentamenta, ſi prius quadraturam circuli eſſe definierimus τὸ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἴσον χωρίον εὐθύγραμμον εὑρεῖν. Ex quadrato enim ſeu plano rectilineo, circulo dato æquali inuento, dimenſio ſequitur & cognitio potentiæ. Hippocratem ergo audiamus hac in perquiſitione anhelantem. Sic autem inueſtigat, ſumpto quadrato quolibet, putà A.B C.D. eiuſdem dimetientem A. D. ducit, ſemicirculos tam coſta A. B. quam diametro A. D. nempè A.F.B. & A.B.D. deſcribit: tum à centro ducta*



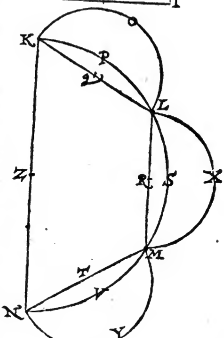
a per 47. l. 1 *E.B. linea, ſic ratiocinatur. Poteſt* [a] *A.D. quadrata A.B. & B.D. hoc eſt alterutrius duplum. At circuli vel ſemicirculi ſe habent vt dimetientiũ qua-*



b per 2. l. 12 *drata:* [b] *ac proinde ſemicirculus A.B.D. duplus eſt ſemicirculi A.F.B. & ex conſequenti totius quarta, quæ eſt A.G.B.E. dimidiũ ſcilicet ſemis, æquatur ſemicirculo A.F. B. ſublatoq; tandem ſegmento A.G. B.H. remanet lunularis figura ſeu μηνίσκος æqualis rectilineo triangulo A.B E. Hoc poſito & ex arte inuento, ſic putat ἐπιχείρημα perficere. Dato circulo cuius diameter I. duplam ſumit K.N. cuius decircinat ſemiarcum K.L.M.N. in quo accommo-*

c per coroll. 15. l. 4. *dat latera hexagoni K, L, L.M, M.N. ſingula* [c] *æqualia radio K.Z. & ideo diametro I. circuli dati. Et quoniam dimetiens K.N. duplus eſt diametri I. ſemicirculus K.L.M.N. quadruplus eſt ſemicircu-*

d per 20. l. 6 *li dati* [d] *I. hec eſt equalis quatuor ſemicirculis depictis ad lineas I. K Q, L.M, M.N. auferantur itaq; ſegmẽta cõmunia K.E, L.P, L.R.M.S. & M.V.N.T. remanebit quadrilaterũ K.L.M.N. rectilineũ equale*

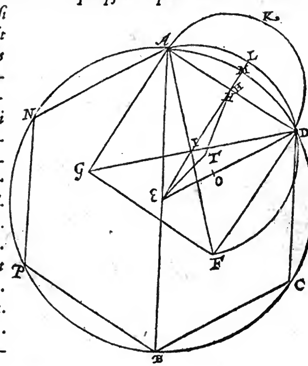


meniſcis tribus K.P. L. O, L. X. M. S, M.V. N.Y. & ſemicirculo I. Atque huc vſque nec Geometræ nec Logici reclamant: At deinceps in dialecticam committit.

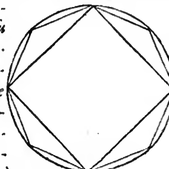
Putat etenim ex illa prius lunulæ quadratura ſibi licere ex rectilineo K.L.M.N. anferre portiones æquales ſingulis tribus meniſcis, & tandem ſibi reliqui fore partem ęqualem ſemicirculo I. Verum errat in eo quod ex cognitione lunulæ lateris quadrati, arbitratur omnem lunulam exprimere poſſe rectilineo ſpatio, & ſimpliciter meniſcos nouiſſe. At plurimum intereſt inter lunulam quadrati & meniſcum hexagoni, eſtque hoc illa minor: quod ſic oſtendo. Ponatur circulo, cuius diameter A. B, hexagonum inſcriptum, cuius latus A. D. lateris autem A. D. quadratum ſit A. G. F. D. cuius centrum I. deſcribantur autem ſemicirculi A. K. D. centro H. & A. L. D. F. centro I. vt ſit meniſcus ad latus hexagoni A. M. D. K. lunula verò ad latus quadrati A. L. D. K. Punctum autem L. & ipſum deferentem arcum A. L. D. egredi primum circulum, & eſſe ſupra M. ſic oſtenditur. Angulus D. A. N. putà hexagoni maior eſt angulo quadrati D. A. G. a Et quidem angulus D. A. N. dirimitur biſariam dimetiente A. B. ſicuti angulus D. A. G. biſſecatur diametro A. F. Et ideo minor eſt I. A. D. ſcilicet medietas minoris, quàm ſit D. A. E. dimidium nempè maioris. Ergo centrum I. quadrati iacet intra lineas A. D. & A. E. Et pręterea tria centra E. I. H. ſunt in linea recta. Etenim A. I. & I. D. ſunt æqualia latera, vt ambo ſemidiametri, & proinde anguli deinceps lineę I. H. ad punctum H. ſunt recti b vt æquales. Eodem argumento linea E. H. ducta efficit angulos rectos vtrinque ipſius ad punctum H. Proinde linea E. H. tranſit per I. Nam ſi non excurrat per T. punctum, vt ſit linea E. T. H. recta, & angulus T. H. D. rectus. Etenim cum angulus I. H. D. ſit quoque rectus, erit T. H. D. & pars æqualis toti I. H. D. quod eſt abſurdum. Adhuc cum ſit linea E. I. H. M. æqualis lineę E. D. & ambæ E. I: & I. D. maiores ſola E. D. ſublata E. O. æquali ipſi E. I. remanebit O. D. ſeu I. M. minor quam ſit I. D. Sed I. D. & I. L. ſunt æquales, vt radij eiuſdem circuli. Ergo arcus A. L. D. F. tranſcendit extra arcum A. M. D. C. & ſegmentum A. L. D. H. eſt maius ſegmento A. M. D. H. Proinde remanet lunulam A. L. D. K. quæ eſt ad latus quadrati minorem eſſe meniſco A. K. D M. qui eſt ad latus hexagoni. Et eſt vtriuſque differentia τμῆμα A. M. D. L. cui inueniendum fuerit Hippocrati rectilineum æquale, antequam compleuiſſet quadrationem propoſiti circuli, ſeu ſegmento toti A. H. D. L. Etenim vbi ex A. B. C. D. reſecuerit quater A. I. D. triangulum remanebit pars quædam rectilinea æqualis tribus ſegmentis paribus A. M. D. L. & ſegmento A. H. D. M. quam deinde partiri vt oportet, opus & labor erit, donec rationem inuenerit aliquis, quam habet ſegmentum A. H. D. M. ad ſegmentum A. H. D. L. Hæc autem partitio videtur Ariſtoteli cauſa fuiſſe cur Hippocratem διὰ τῶν τμημάτων operatum dixerit. Sic ergo Geometria, ſecundum mentem Ariſtotelis, Hippocratis ſophiſma ſoluerit. Videamus quid ſibi velit Antiphon, & quo errore peccet in

a Per coroll. 27. l. 3.

b per 4. l. 1.

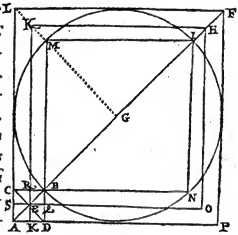


principijs artis vnde ſolutionem non mereatur, dato circulo primum inſcripſit quadratum. Tum ſubtenſos arcus biſariam ſecuit, & à ſectionum punctis lineas deduxit ad quadrati angulos, vt fieret octagonum: Tum rurſus arcus diſſecuit, & lineas duxit, idque toties vt viderentur ductæ lineæ oculo non differre à periferia circuli: ſicque exiſtimauit ſe rectilineum inueniſſe æquale propoſito circulo. Verum principia artis in eo læſa videntur, quòd primum ſenſu Geometriam æſtimauerit: tum quòd putarit poſſe deuenire ad vltimam alicuius quantitatis diuiſionem. Tum denique quod cum rectum circulari poſſe ex æquo congruere æſtimauerit in eodem circulo, neceſſario conceſſerit dari angulos rectilineos æquales angulis contingentiæ, quos Geometria numquam agnouit. Cur ergo Ariſtoteles Hippocratem Geometricè, Antiphontem vero non Geometricè rem tractaſſe dixerit, habemus in promptu, nec difficile fuit



a Prolegom. in cyclomet. Elemeņt. certum de toto negotio pronunciari, & docto Scaligero viſum eſt [a] quo totam hanc rem, pace tanti viri dixerim, obtusè intuitus, paſſim ſe iniquum in virum mirabilem, ne dicam diuinum Archimedem geſſit, quem & ἀγεωμετρησίας καὶ παραλογισμοῦ vbique inſimulat, accuſatque διὰ τεμαχισμῶν dimenſionem hanc circuli infeliciter eſſe aggreſſum. Cùm tamen qui penitioribus oculis inſpexerit Archimedeam operam, nec fuerit anticipata in opinione agitatus, nihil diuinius adhuc, quantum ad hanc rem attinet, in lucem prodiiſſe libentiſſimè confitebitur, & eò Siculum noſtrum deueniſſe quò humanæ ſolertiæ penetrandum diuina prouidentia dedit, vt Buteonis acuti Orontiomaſtigis verbis utar. Cæterum hoc negotium dimenſionis circuli in duas difficultates incidit, quæ antiquos mirè torſerunt, ſcilicet reperiundi rectilinei æqualis areæ circuli, & aſſignandæ lineæ rectæ æqualis periferiæ circuli. Etſi ex demonſtratis ab Archimede facile ſit ex vna inuenta alterum colligere. Data enim area, dabitur circuli periferia, vel hac expoſita, illa aſſignabitur. Vtramque attigit Archimedes, etſi neutrā exactè perfecerit, ſed adeo prope attigit, vt quod deeſt, ſenſum, ne dicam potentiam qua imaginamur, effugiat: reliquorum alij τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου conati ſint aſſequi, alij vero τὸ περίμετρον perquiſiuerunt, & præ cæteris machinamentis quæ vſi ſunt, celebris fuit antiquus Dinoſtrati & Nicomedis linea, quam vocarūt τετραγωνίζουσαν, Latini quadratricem ab eius officio. Etenim inter multa quibus conſtruendis vſui fuit illa quadratrix linea, potiſſimum quadraturæ circuli inſeruijt, & κυκλοπεριμετρικῷ, vnde ad κυκλοδυναμικὴν trāsfertur. Eā Pappus [b] inter antiquos, Clauius [c] inter recētiores, & [dd] Vieta affatim te docebunt, & fortaſſe de ea nonnulla in ſequentibus dicemus. Tandem Archimedem audiemus, ſi prius Briſonem qui inter veteres ad quadraturā circuli mentem adhibuit, non prætериjſſe oſtenderimus. Putauit expoſiti circuli areā mediā eſſe proportionalē inter areas quadratorū inſcripti & conſcripti eodē circulo. Exhibeatur I.M.B.N. cui inſcribatur quadratū M.N. aliudq; conſcribatur L.P. ſumatur autē H.K. latus mediū [d] inter latera M.I. & L.F. & fiat quadratū K.O. quod ſit [e] mediū proportionale inter quadratū L.P. conſcriptū, & N.M. inſcriptū. Putauit Briſon quadratum K.O. æquale eſſe expoſito circulo. Hanc opinionē multis nominibus iniquam reprehendit Io. Scaliger. Verum dum carpit & conuellit Briſonem, idem carpi & conuelli meretur, grauiùs quàm trioboli Geometra committens in primum proprio diagrammate expoſito. Putat quadratum K.O. medium ſitu et proportione ſtatim poſſe

b Lib. 4.
c Ad finem l. 6. Elem.
dd Variorū reſp. lib. 8. c. 8.
d per 13. l. 6.
e per 22. li. 6. vel ipſius coroll.



inter duo M.N. & L.P. ita ut ducto dimetiente A.F. ſi diuidatur I.F. & B.A. biſariam in H. & E. credat H.E. fieri dimetientem medij quadrati K.O. & adpingi poſſe quadratum K.O. ſitu exactè medio inter conſcriptum & inſcriptum, & proinde perfecto quadrangulo C.D. ductáque C.D. dirimi quadrangulum C.D. in quatuor æqualia quadrata. Quod ſi diligentiùs inſpexiſſet, falſum eſſet intuitus. Etenim hoc ſi conſtare poſſit, ducatur G.L. tranſiens neceſſario, & ex hypotheſi per puncta M.K. & triangulos conſtituens æquiangulos G.M.I, G.H.K, & G.L.F. quia latera M.I, K.H, & L.F. ſunt ex hypotheſi parallela: proinde quia baſes M.I, K.H, & L.F. ſunt continuè proportionales, ita quoque diſpoſita ſunt G.I, G.H, G.F. & tanta ſui parte G.H. ſuperabit G.I. quanta G.F. ſui parte ſuperat G.H. Verum G.F. maior eſt quàm G.H. Ergo pars qua G.F. ſuperat G.H. maior eſt ea parte qua G.H. ſuperat G.I. non ergo punctum H. medium eſt inter puncta I. & F. nec punctus E. medius inter A. & B. nec linea C.D. tranſit per E. ſed infra, nec demum rectangula quatuor, in qua dirimitur quadrangulum C.D. æqualia ſunt. Duo quidem C.E, E.D. ſunt æqualia: reliqua duo inæqualia, R.Q. minus, & A.E. maius. Sic ergo vir tantus Briſonem dum interpretatur, ipſemet ludibriũ omnibus debuit: ſed rurſus dum eundem confutare nititur, non pauca abſona à Geometria profert. Niſi enim quadrata lateribus, & ſuperficies lineis conferat, vt verba ſonant (quod tam longè abeſt à bono Philoſopho, vt alium eius ſenſum fuiſſe velim) ſaltem vult quadratum æquale circulo, quod vocat, quadratum circuli, maius eſſe potentia lateris trigoni Iſopleuri, eodem circulo inſcripti, quod nondum patet, quamuis Antiphontem id primò deprehendiſſe dicat, & qua arte conetur, eſt videre: ſed quod concludit ex Antiphontis expoſita demonſtratione, longè aliud eſt. Deinde erroris Briſonem inſimulat grauiſſimi, quod datis maiore & minore poſſe dari æquale affirmet: atque hoc falſum deprehendiſſe putat ex angulo contingentiæ (quem illic loci vocat τὴν κερατοειδῆ γωνίαν) quo datur quidem maior angulus rectilineus, ſed minor aut æqualis non datur. Verum quam appoſitè hoc exemplum proferatur, docti viderint. Nam *nec minor, nec æqualis angulus rectilineus datur angulo cornuto. Tum Bryſo proponit in rebus eiuſdem ſpeciei: at Scaliger argumentatur à ſpecie ad ſpeciem. Anguli enim circulares, aut mixti omnino abſunt à rectilineis: Verum relinquamus hæc ἀποπήματα, vt Archimedis diuini vocem audiamus, quæ ſola miro ſuo Philoſophandi artificio omnia in ſe contorta conuicia eludet.*

PROPOS. I.

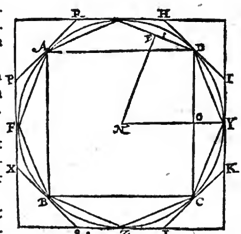
THEOR. I.

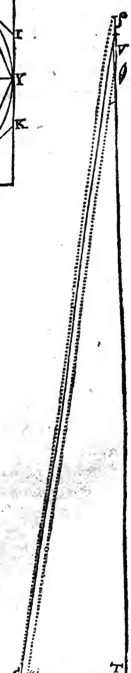
Omnis circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius radius eſt par vni eorum quæ ſunt circa rectum angulum: circumferentia vero baſi.

ΠΡΟΤΑ. Α.

ΘΕΩΡ. Α.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.





ΥΠΟΘ Ε. Circuli A.B.C.D. radio N.Y. æqualis ſit κάθετος S. T. trianguli S. T. V. Periferia verò par exiſtimetur βάσει T.V.

ΣΥΜΠ Dico rectangulum triangulum S. T. V. æqualem eſſe propoſito circulo A. B. C. D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non ſit triangulus circulo par, maiorem eſſe vel minorem fateamur neceſſe eſt.

Primò cenſeatur minor, & circulo [a] inſcribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exſuperet minori quantitate quam ſit ea qua triangulum excedit, vt ſcilicet inſcripta figura maior fiat ipſomet triangulo. Tandem ſit figura inſcripta D. A. F. B. Z. C. Y. & in aliquod ipſius latus perpendicularis agatur [b] à circuli centro, cuiuſmodi eſt N.E.

a per 2. manifeſt lib. 1. de ſphæra & Cylind.

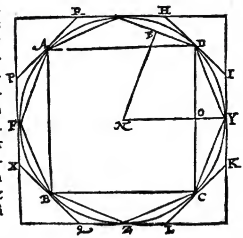
b per 12. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum ſubtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera ſunt æqualia, totam periferiam diuidunt [c] in arcus ęquales. Quodlibet vero latus minus eſt [d] eo quem ſubtendit arcum: proinde totus ambitus inſcriptæ figuræ minor eſt [e] tota circuli circumferentia, minorque ideo baſe trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ τ.θ. Deinde quia perpendicularis N.E. non attingit ambitum circuli, minor eſt radio N. Y. minorque perpendiculari S. T. Sit itaque τ. ω. Nam ducta θ. ω. fiet triangulus

c per 28 l. 3.

d per 1. & 3. hypoth. l. 1. de ſphæra & cylind.

e per 8 hypoth. l. 1. de ſphær. & cylind.



T. ρ.ω. minor quidem toto S. T. V. a ſed æqualis b omnibus triangulis in quæ diuideretur inſcripta figura, ſi lineæ à centro ad angulos ipſius rectæ ducerentur. Omnium etenim baſes ſunt æquales vni T.ρ. tum altitudo eſt perpendicularis N. E. Ergo inſcripta figura minor erit triangulo S.T.V. quæ tamen poſita eſt maior. Eodem ergo triangulo eſſet maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret.

a per 9. comm. ſent.
b per 1. l. 6.

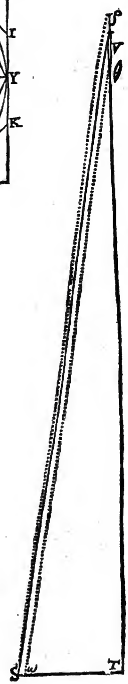
Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum deſcribatur c figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipſa rurſus maneat triangulo S. T.V. minor. Ipſa verò ſit A.P.F.X.B.Q.Z.L.C.K.Y.I. D.H.R.

c Per 2. maniſ. l. 1. de ſphær. & cyl.

ΑΠΟΔ. Singulis figuræ circumſcriptæ angulis arcus circumferentiæ ſubtenduntur comprehenſi ſingulià duobus dimidijs lateribus: vt angulo A.P.F. ſubtenditur arcus A.F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A.P, P.F. quæ ſunt ipſo arcu maiora, quia ipſum comprehendunt. d Ita eſt de cæteris. Totus proinde ambitus circumſcriptæ figuræ maior eſt circumferentia circuli, & ex conſequenti baſe T. V. Sit ergo æqualis lineæ T.ρ.& ducatur S.ρ. Etenim ſi mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumſcripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contactuum figuræ, ſunt e perpendiculares. Cùm ergo baſis T.ρ. trianguli S. T. ρ. ſit æqualis ambitui figuræ, & baſibus omnium triangulorum, in quo ipſa diſpeſcitur. Tum κάθετος S.T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S.T.ρ. eſt b æqualis illis omnibus, & toti circumſcriptæ figuræ. Atqui ipſe T.S.ρ. maior eſt a triangulo T.S.V. Ergo eodem triangulo T.S.V. maior eſt circumſcripta figura: quæ tamen poſita eſt minor. Inſulſa igitur & diſſentanea rationi ὑπόθεσις eſt, qua ſupponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde ſupereſt vt eum ipſi æqualem fateamur.

d Per 1. & 3. hyp. l. 1. de ſphær. & cyl.

e per 18. l. 3.

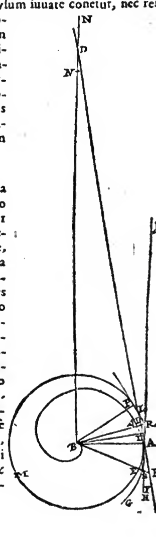


ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quam iniquè à quibuſdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur paſſim deducendo ad abſurdum, tum quia æquales conſtituat quantitates, quarum neutra demonſtratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, ἐκεῖ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui conſtat nondum dari ex abſolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem periferiæ circuli. Equidem nondum conciliata eſt longitudo circularis lõgitudini rectæ, denique in obſcuro eſt noſque latet, quid inter eas diſcriminis ſtatuat curuitas, ſeu circuli gibboſitas. Et vt nihilominus quis ſanæ mentis cenſuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin poſſint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuiſibilis eſt, & nihil obſtat, quin ab alterutra quid dematur, vel ipſimet quid addatur, nec obijci poteſt quod etiam inter rectas

aliæ ſint alijs incommenſurabiles, & quod lateri ſeu coſtæ & diametro eiuſdem quadrati, non detur communis menſura: vt inde conijci poſſit, tanta inter curuum & rectum ἀνπλεγία καὶ ἀσυπτωσις, & repugnantia vt æqualitatem reſpuant. Sed hoc omnino contrarium eſt naturæ quantitatis, cui ademptio vel additio negari non poteſt, quibus mediantibus quæ ſunt congeneæ in dimenſione, vel ſimul lineari, vel ſimul plana, vel ſimul ſolida, æquales conficiantur. Et verò noſter Archimedes hanc difficultatem ἐπιμηχανικῶς ſoluit, cum libro περὶ ἑλίκων demonſtrauit lineas rectas æquales periferijs circulorum. Et quamquam ἕλιξ non ſit linea ſimplex, ſed ex duplici motu naſcatur, vnde fortaſſe à quibuſdam ἀγωγὴ dicta ſit, nihilominus æqualitas lineæ rectæ, & periferiæ circuli in prima helicis deſcriptione decircinati, non depender ex illo duplici motu, ſed tantum ex contactu lineæ helices, quem omnis ratio admittit, cùm helix ſit linea curua, non recta, quam proinde recta non poteſt tangere pluribus punctis vno, alioqui eadem linea eſſet recta, & curua ſimul, quod à ratione abſonum eſt.

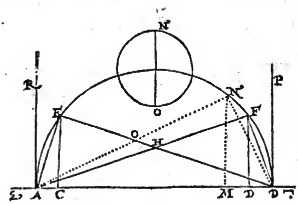
Quod verò longitudo continendi capacior fiat per curuitatem, quàm per directionem, hoc potius eſt ratione contenti plani, ἢ ἐμβαδὸν, vt loquuntur Græci, quam longitudinis ſeu περιμέτρου. Nec enim linea auget ſuam dimenſionem hac curuitate, nec dici poteſt illi aliquid addi, ſiue conſtet punctis, ſiue partibus quantitatiuis: niſi fortaſſe quia ἐκ τοῦ θέσιν ἔχειν συνθέσει τῶν μορίων, vt inquit [a] Ariſtoteles, ex diuerſa poſitione, aut ex vario ſitu longitudinem variam nanciſcatur. Verum
a prop. 18. 19. & 20. hoc ſi fuerit, accidet vt ambitus quoque figurarum angulatium non poſſint vnquam dici æquales lineis rectis: quia in angulo curuitas eſt, nec tamen in angulis vlla ineſſe ratio inæqualitatis linearum cenſetur. Certè anguli non contrahunt inter ſe eandem habitudinem, quam latera, nec Geometra argumentabitur ab angulo ad latus, nec ex anguli ad angulum ratione concludet rationem lateris oppoſiti aut ſubtenſi ad latus. At verò non hoc accidit cauſa longitudinis, ſeu ambitus anguli, ſed ſpatij comprehenſi. Quia angulus eſt ſpatium & ſuperficies contenta inter coincidentes lineas, nec tantum linearum coincidentia, etſi ex hac naſcatur. Etſi verò linea recta æquiparari poſſit curuæ & circulari, tamen in ea expiſcanda non admitterem ex Scaligero deductionem circuli ſuper planum, quouſque idem punctus planum tangens, redeat ad contactum eiuſdem plani, vt ſcilicet diſtantia quæ interceſſerit inter ambos contactus pro iuſto ac vero circuli περιμέτρῳ capiatur. Hoc arte caret, & nimis χειρουργικὸν redolet, tum plurimum fallax, cum eius fides ſolis ſenſibus committatur, qui potiſſimum in magnis circulis vix contactum verum agnouerint: cum quicquid tale affirmauerint, non res indiuiſibilis ſit, ſed corpus, & in infinitum diuiſibile. Et quamquam hoc toto opere Archimedes communem hominum, & vulgarem vſum iuuare conetur, nec rem hanc adeò reuocet ad Geometricum pondus, quàm ad ſenſibilem modum, qui publicè in praxim reducatur, & menſurationem det omnium corporum citra errorem, qui ſenſu percipiatur, tamen malim ad lineas quadratrices recurrere, & earum arte periferias circulorum indagare, quam hanc recens inuectam circuli ſuper plano circumuolutionem inducere. Vtut ſit, quoniam in mechanicis maiorem nec ſubtiliorem, nec acutiorem Archimede nouit vlla ætas artificem, ſatius eſt eum hac in anxietate, quàm vllum alium in conſilium adhibeamus. Ipſe definit nobis, præſcribit, ac Geometricè [b] demonſtrat lineam
b cap. de quarto in Categor. rectam æqualem periferiæ circuli dati.



Detur enim circulus A. M. E. cuius circumferentiæ æqualis recta ſit inuenienda. Eius radius ſit B.A. tum deſcribatur helix B.C.A. eo artificio, quod docet illic Archimedes, & repetemus ex Pappo ad 1 definitionem libri περὶ ἑλίκων: tangat autem helicem ad principium reuolutionis linea F. A. D. tandem ad punctum B. centrum tam ſpiræ, quam dati circuli erigatur B.D. perpendicularis ad radium A. B. Ea ſiquidem incidet in tangentem A.D. quia angulus B.A.D. ſit minor recto. Hanc igitur lineam A. D. oſtenſiuè demonſtrat [c] Archimedes
c propoſ. 18. l. de lineis ſpiralibus. æqualem eſſe circumferentiæ circuli. Cumque helices deſcriptio non compoſitior videatur eductione quadratricis, alio non eſt recurrendum, nec Archimedes ab quoquam quàm à ſeipſo promouendus eſt: quamquam aduerſus ipſius demonſtrationes inſultet Io-
d coroll. 1. in prop. 5. Element. cyclom. de potentia circuli. ſephus Scaliger [d], atque τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, audeat vocare περιεργικὴν: nam inſulſas eius reprehenſiones nihil morarer, niſi vnico verbo omnes eius machinas, quibus & Archimedis doctrinam euertere, & nouam circuli dimenſionem adſtruere conatus eſt, ſolo adæquare poſſem. Ex multis colligit [d] potentiam circuli minorem eſſe triangulo rectangulo, cuius eorum quæ rectum angulum continent, laterum, alterum quidem ſemidiametro, alterum quidem ambitui circuli eſſe æquale. Etenim omnia iſtæc ſuſque deque ferentur, & pudibunda ruina conijcientur, ſi oſtendero dum erraſſe, dum demon-

ſtrare nititur. *Quadratum* [a] *ab ambitu circuli decuplum eſſe quadrati à diametro.* Sic verò ratiocinatur. *a prop 6 eſtem cyclom. de ambitu circuli*

Dati circuli O. N. ambitum aſſignat [b] in Q. T. longitudine lineæ A. B, qua diametro ſemicirculum deſcribit A. E. F. B. Tum in A. B. ſumit triplum diametri O. N. (cum tamen nondum probauerit circumferentiam circuli, pluſquam triplam eſſe diametri, ſed omnia ſibi putat licere) dicitque eſſe B. E. quam in ſemidiametro accommodat [c], & à puncto E. demittit [d] perpendicularem E. C. iungitque E. A. Tum facit D. B. decimam partem ipſius A. B. erigitque D. F. ad rectos, iunctiſque F. B, & F. A. additiſque parallelis [e] B. P, A. k. concludit, & rectè quidem, lineam B. F. mediam proportionalem [f] inter A. B, B. D. & vt longitudo A. B. ad longitudinem B. D. eſt decupla, à eſſe quadratum A. B. decuplum quadrati B. F. & ex conſequenti quadratum A. F. nonuplum [g] eſſe quadrati B. F. hoc eſt longitudinem A. F. eſſe [h] triplam lateris F. B. tum angulos alternos R. A. E, A. E. C. inter ſe, tum alios P. B. F, & B. F. D, inter ſe eſſe [i] æquales. *b poſtulato ſuo 1. c per 1. li. 4. d per 12 l. 1. e per 31. l. 1. f per coroll. 13 lib. 6. g per 47 l 1 h ex coroll. 20. l 6. i per 29 l 1.*



Item angulos ad verticem in H. eſſe [l] pares, proinde reliquos A. E. H, & H. F. B, in triangulis A. E. H, & H. F. B. relinqui pares. qui proinde à rectis R. A. B, & P. B. A. ſublati relinquant illinc R. A. E, ſeu A. E. C. & H. A. B. ſimul, pares duobus P. B. F, ſeu B. F. D, & E. B. A. ſimul. *l per 15. li 1.*

Item ſequi A. E. C. angulum, angulo E. B. A. æqualem [m]: tum B. F. D, & F. A. B. eſſe pares: At perperam hinc deducit, ergo æquari angulos E. B. A, & F. A. B, & triangulus A. E. B, B. F. A. eſſe æquales, æqualiumque laterum, & eſſe F. A. vt E. B, triplum diametri N. O. tum A. E. vt F. B. eſſe parem ipſi diametro N. O, cuius quadrati cum ſit decuplum quadratum ex B. A. hoc eſt, ex perimetro circuli, ſequi quod intenderat, quadratum nempè periferiæ decuplum quadrati diametri. *m per 8 l. 6*

Hæc verò ψευδογραφήματα falſitatis originem ducunt ex illa prima illatione, qua angulum E. B. A. & F. A. B. dixit eſſe pares: quamuis enim hinc bini, illinc binis æquales ſint, non tamen alter horum, alteri illorum æquatur: Et vt medium ſit clarius, ſumatur aliud quoduis punctum M. à quo perpendicularis erigatur in N. & iungantur N. A, & N. B. ſecet verò N. A, lineam B. F. in O. Etenim vt priùs anguli P. B. N, & B. N. M. alterni erunt pares, angulus N. A. B. angulo M. N. B. æqualis, anguli ad O. æqui: Et proinde in triangulis E. A. O, & O. N. B. anguli omnes ſunt æquales, quia ambo A. E. O, & O. N. B. ſunt recti. Ergo k. A. E, & N. A. B, ſimul, æquales duobus reliquis P. B. N, & E. B. A. Ergo ſi valeret illatio Scaligeri, angulum N. A. B, æqualem quoque inferremus angulo E. B. A, & ideò quoque angulo F. A. B. nempè partem toti.

Hoc machinamento euerſo tota corruit Scaligeri ingens Cyclometricorum elementorum ſtructura. Fundamentum enim erat præcipuum, quo tota illa moles niteretur, & deinceps reliquis nulla fuerit adhibenda fides, & maneat Archimedes vanè impetitus. Equidem hoc dato initio falſo, mirum in quot & quantos erroris ſcopulos author alioqui perſpicax, impegerit, & lectorem pudet, virum principem, grauem, & de literis ampliſſimè meritum, tam pueriliter lapſum. Illic certè ἐπὶ νόσῳ νόσον, vt ait Sophocles, vel ἐφ' ἧμι ἧμος ἄρμη, vt inquit Homerus, adeo, vt totum opus potius concluſionum à dimenſione circuli inuiarum, quam Cycloperimetricorum ſyllogiſmorum ſtrues eſſe videatur.

Verùm hoc miſſum faciamus, vt interim dicamus Archimedem, non propterea compleſſe dimenſionem circuli, ᾗ τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου, quod lineam rectam demonſtrauerit æqualem periferiæ circuli mediante linea helica vel ſpirali. Etenim demonſtrationes quidem quas elicit, tam 18. propoſitione, quàm ſegmentibus libri περὶ ἑλίκων, ſunt veriſſimæ, & Geometricè concludunt, ita vt ſcientiam conficiant ſuarum concluſionum: nihilominus potiùs oſtendunt quadraturam circuli eſſe ſcibilem, quam vt τετράγωνισμα κύκλου δείξειας τὸ ἐμβαδὸν εὑρών, ex perfecta ſcientia ducant.

Equidem poſſe fieri oſtendit, cum non dubium ſit ex eius demonſtratis in illo opere quin recta æqualis dari poſſit circumferentiæ circuli: at quomodo id fiat, non plenè reliquit, cum non demonſtrauit, qua arte ducatur linea verè helicem tangens in puncto dato. Hoc enim ſi nobis non reticuiſſet, totam artem haberemus ab eo dimenſionis circuli.

Repetatur figura præcedens, & ſit linea ſpiralis A.V.B. cuius principium ſit B. finis verò A. Imaginemur verò à puncto B. duci rectam B. D, πρὸς ὀρθὰς ad lineam A.B. Tum à puncto A. aliam A.D, tangentem ſpiralem, & occurrentem cum B.D, in D. Abſquedubio his ex hypotheſi datis, habetur ἀποδεικτικῶς lineam B.D, æqualem eſſe circuli A. M. E. circumferentiæ. Verùm ſi proponatur προβληματικῶς circuli dati A. M. E, circumferentiæ inuenire rectam æqualem, non potero problema ſoluere, cum non ſciam qua ratione linea D.A. ducatur tangens helicem in A. Fit etenim angulus B. A. D. acutus, & notat Archimedes, ita vt fiat occurſus linearum A.D, & B. D, ſed quæ ſit quantitas illius acuti anguli non patet, nec ipſius adhuc habemus definitionem: & poteſt, vel attolli linea, vel deprimi pluſquam par ſit, & ſic dari linea B. D. vel maior vel minor.

Nihilominus hoc de angulo, & de arte ducendæ tangentis helicem, aliqua dicemus ad finem libri de Spiralibus.

Satis eſt hoc attigiſſe nunc: ſequitur vt Archimedem audiamus.

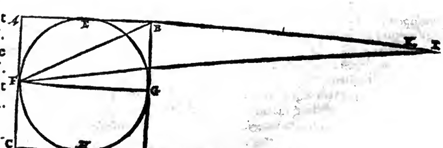


PROP. II. ΠΡΟΤ. B.

THEOR. II. ΘΕΩΡ. B.

Circulus ad quadratum ſuæ diametri, rationem habet quam vndecim ad quatuordecim.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ἕνδεκα πρὸς δεκατέσσαρα.

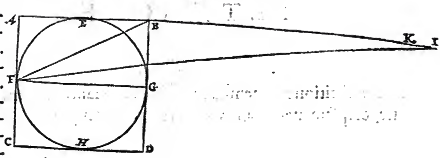


ΥΠΟΘ. Sit circulus A.C.D. B. eiuſque dimetiens F.G., cuius ſit quadratum A.D.

ΔΙΟ. Propone circulum habere ad quadratum rationem ſubſupertripartientem vndecimas, & ad illud eſſe vt 11. ad 14.

ΚΑΤΑ. Producatur A.B. in k, & fiat B.k. dupla lateris A.B. Tum ſeptima pars A.B, per 9.l.6. ſit k.I, & ducantur F.B, F.I.

ΑΠΟΔ.



ΑΠΟΔ. Quoniam A.I. continet ter A. B. & præterea vnam ipſius A.B. ſeptimam partem, ſi poſuerimus A. B. 7. erit A. I. 22. Atqui vt eſt A. I. ad A.B. ſic eſt[a] triangulus A. F. I. ad triangulum A. F. B. Qualium ergo A. F. B. fuerit 7. talium A. F. I. erit 22. Eſt[b] autem A. F. B. vna quarta totius quadrati A.D. & qualium eſt A. F. B. 7. talium eſt quadratum A.D. 28. Itaque triangulum A. F. I. ſe habet ad quadratum A. D. diametri F. G. circuli propoſiti vt 22. ad 28. hoc eſt[c] vt 11. ad 14. & in ratione ſubſupertripartiente vndecimas, vt proponebatur.

a per 1. l. 6.
b per 1. l. 6. & 34. l. 1.
c per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Duplici potiſſimum nomine Archimedes hac in propoſitione reprehenditur: tum quia ὑστέρῳ προτέρῳ vtatur. Nondum enim demonſtrauit periferiam circuli triplam ſeſquiſeptimam eſſe ad diametrum, quod ſequenti fecit theoremate. Tum quia numeris vſus eſt qui demonſtrationibus geometricis vſui eſſe non poſſunt, cum irrationales & incommenſurabiles quantitates ἀλόγους καὶ ἀσυμμέτρους non explicant. Equidem peruerſum eſſe harum trium propoſitionum ordinem, facillimè mihi perſuaderem, vel ſaltem hanc ſecundam conuenientiſſimè tertiam recenſeri. Et niſi tam excuſi, quàm manu ſcripti libri hac ſerie proponerent, hanc vltimam feciſſem. Quantum verò ad numeros attinet, libentiſſimè fateor non recipi in demonſtrandis affectionibus & irrationalium aut incommenſurabilium quantitatum habitudinibus, quoniam πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ita ut ſola quantitate continua cognoſcantur. Verum quin poſſint in demonſtrationibus quantitatis in continuarum addi numeri, non quidem pro fundamento rationis, ſed maioris lucis gratia & explicandæ clariùs propoſitionis, nemo geometra negarit. Quod hic duntaxat fit ab Archimede. Nec enim robur demonſtrationis petit à numeris: ſed eam ſub hypotheſi lineæ A. I. æqualis circumferentiæ circuli tum triplæ ſeſquiſeptimæ diametri F.G. ex veris Geometriæ fontibus primùm exhaurit, deinde numeris explanat, ſine quibus ratio ſubſupertripartiens vndecimas non ſtatim conſtat. Præterea cum perfectam non daret τὴν κύκλου μέτρησιν, ſed vulgaribus & mechanicis commenſurationibus vtilem, & vt ait Euſtocius, διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας: ſatius illi fuit vulgo ſtudere, quàm ſeueriori rem examine penſitare, quod nec publicæ vtilitati conduceret, nec vulgo caperetur: cùm tamen interim ita propè ſcopum collimaret, vt ſi quid à vero deſit, ſenſus non percipiat, ſed ſolo ſupremi intellectus lumine animaduertatur. Nec enim antiqui Geometræ rigidi, adeo & ſeueri Geometriæ ſcientiæ vindices fuerunt, vt eam à contemplatione ad praxim numquam diuerterint: quinimò neceſſariam omni omnino diſciplinæ arti & cognitioni probarunt, cum ab ea dependere oſtenderunt quodcumque pulchri, vtilis, laudabilis ineſſet artibus, quas vulgo illiberales & mechanicas dicunt, græci ἀνελευθέρους καὶ ἀγοραίους non μηχανικάς. Quæ enim mechanicarum appellationem merentur, omnia liberali ingenio digna habentur: quamquam paſſim materiam attrectent, ſed exquiſita induſtria, & in ſplendentem finem optimum, ac humano generi vtiliſſimum tendunt. Itaque cum aliquid in vulgares vſus proponerent, facilia & clara dari, vulgique captum non excederent, oportuit. Numeri autem vel maxime rem facilem præbent. Hoc itaque opere Archimedes Geometris non ſcribit, ſed vulgo, qui circa res ſphæricas & rotundas circulareſque verſatur, vt doceat qua cum proportione & menſura exequi, abſque ſenſibili errore, poſſint. Ea de cauſa, vt etiam vulgaribus commenſurationibus aliquid condonemus, & Archimedeum artificium qualicumque illuſtremus luce præmittenda nobis erunt nonnulla, quæ ad numerorum elucidationem conferant.

PETITIONES.

I.

Liceat repetitionem menſuræ in obiecta quantitate vnitatum numero definire, & ipſam menſuram vnitatis nomine deſignare.

II.

Liceat duas quantitates eiuſdem ſpeciei ſeu congeneas ſimul addere.

III.

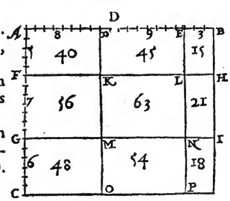
Liceat duarum inæqualium magnitudinum congenearum maiorem à minori detrahere.

IV.

Dentur decem priorum ſimpliciumque numerorum quadrati: tum decem priorum quadratorum numerorum dentur radices.

LEMMA I.

Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex ſingulis partibus vnius fiunt per alterius ſegmenta, æqualia ſunt toti ab integris comprehenſo.



A. B. 18
A. C. 20
C. B. 360

ΥΠΟΘ. Diuidantur lineares quantitates A.B, A.C. in partes quotlibet, prima nempè in A. F, F.G, G.C. ſecunda verò in A.D, D.E, E.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangula ſingularum partium vnius ſub ſingulis alterius, æquari toti ſub integris comprehenſo rectangulo.

ΚΑΤΑΣ. Sub A. B. & A.C. fiat [a] rectangulum C. B. & à punctis F. & G. agantur perpendiculares [b] F. H. & G. I. tum à punctis D. & E. aliæ D. O, E.P.

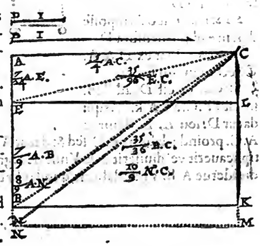
a Iuxta 1. definit. li. 2.
b per 11. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli ad A. D, & F. ſunt recti, eſt F.D. rectangulum [a] comprehenſum ſub A. D. parte primæ A. B. & A.F. parte ſecundæ A.C. Eadem ratione K.E. rectangulum eſt & continetur ſub D. E. ſecunda parte primæ A. B. & D. K. æquali [c] A.F. eidem parti ſecundæ A. C. Demum reliqua L.B, G.k, M.L, N.H, C.M, O.N, P.I. ſunt rectangula comprehenſa ſub ſingulis partibus vnius, & ſingulis alterius. Atqui hæc omnia toti C. B. conueniunt: ipſi itaque ſunt [d] æqualia.

c per 34. l. 1.
d per 8. cō-ment. ſent.

LEMMA II.

Si rectangulum continetur ſub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt ſe habebit menſura ad alteram ipſarum, ita ſe habebit quod fit ex altera, & menſura ad totum rectangulum.



ΥΠΟΘΕ. Sint duæ quantitates lineares congeneæ A.B, A.C. ſub quibus contineatur rectangulum A.K. Detur autem vtriuſque menſura D.

ΣΥΜΠ. Dico D. eſſe ad alteram, puta A.B. vt eſt quod fit ex D. & altera A. C. ad totum A. K.

ΚΑΤΑΣ. Eſt D. maior aut minor quantitate A.B. Ipſi itaque D. ſi minor ſit, æqualis ponatur A.E. ſi maior par ſit A. N. & abſoluantur parallelogramma E.C, N.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vel E.C. vel N.C. eſt[a] id quod fit ſub menſura D. hoc eſt A.E. vel A. N. æquali & altera A.C. Atqui vt eſt A.E. vel A. B. hoc eſt D. menſura ad alteram propoſitarum quantitatum A.B. ita eſt[b] E. C. vel N. C. ad B. C. Ergo vt menſura ad alteram datarum, ſic quod fit ex menſura & altera earumdem datarum ad id quod fit ex ipſis datis, vt vult Lemma.

a per 1. defi-nit. l. 1.

b per 1. l. 6.

LEMMA III.

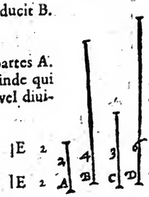
Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiſerit, primum vt faceret ſecundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico eundem numerum E. qui multiplicans A. producit B. multiplicantem C. gignere D.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum ſit A. ad B. vt C. ad D. quæ pars eſt vel partes A. ipſius B. eadem pars, vel eædem partes eſt[c] C. ipſius D: proinde qui numerus multiplicat aut diuidit A. vt faciat B. multiplicat vel diuidit C. vt faciat D. quod vult Lemma.

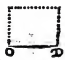
c per 20. de-finit. l. 7. & 6. li. 5.

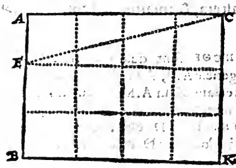


LEMMA IV.

Dato rectangulo eiuſque altero latere, dare ignotum latus.

ΥΠΟΘ. Dentur rectangulum A.k. eiuſque latus A.C. in menſura D.





ΣΥΜΠΕ. Dico A.B. poſſe dari in eadem menſura D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ex D. & A. C. rectangulum E.C.

ΑΠΟΔ. Vt eſt D. ad A.B. ſic eſt [a] E.C. ad A.k. Atqui datur D. ſeu A. E. datur & A.C. proinde dabitur E.C. ſed & datur A.k. ſcietur proinde quoto numero E.C. multiplicauerit vel diuiſerit A.k. Vnde nec ignorabitur [b], quoto numero D. multiplicabit, diuidetue A.B. Vnde dabitur, quod iubet lemma.

[a] per lemma 2. proximum.

[b] per 3. lemma.

LEMMA V.

Si quadrati latus diuidatur in duas partes, quadrata duarum partium & duo rectangula ſub ambabus partibus æqualia ſunt toti quadrato.

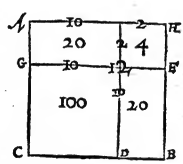
Hoc conſtat ex 4. lib. 2. τῶν στοιχείων.

LEMMA VI.

Dati in numeris quadrati latus inuenire.

ΥΠΟΘ. Detur quadratum A.B. in numeris.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ipſius poſſe dari radicem.



ΚΑΤΑΣ. Datum quadratum vel maius eſt quocumque nouem priorum quadratorum, aut alicui ex ipſis æquale eſt. Si æquale, dabitur facillime. [c] Si maius, ipſum diſſeca in partes non maiores literarum numero, quam ſit maximum quadratum nouem priorum ſimplicium, ſcilicet duabus literis ſingulas conſtantes, excepta vltima quæ vno charactere aliquãdo terminatur. Itaque A.B. partiamur in [d] M. & N. Sectionum autem multitudo, multitudinem literarum lateris deſignat. Vltima verò continet quadratum maioris partis lateris in duo diuiſi. Siquidem M. eſt quadratum G. D. cuius radix eſt O. æſtimatio nempè vltimæ literæ totius lateris quod quæritur, cuiuſmodi eſt C.D. vel C. G. totius C. B. vel C. A. Cæterum

[c] per 4. pet.

[d] Iuxta lemma præc.

M. N.
1 |4 4 (12
2 2
2
4 4

A B	144
M	100
N	44
O	10
P	20
Q	2
R	4
S	40

numeri huius ſectionis vltimæ ſi fuerit quadratus, vel ſi non quadratus fuerit, quadrati proxime inferioris radix ſumitur,[a] tanquam nouem priorum ſimplicium quadratorum, notaturque vt ſimplex, ſed operationis progreſſu æſtimatio augetur pro numero literarum, quibus componitur latus. Hoc quadrato dempto, reſiduum N. continet gnomonem[b] G H.D. nempè quadratum minoris partis lateris quæſiti, putà F.H. & duo rectangula ſub duabus lateris partibus veluti A.F, & F.B. æqualis. Horum autem rectangulorum latus vnum cognoſcitur, nempè O. quod ſi duplicauero, efficiam P. baſim rectanguli ex duobus compoſiti, ſed altitudo quæritur quæ eſt altera pars lateris totius, & latus quadrati minoris. Itaque per latus cognitum tentamus inuentionem alterius, & notata litera, tum per ſe ducitur, vt habeamus quadratum F. H. nempè R. tum multiplicatur per P. duplum alius lateris, fitque S. ſumma nempè amborum rectangulorum. His tandem R. & S. ſublatis nihil ſupereſt, vnde numerus oblatus ſtatuitur verè planus ſeu quadratus, & remanet latus conflatum ex O, & Q. quod quærebatur.

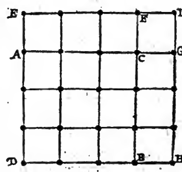
[a] per 4. petit.

[b] Iuxta lema præc.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc eſt methodus inueniendi lateris numeri perfectè plani. Verum quando numerus proponitur non quadratus, eruitur radix numeri quadrati maximi qui in eo contineatur. Et poſt operationem, ſupereſt exceſſus quo propoſitus numerus maior eſt. Verbi gratia ſit inueniendum latus numeri D. F. Hic quia non eſt quadratus, radicem non habet, quæ numeris exprimi poſſit: Verum C.D. numeri proxime infra quadrati radix dabitur. Tum vt quam proxime fieri poteſt accedamus ad numerum qui in ſe ductus producat D.F. ſupra lineolam collocabimus A.F, cui duplum inuentæ radicis vnitate adauctum ſubſcribemus, fietque minutia numerata ab eo quod ſupereſt, & denominata à gnomone, quo quadratum lateris vnitate maioris, quàm ſit A.D. vt lateris E.D. ſuperat quadratum D.C. cuius eſt latus ſeu radix A. D. Etenim quadrata habueris omnium numerorum ſi quadrato præcedentis addideris bis ſuam radicem cum vnitate. Vt ſi noueris quadratũ numeri A. eſſe B. & quæras quadratum C. adde ipſi B. bis A. cum vnitate: conficies D. numerum æqualiter planum, cuius radix eſt C. Bis autem capitur latus, quia ductum in vanitatem, qua latus excreſcit, reſtituit in numeris idem duplicatum latus, pro duobus ſupplementis vt A.F. & B. G, & tandem additur vnitas nempè quadratum G. F. Ex gnomone ergo ſeu minutiæ denominatore, aufer quod ſupereſt poſt inuentionem radicis numeri inæqualiter plani, ſupererit id quo deficit à vero & quadrato plano.

D. F.
12.



$3\frac{1}{7}$

A.	4.
B.	16.
C.	5.
D.	25.

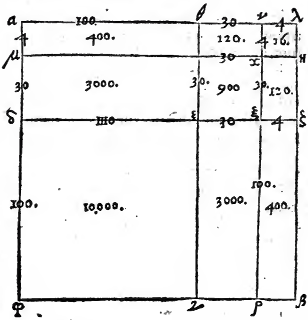
Denique non alia eſt methodus extrahendæ radicis numeri pluribus quàm quatuor ſyphris conſtantis. Nam quantuſcumque ſit, in ipſius inueſtigando latere, duas tantum partes conſideramus quadratas, reliquæ ſunt ſupplementa. Ducatur X. in ſe & producetur quadratus numerus V. Huius producti cenſentur partes Y. & Z. quadratæ: reliquæ continent duo ſupplementa ſub lateribus amborum Y. & Z. nempè A. & B. itaque quodlibet eſt C.[a] Cæterum quadratarum partium prima & maior litera vel literis conſtat vltimæ ſectionis (Hic enim à dextra ad læuam itur Hebræorum more, qui primi fuere harum artium doctores) ſi complete quadratum complent cum tot ſyphris quot præcedunt literæ in primis ſectionibus. Aut ſi quid habent præter quadratum, litera vel literis explicatur quadrati proxime inferioris cum totidem ſyphris, quot ſunt itidem præcedentes literæ in prioribus ſectionibus. Secundum verò quadratum conſtat tot numero characteribus, quot ſunt gradus numerales ab vltima ſectione. Radix demum primi quadrati conſtat litera quæ eſt radix numeri quadrati vt ſimplicis ſumpti[b] in vltima ſectione, & tot ſyphris quot ſectiones præcedunt. Radix denique ſecundi & minoris quadrati tot χαρακτῆρας habet, quot ſunt ſectiones, vltima dempta. Hæ autem duæ radices ſupplementorum latera cõſtituunt, & ſimul iunctæ totum propoſiti quadrati latus abſoluunt. Prima quidem facilè inuenitur: Imo ſecundam, quæ pluribus vna literis ſignificatur, vix alia quàm quæ explicata eſt cautela venamur, hoc ſolum eſt diſcriminis, quòd diſpeſcitur gnomon, reliquus ex priori quadrato in

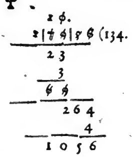
X	134
V	17956
Y	10000
Z	1156
A	100
B	34
C	3400
D	20
E	3

[a] ex 4. lemmate.

[b] Ex 4. αἰτήματ.

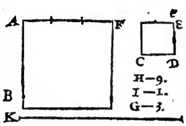
multos gnomones qui omnes pari menſurantur artificio. Detur α.β. quadratum: ſectionibus factis vt decet, manet vltimum quadratum Y. cuius eſt A. latus: itaque ſecatur in A. & B. At quia B. ignoratur, & ſunt duæ ſectiones ante vltimam, diuidi intelligitur quadratum in duos gnomones. δ κ γ. & μ.λ.ρ. quorum binæ altitudines vt δ μ. μ. α. Duabus inueniendis literis ſignificantur. Vt prima habeatur, duplicatur inuēta prius litera, fitque bis φ.γ. quia ſunt duo ſupplementa ρ ι. & ι.μ, & hoc duplo, putà D. diuido ſuperiores caracteres, inueniturque E. latitudo nempè δ.μ. & in ſe ducitur ι. vt habeatur quadratum ι. κ. Tandem vltima operatione duplicatur complexum ex D. & ι. nempè tota μ.κ. vt iungantur ſimul longitudines ſupplementorum μ.ν. & ν.ρ. & tandem inuenitur eorumdem & quadrati κ.λ. latitudo μ.α. Interim notandum huiuſmodi literas erui vt fimplices, quæ tamen operationis decurſu vires, & pondus denariorum, centenariorum, millenariorum, & ſimilium graduum numeralium, pro locis quæ occupant, nanciſcuntur.





LEMMA VII.

Noti quadrati latus ignotum Geometrice cognoſcere.



ΑΠΟΔ. Detur quadratum A. B. in menſura C. E. quadrata, terminiq. rationis A.B. ad C.E ſint H. & I.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico poſſe dari A.F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam datur A. B. in menſura C.E. danturque termini rationis A.B. ad C.E. inueniatur [a] medium proportionale inter H. & I. quod ſit G.

ΑΠΟΔΕΙ. A.B. eſt ad C.E. Hoc eſt H. ad I. in duplicata [b] ratione lateris A F. quæſiti ad latus C.D. mēſuræ propoſitæ Atqui H. eſt ad I. in duplicata ratione H. ad G. Ergo vt H. ad G. vel G. ad I. ſic eſt A.F. ad C.D. Proinde C. D. metitur A.F. per numerum G. Verùm ſi quadratum A. B. ſit ad menſuram C. E. non ſicut quadratus numerus ad quadratum numerum, non erit [c] menſura C. D. commenſurabilis ignoto lateri A.F: itaque numeris non cognoſcetur, ſed lineis hoc modo.

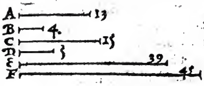
ΚΑΤΑΣ. Habe lineam k. in qua C.D. repetatur per numerum, per quem C.E metitur A.B. tum inter K. & C.D. inueniatur [d] media proportionalis L.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe L. ignotum latus. Nam quadratum A.B. eſt [e] ad C.E. ſeu k. ad C. D. in ratione dupla lateris ignoti ad C.D. latus: ſed k. ad C.D. duplam habet [f] rationem eius quam habet L. ad C.D. Ergo L & ignotum latus ſunt [g] æqualia. Si ergo in L. repetieris C.D. quantum fieri poterit, ipſam L. ſeu ignotum latus cognoſces proximè vero, quod hic tantum poſſumus.

[a] per lemma 5. & 11 li. 8.
[b] per 20 l. 6 & 11. l 8.
[c] per 4. l. 10
[d] per 13. l. 6
[e] per 20. l. 6
[f] per 10 definit l. 5.
[g] per 9. l 5.

LEMMA VIII.

Si quatuor magnitudinum prima ad ſecundam maiorem rationem habuerit quam tertia ad quartam, ſumantur autem primæ & tertiæ æquemultiplices: æquemultiplex primæ habebit maiorem quoque rationem ad ſecundam quàm æquemultiplex tertiæ ad quartam.



ΥΠΟΘ. Habeat A. prima ad B. ſecundam maiorem rationem quàm tertia C. ad D. quartam: primæ autem A. & tertiæ C. æquemultiplices ſint E. & F. & E. quidem ipſius A. verum F. ipſius C.

ΣΥΜΠ. Dico E. habere ad B. maiorem rationem quàm F. ad quartam D.

ΑΠΟΔ. Si A. eſſet æquemultiplex B. quotuplex eſt C. ipſius D. haberet [a] A. ad B. eandem rationem quam C. ad D. Atqui maiorem rationem habet A. ad B. quàm C. ad D. ergo maior eſt [b] A. quàm vt ſit duntaxat totuplex B. quotuplex eſt C. quartæ D. Sunt autem E. & F. æquemultiplices A. & C. Ergo E. pluries continet B. quàm F. ipſum D. atqui ſi E. totuplex eſſet B. quotuplex F. eſt D. eſſet [a] E. ad B. vt F. ad D. ſed maior eſt E. quàm totuplex B. quotuplex eſt F. ipſius D. Et maior ad eandem maiorem rationem habet. [b] Ergo E. maiorem rationem habet ad B. quàm F. ad D. vt vult lemma. *a per 5. l. 5. b per 8. l. 5.*

ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΟΡ. Γ. — THEO. III.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιον ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Cuiuſcumque circuli circumferentia tripla eſt diametri, & adhuc excedit minori quidem quã ſeptima parte diametri, maiori vero quam decem ſeptuageſimis primis.

ΥΠΟΘ. Sit circuli cuiuſpiam circumferentia A. B. C. D. & diameter A. C.

ΣΥΜΠ. Dico circumferentiam continere triplum diametri, & aliquid minus vna ſeptima ipſius; ſed maius decem ipſius ſeptuageſimis primis.

ΚΑΤΑΣ. Anguli recti B. E. C. ſumantur duæ tertiæ deſcripto [c] ſuper E. C. triangulo *c per 1 li. 1.*
æquilatero E. C. O. tum in puncto C. tangat circulũ linea [d] P. C. I. cum qua cõcurrat *d per 17. l. 3.*
E. O. producta in I. Deinde bifariã diuidatur [e] angulus C. E. I. ita vt C. E. F. ſit $\frac{1}{3}$ recti, *e per 9. l. 1.*
cui poſito [f] æquali C. E. P. fiat triãgulus F. P. E. æquilater & æquiangulus: Nam cùm C.
E. F. ſit $\frac{1}{3}$ recti, & F. C. E. rectus, manet C. F. E. pro $\frac{2}{3}$ recti, quantusquoque eſt F. E. *f per 23. l. 1.*
P. vnde conſtat reliquum P. eſſe $\frac{2}{3}$ recti. Et F. P. eſſe æqualem ipſi F. E. Sed E. C. ſecat F. E. P. bifariam: proinde vt F. E, E. P. ſunt æquales, ita ſunt [g] pares F. C, C. P. Et
ideo F. eſt dupla ipſius F. C. Rurſus bifariam ſecetur angulus C. E. F. recta E. G. Et an- *g per 3. l. 6.*
gulus C. E. G. recta E. H. Similiter angulus H. E. C. in duas partes æquales dirimatur linea K. E. & demum angulus K. E. C. bipartito ſecetur linea E. L. & angulo C. E. L. ponatur æqualis C. E. M.

ΑΠΟΔ. τὸ πρῶτον μέρος. Quoniam E. F. eſt dupla lineæ E. C. qualium fuerit E. F. 306.
talium erit E. C. 153 Atqui quadratũ E F. eſt [h] æquale quadratis F. C. & C. E. proin- *h per 47. l. 1.*
de ex quadrato E. F. 93636. ablato [i] quadrato F. C. 23409. remanet quadratum E. C.
70227. cuius latus eſt [l] proximè, 265. Quoniam autem angulorum ſequentium bipar- *i per 3. axioma.*
titio continua eſt, vt eſt [m] F E. ad E. C. ſic eſt F. G. ad G. C. & componendo [n] vt F. E. *l per lemma*
E. C. ad E. C. ſic F. C. ad G. C & viciſſim [o] vt F. E, E. C. ad F. C. ſic E. C. ad C. G. *5. & 7 ſecun.*
Eſt vero E. C. aliquantulo longior quam 265. qualium eſt E. F. 306. proinde ambæ ſi- *m per 3. l. 6.*
mul ſunt quid aliquantulo maius quam 571. vnde habent E. C. & E. F. ſimul maiorem *n per 18. l. 5.*
rationem [p] ad 153. quam 571. ad eadem 153 Ergo ſimiliter E. C. habet [q] ad C. G. maio- *o per 8. l. 5.*
rem rationem quam 571. ad 153. Et ſi C. G. ponatur 153. neceſſe eſt fateri C. E. aliquã- *p per 11. l. 5.*
tulo maius eſſe quam 571. & eius quadratum maius [r] quam 326041. Et demum qua- *q per coroll. 20. lib. 6.*
dratum E. G. (quod quadratis amborum E. C. & C. G. æquale eſt) excedere 349450. *r per 8. l. 5.*

PROPOS. I.

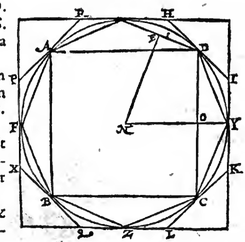
THEOR. I.

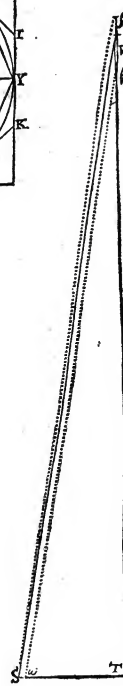
Omnis circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius radius eſt par vni eorum quæ ſunt circa rectum angulum: circumferentia vero baſi.

ΠΡΟΤΑ. Α.

ΘΕΩΡ. Α.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.





ΥΠΟΘΕΣ. Circuli A.B.C.D. radio N.Y. æqualis ſit κάθετος S. T. trianguli S. T. V. Periferia verò par exiſtimetur βάσει T.V.

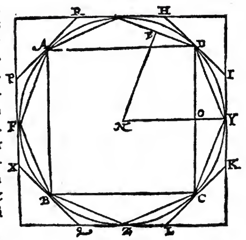
ΣΥΜΠ Dico rectangulum triangulum S. T. V. æqualem eſſe propoſito circulo A. B. C.D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non ſit triangulus circulo par, maiorem eſſe vel minorem fateamur neceſſe eſt.

Primò cenſeatur minor, & circulo [a] inſcribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exſuperet minori quantitate quam ſit ea qua triangulum excedit, vt ſcilicet inſcripta figura maior fiat ipſomet triangulo. Tandem ſit figura inſcripta D. A. F. B. Z. C. Y. & in aliquod ipſius latus perpendicularis agatur [b] à circuli centro, cuiuſmodi eſt N.E.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum ſubtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera ſunt æqualia, totam periferiam diuidunt [c] in arcus ęquales. Quodlibet vero latus minus eſt [d] eo quem ſubtendit arcum: proinde totus ambitus inſcriptæ figuræ minor eſt [e] tota circuli circumferentia, minorque ideo baſe trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ τ. θ. Deinde quia perpendicularis N.E. non attingit ambitum circuli, minor eſt radio N. Y. minorque perpendiculari S. T. Sit itaque τ. ω. Nam ducta ι. ω. fiet triangulus

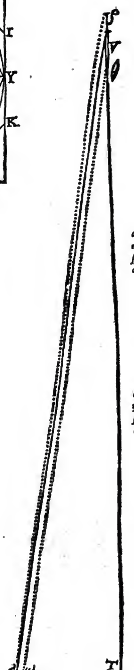
a per 2. manifeſt lib. 1. de ſphæra & Cylind.
b per 12. l. 1.
c per 28 l. 3.
d per 1. & 3. hypoth. l. 1. de ſphæra & cylind.
e per 8 hypoth. l. 1. de ſphær. & cylind.



T. θ. ω. minor quidem toto S. T. V.[a] ſed æqualis[b] omnibus triangulis in quæ diuideretur inſcripta figura, ſi lineæ à centro ad angulos ipſius rectæ ducerentur. Omnium etenim baſes ſunt æquales vni T. θ. tum altitudo eſt perpendicularis N. E. Ergo inſcripta figura minor erit triangulo S. T. V. quæ tamen poſita eſt maior. Eodem ergo triangulo eſſet maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret.

Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum deſcribatur[c] figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipſa rurſus maneat triangulo S. T.V. minor. Ipſa verò ſit A.P.F.X.B.Q.Z.L.C.K.Y.I. D.H.R.

ΑΠΟΔ. Singulis figuræ circumſcriptæ angulis arcus circumferentiæ ſubtenduntur comprehenſi ſingulià duobus dimidijs lateribus: vt angulo A.P.F. ſubtenditur arcus A.F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A.P, P.F. quæ ſunt ipſo arcu maiora, quia ipſum comprehendunt.[d] Ita eſt de cæteris. Totus proinde ambitus circumſcriptæ figuræ maior eſt circumferentia circuli, & ex conſequenti baſe T.V. Sit ergo æqualis lineæ T.ρ.& ducatur S.ρ. Etenim ſi mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumſcripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contactuum figuræ, ſunt[e] perpendiculares. Cùm ergo baſis T.ρ. trianguli S. T. ρ. ſit æqualis ambitui figuræ, & baſibus omnium triangulorum, in quo ipſa diſpeſcitur. Tum κάθετος S.T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S.T.ρ. eſt[b] æqualis illis omnibus, & toti circumſcriptæ figuræ. Atqui ipſe T.S.ρ. maior eſt[a] triangulo T.S.V. Ergo eodem triangulo T.S.V. maior eſt circumſcripta figura: quæ tamen poſita eſt minor. Inſulſa igitur & diſſentanea rationi ὑπόθεσις eſt, qua ſupponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde ſupereſt vt eum ipſi æqualem fateamur.



[a] per 9. comm. ſent.
[b] per 1. l. 6.
[c] Per 2. manif. l. 1. de ſphær. & cyl.
[d] Per 1. & 3. hyp. l. 1. de ſphær. & cyl.
[e] per 18. l. 3.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

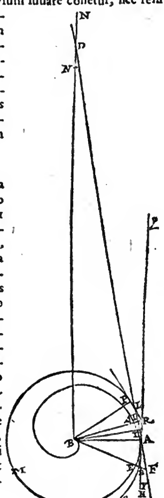
Quam iniquè à quibuſdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur paſſim deducendo ad abſurdum, tum quia æquales conſtituat quantitates, quarum neutra demonſtratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, περὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui conſtat nondum dari ex abſolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem periferiæ circuli. Equidem nondum conciliata eſt longitudo circularis lõgitudini rectæ, denique in obſcuro eſt noſque latet, quid inter eas diſcriminis ſtatuat curuitas, ſeu circuli gibboſitas. Et vt nihilominus quis ſanæ mentis cenſuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin poſſint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuiſibilis eſt, & nihil obſtet, quin ab alterutra quid dematur, vel ipſimet quid addatur, nec obijci poteſt quod etiam inter rectas

aliæ ſint alijs incommenſurabiles, & quod lateri ſeu coſtæ & diametro eiuſdem quadrati, non detur communis menſura: vt inde conijci poſſit, tanta inter curuum & rectum ἀναλογία καὶ ἀσυνθεσίας, & repugnantia vt æqualitatem reſpuant. Sed hoc omnino contrarium eſt naturæ quantitatis, cui ademptio vel additio negari non poteſt, quibus mediantibus quæ ſunt congeneæ in dimenſione, vel ſimul lineari, vel ſimul plana, vel ſimul ſolida, æquales conficiantur. Et verò noſter Archimedes hanc difficultatem ἐπιστημονικῶς ſoluit, cum libro περὶ ἑλίκων demonſtrauit lineas rectas æquales periferijs circulorum. Et quamquam ἕλιξ non ſit linea ſimplex, ſed ex duplici motu naſcatur, vnde fortaſſe à quibuſdam ἀγωγὴ dicta ſit, nihilominus æqualitas lineæ rectæ, & periferiæ circuli in prima helicis deſcriptione decircinati, non dependet ex illo duplici motu, ſed tantum ex contactu lineæ helices, quem omnis ratio admittit, cùm helix ſit linea curua, non recta, quam proinde recta non poteſt tangere pluribus punctis vno, alioqui eadem linea eſſet recta, & curua ſimul, quod à ratione abſonum eſt.

Quod verò longitudo continendi capacior fiat per curuitatem, quàm per directionem, hoc potius eſt ratione contenti plani, ἢ ἐμβαδὸν, vt loquuntur Græci, quam longitudinis ſeu περιμέτρου. Nec enim linea auget ſuam dimenſionem hac curuitate, nec dici poteſt illi aliquid addi, ſiue conſtet punctis, ſiue partibus quantitatiuis: niſi fortaſſe quia ἐκ θέσιν ἐχόντων συνθέσει τῶν μορίων, vt inquit [a] Ariſtoteles, ex diuerſa poſitione, aut ex vario ſitu longitudinem variam nanciſcatur. Verum hoc ſi fuerit, accidet vt ambitus quoque figurarum angularium non poſſint vnquam dici æquales lineis rectis: quia in angulo curuitas eſt, nec tamen in angulis vlla ineſſe ratio inæqualitatis linearum cenſetur. Certè anguli non contrahunt inter ſe eandem habitudinem, quam latera, nec Geometra argumentabitur ab angulo ad latus, nec ex anguli ad angulum ratione concludet rationem lateris oppoſiti aut ſubtenſi ad latus. At verò non hoc accidit cauſa longitudinis, ſeu ambitus anguli, ſed ſpatij comprehenſi. Quia angulus eſt ſpatium & ſuperficies contenta inter coincidentes lineas, nec tantum linearum coincidentia, etſi ex hac naſcatur. Etſi verò linea recta æquiparari poſſit curuæ & circulari, tamen in ea expiſcanda non admitterem ex Scaligero deductionem circuli ſuper planum, quouſque idem punctus planum tangens, redeat ad contactum eiuſdem plani, vt ſcilicet diſtantia quæ interceſſerit inter ambos contactus pro iuſto ac vero circuli περιμέτρῳ capiatur. Hoc arte caret, & nimis χειρουργικὸν redolet, tum plurimum fallax, cum eius fides ſolis ſenſibus committatur, qui potiſſimum in magnis circulis vix contactum verum agnouerint: cum quicquid tale affirmauerint, non res indiuiſibilis ſit, ſed corpus, & in infinitum diuiſibile. Et quamquam hoc toto opere Archimedes communem hominum, & vulgarem vſum iuuare conetur, nec rem hanc adeò reuocet ad Geometricum pondus, quàm ad ſenſibilem modum, qui publicè in praxim reducatur, & menſurationem det omnium corporum citra errorem, qui ſenſu percipiatur, tamen malim ad lineas quadratrices recurrere, & earum arte periferias circulorum indagare, quam hanc recens inuectam circuli ſuper plano circumuolutionem inducere. Vtvt ſit, quoniam in mechanicis maiorem nec ſubtiliorem, nec acutiorem Archimede nouit vlla ætas artificem, ſatius eſt cum hac in anxietate, quàm vllum alium in conſilium adhibeamus. Ipſe definit nobis, præſcribit, ac Geometricè [b] demonſtrat lineam rectam æqualem periferiæ circuli dati.

[a] prop. 18. 19. & 20.

[b] cap. de quarto in Categor.



Detur enim circulus A. M. E. cuius circumferentiæ æqualis recta ſit inuenienda. Eius radius ſit B. A. tum deſcribatur helix B. C. A. eo artificio, quod docet illic Archimedes, & repetemus ex Pappo ad 1 definitionem libri περὶ ἑλίκων: tangat autem helicem ad principium reuolutionis linea F. A. D. tandem ad punctum B. centrum tam ſpiræ, quam dati circuli erigatur B. D. perpendicularis ad radium A. B. Ea ſiquidem incidet in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. ſit minor recto. Hanc igitur lineam A. D. oſtenſiuè demonſtrat [e] Archimedes æqualem eſſe circumferentiæ circuli. Cumque helices deſcriptio non compoſitior videatur eductione quadratricis, alio non eſt recurrendum, nec Archimedes ab quoquam quàm à ſeipſo promouendus eſt: quamquam aduerſus ipſius demonſtrationes inſultet Ioſephus Scaliger [d], atque τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, audeat vocare παραλογιστικὴν: nam inſulſas eius reprehenſiones nihil morarer, niſi vnico verbo omnes eius machinas, quibus & Archimedis doctrinam euertere, & nouam circuli dimenſionem adſtruere conatus eſt, ſolo adæquare poſſem. Ex multis colligit [d] potentiam circuli minorem eſſe triangulo rectangulo, cuius eorum quæ rectum angulum continent, laterum, alterum quidem ſemidiametro, alterum quidem ambitui circuli eſſe æquale. Etenim omnia iſtæc ſuſque deque ferentur, & pudibunda ruina conijcientur, ſi oſtendero dum erraſſe, dum demon-

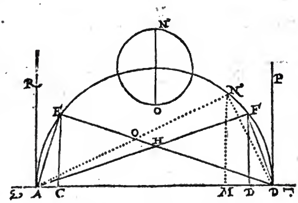
[e] propoſ. 18. l de lineis Spiralibus.

[d] coroll. 1. in prop. 5. Elemēt cyclom. de potentia circuli.

ſtrare nititur. *Quadratum* [a] *ab ambitu circuli decuplum eſſe quadrati à diametro.* Sic verò ratiocinatur. *a prop 6 eiuſdem cyclom. de ambitu circuli*

Dati circuli O. N. ambitum aſſignat [b] in Q. T. longitudine lineæ A. B, qua diametro ſemicirculum deſcribit A. E. F. B. Tum in A. B. ſumit triplum diametri O. N. (cum tamen nondum probauerit circumferentiam circuli, pluſquam triplam eſſe diametri, ſed omnia ſibi putat licere) dicitque eſſe B. E. quam in ſemidiametro accommodat [c], & à puncto E. demittit [d] perpendicularem E. C. iungitque E. A. Tum facit D. B. decimam partem ipſius A. B. erigitque D. F. ad rectos, iunctiſque F. B, & F. A. additiſque parallelis [e] B. P, A. k. concludit, & rectè quidem, lineam B. F. mediam proportionalem [f] inter A. B, B. D. & vt longitudo A. B. ad longitudinem B. D. eſt decupla, à eſſe quadratum A. B. decuplum quadrati B. F. & ex conſequenti quadratum A. F. nonuplum [g] eſſe quadrati B. F. hoc eſt longitudinem A. F. eſſe [h] triplam lateris F. B. tum angulos alternos R. A. E, A. E. C. inter ſe, tum alios P. B. F, & B. F. D, inter ſe eſſe [i] æquales.

b poſtulato ſuo 1.
c per 1. li. 4.
d per 12. l. 1.
e per 31. l. 1.
f per coroll. 13 lib. 6.
g per 47 l 1
h ex coroll. 20. l 6
i per 29 l 1.
l per 15. li 1.



Item angulos ad verticem in H. eſſe [l] pares, proinde reliquos A. E. H, & H. F. B, in triangulis A. E. H, & H. F. B. relinqui pares. qui proinde à rectis R. A. B, & P. B. A. ſublati relinquant illinc R. A. E, ſeu A. E. C. & H. A. B. ſimul, pares duobus P. B. F, ſeu B. F. D, & E. B. A. ſimul.

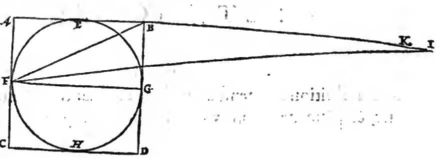
Item ſequi A. E. C. angulum, angulo E. B. A. æqualem [m]: tum B. F. D, & F. A. B. eſſe pares: At perperam hinc deducit, ergo æquari angulos E. B. A, & F. A. B, & triangulus A. E. B, B. F. A. eſſe æquales, æqualiumque laterum, & eſſe F. A. vt E. B, triplum diametri N. O. tum A. E. vt F. B. eſſe parem ipſi diametro N. O, cuius quadrati cum ſit decuplum quadratum ex B. A. hoc eſt, ex perimetro circuli, ſequi quod intenderat, quadratum nempè periferiæ decuplum quadrati diametri. *m per 8 l. 6*

Hæc verò ψευδογραφήματα falſitatis originem ducunt ex illa prima illatione, qua angulum E. B. A. & F. A. B. dixit eſſe pares: quamuis enim hinc bini, illinc binis æquales ſint, non tamen alter horum, alteri illorum æquatur: Et vt medium ſit clarius, ſumatur aliud quoduis punctum M. à quo perpendicularis erigatur in N. & iungantur N. A, & N. B. ſecet verò N. A, lineam B. F. in O. Etenim vt priùs anguli P. B. N, & B. N. M. alterni erunt pares, angulus N. A. B. angulo M. N. B. æqualis, anguli ad O. æqui: Et proinde in triangulis E. A. O, & O. N. B. anguli omnes ſunt æquales, quia ambo A. E. O, & O. N. B. ſunt recti. Ergo k. A. E, & N. A. B, ſimul, æquales duobus reliquis P. B. N, & E. B. A. Ergo ſi valeret illatio Scaligeri, angulum N. A. B, æqualem quoque inferremus angulo E. B. A, & ideò quoque angulo F. A. B. nempè partem toti.

Hoc machinamento euerſo tota corruit Scaligeti ingens Cyclometricorum elementorum ſtructura. Fundamentum enim erat præcipuum, quo tota illa moles niteretur, & deinceps reliquis nulla fuerit adhibenda fides, & maneat Archimedes vanè impetitus. Equidem hoc dato initio falſo, mirum in quot & quantos erroris ſcopulos author alioqui perſpicax, impegerit, & lectorem pudet, virum principem, grauem, & de literis ampliſſimè meritum, tam pueriliter lapſum. Illic certè ἔπι πόνῳ πόνος, vt ait Sophocles, vel ἐφ᾽ ἕλκει ἕλκος ἄρηται, vt inquit Homerus, adeo, vt totum opus potius concluſionum à dimenſione circuli inuiatum, quam Cycloperimetricorum ſyllogiſmorum ſtrues eſſe videatur.

Verùm hoc miſſum faciamus, vt interim dicamus Archimedem, non propterea compleſſe dimenſionem circuli, ἢ τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου, quod lineam rectam demonſtrauerit æqualem periferiæ circuli mediante linea helica vel ſpirali. Etenim demonſtrationes quidem quas elicit, tam 18. propoſitione, quàm ſegmentibus libri περὶ ἑλικῶν, ſunt veriſſimæ, & Geometricè concludunt, ita vt ſcientiam conficiant ſuarum concluſionum : nihilominus potiùs oſtendunt quadraturam circuli eſſe ſcibilem, quam vt τετράγωνισμα κύκλου δείκνυσι τὸ ἐμβαδὸν ὁρῶν, ex perfecta ſcientia ducant.

Equidem poſſe fieri oſtendit, cum non dubium ſit ex eius demonſtratis in illo opere quin recta æqualis dari poſſit circumferentiæ circuli: at quomodo id fiat, non plenè reliquit, cum non demonſtrauit, qua arte ducatur linea verè helicem tangens in puncto dato. Hoc enim ſi nobis non reticuiſſet, totam artem haberemus ab eo dimenſionis circuli.



ΑΠΟΔ. Quoniam A.I. continet ter A. B. & præterea vnam ipſius A.B. ſeptimam partem, ſi poſuerimus A. B. 7. erit A. I. 22. Atqui vt eſt A. I. ad A.B. ſic eſt[a] triangulus A. F. I. ad triangulum A. F. B. Qualium ergo A. F. B. fuerit 7. talium A. F. I. erit 22. Eſt[b] autem A. F. B. vna quarta totius quadrati A.D. & qualium eſt A. F. B. 7. talium eſt quadratum A.D. 28. Itaque triangulum A. F. I. ſe habet ad quadratum A. D. diametri F. G. circuli propoſiti vt 22. ad 28. hoc eſt[c] vt 11. ad 14. & in ratione ſubſupertripartiente vndecimas, vt proponebatur.

a per 1. l. 6.
b per 1. l. 6. & 34. l. 1.
c per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Duplici potiſſimum nomine Archimedes hac in propoſitione reprehenditur: tum quia ὑστέρῳ προτέρῳ vtatur. Nondum enim demonſtrauit periferiam circuli triplam ſeſquiſeptimam eſſe ad diametrum, quod ſequenti fecit theoremate. Tum quia numeris vſus eſt qui demonſtrationibus geometricis vſui eſſe non poſſunt, cum irrationales & incommenſurabiles quantitates ἀλόγους καὶ ἀσυμμέτρους non explicant. Equidem peruerſum eſſe harum trium propoſitionum ordinem, facillimè mihi perſuaderem, vel ſaltem hanc ſecundam conuenientiſſimè tertiam recenſeri. Et niſi tam excuſi, quàm manu ſcripti libri hac ſerie proponerent, hanc vltimam feciſſem. Quantum verò ad numeros attinet, libentiſſimè fateor non recipi in demonſtrandis affectionibus & irrationalium aut incommenſurabilium quantitatum habitudinibus, quoniam πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ita ut ſola quantitate continua cognoſcantur. Verum quin poſſint in demonſtrationibus quantitatis in continuarum addi numeri, non quidem pro fundamento rationis, ſed maioris lucis gratia & explicandæ clariùs propoſitionis, nemo geometra negarit. Quod hic duntaxat fit ab Archimede. Nec enim robur demonſtrationis petit à numeris: ſed eam ſub hypotheſi lineæ A. I. æqualis circumferentiæ circuli tum triplæ ſeſquiſeptimæ diametri F.G. ex veris Geometriæ fontibus primùm exhaurit, deinde numeris explanat, ſine quibus ratio ſubſupertripartiens vndecimas non ſtatim conſtat. Præterea cum perfectam non daret τὸ κυκλομετρεῖν, ſed vulgaribus & mechanicis commenſurationibus vtilem, & vt ait Euſtocius, διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας: ſatius illi fuit vulgo ſtudere, quàm ſeueriori rem examine penſitare, quod nec publicæ vtilitati conduceret, nec vulgo caperetur: cùm tamen interim ita propè ſcopum collimaret, vt ſi quid à vero deſit, ſenſus non percipiat, ſed ſolo ſupremi intellectus lumine animaduertatur. Nec enim antiqui Geometræ rigidi, adeo & ſeueri Geometriæ ſcientiæ vindices fuerunt, vt eam à contemplatione ad praxim numquam diuerterint: quinimò neceſſariam omni omnino diſciplinæ arti & cognitioni probarunt, cum ab ea dependere oſtenderunt quodcumque pulchri, vtilis, laudabilis ineſſet artibus, quas vulgo illiberales & mechanicas dicunt. græci ἀνελευθέρους καὶ ἀγοραίους non μηχανικάς. Quæ enim mechanicarum appellationem merentur, omnia liberali ingenio digna habentur: quamquam paſſim materiam attrectent, ſed exquiſita induſtria, & in ſplendentem finem optimum, ac humano generi vtiliſſimum tendunt. Itaque cum aliquid in vulgares vſus proponerent, facilia & clara dari, vulgique captum non excederent, oportuit. Numeri autem vel maxime rem facilem præbent. Hoc itaque opere Archimedes Geometris non ſcribit, ſed vulgo, qui circa res ſphæricas & rotundas circulareſque verſatur, vt doceat qua cum proportione & menſura exequi, abſque ſenſibili errore, poſſint. Ea de cauſa, vt etiam vulgaribus commenſurationibus aliquid condonemus, & Archimedeum artificium qualicumque illuſtremus luce præmittenda nobis erunt nonnulla, quæ ad numerorum elucidationem conferant.

PETITIONES.

I.

Liceat repetitionem menſuræ in obiecta quantitate vnitatum numero definire, & ipſam menſuram vnitatis nomine deſignare.

II.

Liceat duas quantitates eiuſdem ſpeciei ſeu congeneas ſimul addere.

III.

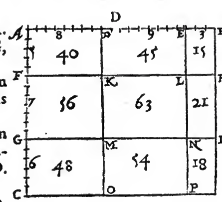
Liceat duarum inæqualium magnitudinum congenearum maiorem à minori detrahere.

IV.

Dentur decem priorum ſimpliciumque numerorum quadrati: tum decem priorum quadratorum numerorum dentur radices.

LEMMA I.

Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex ſingulis partibus vnius fiunt per alterius ſegmenta, æqualia ſunt toti ab integris comprehenſo.



ΥΠΟΘ. Diuidantur lineares quantitates A.B, A.C. in partes quotlibet, prima nempè in A.F, F.G, G.C. ſecunda verò in A.D, D.E, E.B.

ΖΗΤΗΣ. Dico rectangula ſingularum partium vnius ſub ſingulis alterius, æquari toti ſub integris comprehenſo rectangulo.

ΚΑΤΑΣ. Sub A.B. & A.C. fiat [a] rectangulum C.B. & à punctis F. & G. agantur perpendiculares [b] F.H. & G.I. tum à punctis D. & E. aliæ D.O, E.P.

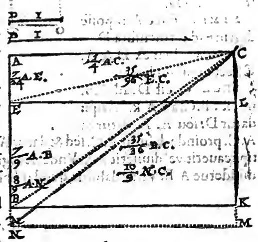
ΑΠΟΔ. Quoniam anguli ad A.D, & F. ſunt recti, eſt F.D. rectangulum [a] comprehenſum ſub A.D. parte primæ A.B. & A.F. parte ſecundæ A.C. Eadem ratione K.E. rectangulum eſt & continetur ſub D.E. ſecunda parte primæ A.B. & D.K. æquali [c] A.F. eidem parti ſecundæ A.C. Demum reliqua L.B, G.k, M.L, N.H, C.M, O.N, P.I. ſunt rectangula compreheuſa ſub ſingulis partibus vnius, & ſingulis alterius. Atqui hæc omnia toti C.B. conueniunt: ipſi itaque ſunt [d] æqualia.

A.	B.	18
A.	C.	20
C.	B.	360

[a] Iuxta 1. definit. li. 2.
[b] per 11. l. 1.
[c] per 34. l. 1.
[d] per 8. cō. ment. ſent.

LEMMA II.

Si rectangulum continetur ſub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt ſe habebit menſura ad alteram ipſarum, ita ſe habebit quod fit ex altera, & menſura ad totum rectangulum.



ΥΠΟΘ. Sint duæ quantitates lineares congeneæ A.B, A.C. ſub quibus contineatur rectangulum A.K. Detur autem vtriuſque menſura D.

ΣΥΜΠ. Dico D. eſſe ad alteram, putà A.B. vt eſt quod fit ex D. & altera A. C. ad totum A. K.

ΚΑΤΑΣ. Eſt D. maior aut minor quantitate A.B. Ipſi itaque D. ſi minor ſit, æqualis ponatur A.E. ſi maior par ſit A. N. & abſoluantur parallelogramma E.C, N.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vel E.C. vel N.C. eſt[a] id quod fit ſub menſura D. hoc eſt A.E. vel A. N. æquali & altera A.C. Atqui vt eſt A.E. vel A. B. hoc eſt D. menſura ad alteram propoſitarum quantitatum A. B. ita eſt[b] E. C. vel N. C. ad B. C. Ergo vt menſura ad alteram datarum, ſic quod fit ex menſura & altera earumdem datarum ad id quod fit ex ipſis datis, vt vult Lemma.

[a] per 1. definit. l. 2.

[b] per 1. l. 6.

LEMMA III.

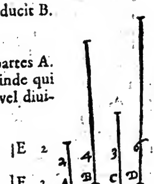
Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiſerit, primum vt faceret ſecundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico eundem numerum E. qui multiplicans A. producit B. multiplicantem C. gignere D.

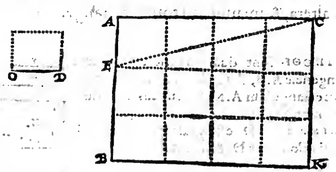
ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum ſit A. ad B. vt C. ad D. quæ pars eſt vel partes A. ipſius B. eadem pars, vel eædem partes eſt[c] C. ipſius D: proinde qui numerus multiplicat aut diuidit A. vt faciat B. multiplicat vel diuidit C. vt faciat D. quod vult Lemma.

[c] per 20. definit. l. 7. & 6. li. 5.



LEMMA IV.

Dato rectangulo eiuſque altero latere, dare ignotum latus.



ΥΠΟΘ. Dentur rectangulum A.k. eiuſque latus A.C. in menſura D.

ΣΥΜΠΕ. Dico A.B. poſſe dari in eadem menſura D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ex D. & A.C. rectangulum E.C.

ΑΠΟΔ. Vt eſt D. ad A.B.

a per lemma 2. proximum. ſic eſt [a] E.C. ad A.k. Atqui datur D. ſeu A. E. datur & A.C. proinde dabitur E.C. ſed & datur A.k. ſcietur proinde quoto numero E.C. multiplicauerit vel diuiſerit A.k. Vnde nec ignorabitur [b], quoto numero D. multiplicabir,

b per 3. lemma. diuidetue A.B. Vnde dabitur, quod iubet lemma.

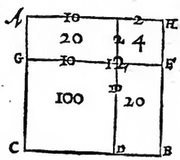
LEMMA V.

Si quadrati latus diuidatur in duas partes, quadrata duarum partium & duo rectangula ſub ambabus partibus æqualia ſunt toti quadrato.

Hoc conſtat ex 4. lib. 2. τῶν ςοιχείων.

LEMMA VI.

Dati in numeris quadrati latus inuenire.



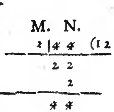
ΥΠΟΘ. Detur quadratum A.B. in numeris.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ipſius poſſe dari radicem.

ΚΑΤΑΣ. Datum quadratum vel maius eſt quocumque nouem priorum quadratorum, aut alicui ex ipſis

c per 4. pet. æquale eſt. Si æquale, dabitur facillime. [c] Si maius, ipſum diſſeca in partes non maiores literarum numero, quam ſit maximum quadratum nouem priorum ſimplicium, ſcilicet duabus literis ſingulas conſtantes, excepta vltima quæ vno charactere aliquãdo terminatur.

d Iuxta lemma præc. Itaque A.B. partiamur in [d] M. & N. Sectionum autem multitudo, multitudinem literarum lateris deſignat. Vltima verò continet quadratum maioris partis lateris in duo diuiſi. Siquidem M. eſt quadratum G. D. cuius radix eſt O. æſtimatio nempè vltimæ literæ totius lateris quod quæritur, cuiuſmodi eſt C.D. vel C. G. totius C. B. vel C. A. Cæterum



A B	144
M	100
N	44
O	10
P	20
Q	2
R	4
S	40

numeri huius ſectionis vltimæ ſi fuerit quadratus, vel ſi non quadratus fuerit, quadrati proxime inferioris radix ſumitur,[a] tanquam nouem priorum ſimplicium quadratorum, notaturque vt ſimplex, ſed operationis progreſſu æſtimatio augetur pro numero literarum, quibus componitur latus. Hoc quadrato dempto, reſiduum N. continet gnomonem[b] G H.D. nempè quadratum minoris partis lateris quæſiti, putà F.H. & duo rectangula ſub duabus lateris partibus veluti A.F. & F.B. æqualis. Horum autem rectangulorum latus vnum cognoſcitur, nempè O. quod ſi duplicauero, efficiam P. baſim rectanguli ex duobus compoſiti, ſed altitudo quæritur quæ eſt altera pars lateris totius, & latus quadrati minoris. Itaque per latus cognitum tentamus inuentionem alterius, & notata litera, tum per ſe ducitur, vt habeamus quadratum F. H. nempè R. cum multiplicatur per P. duplum alius lateris, fitque S. ſumma nempè amborum rectangulorum. His tandem R. & S. ſublatis nihil ſupereſt, vnde numerus oblatus ſtatuitur verè planus ſeu quadratus, & remanet latus conflatum ex O, & Q. quod quærebatur.

[a] per 4. petit.

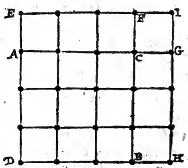
[b] Iuxta lema præc.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc eſt methodus inueniendi lateris numeri perfectè plani. Verum quando numerus proponitur non quadratus, eruitur radix numeri quadrati maximi qui in eo contineatur. Et poſt operationem, ſupereſt exceſſus quo propoſitus numerus maior eſt. Verbi gratia ſit inueniendum latus numeri D. F. Hic quia non eſt quadratus, radicem non habet, quæ numeris exprimi poſſit: Verum C.D. numeri proxime infra quadrati radix dabitur. Tum vt quam proxime fieri poteſt accedamus ad numerum qui in ſe ductus producat D.F. ſupra lineolam collocabimus A.F, cui duplum inuentæ radicis vnitate adauctum ſubſcribemus, fietque minutia numerata ab eo quod ſupereſt, & denominata à gnomone, quo quadratum lateris vnitate maioris, quàm ſit A.D. vt lateris E.D. ſuperat quadratum D.C. cuius eſt latus ſeu radix A. D. Etenim quadrata habueris omnium numerorum ſi quadrato præcedentis addideris bis ſuam radicem cum vnitate. Vt ſi noueris quadratũ numeri A. eſſe B. & quæras quadratum C. adde ipſi B. bis A. cum vnitate: conficies D. numerum æqualiter planum, cuius radix eſt C. Bis autem capitur latus, quia ductum in vnitatem, qua latus excreſcit, reſtituit in numeris idem duplicatum latus, pro duobus ſupplementis vt A.F. & B.G, & tandem additur vnitas nempè quadratum G. F. Ex gnomone ergo ſeu minutiæ denominatore, aufer quod ſupereſt poſt inuentionem radicis numeri inæqualiter plani, ſupererit id quo deficit à vero & quadrato plano.

D. F.

12.



$3\frac{3}{7}$

A.	4.
B.	16.
C.	5.
D.	25.

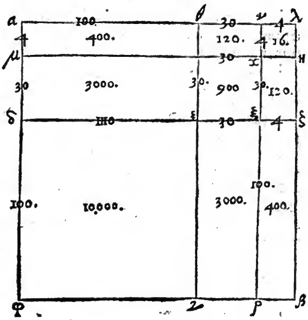
Denique non alia eſt methodus extrahendæ radicis numeri pluribus quàm quatuor ſyphris conſtantis. Nam quantuſcumque ſit, in ipſius inueſtigando latere, duas tantum partes conſideramus quadratas, reliquæ ſunt ſupplementa. Ducatur X. in ſe & producetur quadratus numerus V. Huius producti cenſentur partes Y. & Z. quadratæ: reliquæ continent duo ſupplementa ſub lateribus amborum Y. & Z. nempè A. & B. itaque quodlibet eſt C.[a] Cæterum quadratarum partium prima & maior litera vel literis conſtat vltimæ ſectionis (Hic enim à dextra ad læuam itur Hebræorum more, qui primi fuere harum artium doctores) ſi complete quadratum complent cum tot ſyphris quot præcedunt literæ in primis ſectionibus. Aut ſi quid habent præter quadratum, litera vel literis explicatur quadrati proxime inferioris cum totidem ſyphris, quot ſunt itidem præcedentes literæ in prioribus ſectionibus. Secundum verò quadratum conſtat tot numero characteribus, quot ſunt gradus numerales ab vltima ſectione. Radix demum primi quadrati conſtat litera quæ eſt radix numeri quadrati vt ſimplicis ſumpti[b] in vltima ſectione, & tot ſyphris quot ſectiones præcedunt. Radix denique ſecundi & minoris quadrati tot χαρακτῆρας habet, quot ſunt ſectiones, vltima dempta. Hæ autem duæ radices ſupplementorum latera cõſtituunt, & ſimul iunctæ totum propoſiti quadrati latus abſoluunt. Prima quidem facilè inuenitur: Imo ſecundam, quæ pluribus vna literis ſignificatur, vix alia quàm quæ explicata eſt cautela venamur, hoc ſolum eſt diſcriminis, quòd diſpeſcitur gnomon, reliquus ex priori quadrato in

X	134
V	17956
Y	10000
Z	1156
A	100
B	34
C	3400
D	20
E	3

[a] ex 4. lemmate.

[b] Ex 4. αἰτήματ.

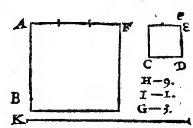
multos gnomones qui omnes pari menſurantur artificio. Detur α.β. quadratum: ſectionibus factis vt decet, manet vltimum quadratum Y. cuius eſt A. latus: itaque ſecatur in A. & B. At quia B. ignoratur, & ſunt duæ ſectiones ante vltimam, diuidi intelligitur quadratum in duos gnomones. δ κ γ. & μ λ. ρ. quorum binæ altitudines vt δ μ. μ. α. Duabus inueniendis literis ſignificantur. Vt prima habeatur, duplicatur inuēta prius litera, fitque bis φ.γ. quia ſunt duo ſupplementa ρ ι. & ι.μ, & hoc duplo, putà D. diuido ſuperiores caracteres, inueniturque E. latitudo nempè δ.μ. & in ſe ducitur ι. vt habeatur quadratum ι. κ. Tandem vltima operatione duplicatur complexum ex D. & ι. nempè tota μ κ. vt iungantur ſimul longitudines ſupplementorum μ. ν. & κ. ρ. & tandem inuenitur eorumdem & quadrati κ. λ. latitudo μ α. Interim notandum huiuſmodi literas erui vt ſimplices, quæ tamen operationis decurſu vires, & pondus denariorum, centenariorum, millenariorum, & ſimilium graduum numeralium, pro locis quæ occupant, nanciſcuntur.



2 φ.
2|7 6|5 6 (134.
2 3
3
6 9
2 6 4
4
1 0 5 6

LEMMA VII.

Noti quadrati latus ignotum Geometrice cognoſcere.



ΑΠΟΔ. Detur quadratum A. B. in menſura C. E. quadrata, terminiq. rationis A.B. ad C.E ſint H. & I.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico poſſe dari A.F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam datur A. B. in menſura C.E. danturque termini rationis A.B. ad C.E. inueniatur [a] medium proportionale inter H & I. quod ſit G.

ΑΠΟΔΕΙ. A.B. eſt ad C.E. Hoc eſt H. ad I. in duplicata [b] ratione lateris A F. quæſiti ad latus C.D. mēſuræ propoſitæ Atqui H. eſt ad I. in duplicata ratione H. ad G. Ergo vt H. ad G. vel G. ad I. ſic eſt A.F. ad C.D. Proinde C. D. metitur A.F. per numerum G. Verùm ſi quadratum A. B. ſit ad menſuram C. E. non ſicut quadratus numerus ad quadratum numerum, non erit [c] menſura C. D. commenſurabilis ignoto lateri A.F: itaque numeris non cognoſcetur, ſed lineis hoc modo.

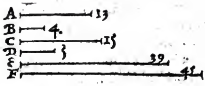
ΚΑΤΑΣ. Habe lineam K. in qua C.D. repetatur per numerum, per quem C.E metitur A.B. tum inter K. & C.D. inueniatur [d] media proportionalis L.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe L. ignotum latus. Nam quadratum A.B. eſt [e] ad C.E. ſeu K. ad C.D. in ratione dupla lateris ignoti ad C.D. latus: ſed K. ad C.D. duplam habet [f] rationem eius quam habet L. ad C.D. Ergo L & ignotum latus ſunt [g] æqualia. Si ergo in L. repetieris C.D. quantum fieri poterit, ipſam L. ſeu ignotum latus cognoſces proximè vero, quod hic tantum poſſumus.

a per lemma 5. & 11 li. 8.
b per 20 l. 6 & 11. l 8.
c per 4. l. 10
d per 13. l. 6
e per 20. l. 6
f per 10 deſinit l. 5.
g per 9. l 5.

LEMMA VIII.

Si quatuor magnitudinum prima ad ſecundam maiorem rationem habuerit quam tertia ad quartam, ſumantur autem primæ & tertiæ æquemultiplices: æquemultiplex primæ habebit maiorem quoque rationem ad ſecundam quàm æquemultiplex tertiæ ad quartam.



ΥΠΟΘ. Habeat A. prima ad B. ſecundam maiorem rationem quàm tertia C. ad D. quartam: primæ autem A. & tertiæ C. æquemultiplices ſint E. & F. & E. quidem ipſius A. verum F. ipſius C.

ΣΥΜΠ. Dico E. habere ad B. maiorem rationem quàm F. ad quartam D.

ΑΠΟΔ. Si A. eſſet æquemultiplex B. quotuplex eſt C. ipſius D. haberet a A. ad B. eandem rationem quam C. ad D. Atqui maiorem rationem habet A. ad B. quàm C. ad D. ergo maior eſt b A. quàm vt ſit dumtaxat totuplex B. quotuplex eſt C. quartæ D. Sunt autem E. & F. æquemultiplices A. & C. Ergo E. pluries continet B. quàm F. ipſum D. atqui ſi E. totuplex eſſet B. quotuplex F. eſt D. eſſet a E. ad B. vt F. ad D. ſed maior eſt E. quàm totuplex B. quotuplex eſt F. ipſius D. Et maior ad eandem maiorem rationem habet. b Ergo E. maiorem rationem habet ad B. quàm F. ad D. vt vult lemma.

a per 15 l. 5. b per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΟΡ. Γ. — THEO. III.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιον ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Cuiuſcumque circuli circumferentia tripla eſt diametri, & adhuc excedit minori quidem quã ſeptima parte diametri, maiori vero quam decem ſeptuageſimis primis.

ΥΠΟΘ. Sit circuli cuiuſpiam circumferentia A. B. C. D. & diameter A. C.

ΣΥΜΠ. Dico circumferentiam continere triplum diametri, & aliquid minus vna ſeptima ipſius; ſed maius decem ipſius ſeptuageſimis primis.

ΚΑΤΑΣ. Anguli recti B. E. C. ſumantur duæ tertiæ deſcripto c ſuper E. C. triangulo æquilatero E. C. O. tum in puncto C. tangat circulũ linea d P. C. I. cum qua cõcurrat E. O producta in I. Deinde bifariã diuidatur e angulus C. E. I. ita vt C. E. F. ſit $\frac{1}{3}$ recti, cui poſito f æquali C. E. P. fiat triãgulus F. P. E. æquilater & æquiangulus: Nam cùm C. E. F. ſit $\frac{1}{3}$ recti, & F. C. E. rectus, manet C. F. E. pro $\frac{2}{3}$ recti, quantusquoque eſt F. E. P. vnde conſtat reliquum P. eſſe $\frac{2}{3}$ recti. Et F. P. eſſe æqualem ipſi F. E. Sed E. C. ſecat F. E. P. bifariam: proinde vt F. E, E. P. ſunt æquales, ita ſunt g pares F. C, C. P. Et ideo F. eſt dupla ipſius F. C. Rurſus bifariam ſecetur angulus C. E. F. recta E. G. Et angulus C. E. G. recta E. H. Similiter angulus H. E. C. in duas partes æquales dirimatur linea K. E. & demum angulus K. E. C. bipartito ſecetur linea E. L. & angulo C. E. L. ponatur æqualis C. E. M.

c per 1 li. 3. d per 17. l. 3. e per 9. l. 1. f per 23. l. 1. g per 3. l. 6.

ΑΠΟΔ. τὸ πρῶτον μέρος. Quoniam E. F. eſt dupla lineæ E. C. qualium fuerit E. F. 306. talium erit E. C. 153 Atqui quadratũ E F. eſt h æquale quadratis F. C. & C. E. proinde ex quadrato E. F. 93636. ablato i quadrato F. C. 23409. remanet quadratum E. C. 70227. cuius latus eſt l proximè, 265. Quoniam autem angulorum ſequentium bipartitio continua eſt, vt eſt m F E. ad E. C. ſic eſt F. G. ad G. C. & componendo n vt F. E. E. C. ad E. C. ſic F. C. ad G. C & viciſſim o vt F. E, E. C. ad F. C. ſic E. C. ad C. G. Eſt vero E. C. aliquantulo longior quam 265. qualium eſt E. F. 306. proinde ambæ ſimul ſunt quid aliquantulo maius quam 571. vnde habent E. C. & E. F. ſimul maiorem rationem p ad 153. quam 571. ad eadem 153 Ergo ſimiliter E. C. habet q ad C. G. maiorem rationem quam 571. ad 153. Et ſi C. G. ponatur 153. neceſſe eſt fateri C. E. aliquãtulo maius eſſe quam 571. & eius quadratum maius r quam 326041. Et demum quadratum E. G. (quod quadratis amborum E. C. & C. G. æquale eſt) excedere 349450.

h per 47. l. 1. i per 3. di-menſio. l per lemma 5. & ſcholium. m per 3. l. 6. n per 18. l. 5. o per 8. l. 5. p per 11. l. 5. q per coroll. 20. lib. 6. r per 8. l. 5.

denique ipſum latus E. G. maius eſſe quam $591\frac{1}{8}$ Propterea concludimus quadratum

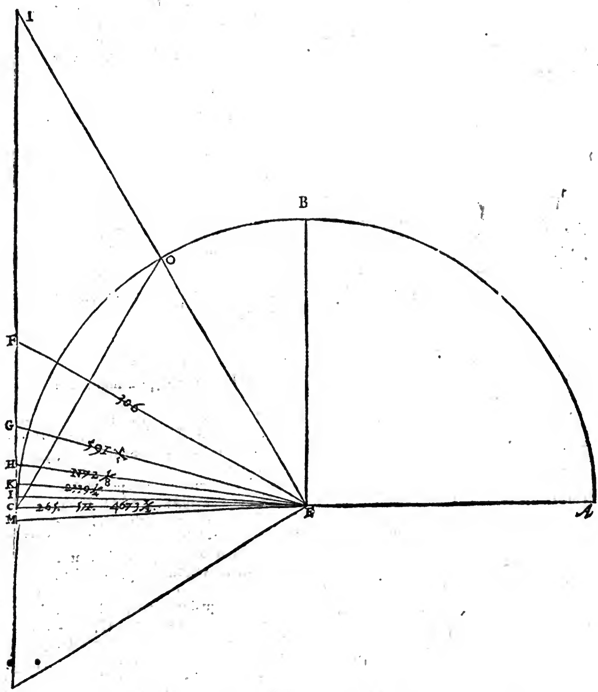
a per 8. l. 5. E. G. eſſe [a] ad quadratum C. G. in maiori ratione quam 349450. ad 326041. & latus E.

b per 3. l. 6. G. eſſe ad C. G. latus ἐν μείζονι λόγῳ ἢ 591. $\frac{1}{8}$ ad 153. Eodem prorſus argumento cum angu-

c per 18. l. 5. lus G. E. C. ſit bifariã ſectus, vt G. E. ad E. C. ſic [b] G. H. ad H. C. & cõponendo [c] vt G. E,

d per 16. l. 5. E. C. ad E. C. ſic G. C. ad H. C. & permutãdo [d] vt G. E, E. C. ad G. C. ſic E. C. ad C. H. Atqui E. C. quid maius eſt quã 571. Tũ E. G. quid maius quã $591\frac{1}{8}$ Simul itaque G. E. & E. C. ſũt ad G. C. hoc eſt ad 153. in maiori ratione quã $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Et proinde E. C.

e per 47. l. 1. quoq; eſt ad C. H. in ratione maiori quã $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Et quia quadratũ E. H. eſt [e] æ-

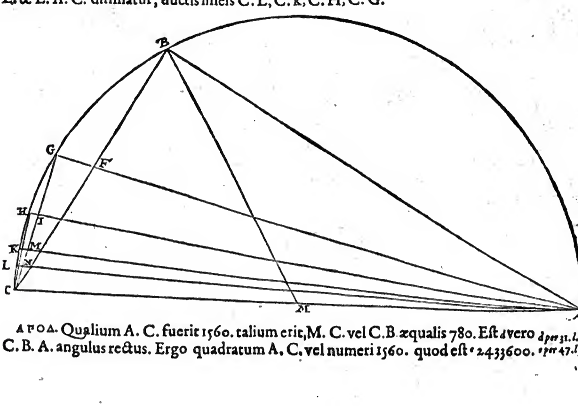


f per 2. petitionem. quale quadratis E. C, C. H. quę paulo maiora ſunt quã quadrata numerorũ $1162\frac{1}{8}$ & 153. quæ ſunt $1350534\frac{33}{64}$ & 23409. & ſimul [f] complent $1373943\frac{33}{64}$ ſequitur quadratum E. H. excedere $1373943\frac{33}{64}$ & eſſe E. H. latus quid maius quàm 1172. $\frac{1}{8}$ & denique H. E. ad H. C. maiorem rationem habere quam $1172\frac{1}{8}$ ad 153. Haud diſſimili via E. K. probatur ad K. C. maiorem rationem habere quàm $2339\frac{1}{4}$ ad 153. Nam ex pręcedenti angulorum diuiſione bifaria H. E. ad E. C. eſt [b] vt H. K. ad K. C. coniungendo ac per-

mutando[a] H. E, E. C. ſunt ad H. C. vt E. C. ad K. C. Atqui H.E. & E. C. ſimul ma- *a per 16 l. 5*
iorem rationem habent ad C. H. ſeu ad 153. quàm 1172 $\frac{1}{8}$ & 1162 $\frac{1}{8}$ ſimul, hoc eſt
2334 $\frac{1}{4}$ ad eadem 153. Ergo pariter E. C. eſt ad K. C. in maiori ratione quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad
153 Vnde ſequitur poſito K. C. 153. eſſe E. C. quid maius quam 2334 $\frac{1}{4}$. eiuſque qua-
dratum quid amplius quàm 5448723 $\frac{1}{16}$. Ac proinde quadratũ hoc 5448723 $\frac{1}{16}$ quod cũ
quadrato lineæ C.K. ſeu 153. nẽpe cũ 23409. efficit 5472132 $\frac{1}{16}$ quid minus cõponere
quadrato E.K. Iã quadratum E. k. æquale eſt[a] quadratis E. C, C. k. Er ideo E. k. quid *a per 47. l. 1*
maius eſt quàm 2339 $\frac{1}{4}$ habetque ad C. k. maiorem rationem quàm 2339 $\frac{1}{4}$ ad 157.

Denique cum diuidatur rurſus bifariam angulus k. E. C. linea E. L. ſunt[b] k. E. & E.
C. ſimul ad C. k. vt E. C. ad C. L. Atqui k. E. & E. C. ſimul maiorem rationem ha- *b per 3. l. 6.*
bent[c] ad C k. quàm 2339 $\frac{1}{4}$ fere k. E. & 2334 $\frac{1}{4}$ fere C. E. ſimul ſeu 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Er-
go E. C. ad C. L. in maiori ratione eſt quàm 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Eſt autem L. M. dupla L.
C. cum ſint enim æquales anguli L. E. C, C. E. M. & æquales anguli ad M. vt recti *c per 8. l. 5.*
latus M. E. commune, latera C. L, C. M. ſunt æqualia, & totum M. L. duplum alte-
rutrius. Deinde tota diametrus C. A. dupla eſt radij C.E. Proinde tota C. A. eſt[d] ad
L. M. totam in maiori ratione quam 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. & inuertendo[e] L. M. ad A.C. in
minori ratione vt ad maiorem[f] quàm 153. ad 4673 $\frac{1}{2}$ vt ad minorem ipſa A. C. Cæ- *d per 15. l. 5.*
terum quoniam angulus F. E. C. fuit $\frac{1}{3}$ recti: erit $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum *e per coroll. 4. l. 5.*
qui fiunt in centro circuli à duobus diametris ſeſe bifariam illic ſecantibus. Et proinde *f per 8. l. 5.*
ſemiſſis anguli F. E. C. nempe G. E. C. eſt eorumdem 4. rectorum $\frac{1}{24}$ tum eiuſdem
ſemiſſis H. E. C. $\frac{1}{48}$ demum k. E. C. $\frac{1}{96}$ denique L. E. C. $\frac{1}{192}$ dictorum 4. rectorum.
Atqui totus angulus L. E. M. duplus eſt ipſius L. E. C. qui ideo eſt $\frac{1}{96}$ dictorum recto-
rum. Et idcirco linea L. M. latus eſt polygoni laterum 96. circa circulum deſcripti:
cumque ſingula polygoni latera ad diametra A. C. ſint in minori ratione quàm 153. ad
4673 $\frac{1}{2}$ ſequitur[g] (ductis 153. per 96) eſſe totum nonageſexagoni polygoni ambitum *g per 8. lemma.*
in minori ratione ad diametrum A. C. quàm 14688. ad 4673 $\frac{1}{2}$. Atqui 14688. non ſunt
tripla ſeſquiſeſptima numeri 4673 $\frac{1}{2}$ ſed 14688 $\frac{6}{7}$. Ergo multo minus ambitus nona- *b per 3. hypoth. l. 1. de ſpher. & cylindro.*
geſexagoni triplus ſeſquiſeptimus eſt diametri A.C. Atqui ambitus ille maior eſt[b] cir-
cumferentia circuli. Ergo rurſus circumferentia circuli minor eſt quàm tripla ſeſqui-
ſeptima diametri: quæ fuit prima pars propoſitionis.

ΚΑΤΑΣ. τ̃ δευτέρου μέρους. Vt ſecunda propoſitionis pars demonſtretur, ſumatur rurſus
circulus A. C. B. in cuius centro M. conſtituatur[a] angulus trianguli æquianguli & æ- *a per 1. l. 1.*
quilateri C. B. M. æquiualens duabus tertijs recti, & ducatur B. A. vt fiat angulus B. A.
C. $\frac{1}{3}$ recti:[b] qui biſſecetur[c] linea A. G. tum rurſus angulus G. A. C. bifariam diui- *b per 20. l. 3* *c per 9. l. 1*
datur, eiuſque ſemiſſis H. A. C. ſimiliter, & item k. A. C. adhuc in duos æquales k. A.
L. & L. A. C. dirimatur, ductis lineis C. L, C. k, C. H, C. G.



ΑΠΟΔ. Qualium A. C. fuerit 1560. talium erit M. C. vel C. B. æqualis 780. Eſt[d] vero *d per 31. l. 3*
C. B. A. angulus rectus. Ergo quadratum A. C. vel numeri 1560. quod eſt[e] 2433600. *e per 47. l. 1*

ambas lineas A. K. & K. C. illorumque quadrata nempe 1014049. & 4356. harũ quadrata ſuperent. Atqui harum A. K. & k. C. quadrata ſunt [a] æqualia quadrato A. C. Et proinde quadratum A. C. minus eſt quàm duo 1014049. & 4356 ſimul, ſeu quàm 1018405. & demum A. C. latus, minus quam 1009 $\frac{1}{6}$ & ideo tandem A. C. minorem rationem habet ad C K. quam 1009 $\frac{1}{6}$ ad 66. Denique quia angulum K. A. C. bifariam diuidit linea A. L. & ſunt trianguli L. C. N. & L. C. A. ſimiles componendo & permutando, vt ſunt k. A, A. C. ſimul ad k. C. ſic eſt L. A. ad L. C. Atqui k. A. minor eſt quàm 1007. & A. C. minor quã 1009 $\frac{1}{6}$. Tum C. k. eſt 66. Et ideo k. A. & A. C. ſimul in minori ratione eſt ad k. C. quam 1007. & 1009 $\frac{1}{6}$ ſimul, ſeu quam 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66. Et proinde quoque L. A. eſt [b] ad L. C. in minori ratione quam 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66. Itaq; ſi L. C. conſtituatur 66. minus quid erit A. L. quam 2016 $\frac{1}{6}$ eiuſque quadratum, minus quam 4064928 $\frac{1}{36}$ Ambo ergo quadrata numerorum 66. & 2016 $\frac{1}{6}$ nempe 4356. & 4064928 $\frac{1}{36}$ ſimul, hoc eſt 4069284 $\frac{1}{36}$ excedũt quadratum A. C. æquale [c] duobus quadratis ex A. L. & C. L. Vnde ſequitur conſtituto L. C. 66. partium, pauciorum eſſe A. C. talium quam 2017 $\frac{1}{4}$ Et ideo A. C. minorem rationem habere [d] ad C. L. quam 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. Et inuertendo C. L. eſſe in maiori ratione ad A. C. quam 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Cæterum arcus C. B. eſt [e] vna ſexta totius circumferentiæ circuli: corda enim C. B. eſt par lateri hexagoni. Et ideo C. G. arcus eſt $\frac{1}{12}$ Tum C. H. arcus $\frac{1}{24}$ Præterea arcus C. k. $\frac{1}{48}$ demum reliquus L. C. $\frac{1}{96}$ Cum itaque C. L. maiorem rationem habeat ad A. C. quã 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ ſi multiplicentur 66. per 96. & fiant 6336. habebit totus polygoni nonageſexagoni ambitus ad diametrum A. C. maiorem rationem quam 6336. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Atqui 6336. ſuperat triplum 2017 $\frac{1}{4}$ vnitatibus 384. & $\frac{1}{4}$ hoc eſt pluſquam decem ſeptuageſimis primis eiuſdem numeri 2017 $\frac{1}{4}$ Ergo nonageſexagonæ figuræ æquilateræ circulo inſcriptæ ambitus maior eſt triplo diametri A. C. & decem ſeptuageſimis primis eiuſdem. Atqui circumferentia circuli longior eſt [f] ambitu dictæ figuræ τῆς ἐγγεγραμμένης. Proinde tandem ſequitur circumferentiam circuli excedere triplum diametri & $\frac{10}{71}$ eiuſdem, vt vult ſecunda pars propoſitionis.

[a] per 47. l. 1.
[b] per 8 l. 5.
[c] per coroll. 4 lib. 5. & 8. eiuſdem lib.
[d] per coroll. 15. l. 4.
[e] per 8. lemma.
[f] per 3. hyp. l. 1. de ſph. & cyl.

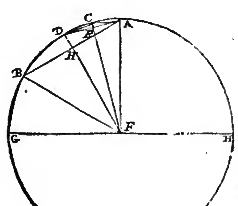
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Refert Eutocius Apollonium Pergæum, tum Philonem Apogadarum hoc exquiſitius inueniſſe, & (vt inquit) δι' ἀκριβῶν ἑτέρων ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγαγεῖν. Verum vſos eſſe multiplicationibus per myriadas, ac diuiſionibus quæ non facile in vſum caderent, nec tandem ſcopum attingerent. At Archimedem operam ſuam publico vſui vouiſſe, & certè omnium qui hactenus in quadrando circulo gnauiter inſudarunt, nullus propiùs ſcopum collimaſſe viſus eſt, adeo vt hæc τῆς κύκλου μέτρησις iam vulgo trita ſit, admodumque familiaris. Hoc ergo diuinitus inuento vtamur, fruamur, donec mens quędam diuinior Geometris illuxerit. Cæterum infiniti propemodum numero ſunt, qui circuli τετραγωνισμὸν ſuſque deque agitarint, quorum fortaſſè induſtriam, nec non à ſcopo multifidam deuiationem meminiſſe locus requireret. Verum ad Buteonem lectorem remitto, & ad ea quæ multi ſuorum laborum ſuſpicienda quidem & laudanda reliquerunt monumenta: ſi tamen monuero vt luſtrentur cum iudicio, inſpectorque à ſcopulis caueat, in quos magni etiam viri non ſine famæ iactura impegerunt.

Nihilominus antequam hoc opuſculum relinquamus, viſum eſt nobis perpendere nobile paradoxon, quod in Geometria aduertit Scaliger: ignorauit (ait) Archimedes, nempe, *ambitum* [g] *dodecagoni circulo inſcribendi plus poſſe quam circuli ambitum. Et quanto deinceps plurium laterum fuerit polygonum circulo inſcribendum, tanto plus poſſe ambitum polygoni quam ambitum circuli.* Etenim hoc ſi legitimè demonſtraſſet Ioſephus Scaliger, tantus fortaſſe inter Mathematicos vir eſſet habẽdus, quãtus inter literatiſſimos ſuſpiciẽdus eſt. Sit ergo circulus G. A. H. cuius diameter G. H. radius F. A. cui ęqualis ſit A. B. latus [h] ſexagoni, quod in ęqualia dirimatur [i] perpẽdiculari F. H. D. Iũgatur D. A. latus dodecagoni, quod itidẽ bifariam ſecetur [i] perpendiculari F. E. C. ac demum ducantur D. C, C. A. latera τοῦ τετρακαιεικοσαγώνου. Quandoquidem poſito G. H. diametro 16 (nam magnus Scaliger tantum in numeris vult hoc proponi ἀριθμητικῶς) erit B. F. 8. eiuſque quadratum 64. & quia B. A. dirimitur in H. bifariam, erit B. H. 4. Et ideo quadratum H. F. 48. cuius latus eſt 6 $\frac{12}{13}$ fere vti ipſe admittit. Sed 6 $\frac{12}{13}$ in ſe ductus reddit duntaxat 47 $\frac{157}{169}$ quæ deficiunt à 48. nempè à potentia lineæ F. H. partibus $\frac{12}{169}$ vt proinde vbi dempſeris ex toto F. D. ſeu ex 8. numerum 6 $\frac{12}{13}$ remanſerit 1 $\frac{1}{13}$ quod eſt quid amplius quam ſit potentia

[g] prop. 5. Elem. Cyclomet. de ambitu circ.
[h] per 15. l. 4.
[i] per 3. l. 3.

D. H. proinde quãuis 1 $\frac{1}{13}$ duodecies additus potẽtialiter triplo diametri excederet $\frac{15}{16}$ quibus ampliſſimus Scaliger metitur perimetrũ circuli (quã tamẽ Archimedes faceret tantũ 50$\frac{2}{7}$ nõ ſtatim ſequeretur ambitũ dodecagoni aut deinceps figurarũ pluriũ angulorũ, ſuperare circuli ambitũ. Verũ nec his numeris rite tractatis, & vt decet Arithmeticũ, excedet A.D duodecies ſumpta periferiã circuli. Quippe D.H. nempe 1 $\frac{1}{13}$ quadratum reddit $\frac{196}{169}$ quod iunctum quadrato A. H. ſcilicet 16. faciet quadratum A. D. $\frac{2900}{169}$ cuius latus eſt 4 $\frac{2}{13}$ quod duodecies ſumptum facit ambitum dodecagoni tantum 49 $\frac{11}{13}$ quæ longè diſtant à 50 $\frac{2}{7}$ quanta eſſet circuli circumferentia ſecundum Archimedem poſita diametro 16. Videamus de latere figuræ 24 laterum cuiuſmodi eſt A.C. Etenim A. E. quadratum eſt $\frac{725}{169}$ nempe quarta pars quadrati A. D. quod eſt $\frac{2900}{169}$ Hoc vero quadratum A. E. ſi ſubſtuleris ex 64. quadrato nimirum radij F. A. relinquetur quadratum F. E. $\frac{10091}{2613}$ cuius latus eſt proximum 7 $\frac{1900}{2613}$ proinde E.C. eſt $\frac{713}{2613}$ qui numerus in ſe ductus efficit $\frac{508369}{6827769}$ & additus quadrato A. E. $\frac{725}{169}$ dat quadratum A. C. ſeu lateris figuræ viginti quatuor laterum $\frac{5036046586}{1153892961}$ cuius radix vero maior eſt $\frac{70966}{33968}$ ſeu 2 $\frac{3030}{33968}$ quod ſumptum vigeſies quater reddit 50 $\frac{4784}{33968}$ quæ deficiunt à 50 $\frac{2}{7}$ nempe ab amplitudine circumferentiæ Archimedeæ quantitate $\frac{24448}{237776}$ & proinde multo minor quam 51. quantam ponebat Scaliger circuli circumferentiam. Verum vt hoc ex numeris clarius pateat, negotium examinemus ſtatera ſinuum, & ponamus ſinum 10000. erit enim tota diameter G.H. 20.000 eiuſque triplum 60.000. ſeptima autem pars 2. 857. Ita vt tota circumferentia maneat 62. 857. Hoc poſito videamus quid dederit angina pro figuris duodecim vel 24. laterum. Quadratum B.F. eſt 100. 000. 000. cuius $\frac{3}{4}$ nempe 75. 000. 000. faciunt quadratum perpendicularis F. H. quarta vero 25. 000. 000. reddit quadratum B. H. ſeu H. A. Eſt itaque linea F. H. 8660. quæ ablata à toto ſinu relinquit D. H. 1340. cuius quadratum 1. 795. 600. additum quadrato H. A. 25. 000. 000. conſtituit 26. 795. 600. quadratum ſcilicet D. A. cuius proinde latus eſt 5176. quod duodecies ſumptum facit ambitum dodecagoni circulo inſcripti 62. 112. qui minus eſt quam circumferentia eiuſdem circuli, partibus 745. Rurſus ſi D. A. eſt partium 5. 176. erit E. A. 2588 eiuſque quadratum 6. 697. 744. quod ablatum ex quadrato radij, reddidit pro quadrato F. E. 93. 302. 256. cuius radix eſt 9659. quæ ablata à radio toto relinquũt C. E. 341. cuius quadratum eſt 116. 281. quod additum quadrato E. A facit 6.814. 025. nimirum quadratum C. A. cuius latus eſt 2610. ſcilicet figuræ laretum 24. Hoc itaque latus ſumptum vigeſies, quater efficit 62640. ambitum videlicet figuræ 24. laterum circulo inſcriptæ, minorem quam circumferentia particulis 217. paucioribus quidem quam ambitus dodecagoni. Nam quanto figura plurium erit laterum tanto minus deficiet ab amplitudine, periferiæ vt eſt rationi conſentaneum. Viderint ergo docti Scaligeri manes, an adeo quantitas diſcreta continuæ contrarietur, vt tantum in Geometria monſtrum pepererit. Archimedes itaque non iniuſtè numeris circumferentiam circuli perpendit, cum indiſcreta quantitas diſcretæ lumine clariſſimè illuſtretur.



APXI-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟ-ΠΙΩΝ, Η ΚΕΝΤΡΑΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,

ΤΟ Α.

ARCHIMEDIS PLANORVM ÆQVIPONDERANTIVM, SEV CENTRA GRAVITATVM PLANORVM, vel de æquiponderantibus.

LIBER I.

PRAEFATIO.

MECHANICEN duabus conſtare partibus, ex antiquo mechanico Herone repetit [a] *Pappus Alexandrinus: altera quidem rationali petita ex Geometria, Arithmetica, Aſtronomia, & ex Phyſicis rationibus: altera effectiua, manuumque opera vtente, quæ deſumitur ex artibus attrectandæ materię immerſis, æraria, fabrili, ædificatoria, tectonica, ſtatuaria, & huiuſmodi. Miri vero hæc ars momenti eſt, quia ex naturæ Genio* [b] θαυμάζονται μὲν κατὰ φύσιν συμβαινόντων ὅσων ἀγνοεῖται τὸ αἴτιον, τῶν δὲ παρὰ φύσιν ὅσα γίγνεται διὰ τέχνην πρὸς τὸ συμφέρον τοῖς ἀνθρώποις. *Scilicet miramur quæ hinc promanant inſtrumenta, ob effectus qui pręter naturam in hominum vtilitatem, mediantibus ipſis pręſtantur, & eo magis quanto materię inſolubiliùs adhęrent. Materiam enim materięque errores domare, & naturalem ipſius qualitatem, quà poteſt eſſe & non eſſe, ad aliquem certum & determinatũ effectum adigere, non parũ arduũ ac difficile eſt, illicq; maxima humani animi vis & pręſtãtia relucent. Ea de cauſa Archim. mirũ nactus ingeniũ in hac mi-*

[a] Proœmio l. 8. collect. Mathem.

[b] In Mathematicis.

rabili arte excelluit: cumque perfectiſsimè omnes mathematicas artes fuiſſet contemplatus, eas denuo ad praxim & ad hominũ commoditates ſtupendis modis reuocauit. Hinc αὔτομα quo cœleſtis moles, cæleſtisque compaginis motus enixè referebatur: hinc manium per terram decurſus, hinc illius Alexandrinæ immanis magnitudine in mare protruſio, ſola regis manu præſtita, hinc πολύβολα, καὶ πετρόβολα ὄργανα: reliqua denique ἀφετήρια, quibus ab expugnatione Marcelli diu Syracuſas defendit: hinc demum immixti votiuæ coronæ argenti deprehenſio manauit. Huic itaque parti tantum operæ tribuit diuinus hic Syracuſius, vt mirer Plutarchum ſcribere [a] *Archimedem hac in arte nihil memoriæ mandaſſe. Non legerat Archimedem ipſum, qui ſcribit ad propoſitionem 6. lib. περὶ τῆς τετραγωνισμοῦ παραβολῆς δέδεικται γὰρ τοῦ το ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Scilicet concludat centrum grauitatis trianguli cuius inuentionem docuerat in his libris, quos proinde illic loci intelligit quoſque μηχανικὰς vocat: quia fundamentum totius mechanices continent, nullámque mechanicum inſtrumentum excogitari aut fabricari poteſt, quod non innitatur ijs quæ his libris oſtenduntur. Tum etiam credibile eſt Archimedem alios ab iſtis libros ſcripſiſſe περὶ τῶν μηχανικῶν, quos rurſus citat propoſ. 10. de quadratura paraboles, quique iniuria temporum perierint. Etenim quamuis deduci poſsit ex his quæ hoc opere demonſtrantur, vt & deducemus,* [b] *quod illic infert Archimedes, tamen hic non habetur formaliter demonſtratum. Deinde ſcripſit Archimedes mechanicum librum περὶ ὀχουμένων quem explicamus in ſequentibus: Et alium περὶ τῆς σφαιροποιίας vt ex Carpo Anthiocenſi refert* [a] *Pappus, qui rurſus citat* [c] *librum Archimedis περὶ ζυγῶν vt & Zetzes alium περὶ τοῦ ἰσορροπίου, vt aliàs diximus. Denique hic Artifex, cui præter quemcumque alium conuenit dictum illud Antiphontis, τέχνῃ γὰρ κρατοῦμεν ὧν φύσει νικώμεθα, vera mechanices elementa his duobus libellis reliquit, primæ videlicet partis. Etenim vt quod res eſt fatear, fabrilis artis, ærariæ aut ſtatuariæ elementa non continet. Ita vt ſi de hac ſecunda parte operaria loquutus fuerit Plutarchus, fortaſſe ſit audiendus: licet etiam Pappus contradicere videatur, qui quadrageſimum organum mechanicum Archimedis memorat,* [b] *vt Zetzes τέλπαστον. Verum hæc ὄργανα inuenit quidem ordinémque ac conſtructionis proportionem dedit, ſed manum dolandæ materiæ, findendæ, fundendæ, denique parandę, conſtruendæ impoſuiſſe non eſt quod credamus: operarios potius habuit quibus quod vellet fieri perhiberet. Propterea hac de parte nihil edidit. Quamquam Archimedi non denegarim, quod in mechanico requirit* [d] *Vitruuius, omnem nempe γραφίδος partem εὐθυγραμμικὴν καὶ κυκλικήν: verum vtramque profert Geometria. Et licet tandem materiam aptaſſe condonemus ipſi, nec tantum lineas radio, aut circulos circino delineaſſe, ſed corpora quoque quadrata, quadrangula, rotunda deformaſſe ſecuri & torno verbis Polybij preſsi, qui de machinis Archimedis ſcribens habet, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν ἀρχηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους: tamen ne artem ſuam faceret illiberalem, ἀνελεύθερον καὶ ἀγοραῖον, à præceptis huius partis abſtinuit. Cæterum hoc opus in duos libros diuiditur: in quorum primo agitur de centro grauitatis, & æquiponderatione corporum, quæ figura rectilinea & plana comprehenduntur: in ſecundo tractatur de ijſdem æquipondio ac grauitatis polo corporum mixtis conſtantium figuris, cuiuſmodi ſunt, quę conicis ſectionibus continentur. Atque vbi quidẽ primi libri ſexta & ſeptima prop. oſtendit reciprocas radiorũ & ponderũ rationes in æquipondio,*

[a] In vita Marcelli.

[b] Prop. 10. li. 8 collect. Mathem. Lemmate.

[c] Ad 15. prop. huius.

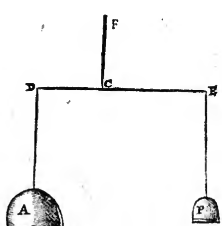
[d] Lib. 1. c. 1. Architect.

Polyb. li. 8.

Diuiſio Operis.

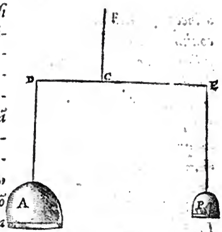
Verbis.

deinceps particulatim quærit æquiponderationem, tùm in ſingulis corporibus, tum in coniunctis: quod eſt vniuerſum mechanicorum fundamentum. Licet enim corpora ſuſpendas, efferas, trudas, pulſes, demittas, aut quocumque modo moueas, ex æquiponderatione eorum cum alijs oneribus, de proportione inſtrumenti, deque vi mouente fertur iudicium. Ad mouendum enim non ſufficit vis quæ in æquilibrio ſuſpendat, ſed maior requiritur, quæque ad pondus maiorem rationem habeat, quàm ſit ea quæ eſt radiorum reciproca. Titulum autem fecit Archimedes huic operi ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν, ἢ κεντροβαρῶν ἐπιπέδων, *vt habet manuſcriptus & regius codex: ſeu* ἢ κέντρα βαρῶν *ſeparatim, vt eſt in libro impreſſo & vulgari, ſeu* ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπικῶν, ἢ κέντρα βάρων ἐπιπέδων, *vt legit a Guidus Vbaldus. Communis Latina* ἐπιγραφὴ, *eſt, De æquiponderantibus. Et quoniam hæc inſcriptio tam variè ſumitur, placet conuenientiorem ſeligere. Impreſſa vulgaris & Guidi Vbaldi vix græca eſt. Quippe particula* ἢ *diſiunctiua ſimiles caſus non diſiungit, & rectius haberetur* ἢ κέντρων βάρων: *vel ſi* κέντρα *dictio ſit retinenda, coniunctim ſit legendum* κεντροβαρῶν, *Aut ſi duas hic* ἐπιγραφὰς *adnotari quis dixerit, & proinde addi* τελείαν στιγμὴν *ante diſiunctiuam particulam, dicam quòd cùm in prima intelligatur propoſitio* περὶ *ſenſum requirere, vt & eadem inſcriptioni ſecundæ ſubſeruiat: porro hinc quidem patere, iam olim incertum fuiſſe horum librorum titulum. Deinde non tam libenter reciperem* ἰσοῤῥοπικῶν, *quamquam ſit Eutocij & libro ſequenti præfigatur vulgo, quàm* ἰσοῤῥοπιῶν *vel* ἰσοῤῥόπων *ſeu* ἰσοῤῥοπούντων. *Propterea ad regiam inſcriptionem me recipio. Atque huius quidem tituli partes duæ bipartitum operis ſubiectum manifeſtant. Etenim hic agitur, vel de collatione ponderum inter ſe, quatenus æquiponderant, aut non ſeruant æquilibrium, & hoc deſignatur his verbis* ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν: *vel agitur de centro ſeu polo grauitatis ſingulorum corporum, puncto nempe quo appenſa manent parallela horizonti, & ſecundum omnes ſuas partes æquiponderant, quod reliquo tituli indicatur. Aliud eſt enim loqui* περὶ τῆς ἰσοῤῥοπίας *corporum inter ſe collatorum, aliud de centro grauitatis & æquipondio cæterorum corporum. Etenim dum pondera inter ſe conferuntur, æquilibrium apparet in ſtatera & in radijs, aut agina trutinæ, non in ipſis corporibus quæ librantur. Quippe nihil intereſt quomodo appendeant, vel an horizonti recta ſint, vel ſint obliqua: ſatis eſt vt ſtateræ ſcapus quo appenduntur & penſitantur, horizonti parallela ſtet. Conferantur inter ſe pondera A. & P. tententurque ſtatera D. C. Etenim ſi in examine ſtante librili in C. maneat ſcapus D. E. æqualium momentorum & æquidiſtans horizonti, dicentur æquiponderare corpora A. & B. ſiue pondere æqualia ſint, ſiue ſint imparia, & ſiue recta horizonti ſeu obliqua ſtent. At vero æquilibrium in ſingulis corporibus eſt, quando appenſa à centro grauitatis ſteterint horizonti omni ex parte ſui æquidiſtantes. Eſt enim polus ſeu centrum grauitatis planorum corporum, qualium eſt hoc opus punctum intra ipſa corpora, à quo ſuſpenſa in aërem parallela horizontis planitiei manent:*

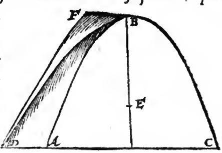


Titulus.

a Sua in opus paraphraſi elegantiſſima.



Aut vt habemus ex Pappo [a] punctum eſt, à quo ſi graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quieſcit, eamque ſeruat quam in principio habuerit poſitionem, neque in ipſa latione circumuertitur. Poſitio enim, quam corpora planis ſuperficiebus contenta habuerint, dum terræ accubant, eadem eſt quã in centro grauitatis ſuſpenſa retinebunt, nempe horizonti parallelam. Hinc ergo ratio petitur cur inſcribat Archimedes ſuum opus περὶ τῶν ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν. quippe quòd cõuenit planis corporibus nõ ſuperficiebus, in quibus grauitatis differentia nulla cerni poteſt, vt nec centrum grauitatis, ſicut nec in rebus leuibus, quarum momenta nulla ſunt: imo quæ à momento & pondere natura ſua abhorrent, ita vt rectius περὶ τῆς ῥοπῆς Plato quàm Ariſtoteles vel Ptolemæus ſit philoſophatus: qui cum ῥοπὴ ſeu momentum ſit grauitatis effectus, leuitatem, quam recte eſſe cenſebat στέρησιν τῆς βαρύτητος, momento priuauit. Vocabulum autem ἐπίπεδον, non de ſolis intelligitur ſuperficiebus, ſed & omni mole quæ figuram non habet conuexam aut concauam, at ex æquo iacentem inter ſuas lineas: cuiuſmodi ſunt grauia, de quibus hic potiſsimum ſermo eſt. Nam licet ſphærica corpora ſeu figurarum irregularium & mixtarum, grauitatem habeant, & centra grauitatum: non tamen in ſublime elata & centris ponderoſitatum appenſa, æqualia ſuarum partium momenta commonſtrant: ita vt eorum appenſiones per ponderoſitatum polos ab elationibus per alia puncta minimè diſtinguantur. Quinimo his grauitatum centris nequaquam definitiones ſuperius datæ conueniunt, ſed ea ſolum quam tradidit [b] Campanus, nempe vt ſint eiuſmodi, quod ſi per ea agantur plana figuras quomodocumque ſecantia, in partes ſemper ſecent æquiponderantes. Cæterum ſecundo libro conſpexeris corpora mixta planis & conuexis ſuperficiebus contenta, examinari penes grauitatem, grauitatiſque centrum: At in ipſis animaduertes perpetuo planas duas ſuperficies, ſecundum quas æqualia apparebunt momenta, & quæ in appenſione per centrum grauitatis horizonti æquidiſtans manebit. Vt ſi fuerit corpus cuius plana ſuperficies alta & ima, recta linea A. C. & A. B. C. D. F. hyperbolica ſectione contineantur. Ipſum ſi appendatur centro grauitatis, putà E. manebit planum A. B. C. æquidiſtans horizonti, & plana ſuperficies æquilibrium oculis patefaciet. Hinc tandem conijcere eſt ſcopum Archimedis, & rationem tituli. Aequiponderantium enim corporum planorum primo rationem quærit: Tum centrum grauitatis corporum inueſtigat, quæ planitie quadam æquilibrium demonſtrant. Denique totius mechanices ſolidiſsima fundamenta iacit. Cæterum quoniam hoc totum opus de pondere eſt; corporáque hic Archimedes non vt corpora, ſed vt ponderoſa contemplatur, dubitare quis poſſet, num hic Mathematicum agat, qui in ſola quantitate verſetur: Pondus vero quantitatem eſſe in dubio ſit, tum quia inter quantitatis ſpecies ab Ariſtotele nõ annumeretur, [c] tũ quia põdus nihil aliud eſſe videtur quàm grauitas, qua corporũ quantitatẽ adnotamus: grauitas autẽ potius qualitatis rationẽ quã quantitatis habere cenſetur. Tũ etiã quia pondus cõtinuane an diſcreta quãtitas ſit, vix perſpexeris. nihilominus & Archim. hic Math. eſt & põdus verè quãtitas eſt: imo Ariſt. teſtimonio



[a] Proœmio l. 8. collect. Mathemat.

[b] Libro de centris grauitatum.

[c] In Cathegoria quantitatis.

qui pondus inter quantitates recenſuit. [a] *Ratio enim quantitatis nempe componi ex partibus integrantibus, ponderi conuenit, cum pondus varijs grauitatis vncijs tanquam partibus componatur. Deinde omnes quantitatis affectiones etiam ipſi ponderi competunt: nempe diuidi in vncias quibus conſtituitur, menſurare grauitatem corporum, eorumq; inter ſe æqualitatem vel inæqualitatem penes grauitatem oſtendere. Quamquam autem Philoſophus non meminerit ponderis vbique ſuorum operum, quibus ſibi de quãtitate ſermo fuerit, tamen ſatis eſt ſi vſpiam ipſum inter quantitates recenſuerit: imo vero ſi nuſquam pondus albo quantitatis adſcripſerit, vnde tamen non ſtatim eſſet à quantitatum numero amandandum. Argumentum enim ab authoritate negatum non concludit, vt dialectici perhibent. Deinde vera ratio ponderis non pendet ex eo quo corpora deorſum deprimuntur, quodque eſt grauitas & inde qualitas: verum ex eo quo corpora penes grauitatem menſurantur. Huius enim menſurationis ſpecies principium eſt momentum ſiue inclinatio, non ſecus atque punctum principium eſt lineæ. Et proinde pondus eſt ſpecies continuæ quantitatis, cuius partes momentis copulantur: licet non deſint qui diſcretam quantitatem eſſe velint. Sed in eo continui ratio clarius quàm diſcretie luceſcit. Sed audiamus Archimedem quàm iuſtiſſimè de ponderibus & ponderantibus edicentem.*

[a] Lib. 10. Metaphyſices cap. 2. ex B. Thomæ expoſitione.

pendatur pondus Q. Certum eſt pondus ipſum ſua grauitate motũ imperriti rotæ D. E, G. & ex conſequenti alij concentricæ I. L. quæ identidẽ dentibus ſuis impactis dentib. rotæ F. N. eandẽ ſecũ rapiet & hæc tandẽ cõcentricã ſibi O. P. monebit. Similiter ſi tenuis & oblõga lamina ex chalybe preparetur recta, & æqualis ſpiſſitudinis, quæ axi S. P. altera extremitate impacta, altera cauo cylindro S. T. adfixa preſſim reuoluatur circa eundẽ axẽ S. P. ſcilicet reuoluto fune circa conũ V. Z. vt fit in cõmunibus horologijs: nõ quieſcet arcuata lamina & ſtrictim cõplicata, nec trahere deſinet, donec laxiorẽ ſtatuna cta fuerit intra cauitatem cylindri R. T. quamũque ſibi licuerit rectam ſibi figuram reſtituet. Imò ſi communis arcus ε ζ. tendatur reuolutione rotæ α. δ. β. rectam repetet lineam, & donec fuerit extenſus rotam monebit cui fune adligatur. Hinc baliſtarum iaculationes; hinc denique reliqui effectus oriuntur, qui ex ligni, ferri, funis, & aliarum materierum tenſione fiunt. Duplicetur funis A. B. & ferro vel ligno C. D. ſæpe conuoluto contorqueatur: maxima vi contorſus funis in priſtinum ſtatum redire enitetur. Denique non figura tantum recta has vires nacta eſt, ſed circularis quoque ſi ad rectam vi adducatur. Quam enim quodlibet res primum figuram ſortita eſt, eam pertinaciter retinet. Vt ſi lamina ferrea primum in arcum deformetur, deinde vi dirigatur, non ceſſabit donec obliquetur. Hinc fit vt non tantum æqualia pondera in æqualibus rectis diſtantijs æqualiter ponderant, ſed in radijs etiam obliquis. Siquidem fuerint D. E. æqualiter grauia, à radijs obliquis æqualibus, & vniformiter arcuatis A. B, A. C. appenſa fiet æquilibrium.

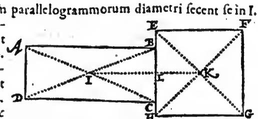


Cæterum ſi duo æqualia plana, æqualiterque ponderantia ſimul iunxeris, ne putes diſtantiam ita inter vtrumque abſorptam fore, vt cum æqualiter ad ſe inuicem coniungenda acceſſerint, tandem centrum grauitatis totius compoſiti maneat in linea coniunctionis. Fieri enim poteſt vt hoc non contingat, ſed contra vt æqualia priùs pondera iam non cenſeantur æquiponderare.



Sint [a] æqualia plana rectangulum D. B. & quadratum E. G. æqualiterque ſeparatim ponderantia. Coniungantur ita ut eorum centra ponantur in recta linea quæ latera coniuncta B. C. E. H. diuidat ad angulos rectos & bifariam. Dico centrum grauitatis non reperiri in linea E. H. Etenim horum parallelogrammorum diametri ſecent ſe in I. & k. vt ſint [b] I. & k. centra grauitatum ipſorum. Ducaturque I. k. efficiens rectos ad L. ex hypotheſi. Erit I. L. maior quàm L. k. quia dimidium lateris A. B. maius eſt dimidio lateris E. F. Proinde ſi appendantur duo parallelogramma propoſita à puncto L. erit grauius A. C. [c] appenſum à longiori diſtantia I. L. quàm E. G. dependens à breuiori radio L. k. Sed & multo minus foret centrum grauitatis totius compoſiti in alio puncto lineæ E. H. quàm in L. quia radij eſſent adhuc inæqualiores. Hinc fit vt quæ partes plani fuerint æquales magnitudine, nõn proinde ſint æquales pondere, dum in toto ſunt, nec rectè ex æquali partium magnitudine, æqualitatem ponderis earumdem concluderemus. Nec quando linea quomodolibet acta per centrum grauitatis ſecat [d] totum planum in æqueponderantiã, inferremus partes eſſe magnitudine æquales. Nequaquam enim eſt magnitudinis, & ponderis eadem ratio: niſi fuerint æquales partes etiam ſimiles. Tunc enim pondus & magnitudo ſe æqualitate conſequuntur, vt luculentius poſtea oſtendemus. Hinc denique aſſumendum pro ſequentibus, quæcumque æquiponderant in aliquibus diſtantijs, appendi per centra grauitatis, diſtantiaſque numerari, non ab extimis ponderum ſuperficiebus, ſed à centris grauitatum ad centrum librationis, quod reperitur in linea quæ illa grauitatum centra coniungit.

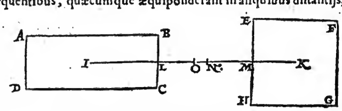
a per 14. l. 2



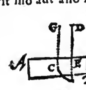
b ſecundum 10. l. huius.

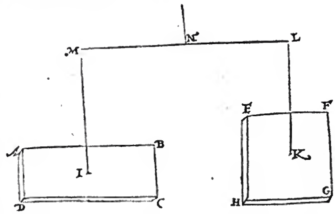
c ſecundum 6. & 7. huius.

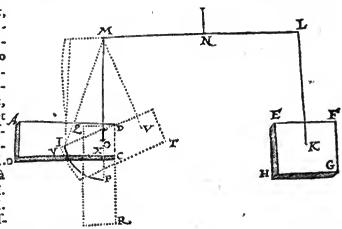
d per definitionem centri grauitatis à Campano.



Verbi gratia repetantur ſuperiora plana æqualia A. B. C. D. & E. F. G. H. quorum centra grauitatum I. & k. iunganiur linea recta I. k. Dico æqualitatem diſtantiarum quæ hic requiritur ad æquilibrium horum planorum æqualium, non ſumi ab extimis punctis L. & M. ita ut ſit punctus æquilibrationis in N. medio ſcilicet inter L. & M. ſed accipi in puncto O. pari interuallo diſſito à centris I. & k. Vnumquodque enim graue ponderat in centro grauitatis. Ita vt ſi libratio fieret in N. foret vt diſtantiæ eſſent inæquales: maior enim eſt N. I. quàm N. k. Experimur autem ponderationem, à centro tanquam polo proficiſci, quia ſi quodlibet pondus appenſum fuerit filo aut alio ligamento quò liberè deorſum tendat, numquam ceſſarit, donec centrum grauitatis abierit quantum poterit infimè. Plani A. B. centrum grauitatis ſit C. & appendatur filo à puncto E. Certum eſt maiorem partem A. E. tendere deorſum donec C. deſcripſerit arcum C. F. fueritque in linea librationis D. E. F. At ſi ſuſpendatur filo G. C. quieſcet neutraque pars inclinabitur. Vnde ſi ſtatera appenderis illa duo plana A. C, E. F. per centra I. & k. fueritque librile in N.







puncto medio inter M. & L. & ex æquo reſpondenti puncto intermedio inter centra I. & k. fiet æquilibrium, manebuntque plana horizonti parallela. Verum ſi ſuſpenſio ipſius A. C. fieret à puncto O. non centro grauitatis, caderet punctum I. in P. & planum A.C. in Q.R. vt graue appenderet à centro. Aut ſi A.C. eo modo ſuſpenderetur, vt A.O. non fineret partem A. D. elabi: & eſſet putà M. O. ferrea virga quæ retineret A.C. perpetuo ad angulum rectum, alterum ex duobus contingeret: nempè vt ſi M.O. ita arctè deligatur extremitati M. vt diuerti ad latus non poſſit, nec mutet angulum M. non foret æquilibrium ex N. nam A. C. licet æquale ipſi E.G. grauius erit ex puncto O. quàm E.G. quia pondus quodlibet quo appenditur à radijs ſeu partibus inæqualioribus, eò grauius eſt, vt oſtendimus in mechanicis: ſcilicet appenderet ſicut à radio S. N. & offerretur E. G. nutuſque eſſet ad partem A.B. Aut equidem ſi linea O.M. poſſet mutare angulum M. ipſum à recto deduceret quantitate anguli I. M.O. ita vt ipſa caderet in lineam M. V. & linea M.I. fieret M.X. punctuſque I. reperiretur in puncto X. perpendicularis deductæ à puncto M. diſtantiæ extremo ad centrum terræ, vt pondus tandem factum Y.T. penderet à centro ſuæ grauitatis. Diſtantiæ itaque numerantur à centris grauitatum in recta linea quæ ipſa centra coniungit. Ex quo denique ſupereſt, centrum æquilibrij ambarum magnitudinum, ſeu vt loquitur Archimedes, compoſitæ magnitudinis, eſſe in linea illa quæ rectò ab vno centro ad aliud fertur.

PETITIO II.

Æqualia verò pondera ab inæqualibus diſtantijs non æquiponderare, ſed inclinari ad grauitatem quæ à diſtantia maiori tendet.

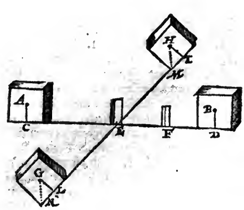
ΑΙΤΗΜΑ Β.

Τὰ δὲ ἴσα βαρέα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν αὐτὸ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεως.

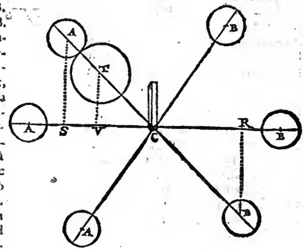
ΣΧΟΛΙΟΝ.

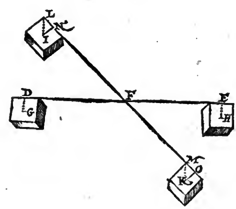
a per præcedentem petit.

Ponderent [a] æqualiter paria pōdera A.& B. ab æqualibus diſtantijs C.E,& E.D. Mutetur verò anſa ſeu librile, & iam appendeantur à puncto F. inæqualibus ſcilicet radiis C.F,F.D. vult Archimedes, in hoc vltimo ponderum ſitu perdi æquilibrium. Notandum verò eſt æqualitatem aut inæqualitatem radiorum non ſumi perpetuo à perpendiculari ducta à centro grauitatis ponderis in ſcapum trutinæ, ſed duntaxat in ſtateris horizonti parallelis, vt hic

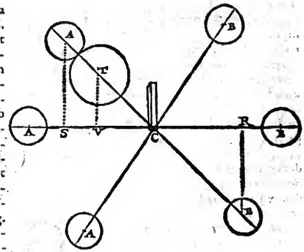


in C.D. In reliquis verò menſurantur radij ſeu diſtantiæ ab agina ad puncta ſcapi, in quæ incidunt lineæ rectæ ductæ à centro grauitatis ad centrum terræ. Sit ſcapus L. I. æqualis ſcapo C. D. ſintque pondera H.& G. æqualia duobus A.& B. vel ſi mauis trutina C. D. loco moueatur in L.& I. Iam radij erunt non quidem E.L,& E.I. ſed E. N , & E.M. reſecti à lineis G.N, & H. M, quæ ad centrum terræ tendunt. Ita ut iam etiam immoto librili, pondera æqualia non æquiponderent, ſed præponderet inferius G. quia iam cenſetur appendi à radio maiori. Ergo mutatio æquilibrij in æqualibus ponderibus non accidit ſolùm ex translatione librilis, ſed etiam ex commutatione ſitus ſtateræ, Niſi quidem ſtatera ipſa tranſierit per centrum grauitatis ponderum. Tunc enim in omni ſitu, æquiponderantia manet, vt hic cernere eſt. Si fuerint enim radii A.C,C.B. æquales, tum A. & B. paria, vbicumque fuerit A. manebit cum B. in æquilibrio, quieſcetque ſtatera. At ſi pondera pendeant infra trutinam (ſupra præcedentia poſuimus) vt G. & H. In radiis quidem æqualibus D.F,F.E, æquiponderabunt, quia tunc conueniunt perpendicularis ducta à centro grauitatis in ſcapum, & linea tendens ab eodem centro ad centrum terræ. Verum ſi loco mutentur, quod ſuperius feretur, grauius fiet. Pendeant enim I. & k, à trutina N. O. æquali præcedenti D.E: tunc radius à quo pendebit I. erit F. L. alter verò à quo ſuſpendetur k, erit F.M, minor illo F. L: proinde erit [a] I. ponderoſius, & ſi liberum maneat attrahet k. donec redierit ad G. quod fuſiùs alibi oſtendimus. [b] Cæterum difficultatem ſuboleo, videoque ἔνστασιν hic formari poſſe ex his quæ de æquilibrio diximus, quod definiuimus [c] ſtatum trutinæ horizonti parallelæ: cuius iam contrarium innuimus, quando æquiponderare pondera dicimus æqualia, in diſtantiis æqualibus, licet trutina horizonti non æquidiſtet. Mota etenim A. & B. quocumque voluerit, æquiponderare mox affirmauimus. At verò ὀκνηρῷ ſatisfiet ſi notauerit æquilibrium illud intelligi factum à trutina horizonti parallela. Nam ſi à punctis A. & B. trutinæ obliquæ lineas duxeris ad centrum terræ ipſæ ſecabunt A.B. horizonti parallelam recto in punctis S.& R. ita ut in ipſis punctis libratio fieri videatur. Et cùm ſint S.C,C.R. æquales radii: triangulorum enim A. S. C, & C.R.B. anguli ad C. ſunt [d] æqui: tum ad R.& S. recti, & idcirco A. C, C. B. ſunt ex hypotheſi pares, ita quoque S.C,C.R. æquantur: [e] ſequitur ſuſpenſum A. à puncto S.& appenſum B. à puncto R. æquiponderare. [f] Ergo in ſitu illo obliquo æquipondium ex hac recta trutina S. C. R. metimur. Quod etiam in æquilibrio ex reciproca ponderum, & diſtantiarum ratione nato, fit. Suſpenſa quippè T.& B. inæqualia pondera ex radiis T.C,C.B. quieſcant & æquiponderent: tum à punctis T. & B. perpendiculares agantur T.V, B.R. in trutinam horizonti parallelam. Nam cùm æquiponderent T. & B, vt eſt ſphæra T. ad B. ſphæram, ita eſt [g] diſtantia B.C. ad diſtantiam C. T. Atqui ex triangulorum T.V.C,& B.R.C, paribus angulis, latera ſunt proportionalia [h], & vt B.C, ad C.R, ſic T.C. ad C.V. & permutando [i] vt B.C, ad C.T. ſic R. C. ad C.V. Proinde vt T. ſphæra ad B. ſphæram, ſic reciprocè R.C. ad C.V. Quidni ergo ſuſpenſum T. ex V.& appenſum B. ex S. non æquiponderabunt? Vera ergo ratio ἰσορροπίας, quam ſupra definiuimus, in recta trutina eſt. Verum æquiponderare etiam eſſe dicimus, æqualis eſſe ponderis, & geſtanti par imponere onus. Ita vt cùm dicimus A. & B. vel T.& B. æquiponderare, ſiue in obliquo, ſiue in recto ſitu ad horizontem intelligimus, ſi manus fuerit C. quæ gerat ipſa pondera, æqualiter grauari: dummodo radii quibus geſtantur onera, ſint vbique iidem. Hoc tamen eſt diſcriminis inter æquilibrium primum, ſeu primò definitum, quod & artis eſt, ab æquilibrio hoc vltimo, quod metimur grauamine manus geſtantis: & appellamus æquilibrium oneris. Etenim æquipondium artis remanet, ſiue ſint iidem radii longi, ſiue ſint breues in eadem ratione. Etenim T. & B. non tantum æquiponderant in radiis T.C, C.B. longioribus, ſed etiam in breuioribus V.C, C. R. qui ſunt in eadem ratione ac T. C, C.B. Quinimò quando T. & B. fere ſeſe tangerent ad punctum C. dummodo ſeruetur ſemper ratio diſtantiarum à centris grauitatum eorum ad C. punctum reciproca, quia ſunt inæqualia, quæ eſt ipſorum ponderum, mane-

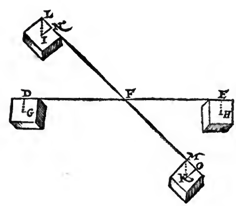




a per petit. hanc 2.
b Lib. 1. noſtrorum mechanicorũ.
c præfation[e] huius operis.
d per 15. l. 1.
e per 4. l. 6.
f per αἴτημα præcedens.
g per 6. & 7. prop. huius.
h per 4. l. 4.
i per 16. l. 5.



bit ſemper æquilibrium, quod artis deinceps appellabimus. Et denique ſi pondera ſint æqualia, & iungantur ad punctum C. alterum hinc, alterum illinc, ita vt C. maneat medium inter eorum centra grauitatis, etiam æquiponderabunt à centro C. Verum non idem erit de manu geſtante. Quandoquidem maioris ſunt ponderis T. & B. manui gerenti à diſtantiis T. C, C. B. quàm ab V. C, C. R. nam hæ ſunt breuiores, illæ longiores. At quò aliquid fertur in radiis prolixioribus eò grauiùs ſentitur, vt demonſtrauimus in mechanicis. Et licet quodlibet pondus in centro propriè grauitet, non tamen ſemper ſimiliter grauitat. Semper quidem ſimiliter ſi corpus ſit ſimplex, A. v. g. ſemper æqualiter ponderat in proprio centro: At magnitudo compoſita qualem efficiunt T. B. iuncta linea T. B. & cuius eſt centrum C. non perpetuò æqualis eſt oneris in C. Etenim ſi à ſe inuicem receſſerint, ſeruata ſemper ratione diſtantiarum, quæ eſt B. C. ad C. T. grauior fiet magnitudo, ſi acceſſerint, leuior. Imò eadem quantitas ſi mole extendatur grauior fieri poteſt, ſi contrahatur, leuior. Cæterum aliquis rurſus obiiciet, lineas à centris grauitatum A. T. vel B. ductas ad vmbilicum terræ non incidere recto in trutinam A. B. horizonti parallelam: Qui enim fieret vt quæ concurrunt lineæ in terræ meditullio, πρὸς ὀρθὰς caderent in eandem rectam lineam? Sed hic nos Phyſica tuetur, quæ ad Mathematicam amuſſim omnia hæc mechanica referre prohibet. Dicimus itaque, ſi Geometricè ſit agendum, valere inſtantiam: ſi verò ſenſuum iudicio ſit lis dirimenda, vt his in rebus oportet, exactè perpendiculareis eſſe A. S, T. V, & B. R. neque quicquam diſcriminis à ſenſu iudicari, quod etiam aliàs tetigimus.



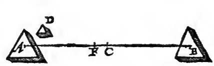
PETITIO III.

Si ponderibus æquiponderantibus ab aliquibus diſtantijs alteri ipſorum ponderum adijciatur aliquid, non amplius æquiponderare, ſed inclinari ad pondus illud qui additum eſt.

ΑΙΤΗΜΑ Γ.

Εἴκα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπό τινῶν μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ τι μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο ᾧ ποτετέθη.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Æquiponderent A. & B. in diſtantiis A. C, & C. B. Vni autem A. addatur D. inclinabitur A. & ceſſabit æquilibrium. Hac enim additione inæqualia redduntur pondera, vel ratio ponderis ad pondus deſinit eſſe eadem, quæ ratio radii ad radium reciprocè. Quod autem de additione ponderis dicitur, intelligi quoque oportet de additione radii. Nam ſi augeatur C. B. & fiat F. B. alter verò F. A. perdetur quoque æquilibratio.

ΑΙΤΗ. Δ.

Ὁμοίως δὲ καὶ εἴκα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐφ' οὗ οὐκ ἀφῃρέθη.

PETIT. IV.

Similiter verò, & ſi ab altero ponderum auferatur aliquid: non æquiponderare, ſed inclinari verſus illud pondus à quo nihil ablatum fuerit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt enim ſuperiori additione deleta eſt ponderum æqualitas, hic abſtractione ſimiliter profligatur, & ex conſequenti eorumdem æquiponderatio. Idem intellige de radijs.

ΑΙΤΗ. Ε.

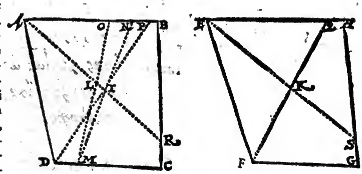
Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλληλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα.

PETIT. V.

Æqualium & ſimilium figurarum planarum inter ſe mutuo conuenientium, centra grauitatum inter ſe mutuo conuenire.

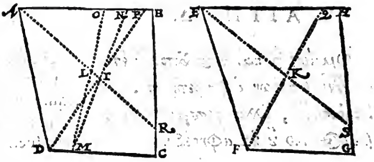
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint duæ quælibet figuræ æquales & ſimiles A.B. C.D. & E.F. G.H. quæ, ſi mutuo adaptentur, vnius nimirum anguli æqualibus ſibi angulis, & latera lateribus conueniant: Optat Archimedes ſibi concedi, non ſolum alteram alteri ex æquo accommodari, & perfectè conuenire, ſed ambarum quoque centra grauitatum in vnum punctum coincidere.

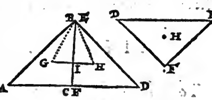


Quod quidem licet gratis concedi oporteat, neganti tamen extorquere poſſumus hac ratione. Sint propoſitarum figurarum centra grauitatum I.& k. Siquidem cuiuſque duo eſſe grauitatum, vel vno demum plura centra non poſſunt. Si poſſint, admittamus L.& I. centra grauitatum in figura A. B. C. D. & per L.& I. à puncto M. quomodocumque ſumpto, agantur lineæ M.I.N. & M.L.O. Quippè linea M.I.N. biſſecat figuram in partes æqualiter ponderantes, ex definitione centri grauitatis. *a* Iam parti M.N, B.C. addatur particula O.N. M. Tunc O.M, C.B. grauior erit *b* parte A.D.N.M. & multo proinde grauior alia minore parte A. D. M. O. Atqui exiſtente L. centro grauitatis debent partes A. D.M.O. & M.O. B. C. æqualiter ponderare. *c* Abſurdum ergo eſt plura vno inuehere grauitatum centra in qualibet figura. Rurſus ducatur linea E.k.S. per centrum grauitatis, & ad punctum A. ponatur *d* angulus B.A.R. æqualis angulo H.E.S. Triangulus enim E.H.S. angulos H. & H. E. S. æquales habebit *e* angulis B.& B.A.R. trianguli B.A.R. latus præterea H.E. lateri B. A. æquale eſt: proinde alter triangulus H.E.S. alteri B.A.R. eſt *f* æqualis. Atqui figuræ æquales ſunt, & æqualiter ponderant, *g* vt ſimiles. Tum æquales & ſimiles trianguli E.H.S. & A.B. R. æqualiter ponderant. Demum E.H.S. æquiponderat *b* cum E.F.G.S. quia linea E.S. agitur per centrum grauitatis. Ergo quoque A.B. R. æquiponderat cum reliquo A.D.C.R. & proinde A. R. tranſit *h* per I. centrum grauitatis. Adhuc à puncto F. per k. tranſeat linea F.k.Q. & ad punctum D. ponatur *d* angulus A.D.P. æqualis angulo E.F.Q. Similiter oſtendemus triangulum E.F.Q. æqualem triangulo A.D.P. ſimilem & æquiponderantem, ac demum lineam D.P. habere in ſe centrum grauitatis, & proinde agi per punctum I. Cæ-

a Campano data.
b per 4. petitionem.
c per eandem centri grauitatis definitionẽ.
d per 23 l 1.
e ex figurarum æqualitate & ſimilitudine per 1. definit. l. 6.
f per 26. l 1.
g per ea quæ 1. petitione diximus.
h per definit. centri grauit.



terum triangulus A.I.D. duos angulos I. A. D, & I.D.A. æquales habet angulis. k. E. F, & k. F. E. trianguli. E. F. k. & latus A. D. eſt æquale lateri E. F. proinde totus triangulus toti triangulo eſt [a] æqualis: & angulus A.I. D. per angulo E. k. F. & demum latera A.I, I. D. æquantur lateribus E.k, k. F. Applicato ergo A. C. planum plano E. G. ſecundum angulos æquales incidet neceſſario I. in k. & centrum centro, quod fuit probandum.) Hinc deducere poſſumus, æquales figuras & ſimiles, ſi coniungantur homologis lateribus, habere centrum grauitatis in linea qua coniungantur, puncto per quod tranſit linea coniungens centra grauitatum eorumdem. Sint enim plana æqualia & ſimilia A.B.C, D.E.F. quorum centra grauitatum ſint G. & H. Applicentur ſibi mutuo homologis lateribus C. B, & E. F, iunganturque grauitatum centra linea G.H. Dico centrum grauitatis compoſiti eſſe in puncto I. Ducantur enim G.E. & H.E. Erunt quippè ex ante demonſtratis, & ex ſimili poſitione punctorum G. & H. anguli G.E.I. & H.E.I. æquales: tum latera G.E, & E.H. æqualia. Eſt verò E.I. commune triangulis G.E.I, & H.E. I. Proinde baſes G.I, I.H. ſunt [b] æquales. Appenſæ ergo æquales partes A.C.B, & F.E.D. ſeu C. B. D, in æqualibus diſtantijs G.I, & I.H. æqualiter ponderabunt [c], & erit I. centrum grauitatis totius compoſiti. Quod fuit probandum. Cæterum vulgaris liber legit ἐφαρμόζῃ, manuſcriptus ἐφαρμόζει. Ego verò repoſui ἐφαρμόζειν, vt petitionem magis redoleat, præcedentique ac ſubſequenti ſenſui conueniat.



a per 26. li. 1.

b per 4. l. 1.

c per 1. pet. huius.

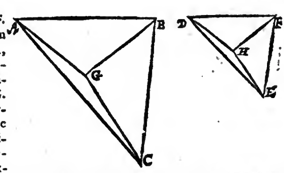
PETIT. VI.

Puncta verò ſimiliter poni in ſimilibus figuris, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ, angulos ad latera ſimilium rationum æquales efficiunt.

ΑΙΤΗ. ϛ.

Ὁμοίως δὲ σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἀφ᾽ ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ποιῶντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Sint duæ figuræ ſimiles, ſitque vt A.B. ad D.F. ſic B.C. ad F.E. & C.A. ad D.E. Sumantur autem G. & H. puncta, à quibus ducantur lineæ G.A, G.B, G.C. tum H. D, H.F, H.E. Ita vt lineæ ab vtroque ductæ in latera homologa, ſeu ſimilis rationis, putà A.B. D.F. efficiant tum angulos A.G. B, D.H.F. æquales, tum G.B.A, H.F.D. pares, reliquos item H.D.F. & G.A.B. æquos. Deinde idem ſit de reliquis triangulis figurarum. Petitur puncta G. & H. ſimiliter poni. Ordinem verò huius petitionis peruertimus: & quam hic ſextam facimus, Archimedes ſeptimam ſtatuit: quod nobis operæ prætium viſum eſt, & ne ὕστερον πρότερον ab hac doctrina alieniſſimum admitteremus. Ex vulgari enim textus ordine, antequam petierit quid ſit punctum ſimiliter poſitum, aſſumit in ſimilibus figuris inæqualibus centra grauitatum ſimiliter poni. Cæterum aſſumpto puncto in vna figurarum, reperiri poteſt in altera punctum ſimiliter poſitum. Sumatur enim G. à quo ducantur lineæ ad figuræ angulos G.B, G.A, G.C. Et ad puncta D.F. ponantur [d] anguli F.D.H. æqualis ipſi B.A.G. & D.F.H. æqualis A.B.G. tum ducatur H.E. Etenim H. erit punctus ſimiliter poſitus ac eſt G. Nam triangulorum D.H.F. & A.G.B. reliqui anguli ad G. & H.

d per 23. l. 1.

& H. ſunt a æquales, & proinde vt G.B. ad A.B. ſic b H.F, ad F. D. Atqui ex ſimilitudine figurarum vt A.B. ad B.C. ſic D.F, ad F.E. Et ergo ex æquo, c vt G.B, ad B.C. ſic H.F. ad F.E. Remanſerunt autem anguli G.B.C. & H.F.E. æquales ſublatis paribus A.B.G. D.F.H. ex totis B. & F. æquis propter figurarum ſimilitudinem. Ergo anguli B.C.G. & F.E.H. ſunt d æquales, & item F.H. E. & B.G.C. Denique triangulorum A.G.C, & D.H.E. anguli facillimè probabuntur æquales, lateraque proportionalia. Et proinde H. erit e ſimiliter poſitus ac G. qui quærebatur.

a per 32. l. 1. b per 4 l. 6. c per 22. l. 5. d per 6 l. 6. e per hanc pet.

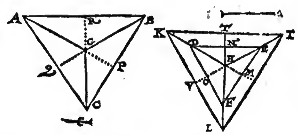
ΑΙΤΗ. Ζ.

Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἦμεν κείμενα.

PETIT. VII.

Inæqualium verò, ſed ſimilium centra grauitatum ſimiliter eſſe poſita.

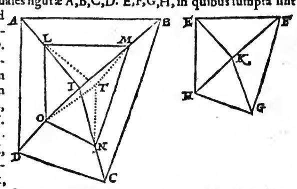
ΣΧΟΛΙΟΝ.



Sint plana A. C. B, & D.F.E. inæqualia, ſed ſimilia: Petit Archimedes centra grauitatum ipſorum G. & H. fateri eſſe ſimiliter poſita. Quod ſi quis ἀναισχυντῶς negauerit, eius pertinaciam ſic ratione retinemus. A centro H. ducantur lineæ ad angulos E. D.F. quæ ſint H.E, H.D, H.F. & in A.C.B. inueniatur f punctum quodcumque G. ſimiliter poſitum, vt eſt H. & ducantur G.A, G.C, G.B. quæ ex hypotheſi erunt maiores illis H.D, H.E, H.F. Protendantur ergo hæ H.D, H.E. H.F. & fiant H.k, H.I, H.L. æquales illis G.A, G.C, G.B. Iunganturque k.I, I.L, L.k. Quoniam enim angulus k.H.I. eſt æqualis angulo A.G.B. ex ſimili poſitione punctorum G. & H. tum latera A.G, G.B. æqualia ſunt lateribus k.H, H.I. Eſt g triangulus k.H.I. æqualis triangulo A.G.B. Eadem ratione I.H. L. eſt æqualis triangulo B.G.C. & reliquus k.H. L. reliquo A. G.C. Totus ergo k. L.I. toti A.C.B. par eſt, & centrum grauitatis vnius conuenit h cum centro grauitatis alterius. Atqui quouiam anguli H.D.E. & G.A.B. tum H. E. D. & G. B. A. ſunt æquales ex ſimilitudine poſitionis punctorum G. & H. Etiam H.D.E, & H.k.I. ſunt i æquales, reliquique l ad E. & I. & ſunt m trianguli H.D.E. & H.k.I. ſimiles, eadem ratione ſimiles ſunt E.H.F. & I.H.L. & demum D. H. F. & k. H.L. Et proinde quæ erit pars D.H.E. trianguli D.E.F. eadem erit H.k.I. trianguli k.I.L, & ita de reliquis. Atque producta L.H. recto in T. erunt n anguli H.N.D, & H.T.k. æquales, quia ſunt D.E, & k.I. parallelæ, & proinde H.N.D. erit m ſimilis ipſi H.T.k, & quæ erit pars H. N. D. totius D.E.F. eadem erit H.T.k. alterius I.k.L. & coniungendo, quæ erit pars tota F.N.D. figuræ F.D.E. eadem erit o tota L.D.k. figuræ k.L.I. Vt ergo F.N. ſecat D.F.E. in duas æquiponderantes partes, ita L.T. ſecat k.L.I. in duo æquiponderantia, & ideò L.T. habet p in ſe centrum grauitatis figuræ k.L.I. Idem concludam de lineis I.V, & k.X. quæ cùm nullum punctum commune habeant præter H. neceſſe eſt punctum H. eſſe centrum grauitatis figuræ k.L, I. quod cùm ſit poſitum, ſimiliter idemque ac centrum grauitatis D.E.F. Sequitur punctum G. eſſe quoque centrum grauitatis A.C.B. & ſimiliter poni ac H. centrum grauitatis D.F.E. quod erat probandum.

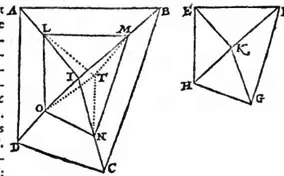
f per praced. pet. g per 4. l. 1. h per 5. petit. huius. i per 1. com. ſent. l per 32. l. 1. m per 4. l. 6. & definit. eiuſdem. n per 29. l. 1. o per 24. l. 5. p per defin. centri.

Minorem autem maiori applicare, ita vt centra grauitatum conueniant, lateraque vtriuſque ſint parallela poſſumus. Sint enim ſimiles & inæquales figuræ A, B, C, D. E, F, G, H, in quibus ſumpta ſint q duo puncta I. & k. ſimiliter poſita. Ab his ad angulos rectæ agantur triangulos componentes ſimiles r. Tum in lineis I.A, I.B, I.C, I.D. maioris reſecentur I.L, I.M, I.O, I.N, æquales lineis k.E, k.F, k.G, k.H, minoris, & demum iungantur lineis puncta L, M, N, O. Erit enim figura L, M, N, O, æqualis & ſimilis minori E, F, G, H. nam triangulorum L, I, M, & E, k, F. anguli ad I, & k, ſunt æquales, ex ſimili punctorum I, & k, poſitione: & proinde æquianguli, ſimiles & æquales ſunt ſ trianguli: Idem de reliquis eſto iudicium. Quoniam verò anguli k, E, F, & I.A.B. ſunt æquales ex ſimili poſitione, ſunt quoque pares externus I.L.M. & I.A.B. & igitur parallela ſunt t latera A.B, L.M. ſimilique ratione reliqua reliquis.



q per iam demoſtrata. r ex ſimili punctorum poſitione. ſ per 4. l. 1. & 4 l. 6. t per 28 l. 1.

Aut igitur I.& k.puncta ſunt centra grauitatum, & ſic habemus quod quærimus: aut certè non ſunt. Sed tamen dico quæcumque puncta fuerint centra grauitatum horum planorum ſimilium ſibi mutuo ſimiliter applicatorum, ipſa congruere & ſimul eſſe. Quandoquidem ſi fieri poteſt ſit I.centrum vnius, nempè maioris, & T. alterius, ſcilicet minoris, & à puncto T. lineæ ducantur ad angulos L.M. N.O. angulos conſtituentes diſſimiles angulis prioribus, tum ijs qui fiunt ad puncta A.B. C. D. Hinc etenim ſequetetur ſimilium figurarum centra grauitatum non ſimiliter poni: contra id quod nuper demonſtrauimus.



PETIT. VIII.

Si magnitudines ab aliquibus diſtantijs æquiponderant, etiam alias ipſis æquales ab ijſdem diſtantijs æquiponderare.

ΑΙΤΗ. Η.

Εἴκα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσοῤῥοπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσοῤῥοπήσειν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Nihil hac petitione iuſtius. Si enim æqualium pondere magnitudinum, æqualia ſunt momenta, quæ fuerit priorum vis ad mouendum infernè, eadem erit poſteriorum. Cùm autem æquales dicit magnitudines, intellige pondere & grauitate, non extenſione.

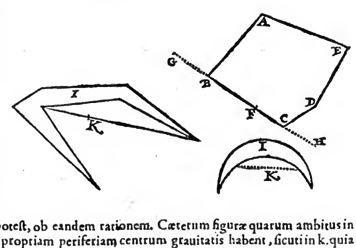
PETIT IX.

Cuiuſcumque figuræ ſi fuerit ambitus in eaſdem partes cauus, centrum grauitatis figuræ intus eſſe.

ΑΙΤΗ. Θ.

Παντὸς σχήματος εἶκα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλα ἦ· τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶναι τοῦ σχήματος.

De lineis & figurarum perimetris in eaſdem partes cauis antea diximus.[a] Sit igitur figura A.B.C. D.E. cuius perimetrus ſit ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλα: vult Archimedes centrum grauitatis intra ambitum eſſe. Etenim ſi fieri poteſt ſit in ipſomet ambitu, putà F. Et ſecus lineam B. C. agatur planum G. H. tranſiens per centrum grauitatis ponderis. Debet hoc planum in duo æqualia grauia diuidere figuram. At nō ipſam ſecat, ſed duntaxat attingit. Ergo non eſt hoc centrum in ambitu. Multo verò minus extra eſſe poteſt, ob eandem rationem. Cæterum figuræ quarum ambitus in diuerſas partes cauus eſt, vt I. extra propriam periferiam centrum grauitatis habent, ſicuti in k. quia intra ipſam adigi non poteſt planum quæ eas in duo æqualiter ponderantia ſecet. Quamuis enim poſſit ſecari quidem in duas partes, quæ in ſtatera diuiſim appenſæ pariter in aliquibus diſtantiis ponderent: tamen illic non erit centrum grauitatis totius[b], quia dum partes totum conſtant, aliter ponderāt quàm ſeparatæ. Extremæ enim partes, quia longiùs recedunt à medio, & maioribus appendentur radiis, grauiores ſunt quàm interiores.



a in 1. & 2. definit. li. 1. de ſphær. & cyl.

b per ea quæ diximus ad finem 1. pet. huius.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων. His verò ſuppoſitis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

An quæ præmiſit Archimedes rectè *αἰτήματα*, ſeu petitiones dixerit, an potius fuerint vel hypotheſes, vel communes ſententiæ, ſeu axiomata dicenda, quidam dubitarunt. Atque harum quidem petitionum multas, vt primam, quintam, & ſeptimam, verius appellari *ἀξιώματα*, quàm *αἰτήματα*, cenſuit Geminus, ſubſcripſitque [a] Eutocius: quaſdam quoque eſſe definitiones, vt ſextam. Hoc autem non latuiſſe Archimedem credibile eſt. Verum cùm opus exiguum emitteret magno, vti apparatu noluit, imò ne proœmio quidem, ſicuti in reliquis conſueuerat: Principiaque quæ eſſent præmittenda nomine, vt vult Proclus [b], comprehendit, quod eſſet, & definitionibus & dignitatibus, cum petitionibus commune. Petere enim poſſumus hoc vel illud ſic appellari, tum hoc vel illud quod naturæ lumine cognoſcimus, ratum ſtatui: denique hoc vel illud poſſibile fieri. At omne quod fieri, vel ſic nominari poteſt, dignitatem appellare nequimus, nec innatam mentibus noſtris cognitionem, definitionem eſſe concedetur. Breuitati itaque ſtudens Archimedes principia ſua duntaxat petiuit, non definiuit, non ſtatuit. Cæterum Græci codices alia duo vel tria poſtulata ſubnectunt, quæ nos propoſitiones fecimus. Quamuis enim à poſtulatis parum differant, ſimpliciſſimaque ſint, tamen ea poſtulata facere alienum videtur à mente Archimedis: Quippè cum præcedentia ſimpliciter petijſſet nulla addita cauſa vel ratione, hæc non purè aut nudè proponit, ſed ipſis demonſtrationem ſubnectit. Nullius verò artificis eſt ſua principia probare. Neutiquam ergo vt principia, ſed vt propoſitiones Archimedes ſubiunxit. Exſcriptorum autem errore factum eſt, vt poſtulatorum loco habita ſint: quia cum poſtulata propoſitioneſque primùm ſolis literis numeralibus ad marginem adpoſitis, diſtinguerentur, vixque hic breues demonſtrationes diiudicarent, vna aut altera linea inferius, quàm par fuerat primum characterem adnotarunt, & primam, quæ tertia erat, propoſitionem fecerunt. Cæterum pro ſequenti libro alia hæc etiam petemus.

a Eutocius ſuis comm.

b in 2. & 3. lib. ſuorum comm. in 1. Euclidis.

ΑΙΤΗΜΑ Ι. PETIT. X.

Planum contentum ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, planum parabolicum appellari.

Hoc autem planum qualenam ſit, quibuſque ſuperficiebus contineatur, ſequentis libri proœmio dicemus.

ΑΙΤΗ. ΙΑ. PETIT. XI.

Similes ſectiones Coni eſſe, in quarum ſingulis, ductis lineis baſi parallelis numero æqualibus, ſunt ipſæ parallelæ, & baſes ad abſciſſas, ab ipſis parallelis à vertice partes diametrorum, in eadem ratione, tum abſciſſæ ipſæ ad abſciſſas.

Ex ſexto libro Conicorum elementorum Apollonij hoc *αἴτημα* refert Eutocius: ſed quia liber abeſt, quem nobis ſurripuit temporum miſeria, infelici harum ſcientiarum caſu, petitioni rationem illam ſubiungemus, quam alias dedimus [c], ne quid impoſſibile, indecens, aut iniuſtum poſtulare videamur: Quamquam relatoris authoritati fortaſſe aliquid debetur. Verum hic nihil nomini, vel famæ condonamus: ſoli rationi, vt ſoli in humanis conſtanti veritatis amicæ, ſolique demonſtrationis *ἀψευδεῖ* credimus.

c ad 17. definit. li. de conoidib. & ſphæroidib.

ΑΙΤΗ. ΙΒ. PETIT. XII.

Figuras euidenter deſcriptas in portionibus parabolicis eſſe ſimiles, quæ deſcribuntur numero laterum pares.

Quæ ſit figura euidenter inſcripta in parabolica portione habebimus in manifeſto libri ſecundi huius operis.

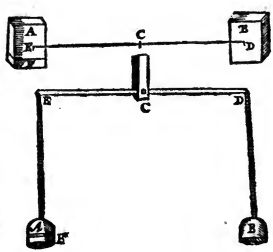
Tum ſimiles eſſe eas quæ paribus numero lateribus conſtant, habebitur ex 3.& 7. eiuſdem libri: quæ enim in tertia deſcribuntur pari laterum numero, ſimiles ὅμοια εὐθύγραμμα ab Archimede demonſtratione propoſitionis ſeptimæ dicuntur.

PROPOS. I. — ΠΡΟΤ. Α.

THEOR. I. — ΘΕΩΡ. Α.

Æquiponderantia grauia ab æqualibus diſtantijs, æqualia ſunt.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βαρέα, ἴσα ἐντί.



ΥΠΟΘ. Sint æquiponderantia pondera A. F. & B. à diſtantijs æqualibus E. C, D.C.

ΣΥΜΠ. Dico A. F. & B. eſſe æqualia.

ΚΑΤΑΣ. Si non ſunt æqualia, alterum altero maius eſt. Sit itaque A. F. maius, & ab eo exceſſus tollatur F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sublato F. ex A. F. reliquum A. non æquiponderat [a] cum B. At nihilominus ipſi B. æquale eſt A. Ergo æqualia grauia ab æqualibus diſtantijs non æquiponderant, contra primam petitionem huius. Abſurdum ergo eſt totum A. F. & B. non eſſe æqualia.

[a] per 4. petit. huius.

PROP. II. — ΠΡΟΤ. Β.

THEOR. II. — ΘΕΩΡ. Β.

Inæqualia grauia non æquiponderant ab æqualibus diſtantijs, ſed inclinabuntur ad maius.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βαρέα οὐκ ἰσορροποῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

ΥΠΟΘ. Sint iam A. F. & B. pondera inæqualia: A. F. quidem maius, B. verò minus, appenſa ab æqualibus diſtaniijs E.C, C.D.

ΣΥΜΠ. Dico non æquiponderare ipſa, ſed inclinari ad A.F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A.F. maius eſt altero B. tollatur exceſſus, qui ſit F.

ΑΠΟΔΕΙ. A. tandem æquale fiet ipſi B. proinde in diſtantijs æqualibus E.C, C.D. æquiponderant [b] A & B. Si itaque F. reſtituatur parti A. totum A.F. inclinabitur [c], quod fuit probandum.

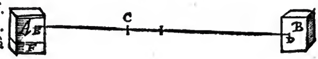
[b] per 1. pet. huius.
[c] per 3. pet. huius.

ΠΡΟΤΑ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΩΡ. Γ. — THEOR. III.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Inæqualia grauia ab inæqualibus diſtantijs æquiponderant, & quidem maius à minori.



ΥΠΟΘΕ. Æquiponderent A.F. & B.inæqualia pondera,ſcilicet A. F. maius ex parte F. & B. minus à diſtantijs E.C,C.D.

ΣΥΜΠΕ. Dico inæquales eſſe diſtantias E.C,C.D. & minorem eſſe E.C. à qua ſcilicet maius pondus A.F.appenditur.

ΑΠΟΔ. Sublata parte F.manebit A.æquale alteri B. ſed inclinabitur[a] B. Et proinde C.D. diſtantia maior eſt[b] altera E. C. quod fuit probandum. [a] per 4. petit. huius. [b] per 2. pet. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

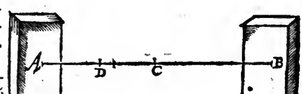
Vocabulum τὸ μεῖζον, quod in typico libro deerat, reſtitui ex manuſcripto.

ΠΡΟΤ. Δ. — PROP. IV.

ΘΕΩΡ. Δ. — THEO. IV.

Εἴκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἔσται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

Si duæ æquales magnitudines non habent idem centrum grauitatis : magnitudinis ex vtriſque magnitudinibus compoſitæ centrum grauitatis eſt in medio rectæ lineæ centra grauitatum ipſarum magnitudinum coniungentis.



ΥΠΟΘ. Sint æquales pondere magnitudines A. & B. quarum grauitatum centra iungantur linea recta A. B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ſic compoſitæ ex vtriſque magnitudinis centrũ grauitatis eſſe in medio rectæ A.B.putà C.

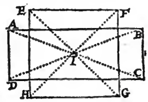
ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non eſt centrum æquilibrij in C.ponatur in D.ſi fieri poteſt.

ΑΠΟΔ. Centrum ipſum æquilibrij eſſe in linea A.B.diſtantiaſque numerari à centris A. & B. ſuperiùs oſtendimus[c]. Et quoniam conſtituitur ab aduerſario in D. non in C. erunt diſtantiæ A.D,D.B.inæquales : Et ita duo grauia æqualia in diſtantijs inæqualibus æquiponderabunt contra quàm ſupra[d] petijmus. [c] Σχολίῳ prioris pet. [d] 2. petit. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes ſua demõſtratione habet, ὅτι γὰρ ἐπὶ τᾶς α. β. προδέδεικται. Vbi verò centrum æquilibrationis magnitudinis cõpoſitæ eſſe in linea coniungente componentiũ magnitudinũ centra,oſtenderit, nõ patet.Hoc videtur potius in omnibus quæ præceſſerũt aſſumere,quàm apertè petere aut clarè demõſtrare. Nos verò expoſuimus σχολίῳ primæ petitionis.Duo ſunt rurſus hic in textu notanda : nempè vocari μεγέθεα, ſeu magnitudines, quæ hactenus βάρεα ſeu grauia dicta fuerant : tum compoſitam dici magnitudinem, quæ conflatur ex duabus illis, quæ inter ſe penes grauitatem conferuntur. Pri-

mum ſit, quia ex his quæ de grauibus huc vſque dixit, dubitari non poteſt, num loquatur de puris magnitudinibus, an de magnitudinibus grauibus. Cùm enim petierit ea quæ neceſſaria ſunt ad demonſtrandas grauium rerum proprietates, non eſt ambigendum qua formali ratione de magnitudinibus agat: ſed ſatis intelligere eſt magnitudines hic agitari, non quatenus magnitudines ſunt, ſed vt ſunt graues: ita vt dum in poſterum μεγέθεα enunciat, βάρεα ſit ſubintelligendum: vt materiale ſit ſubiectum magnitudo, formale ſit grauitas. Grauis autem in poſtulatis ſolùm mentionem fecit, quòd præmiſſæ ſint in gratiam formæ, & proprietatum quæ ex ea manant, non cauſa magnitudinis, cuius vt magnitudo eſt, nullæ hic affectiones demonſtrantur. Cæterum non vſus eſt nomine magnitudinis in 3. primis propoſitionibus, quia vix aberant à petitionibus, ſimplicemque ac nudum habebant conceptum: tum eodem vocabulo incipit proponere quo petierat, ne quid alienum à poſtulatis enunciare videretur. Aliam rationem affert Guidus Vbaldus, qui ab Archimede vult nomen μεγέθεα vſurpari, quia deinceps pondera conſiderat diuiſibilia: diuiduntur autem vt magnitudines ſunt, non vt grauia. At verò libenter cauſam hanc minimè reciperem, cum etiam grauia, quæ tam in prima, quàm in ſecunda & tertia appendimus, in demonſtratione diuiſerimus. Illic itaque etiam non grauia ſed magnitudines dicendæ fuerant. Quantum autem attinet ad ſecundum; duplici nomine Archimedes magnitudinem compoſitam appellare videtur: Tum quia copulantur ambæ lineæ coniungente earum centra, ita vt coniunctas vocet, quæ tantum copulatæ ſunt: tum quia ambarum ſuſpenſarum ſit vnum idemque centrum grauitatis. Cùm enim magnitudines hic conſiderentur, vt concipiuntur graues, rationi videtur conſentaneum multitudinem magnitudinum metiri ex grauitatum centris: ita vt vbicumque fuerit vnicum grauitatis centrum, vna etiam magnitudo eſſe dicatur. Non enim grauitates omnium partium in vnum polum conſpirant, niſi mutua continuaque partium coniunctio ſit, ex qua vnica magnitudo dici debeat. Hinc fit vt in poſterum magnitudines omnes quæ efferentur vnico puncto, coniuncta magnitudine intelligantur.



Denique duas magnitudines æquales, idem centrum habere grauitatis, haudquaquam incongruum eſt. Poſſumus enim æqualia rectangulum & quadratum proferre A.B.C.D. & E.F.G.H. quæ idem grauitatis centrum habeant, nempè I. vt oſtendetur poſtea propoſitione 10. huius. Propterea ergo hanc ὑπόθεσιν ponit Archimedes, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα.

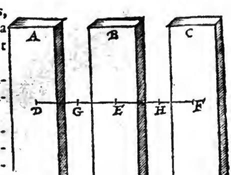
PROP. V.
THEO. V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in rectam lineam fuerint poſita, & magnitudines æqualem grauitatem habuerint. Tum quæ inter centra lineæ, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compoſitæ centrum grauitatis erit punctum, quod eſt mediæ ipſarum centrum grauitatis.

ΠΡΟΤΑ. Ε.
ΘΕΩΡ. Ε.

Εἴκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι, ἴσαι ἔωντι· τοῦ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τῶν αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ΥΠΟΘ. Sint tres magnitudines A. B. C. æquales, quarum centra grauitatum D. E. F. iungat recta linea D. F. ita vt æqualiter diſtent: nempè D E. ſit æqualis ipſi E. F.



ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis compoſitæ magnitudinis ex tribus, A. B. C. eſſe punctum E. ſcilicet centrum grauitatis mediæ ipſarum.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam D.E, & E.F. diſtantiæ ſunt æquales, centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex A. & B. eſt [a] punctum E. Atqui idem punctum E. eſt centrum grauitatis ipſius B. mediæ magnitudinum propoſitarum.

[a] per præcedentem.

Ergo idem punctum E. centrum eſt grauitatis & mediæ propoſitarum magnitudinum & compoſitæ ex tribus propoſitis, quod erat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic eſt demonſtrationis Archimedeæ typus: verum quia non videtur clariſſima concluſio, nec patuit hucvſque idem punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, fore quoque centrum compoſitæ ex illis duabus: ſic aliter oſtendo. Diuidantur[a] D. E. & E. F. bifariam in punctis G. & H. Erunt[b] quippe partes æquales. Et quia A. & B. ſunt æqualia grauia. Et D. G, G. E. æquales diſtantiæ, eſt[c] G. centrum grauitatis compoſitæ ex A. eſt B. Rurſus centrum grauitatis compoſitę ex B. & C. eſt H. Atqui G. E. & E. H. ſunt pares diſtantiæ: tum magnitudo compoſita ex A. & B. æqualis eſt compoſitæ ex B. & C. Ergo compoſitæ magnitudinis ex his duabus compoſitis centrum grauitatis erit in E. quod fuit probandum. Cæterùm hinc deducemus hoc corollarium.

a per 10. l. 1.
b per 15. l. 5.
c per 4. huius.

COROLLARIVM.

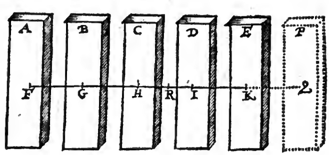
Punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, erit quoque centrum magnitudinis ex ipſis duabus compoſitæ. Valet enim vbique præcedens demonſtratio.

ΦΑΝΕΡ. Α.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ὁπόσων καὶ τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα εἶκα τάτε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος, ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἐῶντι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον ἐσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

MANIFESTVM I.

Ex hoc manifeſtum eſt, quod ſi quotcumque magnitudinum numero imparium centra grauitatis in recta linea fuerint conſtituta, ſique æqualiter abfuerint à media magnitudine & ęqualem habuerint grauitatem, nempe ſi rectæ lineæ inter earum centra fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compoſitæ centrum grauitatis erit punctum quod & mediæ ipſarum centrum eſt grauitatis.



ΥΠΟΘ. Sint plures tribus magnitudines numero tamen impari & æquales A. B.C. D.E. quarum centra recta linea F. K. coniungantur, cuius partes inter centra ſint pares.

ΣΥΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex illis compoſitæ eſſe centrum H. nempe inter ipſas mediæ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam centrum compoſitæ ex tribus A. B. C. eſt[d] G. Deinde centrum compoſitæ ex C. D. E. eſt[d] I. Tandem compoſitæ ex duabus æqualibus compoſitis nēpe ex A. B. C. & ex C. D. E. eſt[e] H. quod fuit probandum.

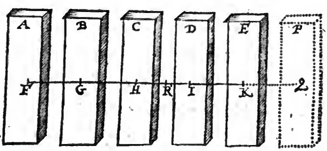
d per 5. huius.
e per 4. huius.

MANIFESTVM II.

Si quoque pares fuerint multitudine magnitudines, & centra grauitatis earum in rectam fuerint conſtituta, & mediæ ipſarum æqualem grauitatem habuerint, fuerintque lineæ inter centra rectæ æquales: magnitudinis ex omnibus illis magnitudinibus compoſitæ grauitatis centrum erit medium rectæ lineæ coniungentis centra grauitatis magnitudinum, vt dictum eſt.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Εἶκα καὶ ἄρτια ἐῶντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐῶντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος, τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.



ΥΠΟΘ. Superiori magnitudinum numero addatur ſexta P. æqualis ſingulis aliarum, & ſit eius cẽtrum Q. æquali reliquis diſtantia ſeiunctum à cẽtro K.

ΣΥΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex omnibus ſex cõpoſitæ eſſe medium lineæ F.Q. nempe R.

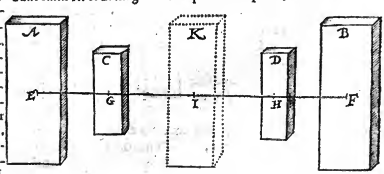
ΑΠΟΔ. Nam ſunt duæ lineæ F. G, G. H. æquales ex hypotheſi duabus Q. K, K. I. Cum ergo R. ponatur medium punctum totius F. Q. ſublatis æqualibus F. H. & I. Q. ab æqualibus dimidijs F. R. & R. Q. remanebunt R. H. & R. I. æquales. Atqui magnitudinis A. B. C. centrum grauitatis eſt [a] G. Tum magnitudinis D. E. P. centrum eſt [a] K. Compoſitæ ergo ex ambabus A.B.C. & D.E.P. centrum magnitudinis eſt [b] R. quod fuit probandum.

a per 5. huius.
b per 4. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam qui habentur & typo & calamo libri legunt in textu huius manifeſti καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἐχῶντι, ita ſcripſi: quamquam optime reſtituatur καὶ τὰ μεγέθεα αὐτὰ ἴσον βάρος ἐχῶντι, vt fere Vbaldus. Nihilominus ſi ſenſum Archimedis ex his verbis hunc eſſe velimus, vt poſitis duabus extremis æqualibus ſatis ſit vt binæ æqualiter à medio diſtantes inter ſe ſint æquales, licet alijs comparibus ſint impares, etiam conſtabit φανερόν. Sunt enim A. & B. magnitudines pondere æquales, & ſint E. I. & F. I. æquales, ſcilicet F.E. coniungens ambarum centra grauitatis, biſariam diuidatur in I. Erit [c] quippe I. centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex A. & B. Sint rurſus æquales C. & D. inæquales vero ipſis A. & B. & æqualiter diſtent eorum centra G. & H. à puncto I. [c] erit iterum compoſitæ ex C. & D. magnitudinis centrum grauitatis in I.

c per 4. huius.



Ergo tandem totius compoſitæ ex A. B. C. D. erit etiam punctum I. centrum grauitatis. Imo ſi addi-

dec:mus K. cuiuſcumque molis, ita vt centrum grauitatis ipſius ſit I. erit [a] ſecundum primum φάντον I. magnitudinis ex 5. A. C. K. D. & B. compoſitæ centrum. *a per coroll. 5. huius.*

LEMMA.

Si A. fuerit ad B. vt C. ad D. Et A. commenſuretur ipſi B. vt C. quartæ D. Quoties vero E. communis menſura ipſarum C. & D. fuerit in antecedente C. toties G. ſit in A. erit G. communis menſura quantitatum A. & B.

A.	B.
C.	D.
E.	
G.	

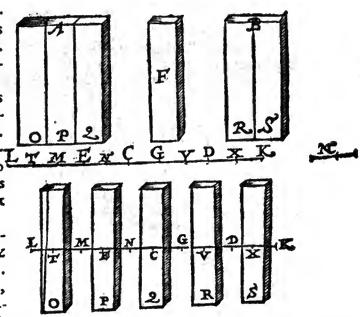
ΑΠΟΔ. Quoniam G. toties eſt in A. quoties E. eſt in C. quæ pars eſt G. ipſius A. eadem eſt E. alterius C. & G. eſt [a] ad A. vt E. ad C. Atqui A. eſt ad B. vt C. ad D. Proinde ex æquo G. eſt [b] ad B. vt E. ad D. & G. toties eſt in B. quoties E. in D. Cum itaque G. ſit toties in A. quoties E. in C. & adhuc toties in B. quoties E. in D. Erit [c] & G. toties in A. & B. quoties E. reperitur in C. & D. Vt ergo E. exactè metitur C. D. ita G. exactè metitur A. B. & eſt vtriuſque communis menſura quòd fuit probandum. *a per 15. l. 5* *b per 22. l. 5* *c per 2. l. 5.*

ΠΡΟΤ. ς. — PROP. VI.

ΘΕΩ. ς. — THEOR. VI.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότων, τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Commenſurabiles magnitudines ex diſtantijs reciprocis eandem rationem habentibus quam pondera, æquiponderant.



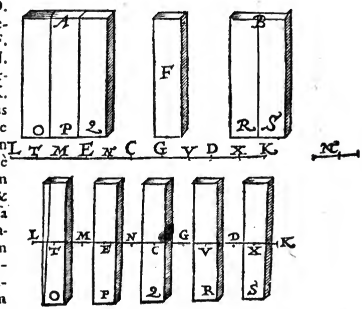
ΥΠΟΘ. Sint commenſurabiles magnitudines A & B. ſitque vt A. ad B. ſic diſtantia D. C. ad diſtantiam C. E.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico pondus A. ſuſpenſum centro grauitatis à puncto E. & B. ſimiliter à puncto D. æquiponderare ex puncto C. tanquam grauitatis centro magnitudinis ex A. & B. compoſitæ.

ΚΑΤΑΣ. Recto producatur vtrinque E. D. & fiat E. L. æqualis parti C. D. tum ſumantur D. G, D. K. ſingulæ æquales alteri E. C. Et quoniam D. C. eſt ad C. E. vt A. ad B. erit quoque L. G. ad G. K. vt A. ad B. Nam cum E. C. & G. D. ſint æquales, vtrique addita C. G. fient [d] C. D. & E. G. æquales. Sed eidem C. D. æquatur & L. E. proinde L. E, E. G. ſunt æquales. Et L. G. dupla ipſius C. D. At G. K. poſita eſt quoque dupla ipſius C. E. Ergo dupla L. G. ad duplam G. K. erit [e] vt ſimplex C. D. ad ſimplicem C. E. hoc eſt vt A. ad B. & proinde L. G, G. K. ſunt [f] commenſurabiles. Earum ſit [g] communis menſura N. & quoties N. eſt in L. G. toties F. ſit in A. vt F. ſit [h] æqualis & communis menſura ambarum A. & B. ita vt toties N. ſit rurſus in G. K. quoties F. in B. Diuidantur A. & B. in partes æquales menſuræ F. nempè *d per 3. com. ſent.* *e per 15. l. 5.* *f per 10. l. 10* *g per 3. l. 10* *h per præcedes lemma.*

O. P. Q. R. S. Tum L. G, G. K. ſecentur in partes æquales ipſi N. nimirum in L. M, M. Y, Y. G, G. D, D. K. Incident enim ſectiones tum in G. quia eſt finis partis L. G. tum in D. Quia cum G. K. ſit dupla ſimplicis E C. Et ſit N. menſura bis in G. K. ſicuti F. bis in B. incidet ſectio in D. Et erit N. æqualis ipſi G. D. vel E. C. Denique partes huiuſmodi lineæ L. K. dirimantur bifariam [a] in punctis T. E. C. V. X. inter quæ E. & C. reperientur: quia cum N. ſit communis menſura duplatum L. G, G. K. erit ipſa dupla communis menſura ſimplicium D. C, C. E. Et vt N. ter repetitur in G. L. quia F. ter eſt in A. ſic ſemiſſis N. ter erit in D. C. Cum ergo N. impleat exactè K. D, D. G. extenſa rurſus tranſibit vltra C. eiuſque medium cadet exactè in C. & extremum exactè inter C. & E. cum etiam C. E. illi ſit æqualis, & propterea adhuc extenſa etiam ipſius medium cadit in E. Ab ipſis tandem punctis appendantur ſingulæ partes magnitudinum A. & B. per earum grauitatis centra.

a per 10. l. 1.

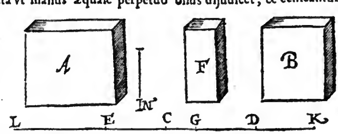


ΑΠΟΔ. Eſt L. E. æqualis ipſi C. D. tum E. C. par reliquæ D. K. proinde L. C, C. K. ſunt æquales, & C. eſt punctum medium lineæ L. K. ſeu T. X. Nam L. T. & X. K. ſunt pares, ſicuti aliæ omnes diſtantiæ inter centra appenſarum magnitudinum. Idcirco centrum grauitatis compoſitæ magnitudinis ex his S. O. P. Q. R. S. erit [b] punctum C. Atqui magnitudinis compoſitæ ex tribus O. P. Q. centrum eſt [b] in E. Et ſimul iunctæ in E. æquiponderant [c] ex E. vt ſeparatæ: Tum magnitudinis compoſitæ ex R. & S. centrum eſt [d] D. & illic iunctæ æquiponderant vt ſeparatæ. Proinde ſi tres O. P. Q. hoc eſt A. appendeant ex E. & duæ R. & S. hoc eſt B. pendeant ex D. centrum grauitatis magnitudinis ex A. & B. compoſitæ erit C. quod fuit probandum.

b per manifeſtum 1. huius.
c per ea quæ oſtendimus 2. petitione huius.
d per manifeſt. 2. huius

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac & ſequenti propoſitione tota Mechanice dependet: ita vt vix dici poſſit quàm ſtabile nobis hic Archimedes totius illius artis fundamentum ſtatuerit. Apprimè autem nobis aduertenda eſt diſtinctio, quàm ſupra fecimus duplicis ſpeciei æquilibrij. Propoſitio quippe ſtatim conſtat ſi de æquilibrio quod diximus artis, intelligatur: ſed ambigitur, hæſitaturque ſi de æquiponderatione, quam oneris appellauimus, ſermo ſit: Quamquam de vtroque veriſſima eſt. Etenim in præcedenti χήμαν, quanta diſtantia accedit O. tanta recedit Q. Et quod alterum detrahit, alterum addit. In alia itidem parte recedit R. accedit æqualiter S. ita vt manus æquale perpetuo onus dijudicet, & cenſeantur diſtantiæ poſteriores prioribus æquales. Hoc vero diſcriminis eſt quod ſi A. & B. diſiungantur ſecundum lineam L. k. maioribus diſtantijs proportionalibus, tamen illis primis ſemper ex arte æquiponderent in C. ex manu vero non æqualiter grauitent. Quoniam autem impari partium numero vſi ſumus ſic generalius videtur propoſitio demonſtrari. Suppoſito vt ſupra L. G. eſſe ad G. k. vt D. C. ad C. E. ſeu vt A. ad B. Et eſſe L. G. duplum ipſius C. D. tum G. k. duplum conſequentis E. C. demum E. & D. eſſe puncta media partium L. G, G. k. Tandem N. communem eſſe menſuram diſtantiarum L. G, G. k. vt eſt F. magnitudinum A. & B. Secentur L. G. in partes æquales ipſi menſuræ N, & in



tot partes A. diuidatur partes menſuræ F. cum ſint L. G. ipſius N. & A. ipſius F. æquemultiplices. Tū G. k. toties ditimatur per N. quoties B. per F. cum ſint rurſus G. k. lineæ N. & B. plani F. æquemultiplices. Appendantur denique partes A. à partibus L. G. ita vt planarum partium centra grauitatum reſpondeant mediis punctis partium L. G. Et partes B. adſtruantur partibus G.k. per centra planorū, & media puncta linearum. Magnitudinis enim compoſitæ ex omnibus, quia æquales ſunt, & æqualiter diſtant earum centra à ſe inuicem, nempè per quantitatem N. centrum grauitatis eſt [a] C. dimidium ipſius L. k. Atqui magnitudo compoſita ex ſeparatim appenſis ad L. G. ponderat in medio. Tū magnitudinis compoſitæ ex diuiſim appenſis ad G. k. centrum eſt [a] in D. Tum omnes ex L. G. ſimul coniunctæ, hoc eſt A. æquiponderant [b] etiam in E. vt omnes ex G. k. coniunctæ ſcilicet B. æqualiter grauitant in D. magnitudo ergo compoſita ex A. appenſo ad E. & B. pendente ex D. centrum habet grauitatis in C. quod fuit probandum. Sic breuius & ſimplicius Archimedes, qui tamen clarius auditur ex iis quæ præmiſimus. Cæterum maior propoſitionum pars quas Archimedes vt Theoremata profert, etiam vt problemata tradi queunt. Etenim hæc præſens his concipi verbis poteſt.

[a] per 1. vel 2. manifeſt. huius.

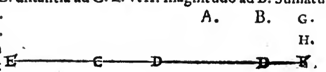
[b] per ea quæ diximus ad 2 poſtulatū huius.

Data pondera inæqualia commenſurabilia in diſtantijs appendere vt æquiponderent.

Nam ſumptis diſtantijs D. C, C. E. in eadem ratione quam habet A. ad B. ita vt D. C. ſit ad C. E. ſicut A. ad B. permutatimque appenſis nempè A. à puncto D. tum B. à puncto E. probabuntur itidem æquiponderare, & eſſe magnitudinis ex ipſis compoſitæ centrum grauitatis C. Ad appendendum vero magnitudines incommenſurabiles, in diſtantijs quibus ſtent in æquilibrio, hæc præmittenda ſunt.

COROLLARIVM.

Hinc deducimus, inæquales ſed commenſurabiles magnitudines appenſas à diſtantijs quæ ſint reciprocè in maiori ratione quàm magnitudines, accidere magnitudinum inclinationem. Sit enim D. C. diſtantia ad C. E. vt A. magnitudo ad B. Sumatur vero C. F. maior quam D. C. quæ propterea habeat [c] ad C. E. maiorem rationem quam A. ad B. Et appendatur A. ex E. Tum B. ex F.



[c] per 8. l 5.

ΑΙΟ. Dico B. inclinari.

ΑΠΟΔ. Nam ſi B. appenderetur ex D. æquiponderarent [d] A. & B. Cum ergo B. appenditur ex F. adijcitur illi aliquid, & propterea inclinatur [e].

Vice verſa. Si A. maiorem rationem habuerit ad B. quam D. C. ad C. E. Dico A. inclinari: Etenim ſit G. ad B. vt D. C. ad C. E. Siquidem G. habebit ad B. minorem rationem quam A. ad idem B. & proinde G. erit minor quam A. Sit differentia H. & appendatur G. ex E. Tum B. ex D. Æquiponderabunt [d] B. & G. Ipſi vero G. addatur H. hoc eſt, ponatur A. loco G. adijcietur ipſi G & ex conſequenti inclinabitur [e].

[d] per præcedentem.

[e] per 3. petitionem huius.

Denique ſequitur appenſis A. ex E. & B. ex F. vt priùs, addi debere aliquid ipſi A. ne fiat inclinatio, vel appenſis A. ex E. & B. ex D. vt poſteriùs, aliquid eſſe addendum ipſi B. vt non inclinetur.

At equidem B. priori modo appenſo in F. detrahendum eſſe aliquam diſtantiæ partem ad æquilibrium conſequendum. Ex eo quod enim C. F. ſit maior quam C. D. fit inclinatio à parte B. Demum poſteriori modo maior diſtantia quam C. D. adijci debet ipſi B. vt æquiponderet. Ex eo quod enim C. D. minorem rationem habet ad C. E. quam A. ad B. inclinatur A. Verum maior diſtantia quam D. C. maiorem quoque rationem haberet ad C. E. quæ tandem poſſet fieri æqualis ipſi quam habet A. ad B.

PROP. VII.

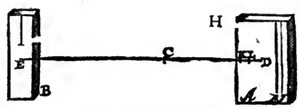
THEOR. VII.

At vero ſi incommenſurabiles fuerint magnitudines: ſimiliter æquiponderabunt à diſtantijs permutatim rationem habentibus eandem quam magnitudines.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩ. Ζ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ἀσύμμετρα ἐῶντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.



ΥΠΟΘ. Sint duæ magnitudines inæquales A. maior, B. minor incommenſurabiles ſuſpenſæ à punctis D. & E. in diſtantijs D. C, C. E. eandem habentibus reciprocè ratione quam ipſæ magnitudines: ſcilicet quatum maior E. C. eſt ad minorem C. D. vt A. eſt ad B.

ΔΙΟ. Dico A. & B. æquiponderate.

ΚΑΤΑΣ. Si non æquiponderant altera inclinatur. Inclinetur A. nempè ob nimium pondus. Et ab ipſo A. exceſſus ponderis auferatur, quo in huiuſmodi libratione vincit B. ſitque F. G. ita vt reliquum F. H. iam æquiponderet cum B. Duabus autem propoſitis magnitudinibus B. & F. auferatur dimidium ex B. Et rutſus ex ſemiſſe dimidiũ, idque toties fiat vt deueniamus [a] ad particellam minorem exceſſu F. G. Hæc particella metietur H. F. vel non metietur: ſi metiatur illic ſteterimus. Si non metiatur eam in F. H quoties poterimus repetemus, & deinde eam extendemus tum in reliquum ex F. H. quod neceſſario minus ea erit & in partem aliquam exceſſu F. G. Repetitio autem exacta, ipſius particella fiat in magnitudine I. H. Ita vt I. H. ſit ipſe B. commenſurabilis.

a per coroll. 1. l. 10.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. maius eſt parte I. H. maiorem rationem habet [b] ad B. quam I. H. ad eandem B. Sed A. eſt ad B. vt E. C. ad C. D. Proinde I. H. minorem habet rationem ad B. quam E. C. ad C. D. Inclinabitur ergo B [c]. & multo magis inclinabitur oppoſitum ſoli F. H. minori [d]. Abſurdum ergo eſt ponere B. & F. H. in diſtantijs E. C, C. D. æquipondetare, & abſurdum itidem negare A. & B. non eſſe in æquilibrio, vnde abſurditas illa ſequuta eſt. Quod ſi quis rationem negati retulerit ad diſtantias, dixeritque æquilibrium non fieri, quia diſtantia C. D. nimia ſit.

b per 8. l. 5.
c per præcedens coroll.
d Iuxta petit 4 huius.

ΚΑΤΑΣ. Tollamus exceſſum, & ſit K. D. ita vt A. appenſum ex K. æquipondetet eum B. in diſtantijs K. C, C. E. Propoſitarum vero magnitudinum E. C, K. D. diſſecemus C. E. quoad particella ſeſe obtulerit quæ minor ſit K. D. quæque metiatur ipſam C. E. cum partium commenſurabilium ſemper facta ſit διχοτομία. Repetatur ipſa particella in C. K. quantum poterit fieri: Si exactè repetatur, bene eſt: ſi non exactè, extendatur rurſus ita vt cadat exactè in punctum L. medium neceſſario inter K. & D. quia minor eſt exceſſu K. D. & ſint propterea E. C, C. L. commenſurabiles.

ΑΠΟΔ. Diſtantia L. C. minor eſt quam C. D. & minorem rationem habet [b] ad C. E. quam D. C. ad C. E. hoc eſt quam B, ad A. Appenſis ergo B. ex E. & A. ex L. inclinabitur [c] B. & vt conſequamur æquilibrium, augenda [c] eſt diſtantia C. L. Tantum abeſt vt ſit minuenda vel vt poſſint æquiponderare A. ex K. & B. ex E. Cenſendum ergo B. & A. æquiponderare ex E. & D. vt proponitur.

Cæterum ſi particellæ fuerint commenſurabiles, prima ſcilicet cum H. F. vel ſecũda cum C. K. vtemur partibus H. F. vel C. H. tanquam alijs I. H. & C. L. vt deducamus

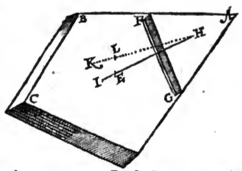
mus ἱκανῶς & pertinacem ad abſurdum. Etenim cum F. H. ſit minor quam A. vel C. k. quam C. D. reliquum ſequitur demonſtrationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἔνστασις non videbitur forſan perfectè elui, ſi quis animaduerterit nos corollario præcedenti aſſumpſiſſe magnitudines commenſurabiles, hic vero poni incommenſurabiles. Verum quoque animaduertendum, demonſtrationem non dependere ſolum ab illo corollario, ſed potiſſimum ex ſuppoſito à negante æquilibrio, primùm magnitudinum H. I. & B. à diſtantijs C. D. & C. E. tum magnitudinũ A. & B. à diſtantijs C. K. & C. E. Ex illis enim admiſſis æquilibriis, & conuicta neceſſitate aliquid addendi vel magnitudini H. I. vel diſtantiæ C. L. iuxta corollarium præcedens, ſequitur perbellè concluſio abſurditatis. Cçterum præter inſtitutum Archimedis demonſtrationem tum ex ratione ponderum, tum ex ratione diſtantiarum deduximus: vt quæ forent demonſtrationes fundamenta totius mechanices, vtroque principio & naturali & Mathematico initerentur, & euidentius amborum συμπάθεια cerneretur.

LEMMA I.

Quolibet plano in duas partes ſecto, ſi partium centra recta linea coniungantur, agetur hæc recta per centrum totius.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit planum A. B. C. D. cuius centrum grauitatis ſit E. quodque dirimatur in partes A. F. G. & G. D. C. B. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſi partium centra I. & H. iungantur recta, tranſire rectam per E.

ΚΑΤΑΣ. Si non tranſit per E. ſit K. alterum centrorum, lineaque centra iungens ſit K. H. non acta per E.

ΑΠΟΔ. Quoniam K. & H. partium ſupponuntur centra, partes ſuſpenſæ manebunt [a] in æquilibrio, in diſtantijs quæ ſe habeant reciprocè vt ipſæ partes. Et ſit L. centrum æquilibrationis ſeu centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex ambabus partibus. Sed eadem eſt quæ primum propoſita eſt A. B. C. D. Ergo magnitudo propoſita duo centra grauitatis haberet E. & L. contra quam ſuperius demonſtrauimus. a per 6. & 7. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum licet in ſequentibus agatur de planis, tamen ne planæ ſuperficies intelligerentur, quæ pondus habere non cernuntur, figuras vt corpora adſignauimus.

LEMMA II.

Si æquiponderantibus çquiponderantia addantur, omnia æquiponderant: aut ab æquiponderantibus ſi æqualiter ponderantia auferantur, etiam reliqua æquiponderant.

Cum enim ſint [a] vbique eædem rationes reciprocæ ponderum & diſtantiarum, remanebunt [b] rurſus cum poſt additionem tum poſt ſubſtractionem eędem rationes ponderum & diſtantiarum reciprocæ. Et propterea æquilibrium. b per 11.i.5.

PROP. VIII.

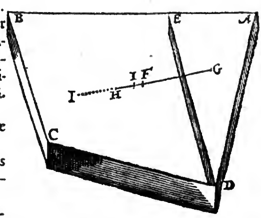
THEOR. VIII.

Si ab aliqua magnitudine reſecetur quædam portio non habens idem centrum cum tota: reliquæ magnitudinis centrum grauitatis eſt in recta linea coniungente centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ portionis, producta ad eas partes verſus quas centrum eſt totius magnitudinis, nempe ſi aſſumpta aliqua pars ex producta coniungente dicta centra, habeat eandem rationem ad illam quæ eſt inter centra, quam habet grauitas detractæ magnitudinis ad grauitatem reliqui, erit centrum illud aſſumptæ terminus.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡΗΜΑ Η.

Εἴκα ἀπό τινος μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βάρεων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ τᾶς ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὴν αὐτὴν ἔχειν λόγον πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος πρὸς τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.



ΥΠΟΘ. Detur quodcumque planum A. B. C. D. cuius centrum ſit F. Ab eo reſecetur portio E. D. A. cuius centrum ſit G. Iungantur centra G. & F. recta G. F. quæ producatur in H. & fiat F. H. ad F. G. inter centra, ſicuti eſt reſecta portio A. E. D. ad reliquam B. C. D. E.

ΣΥΜΠΕ. Dico centrum grauitatis reliquæ portionis B. C. D. E. eſſe H.

ΚΑΤΑΣ. Si non eſt H. centrum grauitatis portionis B. C. D. E. ipſum ſit I. in recta [a] ſcilicet linea centra F. & G. coniungente.

a per lemma præced.

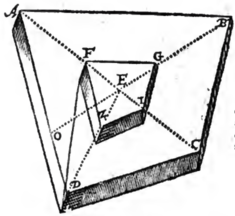
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam I. eſt centrũ grauitatis magnitudinis B. C. D. E. Et G. centrum partis E. D. A. Tum F. centrum magnitudinis ex ambabus compoſitæ: ſequitur [b] G. F. eſſe ad F. I. vt eſt magnitudo B. C. D. E. ad magnitudinem E. D. A. Atqui eandem rationem habet G. F. ad F. H. Eadem ergo eandem rationem habet ad inæquales, contra certiſſima Geometriæ elementa. [c] Non poteſt ergo aliud punctum quam H. eſſe centrum grauitatis reliqui B. C. D. E. quod fuit probandum.

b per 6. & 7 huius.

c Contra 7. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Habet Archimedes μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ. Quandoquidem ſi portio auferretur in qua ipſum totius centrum iacet, ita vt ipſummet centrum totius ſupereſſet partis reſectæ centrum: iam non contingeret concluſio propoſitionis: verum accideret vt idem punctum eſſet centrum trium magnitudinum, totius reſectę & reliquæ, quod ſic oſtendo.



Sit enim τὸ ἐπίπεδον A. B, C. D. cuius centrum E. diuellatur ab eo pars ſimilis vel diſſimilis F. L. I. G. cuius etiam grauitatis centrum ſit E. & quocumque modo agantur lineæ B. E. O. & A. E. C. per E. centrum.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. ſit centrum grauitatis, æquiponderabunt[a] A. C. B. & A. D. C. Tum etiam in parte reſecta erunt[a] æquiponderantia F. I. G. & F. L. I. Ab æquiponderantibus ergo A. C. B. & A. D. C. tollamus æquiponderantia F. G. I. & F. L. I. remanebunt[b] partes A. F. G. I. C. B. & A. F. L. I. C. D. æquiponderantes. Centrum ergo grauitatis partium reliquarũ vel reliquæ magnitudinis erit in linea A. C. Simili argumento probabimus centrum grauitatis reliquę magnitudinis eſſe in O. B. Ergo illud centrum reliquæ partis erit in puncto communi duabus lineis A. C. & B. O. nempè in E. Ergo idem punctum E. eſt centrum grauitatis totius, reſectæ & reliquæ, quod fuit probandum. Cæterum figuras hac propoſitione dedimus irregulares licet omnibus ſui partibus æquiponderantes, ne regulares aut parallelogrammæ figurę huic ſolæ negotio deſeruire putarentur. Atque ſic vniuerſalior videtur demonſtratio, & verbis authoris magis conſentanea, qui generaliſſimè loquutus dixit ἄν ἀπὸ τινὸς μεγέθους, &c.

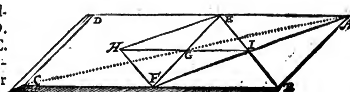
[a] per defin. centri grauitatis.
[b] per 2. lemma præced.

ΠΡΟΤ. Θ. — PROB. IX.

ΘΕΩΡ. Θ. — THEOR. IX.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τὰς κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευράς.

Cuiuſcumque parallelogrammi centrum grauitatis eſt in recta linea coniungente oppoſita parallelogrammi latera bifariam ſecta.



ΥΠΟΘ. Sit planum parallelogrammum A. B. C. D. cuius latera A. D. & B. C. bifariam diuidantur[c] punctis E. & F. quæ iungantur linea E. F.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico centrum grauitatis parallelogrammi eſſe in linea E. F.

ΑΠΟΔ. Parallelogramma D. F. & E. B. ſunt[d] æqualia, tum ſimilia[e]: parallelas enim C. F, F. B. & D. E, E. A. iungentes D. C, E. F, A. B. ſunt[f] parallelæ. Vnde anguli primum D. C. F. & E. F. B. deinde C. D. E. & F. E. A. ſunt[g] æquales. Ergo ipſa iuncta ſimul per latus E. F. cum efficiant totam C. A. ſequitur centrum totius eſſe[h] in E. F. quod erat probandum.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur H. & I. centra grauitatum ambarum partium D. F. & E. B. & iūgantur lineæ H. I, H. E, H. F, I. E, I. F, I. A. & I. B.

ΑΠΟΔ. Quoniam ſunt D. F. & E. B. parallelogramma æqualia & ſimilia, centra H. & I. ſimiliter ponuntur[i] proinde trianguli A. I. B, & H. F. E. ſunt[l] æquianguli & æquilateri: Sed trianguli I. A. B. & I. E. F. ſunt[m] quoque æquianguli & æquilateri: Ergo ęquianguli & æquilateri ſunt[n] trianguli H. F. E. & E. I. F. nempe I. F. æquale eſt lateri H. E. & angulus I. F. G. æqualis angulo G. E. H. Sunt vero etiam æquales[o] anguli H. G. E. & I. G. F. Idcirco æquilateri ſunt[l] trianguli H. G. E. & I. G F. & latus H. G. par lateri G. I. Cum ergo parallelogramma D. F. E. B. ſint æqualia, æquiponderant in diſtãtijs æqualibus[p] hoc eſt in radijs H G, I. G. & magnitudinis ex vtroque compoſitæ cẽtrum grauitatis eſt G. in linea E. F. quod fuit probandum.

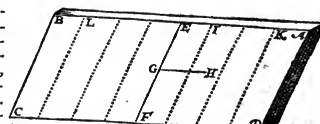
[c] per 10. l. 1.
[d] per 1. li. 6
[e] per 1. defi. nit. l. 6.
[f] per 34. l. 1
[g] per 29. l. 1
[h] per ea quæ demonſtr. 5. petit. huius.
[i] per 5. & 7 petit huius.
[l] per 26. l. 1.
[m] per 15, 29 & 16. l. 1.
[n] , et 1. com. ſent.
[o] per 15. l. 1
[p] per 6 & 7 huius.

COROLLARIVM.

Hinc patet centrum illud eſſe in medio lineæ E. F. Cum ſint enim trianguli I. G. F. & E. G. H. æquilateri, patent E. G, G. F. æquales. Et igitur G. punctum eſt in medio lineæ E. F.

Patet item, idem centrum occupare medium dimetientis coniungentis oppoſitos
a per 29. l. 1. angulos. Ducantur enim lineæ G. A. & G. C. Cum ſint [a] enim anguli G. F. G. & G. E.
b per præſentẽ. prop. A. æquales: tum latera C. F, F. G. lateribus A. E, E. G. æqualia [b]: reliqua latera C. G,
c per 4. l. 1. G. A. ſunt [c] æqualia, & anguli F. G. C. & E. G. A. æquales. Vnde ſequitur in rectum eſ-
d per coroll. 15. l. 1. ſe [d] duas C. G, G. A. & totam C. A. eſſe dimetientem, in cuius igitur medio centrum eſt G.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Archimedes paulo aliter pr opoſitionem demonſtrat hoc modo. Repetatur parallelogrammum A. C. lineaque E. F. in qua ſi non fuerit parallelogrammi A. C. centrum grauitatis, ipſum ſit H. à quo in E. F. ducatur linea H. G. æquidiſtanter lateri A. B. Tum diuidatur A. E. bifariam, & rur-
e per 1. l. 10. ſus bifariam, quoad particulam inuenerimus [e] minorem linea H. G. vt E. I. per quam rurſus metiamur E. B. cum ſint E. B. cum ſint E. B. & E. A. æquales & à punctis diuiſionum lineas agamus [f] parallelas
f per 31. l. 1. ipſi E. F. & lateribus A. D, B. C.

g per 1. l. 6. & 29. l. 1. ΑΠΟΔ. Siquidem cum B. F. & E. D. ſint æqualia & ſimilia, in ſimilia & æqualia magnitudine ac numero parallelogramma diuidentur [g]: propterea eorum centra conuenient [h] ſi ſibi mutuo apponan-
h per 5 petit. huius. tur: & proinde lineæ à centris in latera ſimiliter ductis ſunt æquales. Atqui omnium centra ſunt [i] in re-
i per 1. lemma præfixũ 8. huius. cta linea quæ habet in ſe centrum magnitudinis ex omnibus compoſitæ, æqualiter diſtans [ii] à centris æqualiter diſtantium parallelogrammorum. Et H. non poteſt æqualiter diſtare à centris parallelogrammorum v. g. C. L, D. K. æqualiter diſiunctorum à medio totius, ſed punctum quod eſſet in E. F. Er-
ii per 6. & 7. huius. go centrum totius eſt in E. F. quod fuit probandum.

PROP. X.

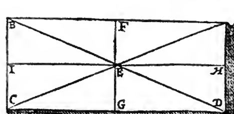
THEOR. X.

Cuiuſcumque parallelogrã-mi centrum grauitatis eſt punctum quo diametri coincidunt.

ΠΡΟΤ. Ι.

ΘΕΩΡ. Ι.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.



ΥΠΟΘ. Sit planum parallelogrãmũ A.C.
ΣΥΜΠ. Dico ipſius centrum eſſe in concurſu dimetientiũ puncto, cuiuſmodi eſt E.
ΚΑΤΑΣ. Ducantur diametri à lateribus F. G. I. H. tum à puncto E. concurſus harum diametrorum ducantur ad angulos lineæ E. B, E. A, E. D, E. C.

ΑΠΟΔ. Propoſitionem demonſtrauimus in præcedenti corollario. Sed vt aliquid Ar-
l per præced. chimedi demus, dicemus centrum eſſe [l] in F. G. linea. Tum in I. H. [l] quæ quoque pa-
m per 34. l. 1. rallelogrammum A. C. διχοτομεῖ. [m] Ergo ipſum centrum eſt E. punctum concurſus. Atqui in eodem puncto E. concurrunt & aliæ diametri ab angulis ducti B. D, A. C. Etenim H. I. diuidens bifariam latus A. D. etiam bifariam ſecat [m] F. G. Idcirco triangu-
n per 29. l. 1. lorũ E. G. D, E. F. B. anguli ad F. & G. ſunt [n] æquales, & latera B. F, F. E. paria lateribus
o per 4. l. 1. E. G, G. D. Vnde fit vt ſint [o] baſes B. E, E. D. tũ anguli G. E. D, & B. E F. æquales. Deni-
p per 15. l. 1. q; vt B. E. & E. D. in rectã ferãtur [p] lineã. Ergo B. E. D. eſt diameter. Similiter probabitur

diametrum eſſe A.C.& tandem conuenire quoque diametros angulorum in E.in quo probauimus eſſe centrum grauitatis parallelogrammi A. C.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

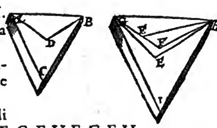
Paululum receſſimus ab Archimede, qui per applicationem ſimilium & æqualium triangulorum B. D. A. & B. D. C. propoſitionem demonſtrat: vt & in præcedenti per parallelogrammorum congruam diſpoſitionem. Verum cum hæc figurarum mutua congeſtio quibuſdam geometris non parui nominis diſplicuerit, vt mechanicæ actioni ſimillima, ſuaderem ab ea abſtinere quando aliæ rationes ſuppetunt: quarum ſi non copia ſit, illius tandem vſum à Geometria minimè reijcerem, eo argumento quia Archimedes eam vſurpauit, & ab ea ſummi alii viri non abhorruerunt. Quando autem Archimedes ſumit centra triangulorum vt hinc concluſionem propoſitionis eruat, ea ſolùm per hypotheſim capit non determinatiuè. Nondum enim trilateralium figurarum centra grauitatis quæ ſint definiuit, quod ſtatim facturus eſt. Eas autem centra habere, & quidem intra ſe, cum ſint figuræ in eaſdem partes cauæ, dubitarit nemo.

ΠΡΟΤ. ΙΑ. — PROP. XI.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΑ. — THEOR. XI.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλήλοις ᾖ, καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα πρὸς τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἐν σαμεῖον τοῦ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου· ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ᾽ ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἴσας ποιοῦσι γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

Si duo triangula ſimilia inter ſe fuerint, & in ipſis puncta ſimiliter poſita ad ipſa triantriangula, alterumq; punctum trianguli in quo ſteterit centrum fuerit grauitatis, reliquũ quoque punctum centrum eſt grauitatis eius in quo ſtat trianguli: ſimiliter verò dicimus puncta iacere in ſimilibus figuris illa, à quibus rectæ ad æquales angulos ductæ lineæ æquales, ad ſimilia latera angulos faciunt.



ΥΠΟΘ. Sint duo triangula ſimilia A. B. C, G. H. I. in quibus ſumpta ſint duo puncta ſimiliter poſita D. & F.

ΔΙΟ. Dico ſi D. fuerit centrum grauitatis trianguli A. B. C. fore punctum F. centrum quoque grauitatis trianguli G. H. I.

ΚΑΤΑΣ. Si F. non eſt grauitatis centrum trianguli G. H. I. ſit ipſum E. & ducantur lineæ D. A, D. B, E. G, E. H, F. G, F. H.

ΑΠΟΔ. Quum F. & D. ſimiliter ponantur in ſimilibus triangulis, ſiunt [a] anguli D. A. B, F. G. H. æquales. Atqui cum E. & D. ſint grauitatis centra in ſimilibus figuris, etiã anguli D. A. B. & E. G. H. pares ſunt [b]. Et proinde anguli E. G. H. & F. G. H. ſunt [c] æquales, pars ſcilicet toti [d]. Quod ſi E. fuerit in linea G. F. probabuntur ſimili argumento E. H. G. & F. H. G. itidem æquales. Quod eſt abſurdum. Quin ergo & abſurdum erit negare punctum F. centrum eſſe grauitatis trianguli G. I. H.

a per 6. petitionem huius.
b per 7. petitionem huius.
c per 1. comm. ſent.
d Quod aduerſatur 9. comm. ſent.

ΑΛΛΩΣ.

a per 6 petitionem huius. b per 7. pet. huius. c per 1 com. sent. d per 9. com. sent. & 7. lib. 1.

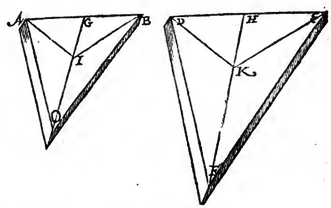
Quia anguli trianguli A D. B. colliguntur [a] [b] æquales angulis tum trianguli G.F.H. tum alterius G. E. H. ſequitur [c] angulos triangulorum G. E. H. & G. F. H. eſſe æquales. Baſis autem vtrique communis eſt Proinde totus triangulus altera alteri æqualis eſt: vel lineæ G. F, F, H. æquales ſunt lineis G. E, E. H. altera alteri, quod omne Geometriam labefactat [d].

PROP. XII. — ΠΡΟΤ. ΙΒ.

THEOR. XII. — ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Si duo triangula ſimilia fuerint, vnius vero trianguli centrum grauitatis fuerit in recta, quæ ducta eſt ab vno angulo in mediam baſim: etiam reliqui trianguli centrum erit grauitatis in linea ſimilite ducta.

Εἴκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἔωντι, τὸ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστιν ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοίπου τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.



ΥΠΟΘ. Sint triangula ſimilia A. B. C, D. E. F. ab angulis vero C. & F. æqualibus agantur rectæ C. G, F. H. quæ baſes A. B, D. E. bifariam diuidant.

ΣΥΜΠ. Dico ſi centrum grauitatis trianguli A. B. C. fuerit in C. G. fore quoque centrum grauitatis trianguli D. E. F. in linea F. H.

ΚΑΤΑΣ. Sit I. centrum à quo ducantur I. A, I. B, Tum fiat angulus F. D. k. æqualis angulo C. A. I. & tandem iungatur k. E.

e per 1. defin. l 6. f per 15 l 1. g per 6. l. 6. h per 32 l 1 i per 4. l. 6. l per 16. l. 5 m per 11. l. 5 n per 3. com. sent. o per 6. petition. huius. p per prec.

ΑΠΟΔΕΙ. Ex triangulorum ſimilitudine A. C. eſt [e] ad A. B. vt D. F. ad D. E. & igitur [f] C. A. ad A. G. vt F. D. ad D. H. Atqui anguli C. A. G. & F. D. H. ſunt æquales. Ergo trianguli A. G. C. & H. D. F. ſunt [g] æquianguli: nempè angulus A. C. I. æqualis eſt angulo D. F. K. Eſt autem ex fabrica I. A. C. æqualis angulo k. D. F. proinde reliquus A. I. C. reliquo D. k. F. æquatur [h] & eſt [i] vt D. F. ad F. k. ſic A. C. ad C. I. vel vt D. F. ad D. k. ſic A. C. ad A. I. Cum verò A. C. ad C. I. ſit vt D. F. ad F. k. viciſſim eſt [l] A. C. ad D. F. vt C. I. ad F. k. Atqui ex triangulorum ſimilitudine quia A. C. eſt ad C. B, vt D. F. ad F. E. viciſſim [l] eſt A. C. ad D. F. vt C. B. ad F. E. Et ex conſequenti [m] C. I. eſt ad k. F. vt C. B. ad F. E. & permutando [l] C. I. ad C. B. vt k. F. ad F. E. Sed ex totis angulis C. & F. æqualibus ſublatis paribus A. C. I, D. F. K. remanent [n] I. C. B, k. F. E. æquales. Et igitur trianguli I. C. B, k. F. E. ſunt ęquianguli. Eodem argumento probabuntur æquianguli trianguli A. I. B, D. k. E. & inde ſequetur [o] I. & k. puncta ſimiliter poni. Atque tandem ſi I. fuerit trianguli in quo eſt centrum grauitatis eſſe [p] itidem k. centrum grauitatis trianguli D. F. E. quod erat probandum.

ΑΛΛΩΣ.

Si H.F. ſecta [a] fuerit in puncto k. vt eſt G.C.in I. eadem elicietur concluſio, ductis lineis quæ patent. Nam probabatur A.C.ad D.F, vt A.G,ad D.H, & triangula A.C. G, D.F.H.ſimilia, & hinc vt A.C.ad D.F. ſic G.C.ad H.F, quia vt G.C.ad I.C. ſic H. F.ad F.k, viciſſim [b] vt G.C.ad H.F.hoc eſt [c], vt A.C.ad D.F. ſic I.C. ad k.F, & A.I, ad D.k: vnde anguli patebunt æquales, & tandem puncta I.& k.ſimiliter poſita, ſimulque grauitatum eſſe centra ſuorum triangulorum.

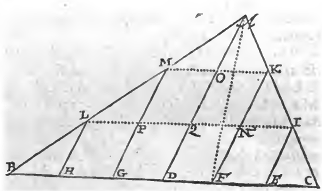
[a] per 12 l.6 [b] per 16.l.5. [c] per 11.l.5.

COROLLARIVM.

Hinc poſſum ἐπιδιαιρεῖσθαι triangula ſimilia in partes ſimiles, ſeu triangula ſimilia diuidi, lineis ab angulis æqualibus in medias baſes eductis. Oſtendimus enim triangula A.G.C, D.H.F. eſſe ſimilia. Idemque cenſendum eſt de reliquis G.C.B.& H.F.E.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si triangulus bifariam dirimatur linea à ſuperiori angulo in oppoſitum latus educta, ipſumque bifariam dirimente: baſis autem ſemiſſes in partes æquales diſtribuantur, & à ſectionum punctis rectæ intra triangulum ducantur, parallelæ illi bifariam triangulum ſecanti: harum parallelarum binæ æqualiter remotæ à ſecante æquales erunt.



ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. à cuius angulo A. linea A.D. in ſemiſſem baſis B.C. agatur, triãgulum bifariam dirimens [d]: Tũ baſis binæ ſemiſſes D.B, & D. C. in partes æquales ſecentur [e] punctis H.G,F.E.à quibus erigantur [f] lineæ ipſi D.A. ſecanti parallelæ, quæ ſint H.L, G.M, F.K,E.I.

ΣΥΜΠ. Dico harum parallelarum binas æqualiter remotas à linea D.A, vt H,L,E.I, vel G.M,& F.K.eſſe æquales.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ ſunt omnes parallelæ ductæ intra triangulum, anguli ad triangulorum baſes ſunt [g] æquales, & proinde vt eſt C.D.vel B.D.ad D.A. ita eſt [h] C. E.ad E.I, ſed vt B.D.ad D.A. ſic itidem eſt [h] B.H.ad H.I. Proinde C.E. eſt [i] ad E.I. vt B.H ad H.L. Et viciſſim [l] vt E.C.æqualis eſt [m] ipſi B.H. Sic eſt E.I. æqualis alteri H.L. Simili argumento probari poſſunt G.M,& F.k,æquales.

[d] per 1.l.6. [e] per 10.l.6 [f] per 31.l.1. [g] per 29.l.1 [h] per 4.l.6. [i] per 11 l.5. [l] per 16.l.5. [m] per fabricam.

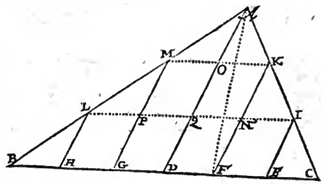
ΛΗΜΜΑ Β.

Si iungantur lineæ L.I,M.K. erit triangulus A.D.C. ad triangula A.O.K, K.N.I,I.E.C.vt eſt A.C.ad A.K.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A.F.

ΑΠΟΔ. Quoniam L.H.& I.E.ſunt [n] parallelæ & æquales. Sunt [o] quoque H.E, & L. I. inter ſe æquales. Atqui D.Q. cum ſit parallela vtriſque L.H. & E.I.efficit, vt parallelogramma ſint L.D,D.I.quorum cum baſes H.D,D.E. ſint æquales, ſunt [p] quoque L.

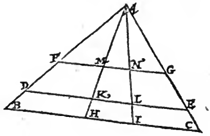
[n] per fabricam & lemma præced. [o] per 33.l.1. [p] per 34.l.1.



a per 34.l.1 Q,Q.I. pares, & Q.D. par a alterutri duarum L.H. & E.I. Simili ratione, ſunt N.I. & O.k. æquales duabus D.F, F.E, ac inter ſe. Tum Q.O, vni N.k. Ita vt quæque baſium O K, N.I, E.C. ſit æqualis parti D.F. Tum tria latera, E.I, N.K.O.A. paria vni D.A. Igitur triangulus A.D.F. tribus A.O.k, k.N.I,
b per 1.l.6. & I.E.C. æquiualet b. Atqui triangulus A.D.C. triangulo A.
c per 1.l.6. D.F. ſe habet b, vt C.D. ad D.F, hoc eſt c, vt C.A. ad A K. Proinde triangulus A.D.C. triangulo A.D.F. ſeu triangulis tribus A.O.K, K.N.I, I.E.C, eſt vt A.C. parti A.k. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Si trianguli bina latera lineæ ſecuerint baſi æquidiſtantes, & ab angulo oppoſito in reliquum baſim lineæ demittantur, hæc illas, & baſim ſecant proportionaliter: tum viciſſim hæ, & latera ſecta ab illis, & baſi proportionaliter ſecantur.



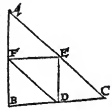
ΥΠΟΘΕ. Intra triangulum A.B.C. agantur lineæ D.E, F.G. ſecantes latera A.B, A.C, & æquidiſtantes baſi B.C. Tum ab angulo A. demittantur in baſim rectæ A.I, A.H.

ΣΥΜΠΈΡΑΣΜΑ. Dico lineas F.G, D.E, & B.C. ſecari proportionaliter, & eſſe N.G, ad N.M, vt E.L. ad L.K, vel C.I, ad I.H. Et adhuc N.M. ad M.F, vt L.k, ad k.D. vel I.H. ad H.B. Prçterea rectas A.I, A.H. tum latera A.C, A.B. ſimiliter quoque dirimi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ F.G, D.E. baſi ſunt parallelæ, trianguli A, N.G, A.L.
d per 29. & 32.l.1. E. & A.I.C. ſunt d æquianguli, & eſt e vt A.G. ad G.N. ſic A.E. ad E.L. & A.C, ad C.I.
& viciſſim f vt A.G, ad A.E, ſic G.N. ad E.L, & vt A.E. ad E.C. ſic E.L. ad C.I. At ſi-
e per 4.l.6. f per 16 l.5 mili ratione vt ſunt A.G, A.E, A.C, ſic ſe habent G.M, E.k, C.H. Ergo vt G.N, E.L,
g per 11.l.5. C.I, ſic g G.M, E.k, C.H, & diuidendo h vt N.M, L.k, I.H, ſic ſunt G.N, E.L, C.I. Sic
h per 17.l.5. quoque ſunt M.F, k.D, H.B, ex eadem ratiocinatione. Præterea vt eſt A.E, ad E.C,
i per 2 l.6. ſic i A.L, ad L.I. & componendo l A.C, eſt ad E.C, vt A.I, ad I.L, & viciſſim f vt A.C, ad
l 18.l.5. A.I, ſic E.C, ad L.I. Atqui vt A.C, ad A.I. ſic eadem ratione eſt G.C, ad N.I. Proinde
m per 19.l.5 E.C. eſt g ad L.I, vt G.C. ad N.I, vel etiam m G.A. ad A.N. Cùm ergo E.C, ſit ad L.I.
vt G.C, ad N.I. erit diuidendo h E.C, ad L.I. vt G.E. ad N.L. hoc eſt vt i A.G. ad A.
N. Ac viciſſim erit E.C, ad E.G, & E.G, ad G.A, vt I.L ad L.N. & L.N. ad N.A. Eodem modo probabimus, ſic etiam eſſe H.k. ad K.M, & k.M. ad M.A. Tum denique B.D. ad D.F, vt D.F. ad F.A. quod fuit probandum..

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si trianguli omnia latera bifariam ſecentur, lineiſque iungantur ſectionum puncta: fient quatuor ſimilia toti, & inter ſe & æqualia triangula.



ΥΠΟΘ. Trianguli A.B.C. biſariam dirimantur latera punctis D.E.F, quæ lineis iungantur.

ΣΥΜΠ. Oſtendendum triangulos qui figura patent, eſſe ſimiles & æquales.

ΑΠΟΔΕΙ. Lineæ A. C, F. D. ſunt[a] parallelæ, & ergo triangulus F. B. D. toti A.B.C. eſt[b] ſimilis. Idem concludendum eſt de duobus A.F.E, & E. D.C. ex eadem ratione. Demum cùm ſint[a] F.D. & A.E. æquidiſtantes, ſunt[b] anguli A.E.F, & E.F. D. æquales. Pares etiam ſunt ex eadem cauſa F.E.D .E, & F.A. proinde reliquus[c] reliquo. Sunt itaque A.F.E, & F.E.D. ſimiles, & hic toti[d]: & demum omnes 4. æquales eſſe hinc patet. Quia baſes omnium 4. B.D, D.C, & F.E. quæ eſt duorum A.F.E, & E. F.D. ſunt[e] æquales. Tum adiunctæ A.F, F.A, D.E. quæ communis eſt duobus F.E.D, E.D.C. Tandem hypotenuſæ E.C, E.A, & F.D, duorum F. E. D, & F.B.D, ſunt quoque pares. Trianguli proinde ſunt[f] quoque pares: Ergo ſimiles & æquales, quod fuit probandum.

[a] per 2 l 6. [b] per 19 l. 1. & defini. 1. l 6.
[c] per 32. l. 1.
[d] per 21. l 6
[e] ex hypot.
[f] per 8. li. 1.

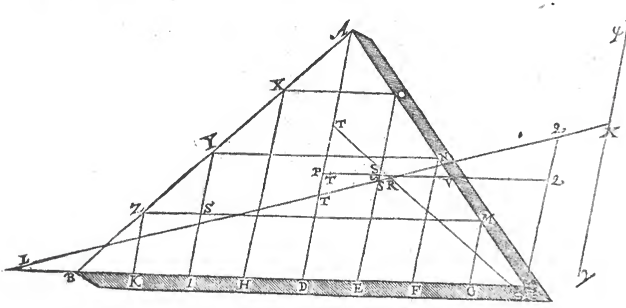
ΠΡΟΤΑ. ΙΓ. — PROP. XIII.

ΘΕΩΡ. ΙΓ. — THEOR. XIII.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστιν ἐκ τᾶς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

Cuiuſcumque trianguli centrum grauitatis eſt in recta linea, quæ ab angulo in mediam baſim ducitur.

ΥΠΟΘΕΣ. Sit triangulus A.B.C, à cuius angulo A. in baſim B. C. agatur linea A.D. eandem baſim biſariam ſecans.



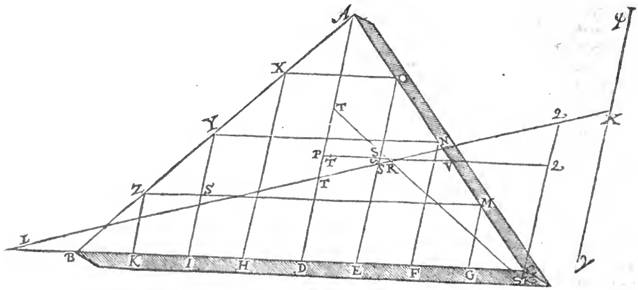
ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trianguli A. B.C. eſſe in linea A.D.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud grauitatis non eſt in A.D, ſit in R, ſi poſſibile eſt. Et à puncto R. in A.D, linea ducatur[a] parallela baſi C.B, quæ ſit R.P. Quoniam verò R.P. minor eſt ſemiſſe baſis C.D. cum ſit pars minoris[b] P.V. diuidatur[c] C.D, biſariam in F. & rurſus quæque pars biſariam in E. & G. idque fiat tandiu, quoad reliquæ particellæ ſin-

[a] per 31. l. 1.
[b] per 2. & 4. l. 6.
[c] per coroll. 1. l. 10.

gulæ minores ſint *a* linea R.P. Idem quoque fiat de ſemiſſe D.B, quæ vt præcedens D. C. dirimatur punctis K.I.H. Tum à punctis K.I.H, E. F. G, erigantur *b* lineæ intra triangulum, parallelæ ſagittæ A.D, quæ ſint K.Z, I.Y, H.X, E.O, F.N, G.M, iungan-

a per coroll. 1 l. 10 · *b per 31 l. 1*



turque tranſuerſis Z.M, Y.N, X.O, conſtituentibus parallelogramma Z.G, Y.F, X.E. quæ cum bifariam diuellat ſagitta A. D, centrum grauitatis magnitudinis ex ipſis parallelogrammis compoſitæ in ſe habebit *c*. Ipſum itaque ſit T. & à puncto T. per R. ducatur linea infinita T.R.Q. in quam à ſigno C. cadat *b* linea C.Q. parallela ſagittæ A. D. Quia verò punctum T. incidit in P. vel infra P. verſus A. vel demum ſupra P. verſus D. incidat primùm in P. Tunc enim erunt parallelogramma C. S, & P.E. Eritque *d* Q.S, ad S.P, vt æqualis C. E, ad æqualem E.D, hoc eſt *e* vt C.O, ad O.A. Si verò cadat verſus A, ducatur linea P.R.Q, vt fiant *f* æquianguli trianguli T.P.R, & Q.R.Q, & ſit *g* Q.R, ad R.Q, ſicut T.R, ad R.P, ac viciſſim *h* Q.R, ad R.T, ſicut Q.R, ad R.P, hoc eſt *i* ſicut C.O, ad O.A. Demum ſi iacuerit verſus D, concurrent *l* Q.T, & C.D, in L. Et fient *m* Q.S, ad S.T, vt C.E, ad E.D, hoc eſt, vt C.O, ad O.A, & coniungendo *m* Q.T, eſt ad T S, vt C.A, ad A.O. Atqui vt eſt C.A, ad A.O, ita eſt *n* triangulus A.D.C, ad triangulos, quorum ſunt baſes A.O, O.N, N.M, M.G, vel triangulus A.D.B, ad triangulos illis compares, quorum ſunt ſubtendentes A.X, X.Y, Y.Z, Z.B, vel tandem totus *o* A.B.C, ad omnes illos 8. triangulos. Igitur Q.T, eſt *i* ad T.S, vt A.B.C, triangulus ad 8. illos triangulos. Atqui Q.T, habet *p* ad T.R, vt ad maiorem, minorem rationem quàm ad T.S, minorem: Proinde Q.T, habet ad T.R, minorem rationem quàm A.B.C, triangulus ad 8. dictos triangulos. Fiat proinde T.X, quæ ad T.R, eandem rationem habeat quàm A.B.C, triangulus ad 8. triangulos. Et à puncto X, agatur linea α.γ, παραλλήλως lineæ A.D, ἢ ἐπιπέδῳ in eodem plano, in quo fuerit T.X.

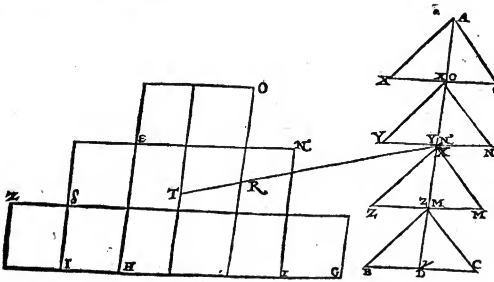
c per 9. huius. · *d per coroll. 7. l. 5.* · *e per 2. l. 6.* · *f per 15. 29. & 32. l. 1.* · *g per 4. l. 6.* · *h per 16. l. 5.* · *i per 11. l. 5.* · *l per vltimã com. ſent. & coroll. 31. l. 1.* · *m per lẽma 3. præc.* · *n per lẽma 2. præced.* · *o per 15. l. 5.* · *p per 8. l. 5.*

ΑΠΟΔ. Etenim quoniam T.X, eſt ad T.R, vt A.B.C, triangulus, ad dictos 8. triangulos, erit diuidendo *q* X.R, ad R.T, vt parallelogramma Z.G, Y.N, & X.O, ad dictos 8. triangulos. Appenſis ergo parallelogrammis à puncto T, & rectangulis à puncto X, ſecus lineam α γ, centrum magnitudinis ſic compoſitæ ex parallelogrammis, & triangulis erit *r* punctum R, quod nihilominus eſt impoſſibile: Quia quando pars triangulorum ponderat à parte B.A, & alia à latere A.C, ſupponitur nihilominus æquilibrium in R. Non ſtabit *ſ* ergo æquilibrium quando omnes trianguli ponderauerint ab vna eademque parte, & omnes habuerint ab eodem latere grauitatis centra. Abſurdum eſt itaque R, eſſe centrum grauitatis trianguli A.B.C, vel poſſe ipſum eſſe extra lineam A.D.

q per 17. l. 5 · *r per 6. vel 7. huius.* · *ſ per 3. & 4. poſtulata huius.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huius demonſtrationis συμπέρασμα nonnihil habere videtur difficultatis, ſi conſideretur ex verbis Archimedis, qui ita habet, τὸ ἄρα Χ. σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων. ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ. εὐθείας παρὰ τὰν α. δ. ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐπὶ ταῦτα πάντα ἐντί: τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.



Neque enim abſurdum eſt magnitudinis compoſitæ ex prędictis triangulis centrum eſſe poſſe punctum X. ſi ſecus lineam α. γ. æqualem ipſi A. D. exponantur, vt hic in ſchemate patent. Imò hoc probari poteſt: Tum nihil hucvſque in contrarium oſtenſum eſt. Præterea οὐδαμῶς ἀδύνατον ἐστὶ magnitudinis compoſitæ ex parallelogrammis Z. G, S. N, E. O. appenſis à puncto T. & ex triangulis prædictis pendentibus ex centro X. grauitatis centrum eſſe R. Imò eſt S. R. neceſſario iſtud grauitatis centrum, ſi magnitudines ita diſponantur. Quid itaque abſurdum concludit Archimedes? hoc ſcilicet, quod iſthæc verba redolent, ἐπὶ ταῦτα πάντα ἐντί: τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος, quæ ſit explicat manuſcriptus codex, ἐπὶ τὰ αὐτὰ πάντα ποιοῦνται τὰ κέντρα. Nempè abſurdum eſt idem punctum R. centrum eſſe huiuſce compoſitæ magnitudinis, tùm cùm trianguli ſimul ſunt ἐπὶ τὰ αὐτά, & in eadem parte hic diſponuntur, tùm cum per medium diuiduntur, καὶ ἐπὶ θάτερον μέρος, ac in diuerſis lateribus collocantur, partimque à parte puncti T. partim à latere X. ponderant. Hoc enim ἀδύνατον, καὶ ἄτοπον ἐστὶ, iuxta præcedentia αἰτήματα.

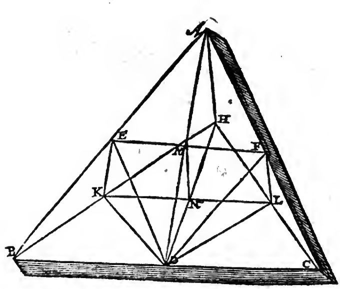
ΑΛΛΩΣ.

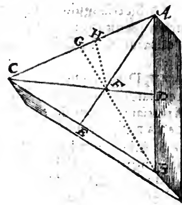
Eandem concluſionem demonſtrat Archimedes hoc ſecundo medio.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A. B. C, è cuius vertice A. decidat βάσις A. D, baſim B. C. medio dirimens.

ΣΥΜΠΕ. Dico in A. D, centrum grauitatis eſſe trianguli A. B. C.

ΚΑΤΑ. Etenim ſi non fuerit centrum iſtud in A. D, ſit alicubi extra lineam A. D, puncto nempè H.





Υποθ. Ab angulis A, & C. trianguli A.B.C, demittantur lineæ A.E.C.D, in media latera oppoſita C.B, A.B, quæ ſecent ſe in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F. eſſe centrum grauitatis trianguli A.B.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam C.D, linea habet[a] in ſe centrum grauitatis trianguli A.B.C. Idem quoque habet, & linea A.E. Ergo commune eſt iſtius centri punctum ambabus lineis C.D, A.E. Nullum verò commune punctum habent præter F. Ergo punctum F. eſt centrum grauitatis trianguli A.B.C. Linea verò quæ ab angulo B, traduceretur in medium A.C, tranſibit[b] neceſſario per F.

a per præced.

b per lemmatis ſuperioris coroll.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc ſequitur lineam ab angulo trianguli per centrum grauitatis ipſius actam in oppoſitum latus, ipſum bifariam ſecare. Si enim B.F, non incidit in G. medium lateris A.C, cadat ſi poteſt in H, & ducatur B.G.

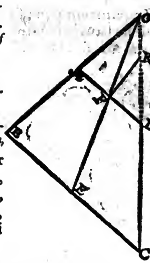
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim B.G, habet[c] in ſe centrum F, ita vt B.F.G, ſit recta. Sed quoque ponitur B.F.H, recta: Ergo anguli H.F.A, A.F.B, ſunt[d] duobus rectis æquales, & proinde æqui quoque duobus G.F.A, & A.F.B. Si itaque ab vtraque parte ſubſtuleris communem A.F.B, abſurdè manebit H.F.A, æqualis maiori G.F.A. Ergo abſurdum quoque eſt negare lineam à B. actam per F, non cadere in G.

c per 13. huius.

d per 13. l. 1.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si trapezium duo latera habuerit inæqualia & parallela, quæ bifariam ſecta recta linea iungantur è ſectionum punctis, reliqua verò latera producantur vna cum linea iungente: latera producta in iungente concurrent: Eritque in iungente centrum grauitatis trapezij.



Υποθ. Trapezij A.B.C.D, ſint duo latera B.C, A.D, parallela & inæqualia, ſitque A.D, minus: vt reliqua latera B.A, C.D, producta concurrant[e] à parte A.D. in puncto G. Diuiſis[f] verò A.D, B.C, bifariam in punctis F. & E, iungatur F.E.

ΣΥΜΠΕ. Dico in producta E.F, eſſe punctum G.

ΚΑΤΑ. Si enim punctum G. non eſt in E.F, producta, tranſeat ipſa E.F, ſi fieri poteſt per K. non per G, & ducatur F.G.

ΑΠΟΔ. In triangulo B.G.C, quoniam A.D, baſi B.C, parallela eſt vt eſt G.D, ad D.A, ita eſt[g] G.C, ad C.B, & viciſſim[h] vt G.D, ad G.C, ſic A.D, ad C.B, ſeu[i] D.F, ad C.E. Atqui per eandem rationem, quia ponitur E.F.K, recta, K.D, eſt ad D.C, vt D.F, ad C.E. Et proinde G.D, eſt[l] ad G.C, vt K.D, ad K.C, & diuidendo[m] G.D, eſt ad D.C, vt K.D, ad D.C, ſicque G.D, & K.D, ad D.C, eandem habent rationem, & ideò G.D, eſt[n] æqualis ipſi K.D, hoc eſt totum parti, quod eſt abſurdum.[o]

Concurrunt ergo C.D, & B.A, in E.F, recto producta, ſeu E.F, producta incidit in concurſum G. Cæterum trianguli G.A.D, centrum grauitatis eſt[p] in G.H, ſed & totius G.B.C, centrum eſt[p] in G.E. Trapezij ergo centrum grauitatis eſt[q] in F.E, vt vult lemma.

e per 11. co. ſent.

f per 10. l. 1.

g per 4. l. 6.

h per 16. l. 5

i per 15. l. 5.

l per 11. l. 5.

m per 17. l. 5

n per 9. l. 5

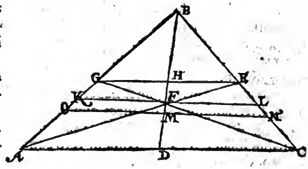
o per 9. com. ſent.

p per 13. huius.

q per 8. huius.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si per centrum grauitatis trianguli agatur linea parallela vni ex lateribus: inter eam & dictum parallelum latus reſecabitur tertia pars aliorum laterũ. Et ſi linea ducta parallela vni lateri reſecuerit tertiam reliquorum partem, centrum grauitatis trianguli in ea continebitur.



ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C, cuius centrum grauitatis ſit F. per quod linea ducatur K. F. L, parallela baſi A.C.

ΣΥΜΠ. Dicitur eſſe K.A, tertiam partem lateris A.B, tum L.C. eſſe itidem tertiam partem alterius B.C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A.F.E, B.F.D, & A.F. G, per F. grauitatis centrum, iungaturque G.E.

a per coroll. 14. huius. ΑΠΟΔ. Puncta G,E,D, diuidunt[a] bifariam latera B.A, A.C, & B.C. Proindeque vt B.G, ad G.A, ſic B.E, ad E.C, vnde fit vt G.E, ſit[b] baſi A.C, parallela, vel ſemiſſis, [c] G H, ſemiſſi A.D. Ita vt quemadmodum B.A. eſt duplum B.G, ſic A.D, [d] duplum G.H. vel alterius ſemiſſis H.E. Atqui anguli H.F.E, & A.F.D, ſunt[e] æquales: tum alij [f] A.D. F, & F.H.E, ſequiturque[g] triangulos F.A.D, & F.H.E, eſſe æquiangulos, & eſſe[d] A.D, ad A.F, vt H.E, ad E.F, & viciſſim[h] A.D, ad H.E, vt A.F, ad F.E. Vt ergo A.D, dupla eſt H.E, ſic F.A, dupla eſt alterius F.E. Eodemque prorſus argumento demonſtrabitur C.F, dupla alîus F.G. Eſt[b] autem in triãgulo C.E.G, vt C.F, ad F.G, ſic C.L, ad L.E. Idcirco C.L, dupla eſt alîus L.E, & eſt L.E, vna tertia totius E.C, vel vna ſexta lateris B.C. Similiter A.k, eſt vna ſexta lateris B.A. Dupla ergo L.C, eſt vna tertia lateris B.C, vel k.A, vna tertia lateris B.A, vt vult prima pars Lemmatis. Quod ad ſecundam attinet.

b per 2. l. 6. c per coroll. præc lemm. d per 4. l. 6. e per 15. l. 1. f per 29. l. 1 g per 32. l. 1. h per 16 l. 5

ΥΠΟΘ. Sint A.K, & C.L, tertiæ partes laterum B.A, B.C, agaturque K.L.

i per 13. huius. ΣΥΜΠΕ. Erit in K.L, centrum grauitatis propoſiti trianguli, ſcilicet F.[i] punctum commune etiam lineæ B.D, decidenti ab angulo B, & ſecanti bifariam oppoſitum latus A.C.

l per 31. l. 1. ΚΑΤΑ. Si non eſt F. centrum grauitatis, ipſum ſit M, & ducatur[l] O.M, O.N, parallela baſi B.C.

m per priorem partem huius demonſt. ΑΠΟΔ. Eſt[m] ergo O.A, tertia pars lateris B.A, & eſt æqualis toti k.A, ſcilicet pars toti, quod eſt abſurdum. Patet ergo centrum grauitatis non eſſe M, ſed F, quod fuit probandum.

COROLL.

Sequitur lineæ cuiuſlibet eductæ ab angulo per centrum grauitatis trianguli in oppoſitum latus, tertiam partem contineri inter centrum & oppoſitum latus. Nam vt B.A, [n] ad A.k, ſic B.D, ad F.D.

n per lemma 3. præfixum 13. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc autem eſt de quo Archimedes prop. 6. & 10. libri de quadratura paraboles ait, δέδεικται γὰρ τῶν ἐν τοῖς μηχανικοῖς: hos libros μηχανικοὺς appellans, vel alios libros de mechanicis inſinuans, qui tandem maximo noſtro malo perierunt.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Quatuor magnitudinum proportionalium, duplum primæ cum ſecunda eſt ad duplum ſecundæ cum prima, vt duplum tertiæ cum quarta ad duplum quartæ cum tertia.

ΥΠΟΘ. Sint A.B.C.D, proportionales, ſcilicet A. ad B, vt C. ad D.



ΣΥΜΠΕ. Dico duplum A. cum B. eſſe ad duplum B. cum A, vt duplum C, cum D. ad duplum D. cum C.

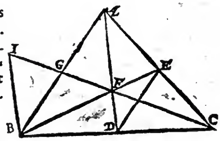
o per 16. l. 5 ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia A. eſt ad B, vt C. ad D, viciſſim eſt[o] A. ad C, vt B. ad D, & duplum[p] A, ad duplum C, vt B. ad D, & ſimul duplum A. cum B, eſt[q] ad duplũ C, cum D, vt B, ad D, vel A. ad C. Cùm rurſus B. ſit ad D, vt A. ad C. duplum B, eſt[p] ad duplum D, vt A, ad C, & ſimul[q] duplum B, cum A, eſt ad duplum D. cum C, vt A. ad C. Idcirco duplum A, cum B, eſt[r] ad duplum C, cum D, vt duplum B, cum A, ad duplum D, cum C. Et demũ permutando[o] duplum A, cum B, eſt ad duplum B, cum A, vt duplum C. cum D, ad duplũ D, cum C, quod fuit probandum.

p per 15. & 11. l. 5. q per 12. l. 5 r per 11. l. 5

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si è duobus trianguli lateribus in latera oppoſita lineæ agantur, quæ ea ſimiliter ſecent: ipſæ quoque ſe diriment in ratione, quam habet quodlibet latus ad ſuam partem angulo proximam, tum ſi à reliquo angulo per punctum interſectionis præcedentium tertia linea ducatur in oppoſitum latus: ipſum bifariam ſecabit.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. è cuius angulis A.& B.lineæ agantur in oppoſita latera B.C. & A.C.nempè B.E,& A.D. quæ ipſa latera ſimiliter ſecent in punctis E.& D. Seſe verò mutuo dirimēt[a] in F. Quia anguli B.A.D, & A.B.E. minores ſunt duobus rectis. Ducatur rurſus per F.punctum à reliquo angulo C.linea C.F.G. *a per ultimum com. ſent.*



ΣΥΜΠ. Dico partes linearum A.D.B.E, in quas ſe mutuo ſecant, nempè A.F, ad F.D. & B.F, ad F.E. eſſe vt latera ad ſuas partes reſectas, ſcilicet vt A.C, ad E.C. vel B.C, ad D.C. Tum A.B. ſecari bifariam in G.

ΚΑΤΑΣ. Agatur D.E. cum B.I. parallela[b] vni A.D, & concurrat cum C.G. in I. *b per 31. l. 1.*

ΑΠΟΔ. Quoniam ex hypotheſi vt B.C, ad D.C. ſic A.C, ad E.C. ſunt[c] A.B.& D.E. parallelæ. Et proinde vt B.C, ad D.C, ſic B.A, ad D.E. Atqui triangulorum A.B.F, F.D.E. anguli ad F. ſunt[d] æquales, tum reliqui[e] vnius reliquis alterius: Eſt[f] vt B.A. ad A.F, ſic D.E. ad D.F, & viciſſim[g] vt B.A. ad D.E, ſic A.F, ad F.D. Et proinde A.F. eſt ad F.D. vt B.C, ad D.C, vel vt A.C, ad E.C. Idem probabitur de B.F, F.E, quod eſt prima pars lemmatis. Atqui vt B.C. ad D.C, ita[c] B.I, ad D.F, nam ſunt B.I, & D.F. parallelæ. Ergo I.B, ad A.F. ſunt[h] æquales. Cæterum quoniam I.B, & A.F, ſunt parallelæ, & anguli ad G. ſunt[i] æquales, patet triangulos I.B.G, A.G.F, eſſe æquiangulos, & vt I.G, ad B.G, ſic eſſe[l] F.A. ad A.G, & viciſſim[g] vt I.B. ad A.F, ſic B.G, ad G.A. Vt itaque I.B, & A.F, ſunt æquales, ſic pares ſunt B.G, & G.A, ita vt B.A, bifariam dirimatur in G, vt vult reliquum lemmatis.

c per 2. l. 6. d per 15. l. 1. e per 29. l. 1. f per 4. l. 6. g per 16. l. 5. h per 9. l. 5. i per 15. l. 1. l per 4. l. 6.

COROLLARIVM.

Hinc patet lineam ductam è medio lateris A.B, nempè è puncto G. ad angulum C. tranſire per F. Si enim alibi tranſiret,[m] duæ rectæ lineæ comprehenderent ſpatium, cum iam ſumpſerimus lineam C.F.G. eſſe rectam. *m contra 12 com. ſent.*

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

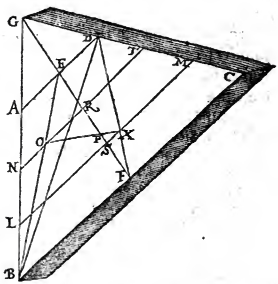
Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλήλαις, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος πρὸς τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσοονος μετὰ τᾶς μείζονος τῶν παραλλήλων.

THEOR. XV.

PROP. XV.

Cuiuſcumque trapezij duo latera parallela habentis, centrum grauitatis eſt in recta linea coniungente biſectiones parallelorum, ita diuiſa, vt portio ipſius terminata in biſectione minoris parallelorum ad reliquam ſectionem, habeat eam rationem quam habet ęqualis duplæ maioris cum minori ad duplam minoris cum maiori parallelorum laterum.

ΥΠΟΘ. Sit trapeziũ A.B.C.D. cuius duo latera A.D. minus, & B.C. maius parallela diuidantur[a] bifariã in punctis E.& F, quæ iungantur linea E.F. *a per 10. l. 1.*



ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trapezij eſſe in lineæ E.F. puncto, quo ita ita diuiſa fuerit, vt portio terminum habens punctum E. ſe habuerit ad reliquam portionem, ſicut eſt duplum B.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C.

ΚΑΤΑΣ. Producantur latera .A, C. D. quæ concurrant [a] in G. puncto lineæ F.E, vlterius quoque eiectæ. Et diuidantur [b] eadem trifariam punctis N.L, & T.M. iunganturque N.T, L.M. tum B.E, B.D, & D.F. Demum O.X.

ΑΠΟΔ. Centrum grauitatis trianguli D.B.C. eſt [c] in linea D.F, ſed idem eſt [d] in linea M.L. Ergo ipſum eſt punctum X. Rurſus trianguli A.D.B. centrum grauitatis eſt [c] in lineis B.D. & N.R. [d] Ergo ipſum eſt punctum O. Compoſitæ igitur magnitudinis ex ambobus triangulis D.B.C, & A.D.B. hoc eſt trapezij A.B.C.D. centrum grauitatis eſt in linea O.X. [e] Atque idem centrum eſt [f] in linea E.F. Ergo ipſum centrum eſt P. Et proinde eſt [g] O.P, ad P.X, vt triangulus D.B.C. ad triangulum A.B.D. hoc eſt [h] vt baſis B.C, ad baſim A.D. Atqui trianguli O.R.P. & P.S.X. habent [i] angulos ad P. æquales, vt etiam [l] in R. & S. Proinde ſunt [m] æquianguli, & vt O.P. ad P.R. ſic [n] X.P, ad P.S, & viciſſim [o] vt O.P. ad P.X, ſic R.P. ad P.S. Idcirco R.P. eſt [p] ad P.S. vt B.C. ad A.D. Et duplum R.P. cum P.S. eſt [q] ad duplum P.S. cum R.P. ſicut duplum A.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. Verùm tres E.R, R.S, S.F. ſunt [r] æquales, vt pares ſunt D.T, T.M, M.C. Proinde E.R. ſemel continet, & R.P, & P.S. ita vt in tota E.P. ſit bis R.P. & ſemel P.S. Tum S.F. itidem complectitur ſemel duas P.R. & S.P, ita vt in F.P, ſit bis P.S, & ſemel P.R. Igitur E.P. nempè duplum R.P. cum P.S. eſt [p] ad F.P. ſcilicet ad duplum P.S. cum P.R, vt duplum B.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. vt voluit propoſitio.

a per lemma 1. huius.
b per 12. l. 6
c per 13 huius.
d per 2. lemma proximũ huius.
e per 1 lẽma præfixum 8. huius.
f per 1. lemma huius.
g per 6. vel 7. huius
h per 1. l. 6.
i per 15. l. 1.
l per 32. l. 1.
m per 29 l. 1
n per 4. l. 6
o per 16 l. 5.
p per 11. l. 5.
q per proximũ lemma 3. huius.
r per 3. lẽma prox. huius.

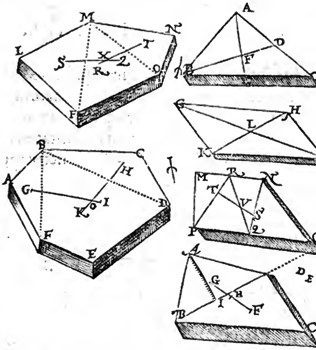
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam Archimedes tradidit omnes huius libri propoſitiones ſpecie theorematum, tamen etiam διὰ τῶν προβλημάτων proponi poſſunt. Si enim quarta ſic offeratur: magnitudinis compoſitæ ex duabus æqualibus magnitudinibus centrum reperire. Biſariam verò diuiſeris ſpatium quod eſt inter ambarum componentium centra, demonſtrabis punctum ſectionis eſſe compoſitæ magnitudinis centrum, ſicque imperatum abſolueris. Ita eſt de reliquis. Nihilominus conuenientius viſum eſt Archimedi theoremata dicere quàm problemata: Quoniam proponendo θεωρηματικῶς data ſupponit centra componentium magnitudinum, quæ προβληματικῶς efferendo, fuiſſent quærenda: quod nódum tamen fecerat, deincepſque abſoluit. Licet enim trium duntaxat figurarum, nempè parallelogrammorum, triangulorum & trapeziorum centra grauitatum oſtenderit, omnium tamen figurarum rectilinearum demonſtraſſe cenſetur. Siquidem ex probatis hoc exequi problema poſſumus.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Cuiuſcumque rectilineæ figuræ centrum grauitatis reperire.

ΚΑΤΑ. Ducantur ab angulis A. & B. trianguli A. dati A.B.C. lineæ in oppoſita latera, quæ ipſa biſariam ſecent, conueniantque in F. Dati verò parallelogrammi agantur diametri G.I, & K.H, conuenientes in L. Dati trapezij duo latera M.N, P.O. parallela, biſariam ſecentur linea P.Q. tum iungantur P.R. (cuius tertia pars ſit R.T.) & Q.N. (cuius tertia pars ſit S.Q.) addaturque S.T. ſecans R.Q. in V.



Propoſiti alius trapezij omnimodè deformis A.B.C.D. iungantur anguli B.& D. linea B. D, & in B.D, educantur a perpendiculares A. I. C.E, ſcilicet altitudines triangulorum A.B. D, D.C.E. Tum centra grauitatum amborum triangulorũ, nempè G. & F. b iungantur recta G. F, quæ tandem diuidatur c in H. ita vt G.H, ſit ad H. F, vt eſt altitudo C. E. ad altitudinem A. I. vel vt d eſt triangulus B. D. C. ad triangulum A.B.D.

Pentagonum L.M.N.O.P. propoſitum dirimatur in triangula lineis M. O, M.P. Tum quadrilateri L.P.O.M. centrũ inueniatur e R. alius verò quadrilateri M.P.O.N. centrum grauitatis ſit Q. Triangulorum autem L.P.M, & M.O.N. centra ſint f S.& T. Denique iungantur puncta S.Q,& R.T. lineis ſecantibus ſe in X.

In hexagono A.B.C.D.E.F. capiantur duo triangula A.B.F, B.D.C, quorum centra grauitatum ſint f G.& H. Tum inueniantur g pentagonorum B.F.E.D.C,& A.B.D.E.F. centra etiam grauitatum k & I. ducantur demum lineæ G.I,H.k. cõcurrentes in O.

Denique in omnibus figuris regularibus ſiue irregularibus, excipiantur ſemper duo trianguli, eorumque grauitatum centra, tum reliquæ ſeorſim figuræ inueniatur quoque centrum grauitatis, ac demum permutatim iungantur hæc centra.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico expoſitarum figurarum centra grauitatum eſſe F, L, V. H. X. O.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. De F. h L. i vel k H. l nihil dubij. Cæterum quia S.Q. continet m in ſe centrum pentagoni L.M.N.O.P. compoſiti ex triangulo M.L. P. & ex quadrangulo M. N. O.P. quia iungit centra ambarum partium: Tum etiam T.R idem cẽtrum habet m, quia iungit centra partium M.N.O,& M.O.P.L, idem pentagonum L.M.N.O.P. cõſtituentium: ſequitur & concurrere lineas S.Q.T.R.& concurſum X. nempè punctum vtrique lineæ commune eſſe centrum grauitatis propoſiti Pentagoni. Denique ob eãdem rationem, & concurrunt S.I,H k. in hexagono, & eſt concurſus, ſeu commune vtrique punctum O. centrum grauitatis Hexagoni: Ac tandem in quibuſlibet figuris lineæ iungentes permutata centra concurrent, & erit concurſus earum, centrum grauitatis figuræ, quod erat inueniendum.

a per 12.l.6
b per 14. huius.
c per 10.l.6
d per 1.l.6.
e per præcedentem operationem.
f ex proxima operatione.
g vt mox iaciebamus.
h per 14. huius.
i per 10. huius.
k per 15. huius.
l per 6 vel 7. huius.
m per 1. lemma 9. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

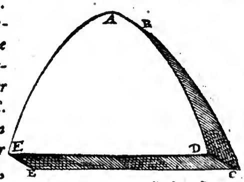
Vocamus hanc permutatam centrorum coniunctionem, quia permutatim triangula aſſumpta, reliquam figuræ partem complent. Vt in Hexagono quando ſeorſim capis triangulum A.B.F. reliquum figuræ eſt B.F.E.D.C. quod completur alio triangulo B.D.C. Verùm quando triangulum B.C. D. detrahis, reliqua figuræ pars eſt A.B.D.E.F, in qua triangulum A.B.F. viciſſim reperitur. Hinc nobis permutando eſt. Cæterum hoc theorema vice Lemmatis addemus.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ Β.

ARCHIMEDIS ÆQVIPONDERANTIVM LIBER II.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

NISI iam quantum ſatis eſt conicas ſectiones explicuiſſemus, earumque profuſiorem tractationem ad initium operis quod ſequitur περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων commodius retuliſſemus, locus hic à nobis illud ipſum efflagitaret: cum in ſequentibus propoſitionibus paßim Archimedes ὀρθογωνίου κώνου τομὴν repetat. Hac autem rectanguli coni ſectione intelligit parabolem. Sectio enim hæc quamquam in omnibus conis, fit vt oſtenditur in conicis Elementis, tamen παραβολὴ dicta eſt ὀρθογωνίου κώνου τομὴ, quia primum generationem habuit in rectangulo cono, ſicuti ὑπερβολὴ in amblygonio, ac demum ἔλλειψις in oxygonio. Propoſitum eſt itaque Archimedi hoc libro demonſtrare, quanam via inueniatur centrum grauitatis plani contenti recta linea & rectanguli coni ſectione: Eſt autem corpus quatuor comprehenſum ſuperficiebus, quarum tres ſunt planæ, quarta verò curua iuxta ſectionem parabolicam. Atque planarũ rurſus duæ ſunt æquales ſuprema, & ima, tertia quadrangularis baſis ritè dici poteſt. Æqualium vna refertur ſuperficie E. A. D. poſita E. D. recta & linea curua E. A. D. ſectione parabolica: tertia eſt E. F. D. Quartæ pars hoc intuitu viſa eſt D. C. B. A. Tota vero eſt faſcia quædam ſuperficialis, æqualiter vbique ac baſis lata, quæ à latere baſis D. C. ad aliud latus E. F. figuram ſecus curuitatem ſectionis D. A. E. complectitur. Ne quis igitur hic agi putet περὶ τοῦ τμήματος ſeu de portione,



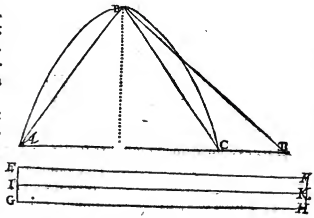
quę à cono parabolica ſectione diuellitur: Longè enim intereſt inter illud τμῆμα ſeu ſegmentum, & planum, cuius hic centrum quęrimus: illud enim conica ſuperficie continetur, báſimque habet circuli portionem: demum in illo tres tantum ſuperficies notari poſſunt, vna conuexa, & duæ planæ. Et propterea aliter ac noſtrum planum definitur

quōd nihil conuexi habet, quamquam aliquid obliqui, ſed plani. Nam faſcia quidem illa contorquetur, ſed non globoſa eſt, non gibba, qualis eſt ſuperficies ſphæræ ſeu coni. Denique ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς γράμμαις κεῖται. Et eſt plana inter duas parabolicas ſectiones E. A. D. ſuperiorem, & B. F. C. inferiorem, licet curua ſit habita ratione aliorum terminorum E. F, D. C. Superficierum enim planarum duplicem agnoſco differentiam. Quædam ex æquo iacent inter ſuas rectas lineas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῶν εὐθείαις

a 7 definit. lib. 1. *vt definit [a] Euclides: & hæ quidem ſunt perfectè planæ. Quædam etiam ex æquo iacent inter quædam quidem lineas, ſed non rectas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῶν γράμμαις, ἀλλὰ μὴ εὐθείαις: cuiuſmodi ſunt tum hæc faſcia noſtra παραβολικῶς conuoluta, tum qualibet aliæ planæ quouiſmodo intortę. A vera quidem & legitima planitie diſcedunt, nihilominus planæ dici poſſunt, cùm natura ſua planæ natę ſint, curuitatemque duntaxat ab aliena contorſione recipiant. Non eſt eiuſmodi ſphærica ſuperficies, quæ ideo non plana eſt, quia gibboſa nata eſt, concaua vel conuexa: nihil denique recti habet, aut in ea deſcribi poteſt: faſcia vero hæc parabolica, plana conſideratur, in eaque rectæ lineæ deſcribi poſſunt à ſummo ad imum. Eam ergo planam dicere non pigebit, figuramque quam conſtituit, planam appellare. Ea ratio fuit cur libri inſcriptioni reſtituerim ἐπιπέδων, quod vocabulum forſan ſublatum eſt, cùm hic aliquid non planum vulgus ſuſpicaretur. Vulgaris enim ἐπιγραφὴ eſt tantum ἰσοῤῥοπιῶν. quæ ideo minus accedet, quia nimis vniuerſalis eſt. Omnia enim quæ æquiponderare poſſunt, complectitur, & plana, & minime plana. At de planis tantum agimus. Quamquam enim libro ſuperiori Archimedes multa edixerit quæ omnibus grauibus conueniunt, vt quæ tertia, quarta, quinta, ſexta, ſeptima propoſitionibus demonſtrantur, ob quod illic μεγέθεα dixit, ſeu βάρεα, in aliis παραλληλόγραμμα ſeu τρίγωνα: Tamen ſi ſcopum Archimedis attentiùs intueamur, in centrum grauitatis planorum ponderoſorum τὸν αὐτὸν στοχάζεσθαι καὶ περιέχειν τὸν νοῦν animaduertemus: nonnullaque primò demonſtraſſe, quæ grauibus cunctis communis eſſent, vt inde centra planorum æquiponderantium inueſtigaret, hoc eſt, puncta, ſeu polos, quibus qualibet plana appenſa æquiponderarent, & horizonti parallela remanerent, libro primo plana rectilinea abſoluit, hoc vero plana curuilinea perſequitur, vt ſatius ſit librum eſſe dicere planorum æquiponderantium, quam ſimpliciter æquiponderantium, ne ab Authoris ſcopo inaniter diuagemur. Antequam autem proponat Archimedes, problema hoc neceſſarium præmittemus.*

ΓΡΟΒΛΗΜΑ.

Plano ſub recta linea & parabolica ſectione contento parallelogrammum æquale reperire, ipſumque ad datam rectam lineam applicare, ita vt recta hæc illud bifariam dirimat.



ΥΓΟΘ. Detur planum A. B. C. contentum ſub recta linea A.C. & rectanguli coni ſectione A. B. C. planum inquam parabolicum [a] cuius vertex ſit [b] B. Detur item linea I. k.

ΚΑΤΑΣ. Producatur A. C. & fiat C. D. tertia pars totius A. C. ducanturque lineæ A. B, C. B, D. B, Ad lineam autem I. k. in angulo k. I. G. applicetur [c] rectangulum I. H. æquale dimidio trianguli A. B. D. Tum producta rectò G. I. in E. fiat I. E. æqualis ipſi I. G. & perficiatur parallelogrammum E. k.

a per 10. petitionem lib. præcedent. *b per 3. definit. lib. de conoid. & ſphæroid.* *c per 44. l. 1*

ΣΥΜΠ. Dico E. H. parallelogrammum æquale eſſe propoſito plano parabolico A.B. C. & bifariam diuidi à linea I. k. cui applicatur.

ΑΠΟΔΕΙ. Planum parabolicum A. B. C. eſt [d] ſeſquitertium trianguli A. B. C. Atqui eiuſdem trianguli A. B. C. ſeſquitertius eſt [e] altera A. B. D. Hic igitur triangulus A. B. D. æqualis eſt [f] propoſito plano parabolico. Atqui parallelogramma I. H. & I. F. ſunt [e] æqualia, tum alterum I. H. factum eſt æquale dimidio trianguli A. B. D. Totũ proinde E. H. triangulo A, B. D. par eſt, & itaque [g] plano parabolico A.B.C. Ad lineã ergo I. k. datam applicauimus parallelogrammum æquale dato parabolico plano, ita vt data linea parallelogrammum bifariam diuidat, quod fuerat agendum.

d per 17. & 24. lib. de quadrat. parabo. *e per 1. l. 6.* *f per 9. l. 5.* *g per 1. com. ſent.*

ΓΡΟΤ. Α. ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα· τοῦ δὲ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέοντα οὕτω τὰς εἰρημένας εὐθείας, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

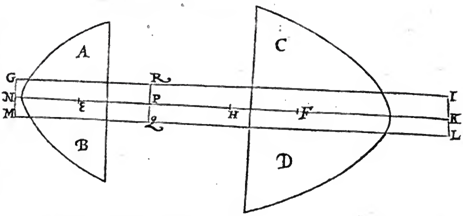
PROP. I. THEOR. I.

Si duo ſpacia comprehenſa ſub recta linea & rectanguli coni ſectione, quæ poſſumus ad datam rectam lineam applicare, idem grauitatis centrum nõ habeant: compoſitæ ex vtriſque magnitudinis cẽtrum grauitatis erit in recta linea coniungente grauitatis eorum centra quæ dictam rectam ſic diuiſerat, vt portiones ipſius permutatim eandem rationem ac ipſa ſpacia habuerint.

ΥΠΟΘ.

Sint duo ſpacia ſeu plana parabolica [a] A. B. C. D. quorũ grauitatũ cẽtra E. & F. recta linea E F. iunganturque diuidatur in H. ita vt F. H. ſit ad H. E. vt eſt A. B. ad C. D.

a per 10. petitionem lib. præcedent.



ΣΥΜΠ. Dico H. eſſe centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus ſpacijs A. B. C. D.

ΚΑΤΑΣ. Lineæ E. H. fiat æquales quæque duarum F. P. & F. K. tum ipſi E. P. pari alteri H. F. Cuum cum ſint E. H. & P. F. æquales, communi P. H. ſublata manent [b] E. P. & H. F. æquales) ponatur E. N. quoque æqualis. Ad lineam autem N. P. applicetur [c] parallelogrammum G. Q. æquale ſpacio A. B. bifariamque diuiſum linea E. P. Denique perficiatur parallelogrammum Q. I.

b per 3. com. ſent.
c per lemma præcedens.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quælibet duarum P. E, E. N. vni H. F. eſt æqualis tota P. N. ipſius F. H. eſt dupla. Deinde quæque duarum P. F, F. K. vni H. E. eſt æqualis, & ideo tota P. k. vnius H. E. eſt dupla. Vt itaque F. H. ad H. E. ſic eſt [d] N. P. ad P. K. vel Q. M. [e] ad Q. L. vel denique parallelogrammum [f] Q. G. ad aliud Q. I. Atqui vt F. H. ad H. E. ſic eſt [g] A. B. ad C. D. vt ergo Q. G. ad Q. I. ita eſt [h] A. B. ad C. D. & viciſſim [i] vt Q. G. ad A. B. ſic Q. I. ad C. D. Eſt vero Q. G. æqualis [g] ſpatio A. B. Eſt itaque Q. I. æquale ſpatio C. D. Eſt [l] autem parallelogrammi Q. G. centrum grauitatis E. ſicuti F. centrum grauitatis parallelogrammi Q. I. Et ideo H. [m] centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus parallelogrammis Q. G. & Q. I. Proinde centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus ſpacijs A. B. C. D. pondere æqualibus illis duobus parallelogrammis erit [n] punctum H. quod fuit probandum.

d per 15. l. 5.
e per 34. l. 1.
f per 1. l. 6.
g per fabricam.
h per 11. l. 5
i per 16. l. 5.
l per 9 & 10. l. præc.
m per 6. vel 7. l. præc.
n per 8 poſit. lib. præced. & per coroll. additi theorem. ad finem eiuſdem lib.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabula duo propoſitionis mutauimus, & pro μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα, vt vulgo legitur, poſuimus ἔχοντι: tum pro διαιρίαν ὅπως τὰ εἰρημένα εὐθεῖαν ſcripſimus διαιρείσθω. Sic enim ſenſus multo clarior eſt, & menti Archimedis conuenientior, qui aliter nullus fere eſt. Prima etenim clauſula verbo caret. Secunda vero ſectionem refert ad lineam quæ potius ſecatur quam vt ſecet. Centra ſunt grauitatum magnitudinum quæ ſecant diſtantiam E. F. aut ſaltem terminant. Magis quadraret lectio manuſcripti qui habet διαιρουμένας ὅπως τῆς εἰρημένας εὐθείας quod nos aduerbio abſoluto explicaremus, diuiſa, ſcilicet, ſic dicta recta linea, &c.

MANIF. I.

Si in portione ſub recta & rectanguli coni ſectione comprehenſa triangulum inſcribatur eandem baſim habens ac portio, & altitudinẽ æqualem: & rurſus in reliquis portionibus triangula inſcribantur eaſdem habẽtia baſes cum portionibus

ΦΑΝΕ. Α.

Εἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ

ὕψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω· φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τὰς ἑξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσοῦνται τοῦ τμάματος, καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον οὕτι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος. τοῦτο δεδεικτέον ἐν ταῖς τάξεσι.

& altitudines æquales, & ſemper in reliquis portionibus triãgula fiant hoc ipſo modo: Nata hinc figura in portione euidenter inſcribi dicatur. Manifeſtum verò eſt, quod figuræ ſic inſcriptæ angulos à vertice quidem portionis deinceps proximos iungentes lineæ ſint parallelæ baſi portionis, & quod à diametro portionis bifariam diuidantur, diametrum vero (diuidant) in rationes numerorum, deinceps imparium, vno dicto ad verticem portionis. Hoc autem demonſtrandum fuit in ordinibus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

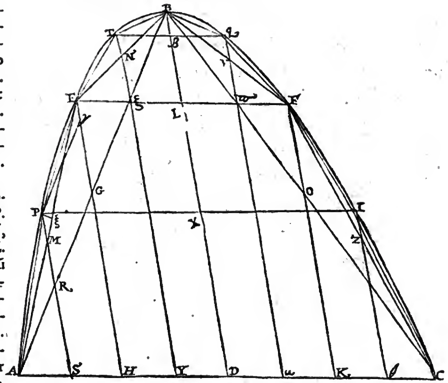
Paſſim textus Græcus apud hunc authorem corruptè legitur. Vulgatis liber habet διαμέτρων ᾗ τὰν διαμέτρων ὧν εἰς &c. genitiui nempe pluralis vocabulum, quod accuſatiui ſingularis eſt: ita ut ſic nullus ſit ſenſus. Tum vltimis verbis legit δέδεικται, quod manuſcripti codices reſtituunt δεδεικτέον. Cuius mihi alia vis eſſe videtur quam præteriti. Quippe huius demonſtrandi manifeſti, ſibi Archimedes imponit onus, cum ſcribit δεδεικτέον, quod fortaſſe ab alio demonſtratum innueret verbo δέδεικται. Per ordines autem, in quibus illud ſibi demonſtrandum dicit, intelligit linearum deſcriptiones, quas ordinatim applicari vocat Apollonius, figurarumque deformationes, quæ fiunt in ſectionibus conicis per lineas ordinatim in ipſis applicatas. Etenim lineæ quas hic Archimedes proponit baſi parallelas, ordinatim τεταγμένως, καὶ κατὰ τάξιν poſitæ ſunt, vt mox demonſtrabimus. Atque ex hoc quidem loco manifeſtiſſimè deduci poteſt, hanc linearum ordinationem, illoſque ordines ſeu τάξεις demonſtraſſe vſpiam, nempe in conicis elementis, quæ Archimedi ſurripuiſſe Apollonium ex Heraclio alibi retulimus: neque enim veriſimile eſt hoc intactum reliquiſſe. Equidem hoc manifeſtum, ex aliis Archimedis ſcriptis demonſtrari poteſt: & ipſum doctus Geometra Guido Vbaldus princeps: ingenij quidem ſui potius ſubtilitate quàm Archimedis intentione oſtendit. Nos itaque conica elementa quæ extant, non tanquam Apollonii: ſed Archimedis inuenta, hic in conſilium adhibebimus, vt pariter Archimedem per ſeipſum neceſſaria propoſuiſſe manifeſtum fiat.

ΥΠΟΘ. Detur parabole, ſeu planum parabolicum A. B. C. cuius diameter [a] D. B. diuinat baſin. A. C. bifariam: in ea inſcribatur triangulus A. B. C. eadem baſi, parique altitudine ac portiò. Tum in reliquis ſegmentis A. E. B. & C. F. B. alii inſcribantur trianguli A. E. B, C. F. B. paribus item baſi ac altitudine cum ſegmentis. Demum in 4. ſegmentis reliquis A. P. E, E. T. B, C. I. F. & F. Q. B. trianguli vti præcedentes inſcribãtur. Omnium ſcilicet portionum à prius inuentis diametris. Denique figuræ hoc pacto in portione euidenter ἢ γνωρίμως inſcriptæ quæ lateribus definitur A. P, P. E, E. T, T. B, B. Q, Q. F, F. I, I. C, & C. A. anguli oppoſiti lineis iungantur quæ ſint P. I, E. F, T. Q. ſecantes diametrum ſeu axem D. B. in punctis . L. X.

ΣΥΜΠ. Dico lineas T. Q, E. F, P. I. ordinatim eſſe [b] applicatas, hoc eſt, eſſe baſi A. C. parallelas: eaſque bifariam diuidi à diametro B. D. Demum eas ita partiri diametrum B. D. vt qualium partium B. β. ad verticem eſt vna, talium ſit β. L. tres, & L. X. quinque, demum: X. D. ſeptem: progrediendo nempe ratione numerorum imparium.

[a] inuentum per 28. l. 2. conic.

[b] per 16. definit. l. 1. conic.



ΚΑΤΑΣ. Omnium ſegmẽtorum axes educantur recto in baſim A. C. qui incidant in puncta S. H. Y. ω. K. θ. & agatur P. γ. parallela linea R. G.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ P. M, E. G, T. N, Q. V, F. O, I. Z. ſunt portionũ diametri, omnes ſunt diametro ex generatione B. D. æquidiſtants, ac inter ſe. Nam ſi v. g. P. M. non æquidiſtat diametro B. D. & alia vt P. ξ. duci poſſit à puncto P. vertice portionis A. P. E. parallelà ipſi B. D. Ipſa P. E. erit *bb* diameter, & baſim A. E. bifariam diuidet *c*: at eandem bifariam ſecat P. M. ex proprietate inuenti diametri: eſſent proinde A. M. & A. ξ. æquales, pars ſcilicet toti, quod eſt abſurdum. Eductæ ergo P. S, E. H, T. Y, ſunt vni diametro B. D. parallelæ: Et vt E. G. bifariam in G. ſic A. D. trianguli A. B. D. latus bifariam diuiditur *d* in H. Deinde cum itidem ſint N. R, E. G, N. ξ. æquidiſtantes, vt latus E. B. trianguli E. B. G. bifariam ſecatur in N. ſic G. B. in ξ. dirimitur. *d* Rurſus in triangulo E. A. G, vt latus E. A. æqualiter finditur in M. ſic *d* A. G. in R. Erunt *e* itaque partes A. R, R. G, G. ξ. & ξ. B. æquales, cum ſint æqualium A. G, G. B. ſemiſſes. Æquales ergo quoque ſunt *f* A. S, S. H, H. Y, Y. D. Eodem argumento æqualiter diuiſam probabimus D. C. in punctis ω. K. θ. Cumque ſint A. D, D. C. æquales, erunt *e* & illius partes partibus huius æquales iam vt A. D. ſeu D. C. ad D. B. ſic *g* A. S. ad S. R. Et & ſic quoque C. θ. ad θ. ρ. eſt *h* itaque A. S. ad S. R. vt C. θ. ad θ. ρ. Et viciſſim *i* vt A. S. eſt æqualis ipſi θ. C. ſic S. R. par eſt quartæ θ. ρ. Et quoniam θ. I. eſt diametro D. B. æquidiſtans, vt eſt A. D. ſeu *l* D. C. ad D. θ. ſeu D. S. *m* ita eſt θ. ρ. ad ρ. I. Atqui rurſus vt C. D. ad D. S. ſic *m* S. R. ad R. P. Itaque vt θ. ρ. ad ρ. I. ſic S. R. ad R. P. & viciſſim *i* vt θ. ρ. æquales eſt ſecundæ S. R. ſic ρ. I. æquatur quartæ R. P. Vnde apparet P. S. & I. θ. eſſe æquales. Atqui ſunt parallelæ. Ergo P. I. & S. θ. ſeu baſis A. C. ſunt *n* parallelæ. Similiter probabimus E. F. & T. Q. parallelas eſſe baſi A. C. Vnde ſequetur ordinatim applicatas P. I. E. F, T. Q. à diametro A. B. bifariam ſecari, in punctis ζ. L. X. Denique cum E. H. & F. k. ſint æquales & parallelæ, ſunt *n* etiam æquales & parallelæ E. F. & H. K. earumque ſemiſſes *e* E. L. & H. D. Atqui vt eſt B. D. ad B. L. ſic eſt *p* quadratum A. D. ad quadratum E. L. ſeu ad quadratum H. D. Eſt *q* vero quadratum A. D. quadruplum quadrati H. D. quis H. D. eſt ſemiſſis ipſius A. D. Ergo qualium partium B. D. erit 4. talium erit vna B. L. aut qualium erit B. D. ſexdecim, talium erit B. L. 4. & L. D. duodecim. Eodem argumento probabimus, qualium partium fuerit quatuor B. L. earumdem eſſe B. ζ. vnam, & ideo B. L. tres. Adhuc ſunt E. H. & L. D æquales ideoque qualium L. D. erit 12. talium erit & 12. E. H. Atqui vt eſt A. D. dupla ſemiſſis A. H. ita eſt *d* S. B. D. dupla quartæ H. G. ob trianguli A. H. G. & A. D. B. ſimilitudinem. Qualium ergo erit B. D. ſexdecim, talium erit H. G. octo. Eſt autem E. H. earumdem duodecim. Eſt ergo E. G. quatuor. Verum cum in portione A. E. B. baſi A. G. B. parallela ſit P. γ. vt eſt quadratum A. G. duplum quadrati P. γ. nempe quadrati R. G. ita eſt *p* quadruplum E. G. partis E. γ. ita vt qualium E. G. eſt quatuor, talium ſit E. γ. vnius & γ. G. ſeu æquales B. R. trium

bb per 46. & corol. 51. l. 1. conic.
c per 10. definit. l. 2. conic.
d per 2. l. 6.
e per 15. l. 5.
f per 3. lemma præfixũ 13. libri præcedentis.
g per 4. l. 6.
h per 11. l. 5
i per 16. l. 5
l per 7. l. 5.
m per 4. lib. de quadratura paraboles.
n per 33. l. 1.
o per 10. definit. & corol. 7. l. 1. Conic.
p per 20. l. 1. Conic.
*q per 20. l. 6

trium. Atqui vt A. H. eſt dupla A. S. ſic dupla eſt H. G. alterius S. R. Et qualium eſt H. G. octo, talium eſt S. R. quatuor, & tota P. S. ſeptem. Sunt vero P. S. & X. D. æquales. Ergo X. D. eſt ſeptem qualium tota L. D. eſt duodecim, vnde manet L. X. eſſe quinque. Tandem igitur qualium B. β. eſt 1. talium eſt β. L. 3, L. X. 5. & X. D. 7. quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum notandum eſt, maximam partem huius manifeſtæ propoſitionis definitionem eſſe figuræ euidenter ἢ γνωρίμως deſcriptæ: vt in poſterum cum de hac figura mentio fiet, quænam ſit, intelligatur.

ΠΡΟΤ. Β.

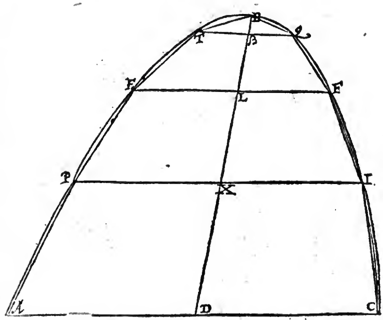
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ· τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

PROP. II.

THEOR. II.

Si vero in portione comprehenſa ſub recta linea & rectanguli coni ſectione rectilineum euidenter inſcribatur: inſcripti centrum grauitatis erit in diametro portionis.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio comprehenſa ſub recta linea & rectanguli coni ſectione A. B. C. cuius diameter B. D. & in qua euidenter deſcripta ſit figura rectilinea A. P. E. T. B. Q. F. I. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuræ euidenter inſcriptę centrum grauitatis eſſe in diametro B. D.

ΚΑΤΑΣ. Coniungantur anguli figuræ lineis P. I, E. F, T. Q.

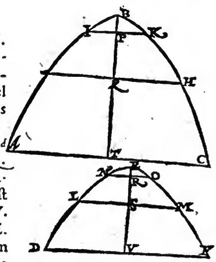
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trapezij A. P. I. C. latera P. I. & A. C. ſunt [a] parallela, bifariamque diſimuntur [a] in X. & D. centrum grauitatis ipſius eſt [b] in linea X. D. Eadem ratione centrum grauitatis trapezij P. F. eſt in linea L. x. Rurſus centrum grauitatis trapezij E. Q. eſt in β. L. denique trianguli T. B. Q. centrum grauitatis eſt [c] in B. β. Ergo centrum grauitatis compoſitæ magnitudinis ex omnibus illis figuris tribus trapezijs & triangulo, nempe figuræ γνωρίμως inſcriptæ, eſt [d] in linea coniungente omnium centra nempe in D. B. diametro: quod fuit probandum.

a per præc. manifeſt.
b per 15. lib. præcedent.
c per 13. lib. præced.
d per 8. eiuſdem præc. libri.

LEMMA I.

Parabolæ omnes ſunt ſimiles.

Ex Apollonij conicorum libro ſexto refert Eutocius definitionem ſimilium coni ſectionum, quam alias explicuimus: cui ſubiungit ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαί εἰσι. Verum rationem non addidit: quam hic in gratiam eorum quæ ſequuntur, ſubnectemus.



ΥΠΟΘ. Sint duæ parabolæ A. B. C, D. E. F.

ΣΥΜΠ. Dico eas ſimiles eſſe.

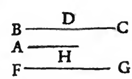
a per 28 li. 2. conic. ΚΑΤΑΣ Earum inueniantur[a] diametri B. T, E. V. quæ diuidantur[b] ſimiliter in punctis P. Q. R. S. figuris in ipſis ſi placet euidenter deſcriptis[b], quarum angulos lineæ coniungant I. k, G. H, N. O, L. M. Vel ſolum ſint per puncta ſectionum P. Q. R. S. baſibus A. C. & D. F. ductæ[c] parallelæ. *b per 10 l. 6 vel per manif huius.* *c per 31 l. 1.*

d per 21. l. 1. conic. *e per fabricam.* ΑΠΟΔΕΙ. Vt eſt B. T. ad B. Q. ſic eſt quadratum[d] A. T. ad quadratum G. Q. Atqui vt B. T. ad B. Q. ſic eſt[e] E. V. ad E. S. Si enim notæ ſint ſectiones diametrorum à figuris euidenter deſcriptis, quæ pars eſt B. Q. totius B. T. eadem eſt[b] E. S. diametri E. V. Ergo quadratum A. T. eſt[f] ad quadratum G. Q. vt E. V. ad S. E. hoc eſt, vt quadratum D. V. ad quadratum L. S. Et proinde lineæ A. T. eſt[g] ad lineam G. Q. vt D. V. ad L. S. Si enim rationes duplæ ſunt ſimiles, etiam ſimplices ſimiles ſunt. Ex cõſequenti tota A. C. eſt[g] ad totam G. H. vt tota D. F. ad totam L. M. Iam ponamus eſſe primo A. C. ad G. H. vt D. F. ad L. M. Erit rurſus B. T. ad B. Q. vt E. V. ad E. S. *f per 11. l. 5.* *g per 15. l. 5.*

ΑΠΟΔ. Nam quia A. C. eſt ad G. H. vt D. F. ad L. M. erit[g] ſemiſſis A. T. ad ſemiſſem Q. G. vt ſemiſſis D. V. ad ſemiſſem L. S. & quadratum A. T. ad quadratum G. Q. vt[d] quadratum D. V. ad quadratum L. S. Proinde erit quoque B. T. ad B. Q. vt E. V. ad E. S. Hoc autem perpetuo accidit in omnibus parabolis. Ergo parabolæ omnes ſũt[h] ſimiles, quod fuit probandum *h per 18. pet. huius, & per ea quæ dicta ſunt ad 17. defin. libri de conoidib. & ſphæroid.*

LEMMA II.

Si fuerit ſicut totum ad ablatum, ſic totum ad ablatum: & rurſus vt totum ad reliquum, ſic totum ad reliquum: Erit ablatum ad reliquum, vt ablatum ad reliquum, & vt totum ad totum, ſic totum ad totum.



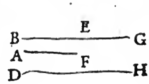
ΥΠΟΘ. Si A. eſt ad B. D. vt E. ad F. H. Deinde A. ſit ad D. C. vt E. ad H. G.

ΣΥΜΠ. Dico B. D. eſſe ad D. C. vt F. H, ad H. G. & A. eſſe ad B. C. vt E. ad F. G.

ΑΠΟΔ. Nam quia A. eſt ad B. D, vt E. ad F. H. eſt viciſſim; vt *i per 16. l. 5.* A. ad E. ſic B. D. ad F. H. Tum vt A. ad D. C. ſic E. ad H. G. Ergo rurſus viciſſim; eſt vt A. ad E. ſic D. C. ad H. G. Proinde[l] vt B. D. ad F. H. ſic D. C. ad H. G. & viciſſim vt B. D. ad D. C. ſic F. H. ad H. G. Et ſimul omnes antecedentes[m] B. C. ſunt ad omnes conſequentes F. G, vt vna A. D. ad vnam F. H. hoc eſt vt A. ad E. & inuertendo[n] A. eſt ad B. C, vt E. ad F. G. quod fuit probandum. *l per 11 l. 5.* *m per 12 l. 5* *n per coroll. 4. l. 5.*

LEMMA III.

Si fuerit prima ad ſecundam vt tertia ad quartam, prima verò fuerit ad partem ſecundæ, vt tertia ad partem quartæ, erunt ſecunda & quarta diuiſæ in eadem ratione, & contra.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. G. vt C. ad D. H. Et rurſus A. ad E. G. vt C. ad F. H.

ΣΥΜΠ. Erit B. E ad E. G. vt D. F. ad F. H.

ΑΠΟΔ. Nam quia A. eſt ad B. G. vt C. ad D. H. vniuerſim[o] eſt B. G. ad A. vt D. H. ad C. Atqui vt A. ad E. G, ſic C. ad F. H. Ergo ex æquo[p] B. G, eſt ad E. G. vt D. H, ad F. H, & diuidendo[p] B. E, ad E. G, vt D. F, ad F. H. *o per 22 l. 5* *p per 17. l. 5.*

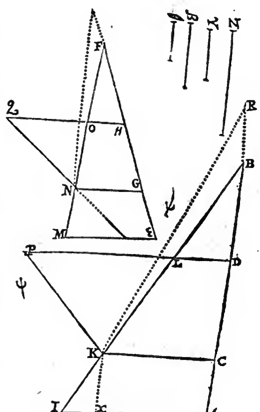
Iam B. G. & D. H. ſimiliter diuidantur hoc eſt, ſit B. E. ad E. G. vt eſt D. F. ad F. H.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe A. primam ad partem ſecundæ, putà ad B. E. vt eſt tertia C. ad D. F. ad partem quartæ. *a per hypotheſim.*

ΑΠΟΔ. Quia A. eſt [a] ad B. G. vt C. ad D. H. Tum B. E. ad E. G. vt D. F. ad F. H. & componendo [b] B G. ad E. G. vt D. H. ad F. H. Eſt ex æquo [c] A. ad E. G. vt C. ad F. H. Sed quia B. G. ad E. G. vt D. H. ad F. H. & [d] diuidendo B. E. ad E. G. vt D. F. ad F. H. & inuertendo E. G. ad E. B. vt H. F. ad F. H. ſequitur ex æquali A. eſſe ad B. vt C. ad D. F. quod fuit propoſitum. *b per 18. l. 5. c per 22. l. 5 d per 17. l. 5*

LEMMA IV.

Si duæ lineæ ſimiliter ſecantur, & à punctis tam extremitatum quam ſectionum lineæ aſſurgant parallelę in ſimilibus rationibus, quarum extrema rectis iungantur: trapezia quæ hinc naſcentur, erunt inter ſe ſicuti trapezia quæ orientur illinc.



ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A. B, E. F. ſimiliter diuiſæ in punctis C. D, G. H. à quibus vt ab A. & E. erigantur parallelæ A. I, C. K, D. L. ſuccedentes minores maioribus. Tum E. M, G, N, H. O. quæ ſint in eadem ratione, nempe A. I. ad C. k. vt E. M. ad G. N. Tum C. k. ad D. L. vt G. N. ad H. O. Hæ denique intelligantur iungi lineis I. k, k. L, M. N, N. O.

ΣΥΜΠΕ. Dico trapezium k. A. eſſe ad aliud k. D. vt trapezium M. G. ad aliud N. H.

ΚΑΤΑΣ. Producantur I. k, N. M. quouſque concurrant cum A. B, E. F. in punctis R. & S. Nam concurrent, quia duæ C. k, G. N. minores ſunt duabus præcedentibus A. I. & E. M. Et ſi à puncto k. decidat k X. parallelą & æqualis [e] ipſi C. A. quæ ſecet A. X. parallelam & æqualem ipſi C. k. Erit [f] angulus I. minor externo k. X. A. ita vt duo I. & I. X. k. hoc eſt [g] I A. C. minores ſint duobus rectis, vnde fiat vt I. k. & A. B. C. productæ concurrant [h]. Idem eſt de N. M. Fiat [i] autem vt quemadmodum A. I. eſt ad C. k. ita ſit [i] C. k. ad Z. Et vt E. M. ad G. N. ita ſit G. N. ad β. Rurſus vt k. G. ad D. L. ſic ponantur [i] D. L. ad Y. denique vt N. G. ad O. H. ſic cenſeatur [i] O. H. ad ϑ. *e per 33. l. 1. f per 16. l. 1 g per 29. l. 1 h per penult. ſent. comm. lib. 1. i per 11. l. 6.*

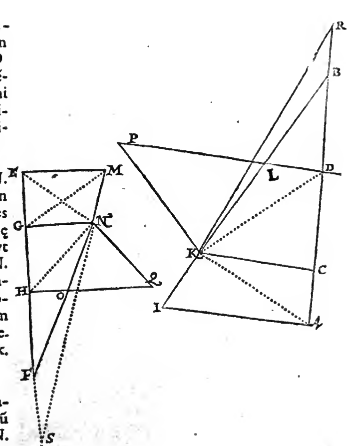
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trianguli A. I. R, C. k. R. ſunt [l] ſimiles, primus eſt [m] ad ſecundum in ratione lateris A. I. ad latus k. C. duplicata, hoc eſt [n] vt I. A. ad Z. Similiter oſtendam triangulum S. M. E. eſſe ad triangulum S. N. G. vt M. E. ad β. Verum vt I. A. ad k. C. & k C. ad Z. ſic eſt [o] M. E. ad N. G. & N. G. ad β. Proinde ex æquo [p] I. A. eſt ad Z. vt M. E. ad β. Ei ex conſequenti [q] triangulus A. I. R. eſt ad C. k. R. vt triangulus S. M. E.. ad alium S. N. G. Et diuidendo [r] trapezium *l per 29. l. 1 & 4. l. 6. m per 19. l. 6 n per 10. definit. l. 5. o per hypotheſim. p per 22. l. 5 q per 11. l. 5. r per 17. l. 5*

A. I. K. C. eſt ad triangulum K. R. C. vt trapezium N. M. G. E. ad triangulum S. N. G.
a per 4 l. 6 Rurſus in propoſitis triangulis, vt eſt I. A ad k. C. ſic eſt [a] R. A. ad R. C. Et vt M. E. ad
b per 11 l. 5 N. G. ſic eſt S. E. ad S. G. Atqui vt A. I. ad k. C. ſic eſt M. E. ad N. G. Ergo vt R. A.
c per 17 l. 5. d per coroll. 4 l. 5. ad R. C. ſic eſt [b] S. E. ad S. G. & diuiſim [c] vt A. C. ad C. R. ſic eſt E. G. ad G. S. & in-
uerſim [d] vt R. C. ad C. A. ſic S. G. ad G. E. Verum ex hypotheſi ca propoſitarum linea-
rum A. B, F. E. ſimili ſectione, vt eſt A. C. ad C. D. ſic E. G. ad G. H. Proinde ex æ-
quo vt eſt R. C. ad C. D. ſic eſt S. G. ad G. H. Sed ex eadem diuiſione vt C. D. ad D.
B. ſic G. H. ad H. F. & inuerſim [d] vt D. B. ad D. C ſic F. H. ad H. C. & coniunctim
e per 18 l. 5. [e] vt B. C. ad D. C. ſic F. G ad F. H. & inuerſim [d] vt C. D. ad C. B. ſic G. H. ad G. F.
Dicebamus vero R. C. ad C. D. vt S. G. ad G. H. & iam eſt C. D. ad C. B. vt H. G.
f per 22 l. 5. g per 1 l. 6 ad G. F. Ex æquali [f] ergo R. C. eſt ad C. B. vt S. G. ad G. F. hoc eſt [g] vt triangulus R.
k. C. eſt ad triangulum k. C. B. ſic eſt S. N. G. trigonus ad trigonum F. N. G. Et quo-
h per 29 l 1. & 4. l. 6. niam L. D. eſt parallela baſi k. C. tum O. H. æquidiſtans baſi N. G. ſunt trigoni [h] B. k.
i per 19 l. 6. C, B. L. D. ſimiles, vt & alij F. N. G. & F. O. H. ſuntque [i] in ratione dupla laterum
homologorum. Nempe B. k. C. eſt ad B. L. D. in duplicata ratione eius quam habet
k. C. ad L. D. hoc eſt vt baſis k. C. ad Y. & altera F. N. G. eſt ad F. O. H. in duplica-
ta ratione N. G. ad O. H. hoc eſt, vt N. G. ad θ. Sed rationes ſimplices linearum k. C.
l Ex fabr. ad L. D. & N. G. ad O. H. ſunt [l] æquales: proinde rationes duplicatæ nempè linea-
m per 15 l. 5 rum k. C. ad Y. & N. G. ad θ. ſunt [m] ſimiliter pares. Ideoque triangulus B. k. C. eſt ad
trigonum B. L. D. vt F. N. G. ad F. O. H. Sed diuidendo L. k. C. D. trapezium eſt ad
triangulum B. L. D. vt F. N. G. ad F. O. H. & inuertendo, triangulus B. D. eſt ad tra-
pezium L. k. C. D. vt trigonus F. O. H. ad trapezium O. N. G. H. Sunt igitur ordine
quantitates k. I. A. C. ad R. k. C. & hæc ad k. B. C. & hæc ad L. B. D. & demum hæc
ad k. L. D. C. Sicuti aliæ ordine N. M. E. G. ad S. N. G. & hæc ad N, F. G. & hæc ad F.
O. H. & hæc demum ad N. O. H. G. Ex æquo [f] itaque prima in primo ordine, trape-
zium nimirum I. k. C. A. ad vltimam, trapezium ſcilicet k. L. D. C. eſt vt in ſecundo
ordine prima M. N. G. E. ad vltimam N. O. H. G. Quod fuerat probandum.

Cæterum ſi protendatur D. L. in P. & O. H. in Q. ita vt k. C. ſit ad P. D vt N. G. ad Q. H. (vt lēma ſit generalius, & de quibuſlibet perpendicularibus intelligatur maioribus vel minoribus.)

ΚΑΤΑΣ. Iungantur Q. N. & P. Q. Tum ſumantur in P. D. & H. Q. minores portiones quàm ſint lineę k. C, N. G. ita tamen vt k. C. ſit [n] ad L. D. ſicuti N. G. ad O. H. & producantur lineæ k. L. N. O. quouſque conueniant cum productis A. D, E. H. Denique iungantur lineæ k. D. N. H.

n per 12 l. 6



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Iam trapezium k. A. ad trapeziū L. C. oſtēdimus eſſe vt N. E. ad O. G. Atqui triāg. k. D.

C. & L. D. k. ſunt in eadem altitudine, & intra eaſdem parallelas. Proinde primus eſt[a] ad ſecundum vt baſis k. C. ad baſim L. D. Similiter oſtendetur trigonum N. H. G. eſſe ad trigonum O. H. N. vt N. G. ad O. H. Eſt[b] vero N. G. ad O. H. vt k. C. ad L. D. Ergo trigonus K. D. C. eſt ad trigonum k. L. D. vt N. H. G. triangulus ad O. N. H. triangulum & componendo[c], trapezium L. C. eſt ad triangulum L. K. D. vt trapeziũ Q. G. ad triangulum, O. N. H. Verum k. L. D. triangulus eſt[d] ad triangulum L. P. k. vt D. L. ad L. P. & triangulus N. O. H. eſt ad alium O. Q. N. vt H. O. ad O. Q. Sed D. L. eſt[d] ad L. P. vt H. O. ad O. Q. quia fecimus vt eſſet K. C. ad P. D. cùm ad ablatum L. D. ſicut N. G. ad Q. H. cùm ad ablatum O. H. Itaque k. L. D. triangulus eſt ad P. k. L. triangulum vt O. N. H. ad Q. N. O. Sunt igitur magnitudines, nempe in primo ordine k. A. ad L. C. & hæc ad L. k. D. & hæc ad P. k. L. ſicut in ſecũdo ordine N. E. ad O. G. & hæc ad O. N. H. & hæc ad Q. N. O. Et eſt[e] prima ex æquo k. A. ad triangulum k. P. L. vt N. E. ad triangulum Q. N. O. Totum itaque k. A. trapezium eſt ad ablatũ L. K. C. D. vt totum N. E. ad ablatum O. N. G. H. deinde, idem totum K. A. eſt ad reliquum P. k. L. vt idem totum N. E. ad reliquum Q. N. O. Vnde fit[f] vt totum k. A. ſit ad totum trapezium P. k. C. D. vt totum N. E. ad totum trapezium Q. N. G. H. quod fuerat probandum.

a per 1. l. 6.
b per fabr.
c per 18. l. 5.
d per 3. lemma præced.
e per 22. l. 5.
f per 1. lemma præced.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducere quoque poſſumus, trapezium I. C. eſſe ad triangulum K. D. C. vt aliud N. G. ad trigonum N. G. H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur enim lineæ K. A. N. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Cum enim triangulus k. I. A. ſit[g] ad triangulum k. A. C. vt baſis I. A. ad baſim k. C. Tum triangulus[g] N. M. E. ad alium N. E. G. vt M. E. ad N. G. Eſt[h] vero I. A. ad k. C. vt M. E. ad N. G. ſequitur[i] k. I. A. eſſe ad k. A. C. vt N. M. E. ad N. E. G. & componendo[l] I. C. eſt ad k. A. C. vt M. G. ad N. E. G. Sed k. A. C. eſt[g] ad k. C. D. vt A. C. ad C. D. ſeu vt[i] E. G. ad G. H. & vt E. G. ad G. H. ſic[g] N. E. G. ad N. G. H. Ergo vt k. A. C. ad k. C. D. ſic N. E. G. ad N. G. H. & ex æquo[m] I. C. eſt ad k. C. D. vt M. G. ad N. G. H. quod fuit probandum.

g per 1. l. 6.
h per fabri.
i per 11 l. 5.
l per 18. l. 5.
m per 22 l. 5.

ΠΡΟΤ. Γ.
ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Εἴκα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως, ἐχόντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις τῶν εὐθυγράμμων, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

PROP. III.
THEOR. III.

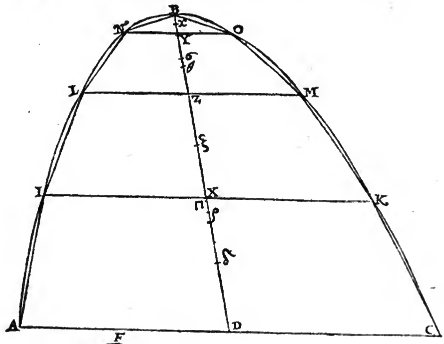
Si in vtraque duarum portionum ſimilium comprehenſum ſub recta & rectanguli coni ſectione rectilineæ figuræ euidẽter deſcribantur, quarum latera ſint multitudine æqualia: figurarum centra grauitatum ſimiliter ſecant diametros portionum.

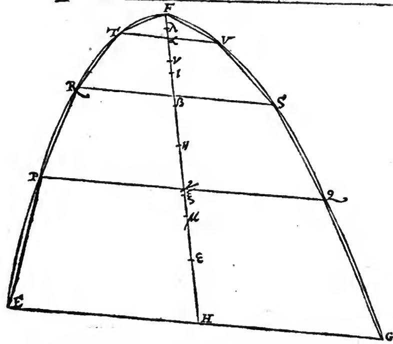
ΥΠΟΘ. Sint duæ portiones coni parabolicæ A. B. C, E. F. G. in quibus duæ figuræ laterum multitudine æquales euidenter deſcribantur:[n] In prima nempe, figura A. I. L. N. B. O. M. K. C. cuius centrum grauitatis ſit ϖ. Et in ſecunda figura E. P. R. T. F. V. S. Q. G cuius itidem centrum grauitatis ſit ξ. ΔΙΟ. Dico diametros portionum B. D. E. H ſimiliter & in ijſdem rationibus à centris grauitatum deſcriptarum in portionibus figurarum, nimirum à punctis ϖ. & ξ. ΚΑΤΑΣ. Iungantur anguli figurarum oppoſiti rectis lineis, inueniantur que[o] centra grauitatũ trapeziorum A. k, I. M, L. O. & triãguli N. B. O. quæ ſint[p] α. ξ. θ. κ. Tũ aliorũ trapeziorũ E. Q. P. S. R. V. & trianguli T. F. V.

n per manifeſtũ 1. huius.
o per prob. 1. præced.
p per 15. l. præced.

a per probl. 1. præced.
b per lemma 1. præfixum 8. l. præced.

quę ſint ι. ν. ι. λ. Adhuc magnitudinis compoſitæ ex A. k, I. M. centrum grauitatis ſit[a] ρ. in[b] linea ζ. η. tum alius factæ ex L. O. & N. B. O. ſit ε. in[b] linea ν. ι. Demum magnitudinis compoſitæ ex E. Q. P. S. centrum grauitatis ſit μ.[a b] vltimæ conſtitutæ ex R. V. & T. F. V. centrum ſit ν.





c per manifeſt. 2. huius. d per lemma 2. hic præmiſſorum. e per 15. l. 5. f per 15. lib. præced.

ΑΠΟΔ. Quoniam in propoſitis portionibus parabolicis diametri B. D. & F. H. ſimiliter ſecantur[c] à lineis angulos figurarum iungentibus, nempe eſt D. X. ad X. Z. & X. Z. ad Z. Y. demum Z. Y. ad Y. B. vt eſt H. γ. ad γ. ϛ. & γ. ϛ. ad ϛ. α. & tandem ϛ. α. ad α. F. Deinde ſunt[d] lineæ iungentes vnius inter ſe aut earum[e] ſemiſſes vt lineæ iungentes alterius inter ſe, aut earum dimidiæ: ſcilicet A. D. ad I. X. & I. X. ad L. Z. & L. Z. ad N. Y. vt E. H. ad P. γ. & P. γ. ad R. ϛ. & denique R. ϛ. ad T. α. Sequitur centra grauitatum partium figuræ vnius ſimiliter poni vt centra grauitatum partium alterius: Videlicet centrum η. ſimiliter poni ac centrum E. Nam eſt[f] X. η. ad η. D. vt duplum A. C. cum I. K. ad duplum I. K. cum A. C. Pariter eſt γ. ι. ad E. H. vt duplum E. G. cum P. Q. ad duplum P. Q. cum E. G. Atqui duplum primæ A. C. cum ſecunda I. K. eſt[g] ad duplum ſecundæ I. K. cum prima A. C. vt duplum tertiæ E. G. cum quarta P. Q. ad duplum quartæ P. Q. cum tertia E. G. quia ſunt E. quatuor proportionales. Eſt ergo X. η. ad η. D. vt γ. ι. ad E. H. Eodẽ argumẽto probabimus centra ζ. θ. ſimiliter poni ac alia ν. ι.

g per lemma 3. præfixum 15. l. præced.

Poſtremò centra κ & λ. ſimiliter dirimunt lineas B.Y, & F.α. ſcilicet in ratione dupla. Eſt enim [a] B.κ. dupla, partis κ. Y, & F.λ. dupla, partis λ.α. Adhuc quia Y.D, & H.α. ſimiliter ſecantur, & vt eſt Y.Z 3, Z.X.5, tum X.D.7, qualium tota B.D, eſt 16. ſic α.β, eſt 3, β.γ.5, & γ.H.7, diametri F.H. Tum à ſectionum & extremitatum punctis perpendiculares eriguntur in ſimilibus rationibus: ſequitur [b] A.X, eſſe ad I.Z, vt E.γ. ad P.ϛ: deinde I.Z, ad L.Y, vt P.ϛ, ad R.α. Demum eadem ratione eſt [c] L.Y, ad N.B.Y, triangulum, vt R.α, ad T.F.α. trigonum. Idem cenſendum de D.k, & reliquis figuræ primæ partibus, ac de H.Q, alijs ſecundæ figuræ particulis. Totum ergo trapezium A.k, eſt ad I.M, vt E.Q, ad P.S. Et componendo [d] A.M, eſt ad I.M, vt E.S, ad P. ſed I.M. eſt ad L.O, vt P.S, ad R.V. Ergo ex æquo A.M, eſt [e] ad L.O, vt E.S, ad R.V. Demum L.O. eſt ad N.B.O, vt R.V. ad T.F.V. Igitur adhuc ex æquo [e] A.M. eſt ad N.B.O. vt E S. ad T.F.V. Cùm autem idem A.M, ad duo L.O, & N.B.O. ſe habeat, vt idem E.S. ad duo R.V, & T.F.V. Sequitur A.M. eſſe [f] ad figuram L.N.B.O.M, vt E.S, ad aliam R.T. F.V.S. Verùm vt A.M, ad figuram L.N.B.O.M. ſic [g] ο.π, ad π.ρ. & vt E.S. ad figuram R. T.F.V.S. ſic V.ξ. ad ξ.μ, patet [h] ο.π. eſſe ad π.ρ, vt ν.ξ, ad ξ.μ. His probatis ſic inferimus. B.D, eſt ad D.X, vt F.H, ad H.γ. Sed vt X.D. ad δ.D, ſic γ.ι, ad ι. H. vt probauimus. Ergo B.D, eſt [i] D.δ. vt F.H, ad H.ι. vel B.D. eſt ad δ.X, vt F.H. ad ι.γ. Rurſus B.D. eſt ad X.Z, vt F.H. ad γ.ϛ. ſecantur verò X.Z. & γ.β. ſimiliter in ζ. & η. vt oſtendimus. Ergo B.D. eſt [i] ad X.ζ. vel ζ.Z, vt F.H. ad γ.η. vel η.ϛ. Cùm ergo B.D. ſit ad quamlibet duarum X.δ. & X.ζ. vt F.H. ad quamlibet ambarum γ.ι. & γ.η. Eſt [f] quoque B.D. ad totam ζ.δ, vt F.H, ad totam η.ι. At ζ.δ, & η.ι, ſimiliter diuiduntur in μ. & ρ. Eſt propterea B.D, ad δ. ρ. vt F.H, ad ι.μ. Sed iam oſtenſum eſt B.D, ad D.δ, vt F.H, ad H.E. Eſt [f] igitur B.D, ad totam D.ρ. vt F.H, ad H μ. Eodem argumento demonſtrabitur B.D, ad B.ο, vt F.H, ad F.ν. Et proinde B.D, erit ad duas D.ρ, & B.ο. ſimul vt F.H, ad duas ſimul, H.μ, & F.V. Cùm itaque B.D. ſit ad B.D, vt F.H, ad F.H, æqualis ad æqualem: tum B.D, ſit ad partem ſecundæ, nempè ad D.ρ, & B.ο, ſimul, ſicut tertia F. H, ad partem quartæ H.μ, & F.ν, ſimul: ſequitur; B.D, eſſe ad reliquam ο.ρ, vt F.H. ad reliquam ν.μ, ſed ο.ρ. & ν.μ. ſimiliter ſecantur in π.ξ. vt probauimus. Propterea B.D. eſt; ad ο.π, vt F.H. ad ν.ξ. Et adhuc eſt B.D, ad B.ο, vt F.H, ad F.ν. Vnde B.D, ſe habet [f] ad ambas ſimul B.ο, ο.π, ſeu ad B.π, vt F.H, ad ambas ſimul F.ν, ν.ξ, ſeu ad F.ξ, & diuidendo π.D, eſt ad B.π, vt ξ.H, ad F.ξ. Puncta proinde ſeu grauitatum figurarum centra π.ξ, ſimiliter ponuntur, quod fuit probandum.

[a] per 4. lemma præfixũ 15 l præced.
[b] per præc. lemm. 4.
[c] per coroll. huius. 4. lemm.
[d] per 18 l.5.
[e] per 22 l 5
[f] per præce. lemma 2.
[g] per 6. vel 7 l 5.
[h] per 11 l.5
[i] per lemma præc 3.

ΠΡΟΤΑ. Δ. — PROP. IV.

ΘΕΩΡ. Δ. — THEOR. IV.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

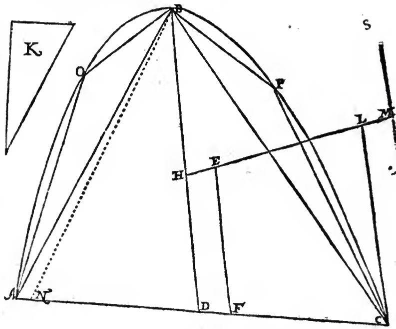
Cuiuſcumque portionis cõprehenſæ ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, centrum grauitatis eſt in portionis diametro.

ΥΠΟΘΕΣ. Sit portio parabolica A.B C, cuius diameter B.D.

ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis portionis eſſe in B.D. diametro.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud non eſt in B.D. ſit extra v. g. in E, à quo [a] ducatur E.F, parallela diametro B.D, aganturque B.A, B.C, vt fiat triangulus A.B.C. Et ponatur [b] vt C.F, ad F.D, ſic C.A, ad A.N, ducaturque N.B, vt ſit [c] triangulus A.B.C, ad A,B.N, triangulum, vel K. ſi placet, æqualem, ſicut eſt C.F. ad F.D.

[a] per 31. l.1.
[b] per 12. l 6
[c] per 1. l.6.



In portione tandem figura euidenter deſcribatur [a] A. O. B. P. C, ita vt portiones reliquæ ſint minores triangulo k. Quod fiet quia triangulorum deſcriptione tollitur à portionibus, quibus deſcribuntur pluſquam dimidium. [c] Deſcriptæ autem figuræ centrum ſit [d] H. quod iũgatur cum ſuppoſititio centro E. linea H.E. in quam longiùs eductam cadat C. L, parallela [e] diametro B.D, & ipſi E.F. Denique quia triangulus A.B C.minor [f] eſt figura euidente, & propterea minorem rationem habet [g] ad idem K, quam ipſa figura: Eſt [h] verò K. maius reliquis portionibus, & ideò eadem figura habet [g] ad reliquas portiones maiorem rationem quàm ad k. ſequitur triangulum A.B C. in multo minore ratione eſſe ad k. quã ſit figura euidenter inſcripta ad reliquas portiones. Et rurſus, quia vt A.B.C, triangulus eſt ad k ſic eſt C.F, ad D.F. & vt C.F. ad D.F. ſic [i] L.E, ad E.H: ſequitur L.E. eſſe ad E.H. in minori ratione, quàm ſit figura inſcripta euidenter, ad reliquas portiones. Proinde ponatur M.E, ad E.H, vt figura inſcripta ad reliquas portiones. Et hæc quidem M.E, maior erit quàm L E: quia M.E, maiorem habere debet rationem ad H.E. quàm L.E, ad eandem H.E. Vnde maiorem eſſe oportet.[l]

ΑΠΟΔ. Quoniam eſt M.E, ad E H, vt figura euidenter inſcripta portioni, ad reliquas portiunculas. Totius verò portionis compoſitæ ex dicta figura, & dictis portiunculis centrum grauitatis ſupponitur E, figuræ verò H. ſequitur, M. centrum eſſe reliquarum portionum: ac ſi earum centra conſtituerentur in aliqua linea ducta per M. æquidiſtanter diametro B.D. putà S T. quod eſt abſurdum: [m] Eſt itaque etiã abſurdum centrum grauitatis portionis eſſe E, aut extra diametrum B.D.

a ſecandum manifeſtum 1 huius.
b per 1 l. 10
c per 17 & 24 l. de quad. parabol
d ex 2. & 3 huius.
e per 31. l 1
f per 9 cõm. ſent.
g per 8. l 5.
h per fabricam.
i per 2. l 6. ſi fuerit H. C. parallelogr vel per lemma 3. præfixũ 13 l præced ſi concurrant L.H. & C. D.
l per 8. l. 5.
m ſecundũ ea quæ diximus ſcholio 13 l præced.

LEMMA.

Si in parabola figura euidenter inſcribatur, duarumque oppoſitarum portionum relictarum centra grauitatum linea recta copulentur: centrum magnitudinis ex ambabus portionibus compoſitæ incidet in diametrum totius.

ΥΠΟΘ. Sit parabola A.B.C, cuius diameter B.D, & in qua euidenter deſcribatur figura A.G.B H.C.

ΣΥΜΠΕ. Dico duarum partium relictarum, vt primo A.G.B, & B.H C, ſi centra grauitatum (quæ v.g. ſint M & N, in diametris portionum F.G. & E H.) iungantur linea M.N. centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex ambabus portionibus eſſe O. punctum, in diametro D.B.

ΚΑΤΑ. Quoniam trianguli A.B.C, centrum grauitatis eſt in B.D, ſit P.D, tertia pars

ipſius B.D, vt ſit [a] trianguli centrum grauitatis P.& iungatur F.E.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C, & duæ portiones A.G.B, B.H.C. componunt totam parabolem A.B.C. Atqui trianguli A.B.C. centrum grauitatis eſt P.[a] Tum centrum grauitatis parabolæ eſt [b] in diametro B.D, vbicumque ſit. Ergo quoque diameter B.D. tranſit [c] per centrum reliquæ partis, nempè magnitudinis compoſitæ ex duabus reliquis portionibus A.G.B, B.H.C. Sed ipſum centrum compoſitæ huius magnitudinis eſt [d] quoque in M.N: Ergo eſt neceſſario punctum O. quod fuit probandum.

a per 4. lem. 15 l. præc.
b per præc.
c per 8 l. præc.
d per 6. vel 7. l. præc.

COROLLARIVM.

Haud aliter oſtendam ſi triangulorum A.G.B, & B.H.C. partium, nempè inſcriptæ euidenter figuræ, centra grauitatum coniungantur, compoſitæ ex ipſis magnitudinis centrum grauitatis eſſe in diametro B.D.

ΠΡΟΤ. Ε. — PROP. V.

ΘΕΩΡ. Ε. — THEOR. V.

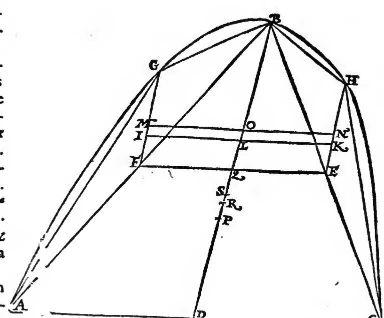
Εἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως· τὸ τοῦ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

Si in portione comprehenſa ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, rectilinea figura euidenter inſcribatur: totius portionis centrum grauitatis propius erit vertici portionis quàm inſcriptæ figuræ centrum.

ΥΠΟΘ. Eadem prorſus hypotheſi manente, quæ fuit in ſuperiori lemmate.

ΣΥΜΠ. Dico centrum totius portionis A. B. C. propius eſſe vertici B. quàm centrum figuræ euidenter inſcriptæ A.G.B H.C.

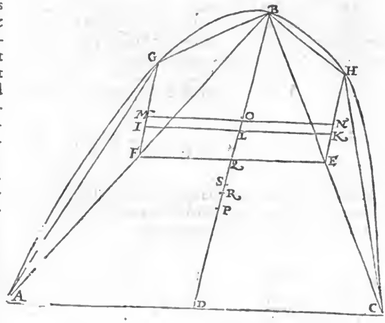
ΚΑΤΑ. Centra grauitatum triangulorũ A.G.B, B.H.C. cùm ſint [a] quoque in F.G, E.H. ponantur eſſe in I. & k. iunganturque linea I.K.



a 13. l. præc.

ΑΠΟΔ. Centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex triãgulis A.B.G, & C.B.H, eſt [b] L. Trianguli verò A.B.C, centrum grauitatis eſt [c] P. Proinde centrum grauitatis totius inſcriptæ euidenter figuræ eſt [d] inter P, & L, eo ſcilicet puncto in quo L.P. ſeca-

b per lemm. præc.
c per 4. lem. 15 l. præced.
d per 6. vel 7. l. præced.



retur in ea ratione, in qua eſt A B.C, ad duos triangulos A. G. B, & B. H. C, hoc eſt, in ratione [a] quadrupla. Et ſit v g.R. ita vt L..R ſit ad R. P, vt A.B.C, ad A. G. B, & B. H. C. Similiter centrum grauitatis totius portionis eſt [b] inter P. & O, eo ſcilicet puncto, in quo O.P.ſecaretur, ſicut eſt A.B. C. ad portiones A.G.B, B.H.C, vt forſan in S. Primùm autem R.& S. accedũt magis ad B. quàm C, quia ſunt inter P. & L, vel O. At L. & O. propiora ſunt puncto B, quàm P. nam P.D eſt [c] tertia pars diametri B.D. Sed Q.D. eſt eiuſdem integra ſemiſſis [cc] cum ſint B.F, B.E, ſemiſſes duorum laterum B. A, B.C, & ſit vt B.F, ad F.A, ſic B. E, ad E.C. Vnde fit vt F.E, ſit baſi A.C, parallelã, & B.Q. æqualis ipſi Q D, punctumque Q. propius ſit apici B. quàm C, & ergo multo adhuc propiora ſint L.& O. Vnde ſequitur totam lineam P.O. vergere ad B, & ergo puncta media R.& S. propius accedere ad B. quàm P. Quod verò S propius ſit ipſi B quàm R ſic oſtenditur. Vt eſt triangulus A.B.C, ad duos triangulos A.G.B, B.H.C, ita eſt L.R, ad R.P. Et vt idem triangulus A.B.C. ad duas portiones A.G.B, & B.H.C, ita iam fecimus O.S, ad S.P. At verò quia trianguli ſunt portionibus minores. Triangulus A.B.C. eſt [d] ad triangulos A.G.B, B H.C, in maiori ratione quàm ad portiones A.G.B, B.H.C. Ergo L.R. habet ad R.P. maiorem rationem quàm O.S. ad S.P. Iam ergo aut R & S. ſunt in eodem puncto, aut alterum altero inferius. In eodem eſſe puncto non poſſunt: quia cum I. & K. ſint triangulorum A.G.B & B.H.C, centra grauitatum: M. verò & N. portionum, oſtendentur M. & N. propiora verticibus G.& H. quàm I & K, ſicuti probauimus P. remotius eſſe à vertice B quàm S. aut R puncta. Et proinde F.I, vel K.E, aut etiam Q.L, minores parebunt quã F.M, vel E.N, aut Q.O, totaque O.S, maior tota L.S. Si itaque S.& R, ſunt ſimul, erũt S.P, & R.P, æquales, & minor L.S, ad R.P, minorem rationem haberet [d], quàm maior O.S, ad æqualem S.P, contra id quod demonſtrauimus. Oſtenſum enim eſt O.S, ad S.P, minorem habere rationem quàm L.R, ad R.P. Verùm ſi R, eſt ſupra S, verſus iugum B, erit R. P, maior quàm S.P, & habebit [d] O.S ad S.P, maiorem rationem quàm ad R.P. ſed & L.R, vt minor habebit adhuc ad R.P, minorem rationem, quàm O.S, vt maior ad eandem R.P. Idcirco multo maiorem haberet rationem O.S, ad S.P, quàm L.R, ad R.P, adhuc contra ea quæ demonſtrata ſunt. Ergo S. centrum grauitatis paraboles eſt propius vertici B, quàm R, centrum figuræ euidenter inſcriptæ, quod fuit probandum.

[a] per 11. l. de quadrat. parab.
[b] per 6. et 7. praeced.
[c] per fabricam.
[cc] per 4 lemma præfixũ 13 l. præced.
[d] per 8. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Mutauimus ordinem & media demonſtrationis Archimedis: quia ipſe ſupponit centra grauitatis portionum A.B.G, & C.H B. ſecare ſimiliter diametros F.G, E.H. quod tamen nondum demonſtrauit. Hoc verò ſupponere Archimedem neceſſe eſt, vt probemus quod ipſe infert, nempè παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ M.F.E.N. Nec enim parallelogrammum eſſe probauerimus, niſi admiſerimus eſſe F.M, ad M.G, vt E.N. ad N.H. quo poſito, cum ſint F.G, E.H. diametri æquales, vt manifeſtè in prima huius demonſtrauimus, ſequetur [a] M F.& N.E. ſimiliter eſſe æquales: At ſunt parallelæ. Et proinde æquales & parallelas iungentes M.N, & F.E. cognoſcentur [b] parallelæ, & tandem M.E. parallelogrammum.

[a] per 15. l. 5.
[b] per 33 l. 1.

Verùm huiuſmodi ſuppoſitum huc vſque incertum eſt. Nam quamquam portiones A. G. B, B.C. H. ſunt æquales, nempè ſeſquitertiæ *a* triãgulorum, qui cum eorum quiſque ſit eiuſdem trianguli A. B.C. ſuboctuplus *b*, ſunt pares. Licet etiam ſint *c* ſimiles vt parabolicæ: non tamen propterea ad eas cenſetur pertinere quintum poſtulatum libri præcedentis, quod intelligi videtur, duntaxat de figuris rectilineis, non de mixtis planis. Et ſi de his etiam poſtea demonſtrabimus. Vt ergo nihil dubij aſſenſionem retineret, ſeu ἐνοχλῇ induceret, clariore via progreſſi ſumus, propoſitionémque demonſtrauimus, nulla illius parallelogrammi facta mentione.

a per 17. & 24. lib. de quadr. parabol.
b per 21. eiuſdem.
c per lemma 1. prafixum 3. huius.

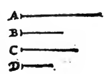
ΕΠΙΦΟΡΑ.

Ex demonſtratis deducere poſſumus, quod ſi ex quatuor magnitudinibus prima in maiori fuerit ratione ad ſecundam, quam tertia ad quartam, eſſe ſecundam minorem quarta. Nam ex eo quod L.R. primam, ad R.P. ſecundam, oſtendimus maiorem rationem habere quàm O.S, tertiam ad S.P. quartam, tandem concluſimus ſecundam R.P, minorem eſſe quarta P.S. Verùm & viciſſim demonſtrare poſſumus hoc lemma.

ΛΗΜΜΑ Α.

Quatuor magnitudinum ſi prima A. quàm ſecunda B. maior fuerit, & tertia C. quàm quarta D. prima eſt ad quartam in maiori ratione, quàm ſecunda ad tertiam.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Nam A. vt maior ad D. maiorem habet *a* rationem, quàm B. minor ad eandem D. Et nihilominus B. habet *a* maiorem rationem ad D. quàm habeat ad C. quia C. eſt maior quàm D. Ergo A. multo maiorem rationem habet ad D. quàm habeat B. ad C, quod fuit probandum.



a per 8. l. 5.

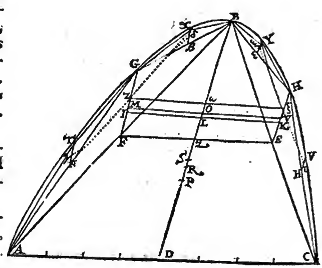
ΛΗΜΜΑ Β.

Figuræ γνωρίμως inſcriptæ in parabola, quanto pluribus lateribus conſtabit, tanto propiùs centrum grauitatis accedet ad verticem portionis.

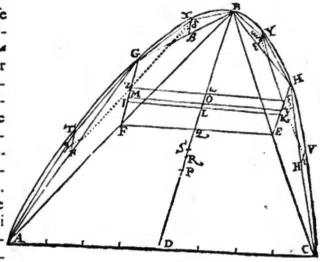
ΥΠΟΘ. Hypotheſi præcedentis propoſitionis addatur, vt in relictis portionibus A. T. G, G X. B, B. Y. H, H. V. C. triãgula rurſus euidenter deſcribantur, quæ figuram conſtituant enneagonam A. T. G, X. B. Y, H. V. C, maiorem *a* præcedenti quinque-gona A. G. B. H. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico centrum grauitatis enneagonæ accedere propiùs ad verticem B. quàm centrum grauitatis pentagonæ.

ΚΑΤΑ. Ponatur rurſus P. D. tertia pars diametri D. B, vt ſit *b* P, centrum grauitatis trianguli A. B. C. figuræ autem pentagonæ, vt ſuperius ſit R. Triangulorum *b* verò A.G.B, B.H.C, I. & K. magnitudiniſque ex ipſis triangulis compoſitæ *c* L. At triãgulorum recens *b* aduenientium puncta γ. δ. ξ. ι. magnitudinum ex ipſis compoſitarum *c* Z. ζ. in diametris F. G, & E. H, ac ſi appenderẽtur librilibus γ. δ, & ξ, ι. Demum magnitudinis ex ambabus compoſitæ, quia ſunt illæ æquales, ponatur grauitatis cẽtrum in ω. Παρεμ-



a per 9. com. ſent.
b per coroll. lemm. 2. prafixi 15. huius.
c per lemma prafixum 5. huius.



νόχαμμον enim eſſe Z. E. ſatis patet cum ex æqualitate horum triangulorum pateat Z. F., & ζ. E. eſſe lineas æquales, & proinde punctum ω, incidere in B. D, vt ſint *a* Z. ω, & ω. ζ. æquales. Diuidantur iam Z. I, & ζ. K. in 5. partes, quarum Z. M, & ζ. V. ſint 4. reliquarum verò M. I, & V. K, quæque vna: ſcilicet vt Z.M ſit ad M. I. ſicut eſt *b* A.G.B. trigonum ad trigona A. T. G, G. X. B. & ſit M. centrum grauitatis pentagoni A. T. G. X. B. Eoque pacto ſit quoque V. centrum grauitatis pentagoni B. Y. H. V. C. Et demum magnitudinis compoſitæ ex his pentagonis centrum ponatur in O. *a c* ex ipſorum æqualitate. Denique enneagonæ figuræ centrum conſtituatur vſpiam in S. nempè *a* diuiſa O.P. in ea ratione, in qua eſt triangulus A.B.C, ad magnitudinem compoſitam ex duobus pentagonis, quæ quidem ratio eſt vt 4. ad $1\frac{1}{4}$. Nam trianguli A.B.C, ſunt *b* alij duo A.G.B, B.H.C. $\frac{1}{4}$. Atqui horum duorum reliqui 4. trianguli ſunt pariter $\frac{1}{4}$. Quatuor ergo trianguli minores ſimul, ſunt maximi A.B.C. $\frac{1}{4}$.

a ſecundum 6. vel 7. lib. præced.
b per 21. l. de quadrat parabol.
c per eaque demonſtrata ſunt manif. huius.

d per 8 l 5. ΑΠΟ Α. A.B.C. triangulus, maiorem habet *d* rationem ad magnitudinem compoſitam ex triangulis, quàm ad magnitudinem compoſitam ex pentagonis. Ergo L.R. eſt ad R.P. in maiori ratione, quàm O.S, ad S.P. Proinde ſecunda R. P, eſt *e* minor quarta S.P, ſicque punctum S. accedit propius ad B. quàm R. quod fuit probandum.

e per coroll. præce. prop.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Abſurdum colligit Archimedes, in fine demonſtrationis propoſ. 6. quia inquit τᾶς δὲ τᾶν. ἀχθείσας παρὰ τὰν α. γ. ἐπὶ τὰ αὐτά ἐστι τῷ τμάματι, quod diceremus, in figura noſtra ſequente. Quia linea educta per punctum L. parallela baſi A. C. in eandem partem eſt portioni. Quam quidem rationem minimè percipio: nec video cur abſurdum colligi poſſit, centrum relictarum portionum conſtitui in puncto L. quia linea educta per L. æquidiſtanter baſi A. C. ſit in eandem partem portioni. Mendum itaque hic ſuſpicor: quod etiam princeps Vbaldus coniiciens, illa verba Archimedis ſic reddidit. *Ducta enim recta linea R. S. per L. ipſi A.C. æquidiſtante, in ipſa ſunt centra grauitatis vniuſcuiuſque portionis reſpondentia.* Quo ſenſu admiſſo rationem abſurdi ſic perſequitur: *ita ſcilicet vt centrum magnitudinis ex reliquis portionibus A. M. I, I. N. B. compoſita, ſit in linea R. S, ſed in parte L. R. In parte verò L. S. ſit centrum grauitatis magnitudinis ex reliquis portionibus B. O. k, & k. P. C. compoſita: ita vt punctum L. magnitudinis ex omnibus portionibus compoſita centrum grauitatis exiſtat. Quæ tamen eſſe non poſſunt, quod idem accideret, ſi etiam R. S. ipſi A. C. æquidiſtans non eſſet.* Verùm etiam & hîc aliquid lucis deſiderarem. Benè enim ſequitur *f*, quod ſi L.H. eſt ad H. E. vt figura inſcripta ad portiones reliquas, eſſe H. centrum grauitatis totius portionis: E. figuræ, L. reliquarum portionum conſtitutarum ſecus lineam R.L. S. ſi ducta eſſet per L. æquidiſtanter ipſi A. C. vt in figura Vbaldi: quæ quidem linea ſiue parallela ſit ipſi A. C. ſiue non, ſemper ab ipſa appenſæ portiones eiuſdem ſunt ponderis: neque hinc quidquam abſurdi ſequitur. Propterea cenſeo textum Archimedis eſſe debere. ἐπεὶ ἀδύνατον: ἐστὶ γὰρ τὸ κοῖλον τῶν λοιπῶν τμάματα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι. Ex eo enim quod figura ſeu magnitudo compoſita ex reliquis portionibus in eaſdem partes caua eſt, intra ſe centrum grauitatis non extra habet *g*: ita vt abſurdum ſit illud dicere eſſe in L. Cæterum aliter & Eutocius propoſitionem demonſtrat. Cùm enim figuræ in infinitum deſcribi poſſint in portione aliæ aliis maiores, quarum centra grauitatum perpetuo accedunt ad centrum totius portionis, vt demonſtrauimus *h*: ſequitur (vt pateat) tandem ad aliquod centrorum interuallum poſſe deueniri, quod minus ſit quacumque linea propoſita. Verùm quia huic demonſtrationi obiici poteſt, dari in conicis figuris τὰς ἀσυμπτώτους, quæ cum in infinitum ad ſe mutuo accedant, nunquam tamen concurrunt *i*: non videtur abſoluta. Fuiſſet enim oſtendendum *l* approximationem fieri ſemper pluſquam dimidio, aut ſaltem dimidio interualli, quod nondum hic præſtare poſſumus, ſed enitemur poſt octauam huius.

f per 6. & 7. li. præce.
g per petit. 9. l præced.
h 2. lemma. huius prop.
i per 1 l 2. conic. Apol.
l vt hypoth. haberetur primæ l. 10.

ΠΡΟΤΑ. ϛ.

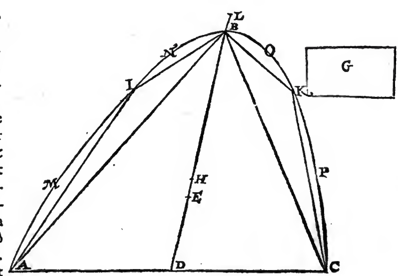
ΘΕΩΡ. ϛ.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, δυνατόν ἐστι εἰς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

PROP. VI.

THEO. VI.

Portione data comprehenſa recta linea, & rectanguli coni ſectione, poſſibile eſt in ipſa ſectione figuram euidenter inſcribere, ita vt recta linea quæ media fuerit inter centra grauitatum portionis, & inſcriptæ figuræ minor ſit, qualibet linea recta propoſita.



ΥΠΟΘ. Sit portio parabolica A.B.C.quę detur: proponatur etiam F. linea: ſitque centrũ grauitatis portionis H.

ΚΑΤΑ. In portione perſpicuè inſcribatur triangulum A.B.C.& quam rationem habet B.H.ad F. lineam, eãdem habeat triangulum A.B.C.ad planum G. [a] Perficiatur verò euidenter figura A.I.B.k.C.ita inſcripta vt portiones reliquæ A.M.I, I.N.B, B.O.k, k.P.C.minores ſint [b] plano G. Huius demum figuræ γνωρίμως inſcriptæ centrum grauitatis ſit [c] E.

a per 12 & 1.l.6. b per 2.l.10 c per προ-ζ̃ληuα lib. præced.

ΣΥΜΠ. Dico E.H, lineam mediam inter centra grauitatum portionis, & figuræ in portione euidenter inſcriptæ, minorem eſſe linea F.

ΑΠΟΔ. Si fieri poteſt ſit linea H.E. non minor linea F. Nam quia quatuor quantitatum, prima nempè portio A.B.C. maior eſt ſecunda, nempè triangulo A.B.C. tum tertia, ſcilicet planum G. excedit quartam, videlicet relictas portiones A.M.I, I.N.B, B.O.k, & k.P.C. prima habet [d] ad quartam, portio nimirum tota ad relictas portiones, maiorem rationem quàm ſecunda, ſeu triangulus A.B.C. ad quartam G. hoc eſt, quàm B.H.ad F. Verùm B.H.ad H.E. aut æqualem [e] (ſi H.E. ſupponitur æqualis ipſi F.) aut minorem [f] (ſi H.E. ponitur maior quàm F.) rationem habet quàm habeat ad F. Ergo turſus portio tota habet ad portiones relictas maiorem rationem, quàm B.H. ad H.E. Ita vt linea quæ ad H.E. eandem habuerit rationem, quam habet portio tota ad relictas portiones maior fuerit [f] quàm H.B. Ponatur eſſe H.L. Etenim quia eſt L.H. ad H.E, vt tota portio ad relictas: eſt verò H. centrum grauitatis totius portionis: ablatæ verò partis, nempè figuræ euidenter inſcriptæ centrum grauitatis eſt E. ſequitur [g] centrum grauitatis portionum relictarum eſſe punctum L. Quod eſt abſurdum. Oſtenſum enim eſt [h] portionum omnium centrum grauitatis eſſe in diametro B.D.

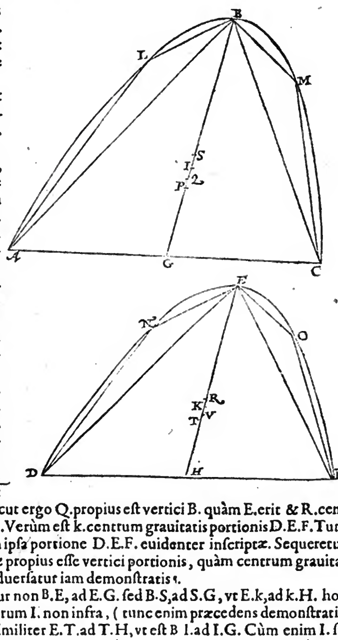
d per lem. 1. præced. e per 7 l.5. f per 8.l 5. g per 6. & 7 l. præced. h in lemmate præfixo 5. huius.

PROP. VII. THEOR. VII.

Duarum portionum ſimilium comprehenſarum ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, centra grauitatum in eadem ratione ſecant diametros.

ΠΡΟΤ. Ζ. ΘΕΏΡ. Ζ.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὰ κέντρα τῶν βαρῶν εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.



ΥΠΟΘ. Sint duæ portiones parabolicæ, & ſimiles A.B.C. D.E.F, quarum diametri ſint B.G, & E.H. grauitatumque centra I. & K.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico I. & K. puncta, ſimiliter ſecare diametros B.G, & E.H. ita vt B.I. ſit ad I.G, vt E.K. ad K.H.

ΚΑΤΑ. Hoc ſi non fuerit, ponamus [a] verbi gr. B. E. eſſe ad E.G, vt E.k, ad K.H. Tum imaginemur figuram A. L. B. M. C. γνωρίμως deſcriptam [b] in portione A.B.C. ita vt interſtitium centri Q. grauitatis ipſius figuræ, & centri I. grauitatis portionis, ſit minus linea data I. E. Tum in portione D. E. F. ſimilis [c] illi figuræ, figura ponatur, cuius grauitatis centrum ſit R.

a per 10. li. 6.

b per præcedentem.

c ſecundum αἴτημα 12. lo præced.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam figuræ euidenter deſcriptæ in portionibus ſunt ſimiles, earum grauitatis centra Q. & R. ſimiliter diuidunt [d] diametros B.G, & E. H. Eſt itaque B.Q. ad Q. G. vt E.R, ad R.H. Atqui fuit B.E, ad E.G, vt E.K, ad k.H. Sicut ergo Q. propius eſt vertici B. quàm E. erit & R. centrum propius vertici E. quàm k. Verùm eſt k. centrum grauitatis portionis D.E.F. Tum R. centrum grauitatis figuræ in ipſa portione D.E.F. euidenter inſcriptæ. Sequeretur ergo centrum grauitatis figuræ propius eſſe vertici portionis, quàm centrum grauitatis ipſiuſmet portionis, quod aduerſatur iam demonſtratis [e].

d per 3. huius.

e prop. 5. huius.

Ἑτέρα κατασκευή. Quod ſi ponatur non B.E, ad E.G. ſed B.S, ad S.G, vt E.k, ad k.H. hoc eſt, fiat ſectio ſimilis ſupra centrum I. non infra, (tunc enim præcedens demonſtratio minimè quadraret) ponatur [a] ſimiliter E.T. ad T.H, vt eſt B I. ad I.G. Cùm enim I. ſit infra S. erit T. infra k. ob ſimiles ſectiones. Nam cùm prima B I. ſit maior ſecunda B. S. & tertia S.G. quàm quarta I.G, habet [f] B.I, ad I.G, maiorem rationem quàm B.S. ad S G. Verum vt B.S, ad S.G, ſic eſt E k, ad k.H, & vt B.I. ad I.G. ſic eſt E.T. ad T.H. Habet [g] itaque E.T, ad T.H, maiorem rationem quàm E.k, ad k.H, & cõponẽdo [h] E.H, ad T.H, in maiori ratione eſt quã eadem E.H. ad k.H. vnde patet [i] T.H. eſſe minorem

f per 1 lemma præfixũ 6. huius.

g per 11 l. 5.

h per 18. l. 5

i per 8. li. 5.

T·k, & ideò k· centrum grauitatis portionis, propius eſſe vertici E.quàm T· Iam in D. E.F· portione figura euidenter inſcribatur [a],ita vt interuallum centri grauitatis ipſius, & centri k. minus ſit quàm linea T.k, ac ſi eſſet V· centrum grauitatis inſcriptæ γνωρίμως figuræ. Atque tandem ſimilis [b] huic,alia figura, parium ſcilicet numero laterum, cuius centrum grauitatis incidet neceſſario intra puncta I.& S.

a per præc.

b ſecundum αἴτημα 12. l.præced.

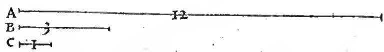
ΑΠΟΔ. Vt etenim antea, probabitur centrum figuræ inſcriptæ in A. B. C. propius eſſe vertici B.quàm I.centrum portionis,quod eſt itidem abſurdum. [c]

c propoſit. 5. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Si prima magnitudo fuerit quadrupla ſecundæ, & ſecunda tripla tertiæ: prima ſecundæ & tertiæ ſimul, tripla erit.

ΥΠΟΘ. Sit A. quadrupla B. & B. tripla C.



ΣΥΜΠ. Dico A.eſſe ambarum B. & C.triplam.

ΑΠΟΔ. Nam quia B.tripla eſt C. binæ B. & C. ſimul ſunt quadruplæ vnius C. Vt ergo A.ad B,ſic B.& C.ad C. & viciſſim eſt A.ad B.& C. vt B. ad C. Sed B. eſt tripla C· Igitur A. eſt ambarum B. & C.tripla.

ΠΡΟΤΑ. H. PROP. VIII.

ΘΕΩΡ. H. THEOR. VIII.

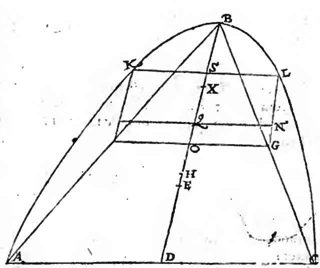
Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος διαιρεῖ τὰν τοῦ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἡμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος τοῦ ποτὶ τὰν βάσιν.

Cuiuſcumque portionis cõprehenſæ ſub recta, & rectanguli coni ſectione, centrum grauitatis dirimit portionis diametrum, ita vt pars ipſius quæ eſt ad verticem, ſit ſeſquialtera partis, quæ eſt verſus baſim.

ΥΠΟΘΕ. Sit portionis A.B.C. comprehenſæ ſub recta linea A. C. & ſectione rectanguli coni A. k.B.L.C, diameter B.D, & centrum grauitatis H.

ΣΥΜΠΕ. Dico H. centrum ita diuidere diametrum B.D, vt pars B. H. ſit ſeſquialtera partis H. D.

ΚΑΤΑΣ. Deſcribatur in portione euidenter [a] triangulus A.B.C. dirimanturque [b] B. A, B. C. latera bifariam punctis F.& G,& diametro B.D. agantur [c] parallelæ F.k, G. L, diametri [d] portionum reliquarum A.B.k, & C.B.L.

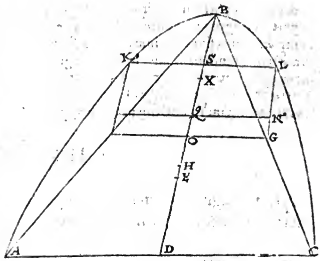


a per manif. huius.

b per 10 l.1

c per 31.l.1.

d per 46.l.2 conic. Apoll.



Harum autem portionum reliquarum centra grauitatum ſint M. N, iunganturque lineæ k. L, M.N,F.G, quæ inter ſe erunt parallelæ. Nam cum K. F, & L. G,
a per manifeſt. huius. ſint æquales [a] & parallelæ, ſunt [b]
b per 33 l. 1. iungentes k.L, & F.G, parallelæ. Tum quia M. & N. ſimiliter ſe-
c per præcedentem. cant [c] æquales K.F, L.G, ſunt [d]
d per 15. l. 5 quoque M.F, & L.G, æquales, & ideò M.N, & F. G, rurſus parallelæ. Trianguli demum A.B.C, centrum grauitatis ſit E. & partis diametri B.S, tertia pars ſit S.X.

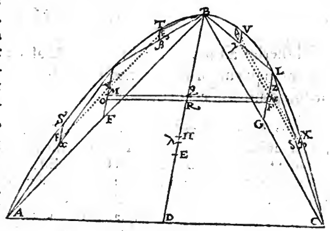
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Qualium partium B.S, eſt vna, talium S.D, tres continet [a]: Eſt ergo B.S. quarta pars ipſius B.D. Atqui cum trianguli B.A.D. latus B. A, bifariam ſecetur, etiam B.D, bifa-
e per 2. l. 6. riam ſecatur [e] in O. ita vt cum B.O. ſit ſemiſſis ipſius B.D, & B.S, eiuſdem quarta, ſint B.S, & S.O. æquales. Sunt [b] autem K.F, S.O, L.G. æquales, proinde quæque ipſarum
f per 1. lem. præfixum 3. huius. K.F, L.G, S.O, eſt quarta pars diametri B.D. Similium [f] autem portionum A.B.C, totius & reliquarum A.K. B, B.L.C, centra grauitatum H.M.N, ſimiliter ſecant [c] diametros B.D, K.F, L.G. Vt ergo B.H, ad H.D, ſic k.F, ad k.M, vel L.N, ad N.G, & permutando, vt B.D. quadrupla eſt alterutrius k.F, ſeu L.G, ſic B.H. quadrupla eſt alterutrius K.M, vel L.N, ſeu etiam ipſius S.Q. vnicuique ipſarum æqualis. Iam quia B.D.
g per fabricam. prima, quadrupla eſt ſecundæ B.S, & B.S. tripla [g] tertiæ S.X, eſt [h] prima B.D, ambarum
h per lemm. præc. B.S, S.X. hoc eſt, totius B.X. tripla. Sed eſt [i] B.D. etiam tripla ipſius E.D, quia E. eſt triãguli A.B.C. centrum grauitatis. Proinde B.X, E.D, & tandem E.X. ſunt æquales.
i per lem 3. præfixi 15 l. præc. coroll. Rurſus quia Q. eſt [l] centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duabus portionibus A.k.B, B.L.C. Tum E. eſt centrum grauitatis trianguli A.B.C. demum H. centrum
l per lemma præfixum 5. huius. grauitatis totius portionis: ſequitur [m] Q.H, eſſe triplam ipſius H.E, vt triangulus A.B.C. triplus eſt [n] portionum reliquarum A.k.B, B.L.C. Ex his ſic argumentamur: B.H.
m per 6. li. præc. eſt quadrupla ipſius S.Q. Et proinde ſublata S.Q. ex B.H, reliquæ B.S, & Q.H, adhuc
n per 17. vel 24. lib. de quadr. parabol. ter continent S.Q. Atqui harum altera B.S, eſt [g] tripla partis S.X, reliqua igitur Q.H, eſt reliquæ partis X Q. tripla. Sed eadem Q.H. oſtenſa eſt tripla interualli H.E. Ergo H.E. & X.Q, ſunt æquales. Et qualis Q.H, fuerit tripla, talis X.E. erit quintupla, & X.H. quadrupla. Sunt autem probatæ æquales D.E, E.X, X.B, qualis igitur fuerit quindecupla B.D, talis erit noncupla B.H, & H.D. ſextupla. Eſt itaque B.H, ad H.D, vt nouem ad ſex, hoc eſt, in ratione ſeſquialtera, quod fuit probandum.

COROLLARIVM I.

Totas ergo diameter B.D. eſt quindecupla interſtitij H.E, & ſe habet ad maiorem
o per 8 l. 5. ſui partem B.H. vt 15. ad 9. & ideò in maiori ratione [o] quàm ſeſquialtera, ſcilicet quàm haberet ad decem, quod hic notaſſe non erit ſuperuacaneum, cum futurum ſit vſui in
p lib. 2. περὶ ὀχουμένων. ſequentibus. [p]

COROLL. II.

Quod polliciti ſumus προκαπ̓ζομ hic ſubiungemus, nempè ſingulis figurarum euidenter inſcriptarum in portionibus parabolicis, reſecari pluſquam dimidium interualli, quod eſt inter centra grauitatum totius portionis, & figuræ præcedentis.



Repetatur enim præcedens portio A.B.C, cuius diameter B.D. centrumque grauitatis H. In ea ſit triangulus primo euidenter deſcriptus, cuius centrum grauitatis ſit E. vt priùs. Iam augeatur figura, & ex triangulari fiat quinquangularis, nempè A.K.B.L.C, deſcriptis ſcilicet triangulis A.K.B, B.L.C. in portionibus A.B.K, C.B.L, quarum diametri ſint F.K, G.L. grauitatumque centra M & N. Pariter in ipſis diametris centra grauitatum triangulorum A.K.B, B.L.C. ſint O. & P. & hæc centra coniungantur lineis M.N, O.P, quæ ſecent diametrum B.D. in punctis Q. & R. Portionum demum reliquarum ex quinquangulari figura A.S.K, K.T.B, B.V.L, L.X.G. diametri ſint α.S, β.T, γ.V, δ.X, centraque grauitatum ι.ζ.θ.κ, quæ bina iungantur lineis ι.ζ, θ κ, ſecantibus diametros F k, & G.L, in punctis Y. & Z. Denique figuræ A.k.B.L.C, centrum grauitatis ſit λ.

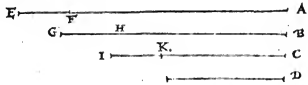
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico interſtitium centrorum λ.E, eſſe pluſquam dimidium interualli H.E.

ΑΠΟΔΕΙ. Triangulus A.B.C, eſt [a] magnitudinis compoſitæ ex duobus triangulis A.k.B, B.L.C. quadruplus: Atqui illa compoſita magnitudo ponderat in R. Tota verò figura A.k.B.L.C, in λ. triangulus demum in E. Ergo R.λ. eſt [b] quadrupla interualli λ.E. Atqui Q.H. eſt [c] tripla ipſius H.E. Si itaque λ.R. fuerit æqualis ipſi Q.H, erit λ.E, vna quarta ipſius Q.H, cuius H.E, eſt vna tertia. Differt autem vna quarta ab vna tertia eiuſdem totius minori interuallo quàm dimidio tertiæ. Nam vna ſexta multo minor quàm quarta, eſt ſemiſſis tertiæ: atqui Q.H, & R.λ, ſunt æquales. Nam quæ pars eſt H.E, diametri B.D, eadem eſt [d] O.M, alterius F.k. Vt ergo B.D, ad H.E, ſic [e] k.F, ad O.M, & viciſſim [f], vt B.D, ad F.k, ſic H.E, ad O.M. Eſt [g] autem B.D, quadruplus ipſius k.F. Ergo H.E, eſt quadruplus ipſius O.M, hoc eſt Q.R. Vt eſt ergo Q.E, ad H.E, ſic eſt H.E, ad Q.R, & vt H.E. metitur E Q, ſic Q.R, metitur H.E. Metiens ergo Q.R, partem H.E, metitur [h] & totum Q.E. Eadem vtique Q.R, metiens [i] totum Q.E, & partem Q.R, metietur & R.E, reliquum. Et [l] qualium erit Q.E, ſexdecim, erit H.E. quatuor, & Q.R. 1, earumdemque R.E, erit 15. Et cùm ſit R.λ. partis λ.E, quadrupla, earumdem erit R.λ. duodecim, & λ.E. tria. Vnde ſequitur λ E. deficere tantum ab E.H. vna quarta ipſius E.H, & proinde interualli E.H, eſſe tres quartas, magiſque quàm dimidium. Vel rurſus ſequitur λ.H, eſſe æqualem ipſi Q.R: Proinde ſi vtrique addatur communis H.R, erit R.λ. æqua ipſi Q.H: vnde rurſus ſequetur E.λ, maius eſſe, quàm dimidium H.E, quod fuerat probandum. En igitur hinc probationem quintæ propoſitionis huius euidentiſſimam elicies.

[a] per 21. l. 1. de quadrat. parab.
[b] per 6. l. preced.
[c] vt mox probauimus
[d] per proximam
[e] per 15 l. 5
[f] per 16 l. 5.
[g] vt mox probauimus
[h] per 12. l. 10. & coroll. 3. eiuſdem.
[i] per coroll. 3 lib. 10.
[l] per 5. l. 10

ΛΗΜΜΑ A.

Quatuor magnitudinum inæqualium in continua proportione exiſtentium, exceſſus in eadem proportione exiſtunt.



ΥΠΟΘ. Sint A.E, B.G, C.I & D, continuè proportionales.

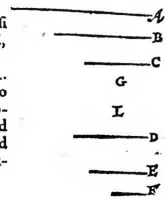
ΣΥΜΠΕ. Dico exceſſus E.F, G.H, I.k, in eadē eſſe proportione.

ΑΠΟΔ. Etenim quoniam A.E, ſuperat B.G, exceſſu E.F, eſt F.A, æqualis ipſi B.G. Tum quia B.G, ſuperat C.I, quantitate H G, ſunt B.H, & C.I, pares. Denique cum I.k, ſit, ex quo C.I, excedit D, ſunt C.k, & D, æquales. Itaque cum ſit A.E, ad B.G, vt B.G, ad C.I, eſt item A.E, tota ad totam B G, vt ablata A.F. ad ablatã B.H, & proinde ſic [a] quoque eſt reliqua E.F, ad reliquã G H. Eadem ratione vt B.G, ad C.I, hoc eſt [b] vt A.E ad B.G, ſeu vt E F, ad G.H, ſic eſt G.H, ad I.k, quod fuit probandum.

[a] per 19 l. 5
[b] per 11 l. 5

ΛΗΜΜΑ Β.

Si fuerint aliquot magnitudines, & aliæ totidem in eadem ratione: vt fuerint in primo ordine omnes præcedentes ad vltimam, ſic erunt in alio ordine omnes præcedentes ad vltimam.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt D. ad E. & ſit B. ad C. vt E. ad F. Et ſi placet rurſus C. ad G. vt F. ad L. Dico A. B. eſſe ad C. vt D. E, ſimul ad F. vel tres A. B. C. ſimul ad G. vt D. E. F, ad L.

a per 18. l. 5. b per 22. l. 5. ΑΠΟΔ. Nam quia A. eſt ad B, vt D. ad E. coniungendo [a] A. B. ſunt ad B. vt D. E, ad E. Atqui B. eſt ad C. vt E. ad F. Ergo ex æquo [b] A. B. ſunt ad C. vt D. E. ad F. Et ſi vlterius ſit progrediendum coniungendo [a] A. B. C. ſunt ad C. vt D. E. F. ad F. Et cùm ſit C. ad G. vt F. ad L. erunt [b] ex æquali A. B. C, ad G, vt D. E. F, ad L. & ſic de reliquis, ſi maior ſit magnitudinum numerus.

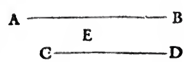
ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc colligo vtramque ſimul A. D, eſſe ad vtramque ſimul B. E, vt A. ad B, vel D. ad E. & ita de reliquis.

c per 12. l. 5. ΑΠΟΔ. Nam quia A. eſt ad B. vt D. ad E. ſunt antecedentes A. D, ad conſequentes B. E, vt A, ad B, ſic B. E, ſunt ad C. F, vt B. ad C.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Magnitudo magnitudinis ſeſquialtera, trium eiuſdem quintarum eſt dupla ſeſquialtera.



ΥΠΟΘ. Sit A. B, dupla ſeſquialtera ipſius C. D.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. eſſe ad tres quintas C. D, duplam ſeſquialteram.

ΚΑΤΑ. Sit C. E vna decima ipſius C. D.

ΑΠΟΔ. Quoniam C. E, metitur C. D, decies, metietur A. B, quindecies. Atqui eadem C. E, metitur tres quintas totius C. D, ſexies. Ergo C. E, metitur, & A. B, & tres quintas C. D. atque ſe habet A. B, ad $\frac{3}{5}$ C. D, vt numerus 15, ad numerum 6. hoc eſt in ratione dupla ſeſquialtera, quod fuit probandum.

PROP. IX. THEOR. IX.

Si quatuor fuerint lineæ proportionales in continua proportione, & quam habet rationem minima ad exceſſum quo maxima excedit minimã, eãdẽ aliqua aſſumpta habeat ad tres quintas exceſſus, quo ſuperat maxima proportionaliũ tertiã, quã verò rationẽ habet æqualis duplę maximę proportiona-

ΠΡΟΤ. Θ. ΘΕΩΡ. Θ.

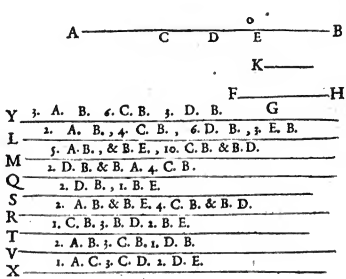
Εἴκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπτημόρια τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας· ὃν δὲ ἔχει λόγον ἁ ἴσα τᾷ τε β. τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλογᾶν,

καὶ τᾷ δ. τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ϛ. τᾶς γ. καὶ τᾷ γ. τᾶς δ. ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε ε. τᾶς μεγίστας, καὶ τᾷ ι. τᾶς β. καὶ τᾷ ι. τᾶς γ. καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς δ. τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀναλογουσᾶν τρίτας· συναμφότεραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσοῦνται δύο πεμπτημόρια τᾶς μεγίστας.

liũ & quadruplæ ſecũdæ & ſextuplæ tertiæ & triplæ quartæ ad æqualem quintuplæ maximæ,& decuplæ ſecundæ & decuplæ tertię,& quintuplæ quartæ, eadem habeat quædam aſſumpta ad exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat: hæ duæ aſſumptæ ſimul erunt duę quintæ ipſius maximæ.



ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. B, C. B, D. B, E. B. continuè proportionales. Vt vero ſe habet E. B. ad A. E. exceſſum quo maxima proportionalium A. B. ſuperat minimam earumdem E. B. ita ſe habeat aſſumpta F.G. ad K. æqualem tribus quintis tertiæ proportionalium D. B. Rurſus ponatur L. continere bis A. B. quater C. B. ſexies B.D. & ter E. B. Tum aliam M. æqualem eſſe quintuplo duarum A. B. & B. E. tum decuplo duarum C. B. & B. D. Et demum vt L. eſt ad M. ſic linea G. H. aſſumpta ſe habeat ad A. D. exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat.



ΣΥΜΠΕ. Dico aſſumptas ſimul F. G, G. H. eſſe duas quintas maximæ A. B.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur lineæ R. S. T. V. X. Y. Q. quarum R. contineat bis A. B. & B. E. extrema, & quater C.B. & B.D. medias: Tum S. bis D.B. & ſemel B. E. Præterea T. æquetur ſemel C. B. ter B. D. & bis B. E. Adhuc ſit in V. bis A. B. ter C.B. ſemel D.B. Rurſus X. habeat ſemel A. C. ter C. D. bis D. E. Demum Y. complectatur ter A. B. ſexies C.B. ter D. B. Denique Q. æqualis ſit duabus D. B. & duabus B. A. & quatuor C. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Quia ſunt continuè proportionales A. B, B. C, B. D. B. E. vt ipſæ ſunt inter ſe, ſic ſunt [a] exceſſus A. C, C. D, D. E. Cum ergo ſint tres proportionales A. B, C. B, D. B. & aliæ totidem in eadem proportione A. C, C. D, D. E vt ſunt A. B, B. C. [b] ſimul ad tertiam D. B. ſic A. C, C. D. ſimul, ſeu A. D. ad D. E. vel [c] duplæ ad duplas. *Hoc eſt, vt linea comprehendens bis A. B. & B. C. ad duplam lineæ D. B. ſic eſt A. D. ad D. E.* Atq; hæc ſit prima concluſionum duodecim, quibus hanc alioquin obſcuram demonſtrationem abſoluemus. Deinde C. B, B. D, B. E. ſunt continuè proportionales, & totidem in iiſdem rationibus A. C, C. D, D. E. Propterea *vt C. B, B. D. ſimul ad B. E. ita eſt* [b] *A. D. ad D. E.* Secunda concluſio.

[a per lemma praced. b per 2 lemma. c per 15 l. 5.]

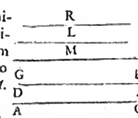
Iam tria quantitatum paria habemus in eadem ratione, nempè A. D. ad D. E. tum [d] linea comprehendens bis A. B, B. C. ad duplam lineæ D. B. demum [e] æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. Cum itaque compoſita bis ex A. B. & B. C. ſit ad duplam lineæ D. B. vt æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. antecedentes [f] ſimul, nempè bis A. B. ter C. B. & ſemel D. B. hoc eſt V. ſunt ad conſequentes ſimul, nempe ad æqualem duplæ D. B. & lineæ B. ſcilicet ad S. vt vna antecedens ad vnam conſequentem, ſcilicet vt lineæ C. B, B. D. ad B. E. ſeu vt A. D. ad D. E. *Proinde V. eſt ad S. vt A. D. ad D. E.* Tertia concluſio.

[d per 1. concluſ. e per 2. concluſ. f per 12. l. 5.]

Atqui linea compoſita ex duplo A. B. duplo B. E. & ex quadruplis linearum C. B. & B. D. vti R. maior eſt [g] quàm V. Habet [h] igitur R. ad S. maiorem rationem quam V. ad eandem S. hoc eſt quàm A. D. ad D. E fiat A. D. ad D. O. vt R. ad S. erit [h] enim D. O. minor quàm D. E. & inuertendo [i] vt D. O. ad D. A. ſic erit S. ad R. & coniungendo [l] A. O. erit ad D. A. vt R. & S. ſimul, hoc eſt L. ad R. & rurſus inuertendo [i] vt D. A ad A. O. ſic R. ad L quarta concluſio.

[g per fabr. h per 8 l. 5. i per coroll. 4. l 5. l per 18 l 5. m per hypotheſim. n per 23 l. 5]

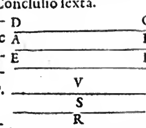
Vt [m] autem D. A. ad G. H ſic eſt L. ad M. ita vt tres ſint magnitudines R. L. M. & aliæ totidem G. H, D. A, A. O. in quarum primis, eſt R. ad L. vt in ſecundis D. A. ad O. A. Et vt L. ad aliquam M. ita aliqua G. H. ad antecedentem D. A. Ex perturbata [n] ergo proportione G. H. eſt ad O A. vt R. ad M. & inuertendo [i] *O. A. eſt ad G. H. vt M. eſt ad R.* Quinta concluſio.



At vero M. continet quinquies A. B. & B. E. Sed R. eaſdem A. B. & B. E. tantum bis continet. Ergo ratione harum partium eſt M. ad R. in ratione dupla ſeſquialtera. Tum M. continet rurſus decies C. B. & B. D. quas tantum quater continet R. Ergo rurſus propter has partes eſt M. ipſius R. dupla ſeſquialtera. Tota proinde M. eſt [o] ad totam R. in ratione vt 5. ad 2. hoc eſt dupla ſeſquialtera. Atqui vt M. ad R. ſic O. A. ad G. H. *Ergo O. A. eſt* [p] *ad G. H. vt 5. ad 2.* Concluſio ſexta.

[o per 5. concluſ. p per 11 l. 5. q Ex diſcurſu 4. concl. r per 3 concluſ. s per coroll. 19. l. 5.]

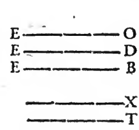
Cæterum vt D. O. ad D. A. ſic S. ad R. [q] Et vt D. A. ad aliquam E. D. ſic [r] aliqua V. ad S. Vt [n] igitur D. O. ad E. D. Sic V. ad R. & inuertendo [i]. Vt D. O. ad E. D. ſic R. ad V. Et rationis conuerſione [s] vt R. ad exceſſum quo R. ſuperat V. nempe ad T. ſic E. D. ad E. O. & inuerſione [i] *vt T. ad R. ſic E. ad E. D.* Concluſio ſeptima.



Nunc ex hypotheſi vt A. B. ad C. B. ſic D. B. ad E. B. & diuidendo vt A. C. ad C. B. ſic [t] D. E. ad E. B. Eodemque argumento vt eſt C. D. ad D. B. ſic D. E. ad E. B. Proinde vt [c] triplum C. D. ad triplum D. B. ſic D. E. ad E. B. Et adhuc vt duplum D. E. ad duplum E. B. ſic D. E. ad E. B. Ergo tres antecedentes [f] A. C. triplum C. D. & duplum D. E. quos complectitur X. ad tres conſequentes C. B. triplum D. B. duplum E. B. quos continet T. ſunt vt D. E. ad E. B. Concludamus itaque octauo *X. eſſe ad T. vt D. E. ad E. B.*

[t per 17. l. 5.]

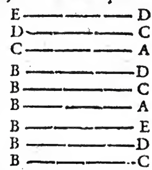
Sunt itaque duo magnitudinum ordines: in quorum primo vt E. O. ad E. D. ſic in ſecundo T. ad R. Et vt in primis conſequens E. D. ad aliquid E. B. ſic aliquid X. ad primi antecedentem T. Vnde ſit [n] vt E. O. ſit ad E. B. ſicut X. ad R. perturbatim. Et componendo [l] *vt O. B. ad E. B. ſic X. & R. ſimul, hoc eſt Y. ad R.* Concluſio nona.



Præterea quoniam vt A. C. ad C. D. ſic D. C. ad D. E. Et vt [v] C. D. ad D. E. ſic A. B. ad C. B. & C. B. ad B. D. ac B. D. ad B. E. Et inuerſim E. D. ad D. C. vt D. ad C. A. Et B. E. ad B. D. vt B. D. ad B. C. & B. C ad B. A. fiant ergo magnitudinum tres ordines

[v hoc probatur in 1. concluſione]

& in ordine quolibet tres ſint quantitates in eadem proportione: nempè in primo E. D, D. C, C. A. in ſecundo B. D, B. C, B. A. in tertio B. E, B. D, B. C. Etenim quia omnium eadem eſt proportio vt erunt [a] duæ A. C, C. D. ad tertiam D. E. ſic binæ A. B, C. B. ad vnicam B. D. Et rurſus vt binę B. A, B. C. ad B. D. ſic duæ ſimul B. C, B. D. ad tertiam B. E. Et coniunctim [b] vt quatuor A. B, C. B, C. B, B. D. ad duas B. D, B. E. ſic duæ A. B. B. C. ad B. D. hoc eſt, ſic A. C, C. D. ad E. D. & inuertendo [c] E. D. eſt ad duas A. C, C. D. hoc eſt, E. D. eſt ad A. D. vt duæ ſimul B. E, B. D. ad quatuor B. A, B. C. B. C. & B. D. & coniungendo [b] vt E. A. ad D. A. ſic ſex B. D, B. C, B. A, B. E, B. D, B. C. ad quatuor B. C, B. A, B. D, B. C. Atqui illæ ſex æquantur his ſex, nempe lineis E. B, B. A. & duplis duarum B. D, & B. C. Tum illæ quatuor continent B. D, B. A. & bis C. B. Vt igitur E. A. ad D. A. ſic eſt linea compoſita ex E. B, B. A. & duplis linearum B. D, & B. C. ad lineam compoſitam ex B. D, B. A. & ex duplo C. B. Et ex conſequenti vt E. A. ad D. A. ſic eſt [d] linea dupla illius ad lineam huius duplam: nempe compoſita ex duplo E. B. & B. A. & ex quadruplo linearum B. D. & B. C. qualis eſt R. ad lineam compoſitam ex duplo B. D. & B. A. & quadruplo C. B. cuiuſmodi eſt Q. Videlicet vt E. A. ad D. A. ſic eſt R. ad Q. Et ex conſequenti [d] vt E. A. ad tres quintas ipſius D. A. nempe ad K. ſic eſt R. ad tres quintas lineæ Q. Vt autem E. B. ad E. A. ſic aſſumpta eſt F. G. ad K. inuertendo [c] ergo eſt A. E. ad E. B. vt K. ad F. G. & viciſſim [e] E. A. eſt ad K. vt E. B. ad F. G. Proinde *vt E. B. ad F. G. ſic R. ad tres quintas lineæ Q.* Decima concluſio.



a per 2. lemma.
b per 18. l. 5
c per hypotheſim.
d per 15. l. 5.
e per 16. l. 5.

Iam autem probauimus [f] O. B. ad E. B. vt Y. ad R. hic vero oſtendimus E. B. ad F. G. vt R. ad $\frac{3}{5}$ lineæ Q. Ergo ex æquo [g] O. B. eſt ad F. G. vt Y. ad $\frac{3}{5}$ lineæ Q. Atqui Y. eſt ad totam Q. in ratione ſeſquialtera. Nam Y. continet ter A. B, D. B. quas continet Q. tantum bis: tum Y. habet ſexies C. B. eas vero Q. ſolum quater complectitur. Ergo Y. eſt [h] ad tres quintas lineæ Q. in ratione dupla ſeſquialtera: vnde ſequitur *O. B. eſſe ad F. G. in ratione dupla ſeſquialtera:* quæ eſt concluſio vndecima.

Iam tandem repetendum eſt, oſtenſum eſſe [i] A. O. ad G. H. in ratione dupla ſeſquialtera: cum itaque hic oſtenderimus F. G. eſſe ad O. B. in eadem ratione. Optimè conſequimur [l] totum A. B. eſſe ad totam F. G. in ratione dupla ſeſquialtera, nempe F. G. eſſe $\frac{2}{5}$ ipſius A. B. quæ eſt vltima & duodecima concluſio quæſita.

f per 9. concluſion.
g per 22. l. 5
h per 3. lemma praeced.
i per concl. 6
l per 12. l. 5. & 6[?]. lemmatis 2. praec.

ΛΗΜΜΑ.

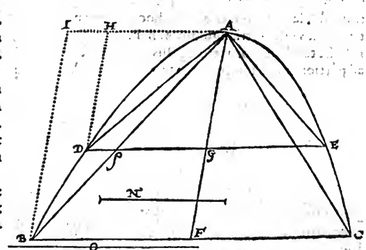
Si in aliqua parabola lineæ ordinatim ducantur: portiones ab ipſis conſtitutæ ſe habent inter ſe vt cubi baſium vel ſemiſſium baſium ipſarum portionum.

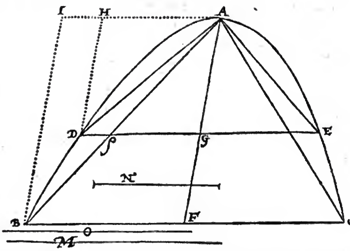
ΥΠΟΘ. In parabola A. B. C. linea D. E. ordinatim ducatur, fiatque portio A. D. E.

ΣΥΜΠ. Dico portionem A. B. C. eſſe ad portionem A. D. E. vt cubus baſis B. C. ad cubum baſis D. E. vel vt cubus ſemiſſis B. F. ad cubũ ſemiſſis D. G.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A. B, A. C, A. D, A. E. & perficiantur parallelogrã-ma F. I. G. H.

ΑΠΟΔ. Portio A, B, C. ſe





habet ad triangulum A. B. C. vt alia A. D. E. ad trigonum A. D. E. nimirum in ratione ſeſquitertia *a* permutando *b* ergo portio A. B. C. ſe habet ad portionem A. D. E. vt trigonus A. B. C. ad trigonum A. D. E. vel vt ſemiſſis *c* A. B. F. ad ſemiſſem A. D. G. vel denique vt parallelogrammum F. I. duplum *d* trigoni A. B. F. ad parallel. G. H. duplum *d* alterius A. D. G. Sunt autē parallelogramma F. I. G. H. æquiangula. Nam anguli primum D. G. A. & B. F. A. ſunt *e* æquales, quia ſunt B. C. & D. E. parallelæ, & ordinatim *f* poſitæ, ipſiſque oppoſitis *g* I. & H. Deinde ambo A. G. E, A. F. C. ſunt *e* pares, quibus item pares ſunt H. D. G. & I. B. F. qui proinde rurſus inter ſe æquales ſunt, ſequitur *h* ergo rationem parallelogrammi F. I. ad aliud G. H. componi ex rationibus B. F. ad D. G. & F. A. ad A. G. Ex ijſdem proinde componitur ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. Eſt *i* autem ratio F. A. ad A. G. eadem quæ quadrati B. F. ad quadratum D. G. vel quadrati *l* B C. ad quadratum D. E. Propterea ratio portionis A. B. C. ad portionem D. E. F. componitur ex rationibus B. F. ad D. G. ſeu B. C. ad D. E. & quadrati B. C. ad quadratum D. E. Atqui ex ijſdē *l* componitur ratio cubi B. C. ad cubum D. E. Ergo ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. componitur ex iiſdem rationibus quibus ratio cubi A. C. ad cubum D. E. vel *l* cubi B. F. ad cubum D. G. Proinde ſunt rationes eædem, & eſt portio ad portionem vt cubus ad cubum, quod fuit probandum.

a per 17. & 24 lib de quadrat. parabol. — b per 16. l. 5. — c per 15 l. 5. — d per 41. l. 1 — e per 29 l. 5 — f per defin. 16. l. 1. con. Apoll. — g per 33. l. 1. — h per 23 l. 6 — i per 3. lib. de quadr. parabol. vel 20. l. 1. conic. Apoll. — l per 33. l 11. & 11. lib. de conoid. & ſphær.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur *m* inter *p*. G. & B. F. media proportionalis N. Tum vt *p*. G. eſt ad B. F. ita fiat *n* B. F. ad M. demum inter B. F. & M. media ſit O.

ΑΠΟΔ. Vt B. F. ad *p*. G. ita *o* F. A. ad A. G. Sed vt F. A. ad A. G. ita *p* quadratum B. F. ad quadratum D. G. Ergo vt B. F. ad *p*. G. ita quadratum B. F. ad quadratum D. G. & ita quoque eſt *q* quadratum B. F. ad quadratum N. Ergo D. G. & N. ſunt *r* æquales. Et eſt D. G. media proportionalis inter B. F. & *p*. G. Et eſt *p*. G. ad B. F. in ratione dupla D. G. ad B. F. Verum B. F. eſt ad M. vt *p*. G. ad B. F. Ergo B. F. eſt ad M. in ratione dupla D. G. ad B. F. Sed eſt quoque eadem B. F. ad M. in ratione dupla B. F. ad O. vel O. ad M. Ergo D. G, B. F, O. & M. ſunt continue proportionales, & propterea *ſ* cubus D. G. eſt ad cubum B. F. vt D. G. ad M. Atqui triangulus D. A. G. ſe habet ad triangulum A. *p*. G. vt *t* D. G. ad *p*. G. Tum trigonus A. *p*. G. eſt ad A. B. F. triangulum in ratione dupla *v* lateris *p*. G. ad B. F. hoc eſt *x* lineæ *p*. G. ad M. Proinde ex æquo A. D. G. triangulus eſt *y* ad triangulum A. B. F. vt D. G. ad M. ergo vt cubus D. G. ad cubum B. F. Et tandem *z* totus triangulus A. D. E. eſt ad trigonū A. B. C. ſeu *zz* portio minor ad portionem maiorem vt cubus D. E. ad cubum A. C. quod fuit probandum.

m per 13. l. 6 — n per 11 l. 6. — o per 4 l. 6. — p per 20. l 1 Conic. — q per 10 definit lib. 5. & 20. prop. lib. 6. — r per 7. l. 5. — ſ per coroll. 33. l. 11. — t per 1. l 6. — v per 19. l. 6 — x per 10. definit. l. 5. — y per 22. l. 5 — z per 15. & 12. l. 5. — zz per 11. l. 5

PROP. X. THEOR. X.

Cuiuſcumque fruſti à rectā-guli coni ſectione dirempti centrum grauitatis eſt in recta linea quæ diameter eſt fru-

ΠΡΟΤ. Ι. ΘΕΩΡ. Ι.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστὶν ἁ διαμε-

ζυγὸς ἐστὶ τοῦ τόμου τὸν δὲ ζυγὸν κείμενον, διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου· ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦ αὐτοῦ ἔχειν λόγον ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βάσεων τοῦ τόμου· ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τῶν βάσεων, καὶ τῷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων τοῦ τόμου· ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέρᾳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος, καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

ſti: eo ſcilicet modo iacens in media quinta huius rectæ lineæ in quinque partes æquales ſectæ, vt particula ipſius quintæ propior minori baſi fruſti ad reliquam particulam eam rationem habeat quam habet ſolidum habens quidem baſim quadratum maioris baſis fruſti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ minoris baſium, & maiori baſi, ad ſolidum baſim habens quadratum minoris baſis fruſti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ maioris baſis & minori ipſarum.

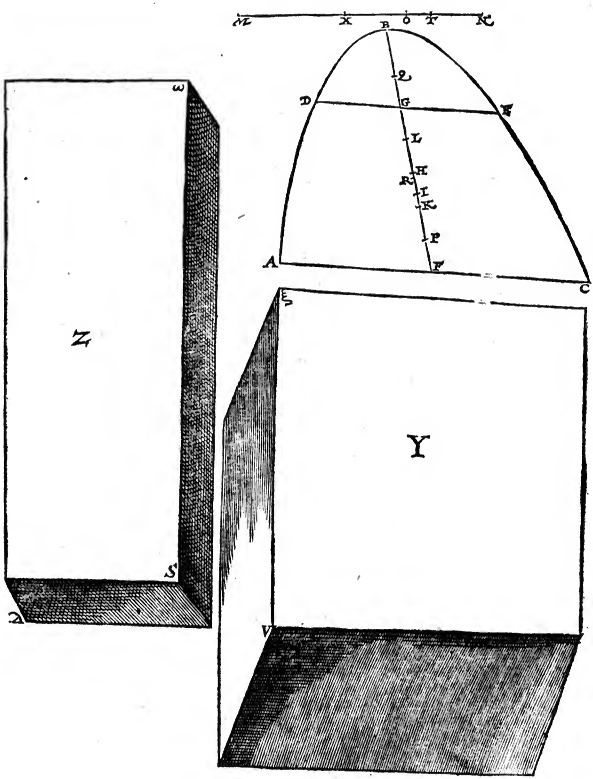
ΥΠΟΘΗΚΗ.

Antequam ad propoſitionis huius demonſtrationem accedamus, operæ pretium facturi videmur, ſi primò monuerimus diuersè legi contextum propoſitionis. Etenim vulgares libri ſolidorum, quorum hic fit mentio, baſes determinant quadratis mediarum duntaxat baſium fruſti: videlicet, primo ſolido baſim tradunt τὸ τετράγωνον ἀπὸ ἡμίσεος τᾶς μείζονος τᾶν βάσιων. Secundo vero baſim aſſignant τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεος τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων. Codex vero regius manuſcriptus quadrata totarum fruſti baſium, pro ſolidorum baſibus tradit: nempe primo quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βάσιων. Secundo vero quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων. Deinde in altitudinibus eorumdem ſolidorum variare Archimedem. Nam cum in textu propoſitionis primo altitudinem dediſſet τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων, καὶ τᾷ μείζονι, eidem in textu altitudinem tribuit τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε β. τᾶς δ. κ. καὶ τᾷ α. ζ. ſcilicet duplo minorem, & æqualem tantum duplæ dimidiæ minoris baſis, & dimidiæ maioris baſis. Secundo itidem plano altitudinem aſſignat primo duplam maioris baſis & baſim minorem: in demonſtrationis vero ὑπεναντίον tantum ſemiſſem concedit. Verum vbique eadem eſt orationis conſtantia & propoſitionis ſenſus. Etenim ſolida quæ baſes habebunt quadrata dimidiarum baſium, altitudines vero ſiue duplas dimidiarum, ſiue duplas integrarum baſium cum maiori vel minori, aut dimidio maioris vel minoris baſis, ſeruant inter ſe eandem rationem quam quæ habent baſes quadrata integrarum baſium, & illas altitudines. Nam ſolidorum ſimilium ratio componitur [a] ex rationibus baſium & altitudinum. At vero ratio quadrati lineæ A. ad quadratum lineæ B. eſt [b] eadem quæ quadrati dimidiæ lineæ A. ad quadratum ſemiſſis lineæ B. Tum ratio altitudinis A. ad altitudinem B. eadem eſt quæ dimidiæ A. ad dimidiam B. Nihil ergo propterea moremur.

a per ea quæ demonſtr. 11 l. de conoid. & ſph.
b per 15 l 5.

ΥΠΟΘ. Sit portio A. B. C. cuius baſi B. C. parallela ordinetur D. E. ſecans fruſtum portionis D. A. C. E. cuius diameter ſit G. F. portio diametri totius B. F. Ponantur autem duo ſolida ſimilia Y. & Z. quorum Y. baſim habeat V. θ. quadratum maioris baſis fruſti A. C. altitudinem vero æqualem duplæ lineæ D. G. ſeu toti D. E. & dimidiæ baſis A. C. nempe parti B. F. Alterum vero Z. habeat S. λ. pro baſi, quadratum ſci-

licet minoris baſis fruſti D. E. Et pro altitudine lineam æqualem duplæ dimidiæ A. C. hoc eſt toti A. C. & lineæ D. G. dimidię totius D. E. (contextus propoſitionis altitudines duplas efficit, immutata nihilominus ratione) Diuidi cenſeatur G.F. fruſti diameter in quinque partes æquales in punctis P. K. H. L. quarum media pars ſit H. K. quæ ſecetur in I. ita vt particula H. I. propior vertici portionis ſit ad particulam I. k. vt ſolidum Y. ad ſolidum Z.



ΣΥΜΠΕ. Dico I. eſſe centrum grauitatis fruſti propoſiti.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur M. N. æqualis diametro F. B. & diuidatur *a* puncto O. vti B. F. ſecatur in G. Tum inter M. N. & N. O. media ſit *b* proportionalis N. X. & his tribus M. N, X. N.

a per 10 l. 6
b per 13. l. 6.

N, X. N, O. N. quarta addatur[a] T. N. Denique fiat[a] F. H. ad aliquam lineam proficiſcentem ex I. nempe ad I. R. vt eſt T. M. ad T. N.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam A. C, D. E. ordinatæ ſunt, quadratum A. F. eſt[b] quadrato D. G. vt B. F. parti B. G. hoc eſt, vt M. N. ad O. N. vel vt[c] quadratum M. N. ad quadratum X. N. Et proinde linea A. F. ſe habet ad lineam D. G. vt linea M N. ad lineam X. N. & cubus[d] A. F. ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. Verum vt cubus A. F. ad cubum D. G. ſic eſt[e] portio A. B. C. ad portionem D. B. E. Ergo vt cubus N. M. ad cubum N. X. hoc eſt[f] vt linea N. M. ad N. T. ſic portio A. B. C. ad portionẽ D. B. E. & diuidendo[g] vt M. T. ad T. N. ſic portionis fruſtum D. A. C. E. ad portionem D. B. E. Vt ergo F. H. ſcilicet tres quintæ totius F. G. ad I. R. ſic[h] fruſtum ad portionem D. B. E. Eſt[i] autem cubus lineæ A. C. ad fruſtum Y. vt A. C. ad V. ξ. hoc eſt vt altitudo illius ad huius altitudinem, quia vtrumque baſim habet quadratum ex A. C. tum oſtendimus A. F. eſſe ad D. G. hoc eſt A. C. ad D. E. vt M. N. ad N. X. inuerſim[l] ergo D. E. eſt ad C. A. vt N. X. ad M. N. Et igitur D. E. eſt[m] ad dimidiam C. A. nempe A. F. vt N. X. ad dimidiam M. N. & componendo[n] A. F. cum D. E. hoc eſt V. ξ. eſt ad A. F. vt N. X. cum dimidia M. N. ad dimidiam M. N. & tandem V. ξ. eſt[m] ad A. C. duplam ipſius A. F. ſeu cubus A. C. ad ſolidum Y. vt N. X. cum dimidia M. N. ad M. N. Præterea quia cubus A. F. eſt ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. vel vt linea M. N. ad lineam N. T. ſicuti mox dicebamus: etiam cubus A. C. eſt[m] ad cubum D. E. vt M. N. ad N. T. Atqui cubus D. E. ſe habet[i] ad ſolidum Z. vt D. E. ad S. ω. nam vtriuſque baſis eſt eadem, nimirum S. λ. quadratum lineæ D. E. Tum quia vt A. F. ad D. G. ſic M. N. ad N. X. etiam A. C. eſt[m] ad D. E. vt M. N. ad N. X. ſed M. N. eſt ad N. X. vt N. O. ad N. T. vnde patet A. C. eſſe ad D. E. vt N. O. ad N. T. Et adhuc A. C. eſt[m] ad dimidiam D. E. nempe ad D. G. vt N. O. ad dimidiam N. T. & componendo[n] A. C. cum D. G. ſeu S. ω. eſt ad D. G. vt N. O. cum dimidia N. T. ad dimidiam N. T. Igitur S. ω. eſt[m] ad totam D. E. vt N. O. cum dimidia N. T. ad N. T. & inuertendo[l] D. E. eſt ad S. ω. vt N. T. ad N. O. cum ſemiſſe ipſiuſmet N. T. Propterea cubus ex D. E. eſt[h] ad ſolidum Z. vt N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. His demonſtratis habemus hinc 4. magnitudines proportionales: ſolidum Y primam, cubum A. C. ſecundam, N. X. cum dimidiæ M. N. tertiam, M. N. quartam: illinc quoque totidem, cubum D. E. ſolidum Z. N. T. & N. O. cum dimidia N. T. quæ cum ſint binæ inter ſe proportionales, ſic conſtitui poſſunt, vt magnitudines vnius ordinis ſint cõtinuè inter ſe vt magnitudines alterius.

1. Solidum Y.	2. Cubus A. C.	1. N. X. cum dimidia M. N.	2. M. N.
3. Cubus D. E.	4. Solidum Z.	3. N. T.	4. N. O. cum dimidia N. T.

[a] per 12. l. 6
[b] per 3. l. de quadrat. parab. vel 20. l. 1. con. Apoll.
[c] per 2. coroll. 20. l. 6.
[d] ex Cõdalis. & per 10. definit l 5.
[e] per 3?. l 11
[f] per lemma præced.
[g] per coroll. 33. l. 11.
[h] per 17. l 5
[i] per 11. l 5.
[l] per coroll. 31. l. 11.
[l] per coroll. 4 l. 5.
[m] per 15. vel 22. l. 5.
[n] per 18. l. 5
[o] per 22. l. 3

Ex æquo[o] igitur ſolidum Y. eſt ad ſolidum Z. hoc eſt[h] H. I. ad I. K. vt N. X. cum dimidia M. N. ad N. O. cum dimidia N. T. & coniungendo[n] H. K. eſt ad I. K. vt N. X. & N. O. ſimul cum dimidijs M. N. & N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. vel vt dupla ad duplam, ſcilicet vt linea compoſita ex duplis N. X. & N. O. & lineis M. N. & N. T. ad lineã cõpoſitã ex duplo N. O, & ex N. T. quintuplicemus antecedẽtes. Quintuplũ lineæ H. K. eſt F. G. tũ quintuplũ lineæ cõpoſitæ ex duplis N X. & N. O. cũ lineis N. M. & N. T. eſt illa quæ quinquies cõtineret duas N. M. & N. T. ac decies alias N. x. & N. O. Tũc enim rurſus erit[m] F. G. ad I. k. vt linea æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo N. x. & N. O. ad duplũ N. O. cũ N. T. Verũ eadẽ F. G. eſt ad F. K. duas ſui quintas, ſicut linea æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo binarũ N. x, N. O. ad æqualẽ duplo duarũ M. N, N. T. & quadruplo duarũ N. x, N. O. Cõiũgendo[n] igitur erit F. G. ad I. k. & k. F. ſimul ſeu ad I. F. vt æqualis quintuplo duarũ M. N, N. T. & decuplo duarũ N. x, N. O. ad lineã cõpoſitã ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. x. & ſextuplo N. O. & inuertẽdo[l] I. F. eſt ad F. G. vt linea cõpoſita ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. x. & ſextuplo N. O ad æqualẽ quintuplo duarũ M. N. N. T. & decuplo binarũ N. x, N. O.

Recordemur iã N. M. æqualẽ eſſe aſſumptã diametro F. B, tũ N. O. factã parẽ parti B. G. & proinde O. M. ſuperfuiſſe æqualẽ reliquæ F. G. Et vt T. M. eſt ad T. N. ſic poſitã eſſe F. H. ſeu tres quintas ipſius F. G. vel M. O. ad I. R. nã hinc inuertẽdo[l] ſequitur, N. T. eſſe ad T. M. vt I. R. ad F. H. ſeu ad $\frac{3}{5}$ lineæ M. O. Notemus hic adhuc hypotheſim contigiſſe ſuperioris proximæ propoſitionis. Habemus enim quatuor proportionales in continua portione. N. M, N. x, N. O, N. T. Quarum minor N. T. eſt ad T. M. exceſſum quo maxima ſuperat minimam vt aliqua aſſumpta I. R. eſt ad H. F.

tres quintas M. O. exceſſum quo maxima ſuperat tertiam. Deinde eſt vt aliqua linea compoſita ex duplo maximæ M. N. quadruplo ſecundæ N. X. ſextuplo tertiæ O. N. & triplo quartæ N. T. ad æqualem quintuplo maximę N. M. & decuplo ſecundæ ac tertiæ N. X. & N. O. ſic aliqua alia linea aſſumpta F. I. ad F. G. vel ad M. O. quia *a per 9 huius.* maxima M. N. ſuperat tertiam N. O. Hinc igitur patet[a] I. R. & F. I. ſimul, ſeu R. F. eſſe duas quintas totius M. N. vel ipſi æqualis F. B. & ex conſequenti R. B. ſupereſſe pro tribus quintis ipſius F. B. Et ita partem B. R. ad verticem eſſe ad aliam partem R. *b per 8 huius.* F. ſeſquialteram. Punctum igitur R. eſt[b] centrum grauitatis portionis A. B. C.

Sit itaque Q. centrum portionis D. B. E. Erit[b] enim B. Q. ad Q. G. vt tria ad duo: & coniungendo B. G. erit ad B. Q. vt quinque ad tria. Proinde tota F. B. erit ad totam *c per 19. l 5* B. R. vt pars B. G. ad partem B. Q. Et ergo reliqua F. G. ad reliquã Q. R. ſupererit[c] vt B. F. ad B. R. nempe vt quinque ad tria, & in ratione ſuperbipartiente tertias. Probauimus autem fruſtum A. D, E. C. eſſe ad reliquum D. B. E. vt M. T. ad N. T. vel vt F. *d per 7 l 5.* *e per 6. vel 7 l praeced.* H. (quæ æqualis eſt[d] illi Q. R. cum ſit vtraque tres quintæ totius F. G.) ſeu inquam vt Q. R. ad I. R. Eſt[e] ergo I. centrum grauitatis fruſti D. A. C. E. quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Monuimus proœmio huius ſecundi libri de æquiponderantibus, Archimedem non quidem centrum inquirere grauitatis ſolidæ portionis parabolicæ, ſed corporis plani ad annuſſim reſecti ſecundum figuram ſectionis parabolicæ contentæ ſub recta linea & ſectione parabolica: quod quidem corpus ſolidum, (alioqui non eſſet graue) quoniam omni ſui parte paris eſt ſpiſſitudinis & vniformis grauitatis, Archimedes proponit tanquam meram ſuperficiem. Cæterum centrum grauitatis huiuſce corporis alio longè modo diſponitur quam centrum ſolidæ portionis. Etenim illud dirimit axem in partes quæ ſe habent in ratione ſeſquialtera, vti oſtenſum eſt octaua propoſitione huius: hoc verò in puncto eſt quo axis diuiditur, ita vt pars quæ eſt ad verticem dupla ſit partis quæ ad baſim & totas diameter ſit ſeſquialtera illius duplæ partis, ſicuti demonſtrauit Commandinus propoſitione 29. libri de centro grauitatis ſolidorum, & Lucas Valerius lib. 2. de eodem ſubiecto, prop. 41.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER

DE CONOIDIBVS ET SPHAEROIDIBVS,

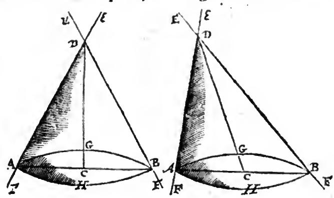
Nouis demonſtrationibus illuſtratus.

PRÆFATIO.

ANTIQVI cùm rerum omnium primam ἀντιτυπίας ex quantitate proficiſci cernerent, primam ſcilicet renitentiam, apparentiam ac duritiem, ex motu quoque omnia primò naſci animaduerterent, omnem ex motu quantitatem imaginati ſunt. Hinc fluxum puncti vocarunt lineam, decurſum lineę appellarunt ſuperficiem: demum ſuperficiei ῥεῦμα corpus dixerunt: non quidem eo ſenſu quo quidam Platonici, quorum iamdudum exploſa ſententia eſt, arbitrati ſunt nẽpe vt ſit linea, ἧς μέρη σημεῖα, vt inquit Pſellus: [a] ἐπιφάνεια δὲ ἧς μέρη γραμμαί· σῶμα δὲ οὗ μέρη ἐπιφάνεια. Non enim iſti animaduerterant motum in linea aliquid afferre præter puncta, in ſuperficie aliquid præter lineas, denique in corpore quicquam præter ſuperficies. Meliùs itaque alij, qui cum motus duobus modis fiat, aut rectò aut obliquè, ex porrecto lineas rectas, planas ſuperficies, ſolida parallelepipeda, & omnino στερεὰ ἐπίπεδα deduxerunt. Ex obliquo verò ſeu circulari lineas quocumque modo ſpirales aut circulares, Conchoides & Cyſſoides, ſuperficies gibboſas, tumentia corpora generarunt. Atque vt ad ea de quibus nobis eſt deinceps

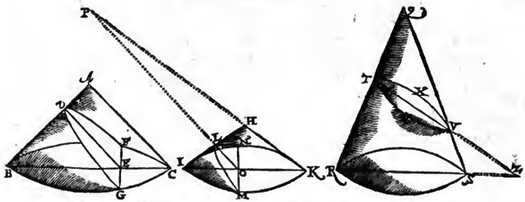
a Σύνοψις τῆς γεωμετρίας.

a Euclides 14. definit. lib. 11. agendum contrahatur oratio, ſphæram a ex integra ſemicirculi ſuper propria diametro reuolutione conſtituerunt: conum b vero rectum, quem ſolùm cognouerunt Archimede b Definit. 18. lib. 11. ſeniores, ex reuolutione integra rectanguli trianguli circa Serenus prooemio li. 1 de ſectione cylindri. alterum ambientium. At vero ſcalenus conus nō ſic ex triāguli ſcaleni reuolutione naſci poteſt: c Definitione 1. li. 1. conic. propterea Apollonius c generalem quandam conorum generationem meditatus, aliam ex lineæ motu tradidit. Vult enim poſitis circulo cuius centrum C.

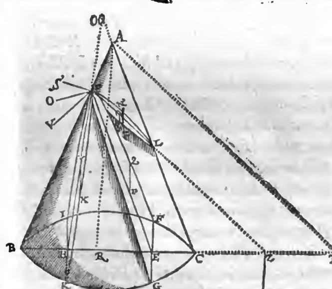


& puncto D. extra ipſum circulum: per punctum D. & circuli circumferentiam traiici lineam E. F. quæ fixa in D. per circumferentiam circuli A. H. B. G. reuoluatur: ſic enim coniicit ſuperficies conicas deſcribi, alteram ſupra D. alteram infra. A puncto autē ſeu vertice D. ducta linea quæ ſit axis, inciderit perpendiculariter in circuli cētrū C. d Definit 8 e Definit 9 rectum d fieri conum, ſi vero angulos obliquos fecerit, ſcalenum naſci, definit e. Et nihilominus videtur illi adeo religioni fuiſſe dicere ex linea illa mota corpus generari, vt non conum ſed conicam ſuperficiem vocarit. Cæterum ſuperficies per corpora adigentes, plurimas differenteſque tum lineas tum ſuperficies ex ſolidorum τμήσει etiam veteres inuexerunt. Age planum per lineam C. D. axem coni, quod dirimat conum ſuperficiēque conicam ſecundum lineas ex diametro oppoſitas D. B, D. A. triangulum conſtitueris A. D. B. κατὰ τὴν διάμετρον: qui ſi angulum D. rectum habuerit, conus patet eſſe rectangulus: ſi maior recto, conus dicitur amblygonius: denique ſi recto fuerit minor oxygonius conus appellatur. Planum ſic conum ſecans perpendiculare eſt ad baſim coni, ſi conus fuerit rectus: qui ſi ſcalenus erit, obliquè ſecat baſim, niſi adigatur per maximam ſimul & minimam lineas, quæ in ſuperficie coni à vertice ad imum deſcribi poſſunt. Quoniam autem ſectiones quæ fiunt πρὸς ὀρθὰς clarioris aliquid habent contemplationis, nec abeant in infinitas differentias, ſicuti obliquæ ſuas demum proprietates oſtendunt, propterea antiqui cum ex conorum ſectionibus quid accidere poſſet primò contemplarentur, rectis ſectionibus vſi ſunt: Et imprimis ſecto per diametrum ſeu per axem cono à vertice ad baſim rectis angulis, in trianguli ſectione enati latere, puncta notarunt à quo reliquo lateri parallelam lineam in baſim egerunt, qua demum eductum planum conum ſecuerunt. Hinc ſuperficies naſcebantur in coni corpore, lineæ vero in conicis ſuperficiebus. Et primò duntaxat diſtinctæ ſunt ſecundum differentias ſectorum conorum. In rectangulo enim, rectanguli coni ſectiones dicebantur, quæ deinde Parabolæ appellatæ ſunt: in Amblygonio, Amblygonii, quæ poſtea Hyperbolę dictæ ſunt.

Demum in Oxygonio, Oxygonii, quæ tandem Ellipſes ſunt vocatæ. Sit conus B. A. C. rectangulus, diuiſus plano per axem educto, quod deformet triangulum B. A. C. in cuius latere A. B. notetur punctus D. à quo parallela lateri A. C. ducatur linea D. E. per quam demum planum traducatur conum ſecans ita vt baſis eius F. G. ſecet rectò B. C. & efficiens ſuperficiem G. D. F. in ſoliditate coni, lineam vero G. D. F. in conica ſuperficie, ita vt baſis ipſius F. G. rectò cadat in B. C. Vtraque autem ſectio appellabitur: ſuperficies quidem ſectio coni, linea vero ſectio conicæ ſuperficiei, quam-



quam & ipſa linea ſectio etiam coni ab Archimede paßim nuncupatur. Sint pariter coni I. H. K. amblygonius, & R. Q. S. oxygonius, qui vt ille ſecentur. Fiet in illo ſectio M. L. N. amblygonij: in hoc vero T. X, V. Y. ſectio oxygonij generabitur. Omniũ autem harum ſectionum diametri ſunt lineæ primùm perpendiculares eductæ ſuper lateribus triangulorum, & ſecundum quas coni diuiſi ſunt, cuiuſmodi ſunt lineæ D. E, L. O, T. V. Et harum diametrorum ea eſt proprietas, vt in rectangulo numquam concurrat cum latere oppoſito. Etenim cum anguli C. A. D, A. D. E. ſunt recti, ſunt A. C. & D. E. parallelæ. At in amblygonio vt conueniat à parte verticis. Cum enim ſit angulus H. L. O. rectus, alter vero L. H. K. maior recto, ſequitur P. H. L. & H. L. P. ambos eſſe duobus rectis minores [a], *& proinde duas L. O. & H. K. concurrere* [b] *à parte P. Denique vt in oxygonio rurſus conueniat, ſed à parte baſis. Nam angulo V. Q. T. exiſtente minore recto, ſunt duo Q. T. V. & T. Q. V. minores duobus rectis: propterea T. V. incidit in Q. V. & eſt V. propius baſi quam T. cum angulo Q. T. V. trianguli Q. T. V. maximo, maximum latus Q. V. obtendatur.* [c] *Cæterum priores Geometræ, vt Ariſtæus ſenior & Euclides, vnicam ſectionem in ſingulis conis fecerãt, cum non vellent diſcedere à ſectione laterũ quæ fieret per angulos rectos. Verum poſteriores imaginati huiuſmodi ſectiones etiam poſſe fieri ad angulos obliquos: eas omnes in quolibet cono, hoc modo repererunt. Sit conus A. B. C. bipartito diuiſus per diametrum triangulo A. B. C. in cuius latera A. B. punctus ſit D. à quo linea ducatur* [d] *D. E. parallela lateri A. C.*



Et per lineam E. D. planum agatur conum ſecans, ita vt communis ſectio ipſius & baſis coni vt I. K. vel F. G. ſecet B. C. baſim trianguli A. B. C. ad angulos rectos, fiet enim parabola G. D. F. inſtar ſectionis rectanguli coni. Ab eodem puncto D. linea ducatur D. H. quæ conueniat cum A. C. à parte verticis A. in puncto OO. & planum per eã adigatur, vt dictũ eſt, ſectio in cono naſcetur K. D. I. quæ erit hyperbolica. Denique per D. L. lineã cõcurrentẽ cũ A. C. à parte baſis B. C. acto plano fiet Ellipſis D. M. L. N. vti in oxygonio cono. Inuentionẽ autẽ nouã ſequuta ſunt noua nomina: & quę primũ ſectio rectanguli coni dicebatur, appellata eſt parabole [e] *quę amblygonij, hyper-*

a per 13. l. 1.
b per 11. com ſent. l. 1.
c per 19. l. 1
d per 31. l. 1.
e per 11. l. 1. conic. Apoll.

a 12 l. 1. conic. bole,[a] quæ demum Oxygonij, Ellipſis. [b] Eutocius vult parabolem dici ἀπὸ τοῦ παράλληλον εἶναι: Hyperbolen ἀπὸ τοῦ ὑπερβάλλειν, denique Ellipſim διὰ τὸ ἐλλείπειν δύο ὀρθαῖς τὰς προειρημένας γωνίας. Quod quidem etymon ideo non probo: quia primò non parabole ſed parallele citius eſſet appellanda: Tum ſi duo anguli H. D. A. & C. A. D. in hyperbola duos rectos excedunt, etiam alij duo O. D. A. & O. A. D. deficiunt, vt non minus Ellipſis quam hyperbole dici poßit. Demum in Ellipſi ſi duo anguli interiores A. D. L, D. A. L. deficiunt à duobus rectis, exteriores ſunt duobus rectis maiores. Admitterem itaque libentius horum, quas tradit [c] Pappus, vocabulorum notationes, nempè vnicuique ſectioni ab aliquo proprio accidente nomen fuiſſe impoſitum. Quæ quidem accidentia ſi ὡς ἐν τύπῳ declarauerimus, vireſque nominum patefecerimus, & nonnulla, quæ pro ſequentibus deſiderantur, explicauerimus, officio functi videbimur. A puncto itaque D. & vertice paraboles G. D. F. ducatur D. O. ad diametrum D. E. perpendicularis. Et fiat vt quadratum ex B. C. ad rectangulum ſub B. A, A. C. ſic O. D. ad D. A. demum ſumatur in diametro D. E. punctus P. à quo ducatur P. Q. parallela baſi ſectionis G. F. Etenim ea eſt paraboles proprietas, vt quocumque loco ſumatur punctus P. ſemper quadratum P. Q. ſit æquale rectangulo ſub O. D. & D. P. Cum itaque quadratum harum linearum, quæ ordinatim dicuntur [d] applicari ad diametrum in ſectione, perbellè aßimilentur illis rectangulis quæ continentur ſub O. D. ſeu linea quæ dicitur, [e] iuxta quam poſſunt quæ ad diametrum ordinatim applicantur, & parte diametri ſuperiori: neque alterum ab altero deficiat, [f] meritò ſectiò παραβάλλεται, καὶ παραβολὴ ſeu comparatio appellatur. Iam à iugo coni & puncto A. ducatur linea A. R. parallela diametro D. H. hyperboles K. D. I. & à ſummo hyperboles D. ducatur diametro D. H. perpendicularis D. S. fiatque O. D. tranſuerſum [f] nempè hyperboles latus ad S. D. iuxta quam [f] poſſunt quæ ad diametrum applicantur, vt eſt quadratum ex A. R. ad rectangulum ſub B. R, R. C. Ducatur demum aliqua linea ordinatim ſeu parallela baſi ſectionis K. I. quæ ſit X. Y. Quandoquidem quadratum lineæ X. Y. ſuperabit a rectangulum ſub S. D, D. Y. ſimile contento ſub O. D, D. S. vnde ſectio dicitur ὑπερβάλλειν, καὶ ὑπερβολὴ nominatur exuperantia ſeu exceſſus. Deniq; à vertice A. coni ducatur A. T. parallela diametro Ellipſis D. L. quæ concurrat cum diametro baſis B. C. in T. Vt autem quadr. A. T. ad rectang. ſub B. T, T. C. ſic fiat L. D. ad ſibi perpendicularẽ D. V. iuxta quam poſſunt quæ ad diametrum Ellipſeos ordinatim applicantur. Tandem à puncto Z. concurſu nempè lineæ D. L. & lateris B. C. ducatur ipſi B. C. Z. perpendicularis Z. α. Et in Ellipſeos diametro D. L. ſumpto puncto γ. ab eo ducatur γ. β. parallela ipſi Z. α. Quandoquidem quadr. lineæ β. γ. ordinatim applicatæ ad diametrum Ellipſeos, deficit [b] à rectang. V. D, D. γ. ſimili contento ſub ijſdem γ. D, D. V. Vnde ſectio [g] ἐλλείπει, καὶ ἔλλειψις appellatur, ſeu defectio. Interea notabimus tam hyperbolem quam Ellipſim duas habere diametros, ſeu latera, rectum & tranſuerſum. Rectum latus, ſeu recta diametrus hyperboles eſt [g] D. H. Ellipſis vero D. V. [l] at tranſuerſa in hyperbole eſt [h] D. O. in Ellipſi D. L. [h] Cæterũ hæc omnia præmiſiſſe neceſſe fuit. vt intelligeremus quidnam ſit ſubiectum huius operis. Archimedes ergo opus hoc inſcribit περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων: quod nos reddimus de Conoidibus & Sphæroidibus. Accipe ſectionem coni rectanguli, vel amblygonij, eamq; ſuper propria diametro reuolue, donec redierit in locum vnde profecta fuerat, hoc quippe motu conoideum corpus ſeu conoidem generaueris. Si vero Ellipſim conuerteris ſeu oxygonij coni ſectionem, ſphæroidem produxeris. Harum conoidis & ſphæroidis

b 13. l. 1. conic.

c lib. 7. Math. coll.

d per 13. definit. lib. 1. conic. Apoll.

e 11. prop. l. 1. conic. in demonſtr.

f Demonſt. prop. 12. l. 1. Conic.

g Demonſt. prop. 13. l. 1. Conic.

proprietates & affectiones hoc libro Archimedes demonſtrat: ſatis apertè innuens ſe de conis priùs alibi diſputationem inſtituiſſe. Neque enim conoides aut ſphæroides illo contemplari, ſed ne quid ſit intelligere quiſquam poteſt, qui conorum ſcientiam probè non tenuerit. Id mihi argumento eſt audiendum fuiſſe Heraclium, qui in Archimedis vita quondam ſcripſit, Archimedem primum conica elementa fuiſſe aggreſſum: Apolloniumque cum ea inueniſſet, nondum ab authore edita, vt propria & ſua, in lucem emiſiſſe. Quamquã enim Eutocius [a] Heraclio non ſubſcribat, tamen multa [b] ſunt quæ vetuſtiſſimi ſcriptoris authoritatem confirment. Primò Archimedem nouiſſe ſcalenum conum, ſatis oſtendit, cum toties mentionem facit de Iſoſcele, ſeu æquicrurio cono: Neque enim illi de cono fuiſſet diſtinguendum, ſi ſolum æquicrurium, non etiam ſcalenum nouiſſet: tum numquam rectum conum deſignaſſet, vt ſæpè fecit, ſi omnis conus illi rectus fuiſſet: Cùm enim ὀρθὸν κῶνον *dixit, ratione* τοῦ σκαληνοῦ *diſtinxit: aliumque quã* ὀρθογώνιον *ſignificauit. Nam* ὀρθὸς κῶνος *ρ. propoſitionis 25. lib. 1. de ſphæra & cylindro ſit neceſſario* ἀμβλυγώνιος, *vt illic oſtendimus 1. Sed & hoc opere demonſtrabimus [c] vſum eſſe Archimedem ſcalenis conis. Elementa autem conica ſcripſiſſe deſumimus ex his verbis, quæ poriſmati ſubiungit ſequenti quartam huius,* ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις. *Quod enim illo poriſmate proponit demonſtratum inuenitur in elementis conicis, quæ nomine Apollonij Pergæi circumferuntur. Vt ſua verò ea citare Archimedem arguimus ex more quo & ſua & aliena profert. Cùm enim aliena ſignificat, ſolet dicere, vel [d]* ἀποδέδεικται ὑπὸ τῶν πρότερον, *vel* πάντα [e] ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη, *vel ſimilia. At cum ſua & à ſe demonſtrata aſſumit ſimpliciter, dicit, vel* δέδεικται [f] γὰρ ἐν ἄλλοις, *vt in opere de æquiponderantibus, vbi proprium de quadratura paraboles librum intelligit, quo oſtenderat [g],* τὰ τμήματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων, *quod à nullo tentatum alibi aſſeuerat [h], vel inquit* τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, *vel [i]* δέδεικται γὰρ τοῦτο, *vel ſimiliter loquitur. Præterea nouis quoque ſectionum nominibus vſus eſt. Etenim* ἐν τῇ κατασκευῇ *propoſitionis 9. huius operis Ellipſim nominat* καὶ ἐν τῷ *(inquit)* ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὴν ε.β. κύκλος ἢ ἔλλειψις. *[m] Quod ſi vnam nomine tenus nouerit, reliquarum nomina habuiſſe nemo poteſt ire inficias, quæ tamen reticuit, cum nondum conica elementa, quibus hęc vocabula noua fecerat, edidiſſet: quinetiam parcè Ellipſeos nomine vſus eſt, alibique paſſim* ὀξυγωνίου κώνου τομαὶ *dixit. At verò quod ſecuerit conos aliter, quam per plana ducta ſecundum lineas perpendiculares lateribus triangulorum ſecantium conos per diametros, apertiſſimè patet. Quando enim conus ſecatur per planum ductum ſecus lineam perpendicularem lateri trianguli ſecantis conum per diametrum, non concurrit iſtud planum cum omnibus coni aut dicti trianguli lateribus: vnum etenim eſt parallelum in rectangulo cono: At verò Archimedes agnoſcit [n] ſectionem quæ fit ita in quolibet cono, vt planum ſecans cum omnibus coni ſecti lateribus cõueniat, & proinde ſaltem in rectangulo cono, ſectio fiet ad angulos obliquos cum lateribus trianguli conum per diametrum ſecantis. Quidni ergo Archimedi tribuemus omnes conicas ſectiones in quolibet cono? Hoc autem dixiſſe operæ pretium viſum eſt, vt tanti authoris fama ſarta tecta nobis ſit, eiuſque ingenij ſpecimina capiamus quanta nobis licuerit. Etenim plurima perierunt, & malo ipſius, cùm gloria minuatur, & noſtro, cùm ſcientia deficiat, quã nobis abundè & elegãter ſuppeditauerat: vt tãtum ingratis temporibus nobis ſit detrahendum, quantum labori tanti artificis tribuendum fuerit. Verùm accedamus ad eius contextum.*

[a] ſcribens in conic. Apoll.
[b] vide Guidonem Valdũ ſcribentem in l. Archimedis de æquipõd.
[c] propoſ. 8. huius.
[d] 11. prop. l. huius.
[e] 6. lemma. ante 17 l. 1. de ſphær. & cyl.
[f] prop. 5 l. 2 de æquipõd. parte 2.
[g] prop. 17. & 24.
[h] proœmio lib. de quadrat parab.
[i] prop 8. l. 2 de æquip.
[l] prop. 8. huius.
[m] idem vocabulum repetit. prop. 10. huius.
[n] hoc libro.

ARCHIMEDIS DE CONOIDIBVS ET SPHÆROIDIB.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.

Scriptas tibi mitto, in hoc quidem libro reliquorum theorematum demõſtrationes, quas non habueras in præcedentibus: & aliorum rurſus tandem aliquando inuentorum: quorum cum multoties antea aggreſſus eſſem contemplationem: viſum mihi fuerat negotium difficile, ac de eorum inuentione diu hæſitaueram: vnde contigerat, vt ipſa propoſita vna cum aliis tibi data non fuiſſent. Verùm poſtea curioſiùs ea contemplatus, inueni quæ me anxium retinuerát. Cæterum priora theoremata de rectangula portione conoidali proponebantur: At quæ nunc inuenta ſunt, de obtuſa conoide ſunt, ac de figuris ſphæroidalibus, quarum non-

a legit vulgaris codex δύς κολον· ἔχειν τι φανείσας μοι τὰς εὑρέσιας αὐτῶν ἠπόρησα.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

Ἀποςέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεςαλμένοις· καὶ ἄλλων ὕςερον ποτὲ ἐξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι[a], δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι τὰς εὑρέσιας αὐτῶν ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξέδοθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕςερον δὲ ἐπιμελέςερον ποτ᾽ αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐντὶ ποτ᾽ ἐξευρημένα περὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν

παραμήκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο τάδε.

nullas oblongas, quaſdam prolatas appello. De rectangula quidem conoide hæc ſubjiciebantur.

ΟΡΟΙ.

DEFINITIONES.

Α.

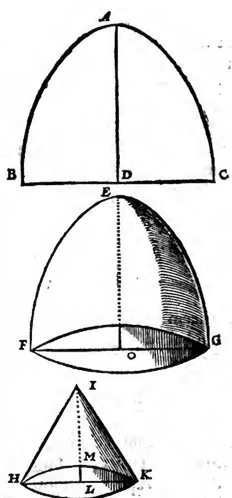
Εἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλείσθω.

I.

Si rectanguli coni portio, manente diametro circumducta redeat denuò vnde prodierit: comprehenſa figura ſub rectanguli coni ſectione vocetur rectangula conois, vel rectangulum conoides.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod antiqui de conis præceperant, ſicuti Ariſteus ſenior quinque libris, deinde Euclides quatuor voluminibus, ſufficere quidem potuiſſent intelligendæ huic definitioni: verum alia hoc opere paſſim notabimus, quæ non illi docuiſſent, vt ſter veriſimilior eorum opinio, qui Archimedem elementorum conicorum authorem reſenſent. Cæterum animaduertendum ſuperficiem eſſe quæ dicitur hic ſectio coni. Etenim conois quæ definitur corpus eſt: à ſola verò ſuperficie, non à linea generatur corpus. Cùm itaque circumductione ſectionis rectanguli coni conois producatur, neceſſe eſt, ſit ipſa ſectio ſuperficies. Ergo ſectio rectanguli coni (quam deinceps parabolem vocabimus) ſit A. B. C. quæ diametro A. D. quieſcente circumuoluatur donec redierit ad ſtatum, in quo erat dum moueri cœpit: Ex hoc inquam motu producetur figura quę dicitur rectangula conois, vel rectangulum conoides, cuiuſmodi foret F. E. G. In pluribus differt à cono: ſed in hoc ſolus eam oculus ab illo diſcreuerit, quod in apice ſit obtuſior cono: tùm quod latera ipſius non ferant rectas lineas, ſicuti latera coni. Sit conus H. I. k. productus ex reuolutione trianguli I. k. L. rectanguli circa I. L. quia enim comprehenditur ſuperficie nata ex recto latere I. k. omnes lineas ductas à iugo I. ad circumferentiam baſis H. M. k. N. rectas eſſe neceſſe eſt. At in conoide non ita eſt. Nam quia A. B, A. C. latera ſunt curua, nullas fert rectas lineas conoidis ſuperficies. Cæterum ad productionem conoidis non requiritur integra ſectionis coni circumuolutio: ſatis eſt vt latera ipſius ſedes permutent. Dum enim punctus C. fertur in B. pars ſectionis A. D. C. ſemiſſem conoidis deſcribit, & interim reliqua A. D. B. reliquam noui corporis perficit. Vnde patet conoidem bifariã ſecari à plano tranſeunte per axem ipſius. Planum enim illud hinc ſeparat quod à dimidia ſectione coni deſcri-



ptum eſt, illinc verò quod altera pars in motu reddiderit: maximè cum planum illud actum per axem,
a propo. 12. huius. ſectionem producat eandem cum ea quæ conoidem conſtituerit, vt poſtea a demonſtrabimus.

II.

Et axem quidem ipſius, illam manentem diametrum vocari.

B.

Καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλεῖσθαι.

III.

Verticem verò punctum ſecundùm quod axis tangit ſuperficiem conoidis.

Γ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In circunducta ſectione A.B.C. diameter A.D. manet: proinde dicitur axis conoidis, & in corpore perfecto refertur per lineam E.O. cuius punctus E. quo axis ipſe E.O. conoidalem ſuperficiem tangit, appellatur vertex, apex ſeu iugum.

IV.

Et ſi planum tetigerit figuram rectangulæ conoidis, aliudque planum illi parallelum ductum ſecuerit aliquam particulam conoidis: baſim quidem reſectæ portionis vocari planum comprehenſum à conoide in reſecante plano.

Δ.

Καὶ εἴκα τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμῆμα τοῦ κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

V.

Verticem verò punctum, in quo illud aliud planum tangit conoidem.

E.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος.

VI.

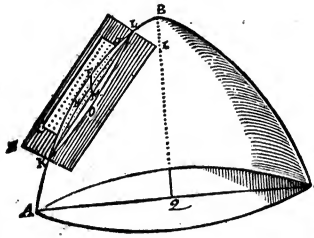
Axem demum concluſam in portione partem rectæ lineę, quæ ducitur ab apice portionis parallela axi conoidis.

ϛ.

Ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ partes notantur in cono, eædem inueniuntur in conoide baſis, vertex & axis, vt prima, ſecunda & tertia definitionibus iam determinauimus: ſed & rurſus eædem tribuuntur ſectionibus conoidis, vt his quarta, quinta & ſexta conſtituitur. Vt ergo eas in ſectione conoidis diſtinguamus, ſit conois A.B.C. cuius axis B.Q. Hanc tangat [a] planum E.G. in puncto F. & intra conoidem aliud traijciatur planum H.I. parallelum tangenti quod figuram ſecet, ita vt à tota diuellatur pars k.F.L. Siquidem diuulſæ partis baſis erit k. N. L. O. particula, nimirum plani ſecantis H.I. cõtentę intra conoidis ſuperficiem: vertex verò punctum F. Axis demum F.M. linea demiſſa à puncto F. in diametrum baſis k. L, æquidiſtanter axi B.Q. totius conoidis; facillimè vero dabuntur quarta & quinta definitiones: neque quis aduerſabitur baſim reſectæ conoidalis portionis eſſe k. O, L. N. verticem verò punctum F. Verùm axem eſſe F. M. non ſtatim concedet. Quod hac ratione euincemus. Axis enim eſt [b] qui omnes lineas ductas intra portionem æquidiſtantes diametro baſis, bifariam ſecat. Atqui F. M. æquidiſtans diametro B.Q. & à puncto F. contactus ducta lineas omnes æquidiſtantes diametro baſis k.L. ſeu lineæ actæ per punctum F. in plano tangente bifariam ſecat. [c] Axis ergo eſt F.M. Quod tamen ſoli ſectioni parabolicæ conuenit, qualis eſſet ea quæ fieret ſi conoidalis portio k.F.L. plano per axem F.M. ducto, ſecaretur. Nam conoide A.B.C. diuiſa plano per axem B.Q. fit parabole A.B.C. in qua F.M. ducta παράλληλος diametro B.Q. diameter eſt [d], nempè paraboles k.F.L. Atque hinc inſtar corollarij deducemus, lineam à puncto contactus eductam diametro parallelam, in centrum incidere baſis reſectæ portionis. Etenim ſecat k.L, vt & alias ipſi æquidiſtantes æqualiter. Sed medium lineæ k. L, centrum eſt baſis, ſiue circulus ſit ipſa baſis, vti eſt quando planum tangit per verticem conoidis, vt per B. Tunc enim baſis portionis quæ à conoide truncatur, eſt circulus, habens centrum in diametro conoidis: & vertex idem eſt qui totius conoidis, demum axis portio diametri eiuſdem conoidis, ſiue ſit Ellipſis, cuiuſmodi eſt, cum planum non taugit per conoidis verticem. Tunc enim eſt baſis Ellipſis, imperfectus nempè circulus. Hoc autem patebit [e] in ſequentibus. Cæterum hic ex textu reſecuimus, quæ legentur propoſitionibus 23. & 26. huius.



[a] per 49. l. 2. conic. Apoll.

[b] per 10. defin. l. 1. conic. Apol.

[c] per 46. l. 1. conic.

[d] per manifeſt. 51. propoſitio. l. 1. conic.

[e] prop. 12. huius.

Z.

Περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑπεθέμεθα μὲν τάδε. Εἴκα ἐν ἐπιπέδῳ ἐὸντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς· μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαψοῦνται, οὗ κορυφὴ ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ ἔγγιστα συμπίπτοντι, ἄξων δὲ ἁ μεμενακοῦσα διάμετρος.

VII.

De amblygonia verò conoide ſupponebamus quidem iſta. Si in eodem plano fuerint obtuſianguli coni ſectio, & ipſius diameter, tum lineæ quæ dicũtur proximæ ſectioni coni, manente verò diametro circumuoluatur planum, in quo ſunt dictę lineæ proximæ, donec redierit, vnde profectum fuerit: iſtæ quidem lineę ſectioni obtuſianguli coni proximæ, manifeſtò conum iſoſcelem comprehendent, cuius vertex erit punctum, in quod concurrunt lineæ proximæ: axis verò diameter manens.

VIII.

Figura verò comprehenſa ſub obtuſianguli coni ſectione, amblygoniam ſeu obtuſiangulam conoidem vocari.

H.

Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι.

IX.

Axem verò ipſius manentem diametrum.

Θ.

Ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον.

X.

Verticem autem punctum ſecundum quod tangit axis ſuperficiem conoidis.

I.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος.

XI.

Cæterum conum conceptum ſub proximis ſectioni amblygonij coni, comprehendentem conoidem appellari.

IA.

Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶς ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι.

XII.

Lineam verò rectam, mediam inter verticem conoidis, & verticem coni comprehendentis conoidem adhærentem axi nuncupari.

IB.

Τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν, τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

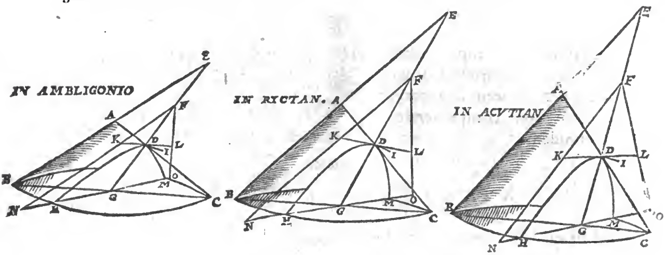
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui Apollonij patrocinium ſuſcipientes conſtanter negant Archimedem conica elementa ſcripſiſſe, ea ſaltem quæ illius nomine extant, ex hoc loco nituntur oſtendere Archimedem hyperbolem ſolam nouiſſe in amblygonio cono, non reliquas ſectiones, parabolem nimirum & Ellipſim. Etenim hic inquiunt amblygonii coni ſectionem vniuerſaliter ſignificat: qua tamen ſignificatione intelligere nequaquam poſſumus etiam alias, cùm certiſſimum ſit nullam cæterarum talem diametrum habere, qualis hic definitur ductus ab Apollonio tranſuerſus[a], neque eiuſmodi lineam quæ appellatur[b] media inter apices coni: & denique ſolam hyperbolem habere centrum à quo deducantur lineæ quas vocat ἔγγιστα ταῖς τῶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομαῖς, & Apollonius ἀσυμπτώτους τῇ τομῇ.[c] Verùm hęc ratio minimi eſſe momenti videtur, facilliméque eluitur.

Dicimus enim ſolam quidem hyperbolem hic intelligi, ac definiri ab Archimede: non ſanè quia ſola reperiatur in amblygonio cono, ſed quoniam ſola nota hucvſque fuiſſet nomine ſectionis amblygonii

a propo. 12. l. 1. conic.
b 12. defin. huius.
c demonſt. prop. 1. l. 2. conic.

blygonij coni. Cùm enim nouata nondum eſſent recentiora vocabula, antiquo verbo vſus eſt Archimedes, & hyperbolem recepta appellatione ſectionis amblygonij coni ſignificauit. Nec enim veritus eſt, ne quis hac vniuerſali ſectionis dictione in errorem impingeret, cum ſolam hyperbolem in amblygonio cono prior nouiſſet ætas. Eadem leuitate concluderetur Archimedem hyperbolem nouiſſe in ſolo amblygonio, ex quo amblygonij coni ſectionem apertiſſimè dicat. Nam tunc hyperbolem etiam in rectangulo, vel acutiangulo cono nomine ſectionis amblygonii coni ſignificaſſet, vt intelligi poſſet, ſicuti parabolem vel ellypſim, quas in alienis conis quæſiiſſet ſectione rectanguli, vel acutianguli coni deſignaſſet, nondum ſcilicet euulgatis ſuis conicis Elementis. Cùm itaque hyperbole vbilibet ſumpta, tales habeat diametros, vertices & centra, quales hic definiuntur, ipſam in ſolo amblygonio cono ſumere, haudquaquam obligamur. Verùm definitiones interim explicemus.



Sit conus quilibet A.B.C. qui per axem diuiſus producat triangulum A.B.C. cuius latus A.C. ita ſecetur linea D.G. vt ipſa concurrat extra conum à parte verticis cum latere B.A. producto. Fiat concurſus in E. Et per lineam D.G. traducatur planum rectum ad planum trianguli A.B.C. & conum ſecans, vt fiat hyperbole H.D.M. cuius rectum latus ſit [a] D.I. tranſuerſa D.E. quod tandem bipartito diuidatur in F. centro [b] figuræ. Tangat autem k.L. figuram in D. & bifatiam diuidatur in D. ſintque k.D, D.L. æquales, & k.L. tanta ſit vt poſſit rectangulum comprehenſum ſub F.D, D.I, hoc eſt, ſit ſecunda diametrus [c]. Ducantur denique à puncto F. per k. & L. lineæ F.k.N, & F.L.O. Hæ erunt lineæ [d] proximæ ſectioni, numquam cum ſectione concurrentes. Imaginemur itaque diametrum D.G. hyperboles H.D.M. ipſamque hyperbolem, tum proximas F.N, F.O. in eodem eſſe plano (ſiquidem in diuerſis eſſe poſſunt) & reuoluatur iſtiuſmodi planum donec redierit, vnde profectum fuerit. Fiet [e] quippè conus N.F.O. iſoſceles (ſunt enim proximæ ambæ æquales, licet F.O. in plano breuior appareat) cuius vertex erit F. punctum quod centrum hyperboles vocat [b] Apollonius: diameter verò F.G. qui in reuolutione immotus manet, dicetur axis. In ipſo cono comprehendetur amblygonia conois [f] H.D.M. genita ex reuolutione hyperboles: cuius axis erit [g] D.G. vertex D. [h] Propterea conus N.F.O. comprehendens conoidem appellatur. [i] Denique linea D.F. quam ductam è centro Apollonius nuncupati [l], adhærens axi ab Archimede nominatur [m]. Cæterum lineas F.N, & F.O. ἔγγιστα τᾶς τῶ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς dicit Archimedes: quia quanto longius producuntur vna cum lateribus ſectionis, tantò propius ad ipſa latera accedunt, [n] neque tamen vnquam cum ipſis concurrunt [o]: vnde eas ἀσυμπτώτους τῇ τομῇ, dixit [d] Apollonius, aut, ſi maius, ipſe Archimedes. De his ſingulare opus edidit Barocius, cui de admirando problemate titulum fecit.

a per 1. l. 2. Conic.
b per 1. definit ſecundarum Apoll.
c per 4. ſecund. defin. Apollonij.
d per 1. l. 2. conic.
e ex 7. definit.
f ex 8. definit.
g ex 9. defin.
h ex 10. definit.
i 11. definit.
l ſecunda definit. ſecundarum.
m 12. defin.
n per 14. li. 2. conic.
o per 1. l. 2. conic.

I Γ.

Καὶ εἴκα τῶ ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύη, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνη τμῆμα τῶ κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι τῶ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τῶ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

XIII.

Et ſi amblygoniam Conoidem tetigerit aliquod planum, & huic tangenti plano, aliud planum agatur parallelum, quod ſecet portionem Conoidis: baſim quidem reſectæ portionis appellari planum comprehenſum ſub ſectione Conoidis, in ſecante plano.

XIV.

Verticem verò punctum ſecundum, quod planum Conoidem tangens ipſam attingit.

I Δ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος.

XV.

Axem verò comprehenſam in ſegmento partem lineæ, quæ ducitur per verticem ſegmenti, & apicem coni comprehendentis Conoidem.

I E.

Ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές.

XVI.

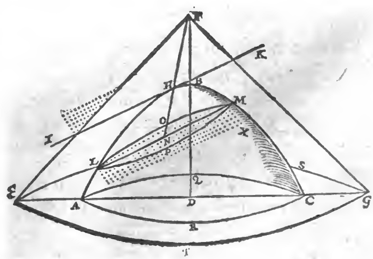
Et quæ demum media eſt inter dictos vertices adiectam axi vocitari.

I ς.

Καὶ τὰν μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definitis amblygonia, ſeu Hyperbolica Conoide, eiuſque baſe, vertice & axe, axique adiuncta: iam deſcribit portionem ipſius, ac portionis baſim, verticem, axem, axique adiunctam. Aliunde verò petuntur hæ definitiones, quàm petitæ ſupra ſint rectangulæ conoidis. Etenim rectangula Conois nata ex parabola, acutior eſt in apice, quàm hæc amblygonia, quæ prouenit ex hyperbola. Deinde hyperbole diametrum habet, quàm non nouit parabole, ideò hæc non habet adiunctam axi ſicuti amblygonia Conois. Quinetiam rectangulæ ſeu parabolicæ Conoidis ſegmentorum axes ſunt perpetuo, vel partes axis ipſius Conoidis, quando ſcilicet idem vertex eſt portionis, & totius Conoidis: aut paralleli axi ipſius Conoidis. Non verò ita fit in amblygonia Conoide. Quamuis enim portionis ab ipſa reſectæ, ſi idem apex fuerit qui totius, ſit item axis portionis pars axis totius Conoidis: tamen numquam aliarum portionum axes paralleli ſunt axi Conoidis; quin potiùs cum eo concurrunt in vertice coni Conoidem comprehendentis. Hoc verò diſcrimen naſcitur ex diuerſis affectionibus conicarum ſectionũ, quæ iſtas conoides producunt. Axis enim paraboles parallelus eſt axi coni, cuius ſectio eſt: ſed axis hyperboles cõcurrit cum cono, ex quo reſecatur, ſicuti iamdudum explicuimus.



Sit ergo hyperbolica Conois A. B. C. conuſque eam comprehendens E. F. G. Sint Conoidis diameter B. D. vertex B. baſis A. R. C. Q. Coni verò axis F. D. apex F. baſis E. T. G. S. ſit adiecta axi F. B.

Tangat autem Conoidem planum I.k, in puncto H: aliudque Conoidem ſecet, puta V.X. punctulis diſtinctum, & tangenti parallelum: demum huius ſecantis pars comprehenſa intra ſuperficiem Conoidis ſit L.P.M.O. Etenim hæc portio plani ſecantis L. P. M. O, baſis eſt [a] ſegmenti Conoidis: in quam à vertice F. per H. punctum contactus, & verticem [b] reſectæ portionis L. H. M. linea cadens F. N. præbet [c] H.N. axim dictæ reſectæ portionis, cui adiecta eſt [d] tandem H.F. Licet ergo præcedentes definitiones oculis luſtrare. Cæterum quoniam ſectionum conicarum deſcriptiones (vt ait Pappus [e]) non facilè eſt in plano deſignare, frequenteſque erunt in ſequentibus, operæ pretium facturi videmur, ſi hoc loco rationem ſubiungamus, qua iuxta ſingularum proprietates eas deſcribamus.

a 13. definit.
b 14. defin.
c 15. definit.
d 16. defin.
e ſcholio in propoſ. 4. l. 3 collect. Mathemat.

ΛΗΜΜΑ.

Duabus datis lineis duas alias inuenire & efficere, vt quemadmodum fuerit prima datarum ad ſecundam, ita ſit quadratum prioris inuentæ ad quadratum poſterioris.

ΥΠΟΘΕ. Dentur A.B.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur quæuis C. & vt A. ad B. ſic fiat [f] C. ad E. Tum inter C. & E. media ſit [g] D.

ΣΥΜΠΕ. Dico C.D. lineas eſſe petitas.

ΑΠΟΔ. Vt C. ad E. hoc eſt [h] vt A. ad B. ſic eſt [i] quadratum C. ad quadratum D. quod vult λῆμμα.

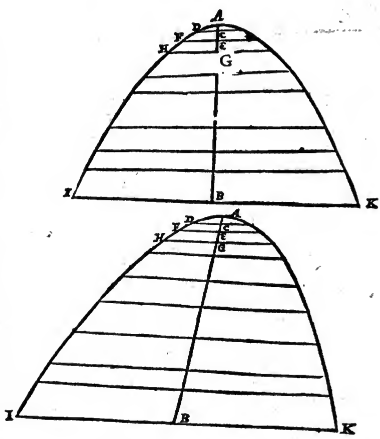


f per 12. l. 6.
g per 13. l. 6.
h per 11. l. 5.
i per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Parabolem deſcribere.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A.B. quæ ſit diameter deſcribendæ paraboles, & in ea ſumantur quotlibet puncta C. E. G. & alia, à quibus perpendiculares, ſeu inter ſe parallelæ erigantur C. D, E.F, G.H, & cæteræ, fiatque [l] vt quemadmodum prior pars diametri A. C. eſt ad ſequentem A. E. ita ſit quadratum D.C. ad quadratum F.E. Tum vt A.E. ad A.G. ſic quadratum F.E. ad quadratum H.G. & ita conſequenter vſque ad I.B. ſeu ad eam, quàm facere baſim decernimus. His C.D, E.F, G.H. & alijs æquales, totidem ponamus ab alio latere diametri, ſeu axis A.B. Tandem per puncta A, D, F.H. & alia curuam lineam traducamus.



l per proximum lemma.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam hanc curuam referre nobis ſectionem rectanguli coni ſeu parabolem.

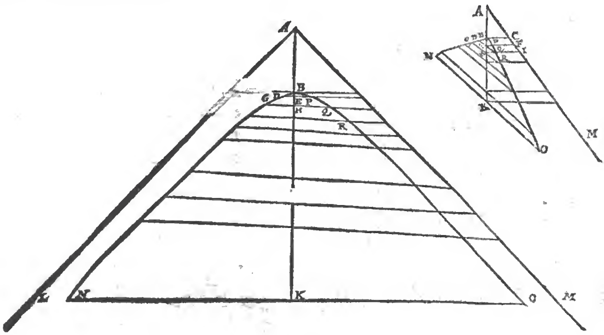
ΑΠΟΔ. Veritatem huius problematis deducit Eutocius ex 20. lib. 1. Conicorum elementorum Apollonij.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β.

Hyperbolem deformare.

ΚΑΤΑΣ. Exponatur linea quæuis A.K. in qua punctus ſumatur B. à quo perpendicularis erigatur B.C. quæ ſit loco illius lineæ, quæ dicitur[a] recta, ſeu rectum latus vel iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione ordinatim ducuntur. Iungatur A. C. & in infinitum producatur.

a in 12. l. 1. Conic. Apollon.



Capiantur deinde in B.K. quotquot lubet puncta E. H. & alia, à quibus in A. C. productam parallelæ ipſi B.C. lineæ ducantur, vt E.F, H.I. & aliæ.

Tandem rectangulo ſub B.E, E.F. ſit[b] quadratum E.D. æquale, & rectangulo ſub B.H, H.I. fiat[b] quadratum H.G. par: & ita de alijs, quouſque ad baſim peruenerimus, vt K.N. aganturque lineæ E.D, G. H. k. N. & aliæ parallelæ inter ſe. Producanturque ſibi æquales ab alia parte diametri, vt in P. Q. R. M. & denique per illa puncta exaretur linea curua.

b per 14. l. 2.

ΣΥΜΠ. Dico lineam hanc curuam eſſe hyberbolem, ſeu ſectionem amblygonij coni.

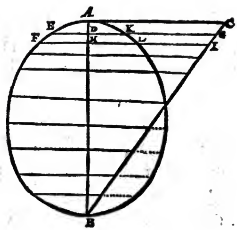
ΑΠΟΔΕΙ. Hanc praxim deducit Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum Apollonij. Nam D.E. poteſt[c], quod ſub B.E, E F. & G.H. quod ſub B.H, H.I. & ita de cæteris.

c per 12. l. 1. conic. Apol.

Cæterum quomodo datis duabus lineis angulum continentibus, & intra eas puncto dato, deſcribatur per punctum datum coni ſectio, quæ hyperbole appellatur, ita vt datæ lineæ aſymptoti ſint, ſeu inconcurrentes, oſtenditur propoſitione quarta libri ſecundi Elementorum Conicorum: quamquam iſtæc effectio non Apollonij ſit, nec cuiuſquam antiquioris Eutocio: ipſe enim ad 4. lib. 2. de ſphæra & cylindro, ait ſe addidiſſe hoc problema, quoniam non reperiatur in Elementis Conicis. Sed & hoc problema habetur à Pappo, vt notauit Commandinus ſcribens in Conica. Hæc verò iam attigimus ad ſecundum librũ de Sphæra & Cylindro propoſitionem quartam.

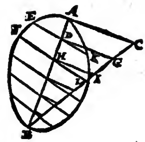
ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ.

Ellipſim in plano deducere.



ΚΑΤΑΣ. Ducatur A. B. futura diametrus Ellipſeos: cui perpendicularis erigatur A.C. minor, quàm A. B. & iungatur C.B. Sumantur deinde in A.B. quotlibet puncta D.H. & alia, à quibus lineæ ipſi A.C. parallelæ ducantur D. G, H.I. & cæteræ. Tum rectangulis ſub A. D, D.G, & A. H, H. I. alijſque deinceps, fiant a quadrata perpendicularium, ſeu parallelarum D. E, H. F. & aliarum æqualia. a per 14. li. 2.

Protendantur demum perpendiculares E.D.F.H. & aliæ, quoad ſibi ipſis fiant æquales ab alia diametri parte, vt D. K, H. L. & cæteræ. Denique per puncta E. F. K. L. & ſimilia deducatur curua linea. Cæterum inuentæ lineæ v. g. D.E, H.F. & huiuſmodi, quarum quadrata ſunt æqualia rectangulis comprehenſis ſub partibus diametri, & lineis ductis parallelis ipſi A. C. ſeu recto lateri Ellipſeos, poſſunt applicari ad diametrum in omni angulo recto, obtuſo vel acuto, ſecundum figuræ ſitum requiſitum, dummodo ſint inter ſe parallelæ omnes.



ΣΥΜΠ. Fiet ſic Ellipſis.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Hoc euicit itidem Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum, & per 13. quoque eorumdem confirmari poteſt.

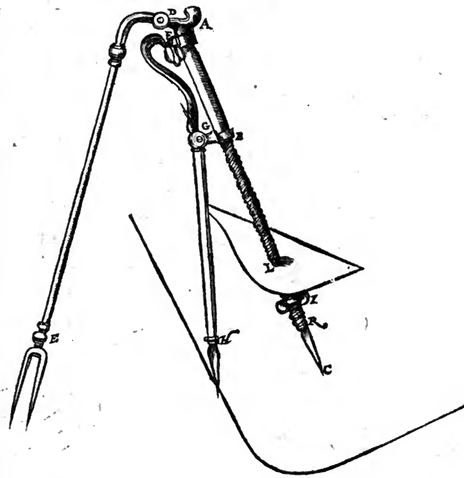
Nonnulli vnica circinatione imaginati ſunt has poſſe referri ſectiones: traditque in hunc finem circinum Barocius, cuius totum artificium dependet ex figura deſcribendæ ſimili, quæ immobili pedi inſtrumenti adfigitur, vt limbo ipſius perpetuo pes alter in circinatione adhærens, aliam ſimilem in ſubiecto & parallelo plano deformet. Verum priùs oportuit illam figuram circino adfixam deſcripſiſſe.

Eutocius autem ad finem demonſtrationis modi, quo Menechmus duas medias proportionales inter duas datas inueniebat, quem modum ſupra explicuimus ad primam ſecundi de ſphæra & cylindro, ſubiungit, γέγραπται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος διαβήτου τοῦ μιλησίου μηχανικοῦ ἰσιδώρου τοῦ ἡμετέρου διδασκάλου: γραφέντος δ' ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γραφὲν αὐτῷ ὑπόμνημα τῶν ἥρωνος καμαρικῶν. Sed Camarica illa Heronis, cum non extent, neque illud Diabeton habeamus, ipſius loco non cenſuerim modicam vtilitatem ac commoditatem ſumi poſſe in deſcribendis omnibus figuris vnica circinatione ex inſtrumento, quod hic adpinximus, quoque pro antiqua διαβήτῃ Iſidori interim fruemur, maximè cum non malè Græcæ λ. figuram præ ſe ferat.

A.C. pes eſt fixus, cuius pars K. I. cochleata eſt vt in eam indãtur figuræ, quæ propterea in ſui meditullio habent pericochlion, quale eſt L.

Eſt I. Equiculus, ſeu Pericochlion, quo ſtringuntur figuræ, ne in circinnatione moueantur.

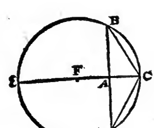
G.H. eſt pes mobilis, qui per ambitum figuræ reuoluitur, vt ſimilem deſcribat. Aperitur aut comprimitur in G. vbi incipit & premit arcus G.F. quoad ipſe mobilis firmius adhærens limbo figuræ exactiùs retineat ipſius formam.



D.E. pes eſt qui quoque immobilis eſt, conſtantemque continet pedem A.C. dum circa ipſum pes mobilis reuoluitur beneficio canalis A.B. qui circa longitudinem A.B. pedis A.C. liberè giratur.

LEMMA.

Dato quadrato, & altero latere eorum, ſub quibus continetur rectangulum illi quadrato æquale reliquum latus cognoſcere.



ΠΡΟΘ. Detur quadratum lateris A.B. latus verò rectanguli æqualis ſit A.C.

ΚΑΤΑΣ. Conſtituantur ad angulum rectum ambo latera, tam quadrati, quàm rectanguli, qui ſit B.A.C. producaturque B.A. in D. & fiat A.D. ipſi B.A. æqualis. Iungantur B.C, C.D. & circa triangulum B.C.D. circulus deſcribatur[a] C.B, E.D. producaturque C.A. ad circumferentiam in E.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A E. eſſe latus quæſitum.

ΑΠΟΔ. Nam C.E. diuidens B.D. bifariam trãnſit[b] per centrum. Et proinde rectangulum ſub C.A, A E. eſt[c] æquale quadrato B.A. Eſt ergo A.E. latus quæſitum.

a per 5.l.4.
b per coroll. 1.l.3.
c per 14.l.2. & 8.l.6.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ.

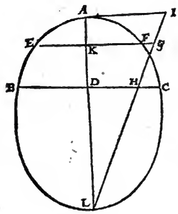
Ex data Ellipſeos portione integram Ellipſim cognoſcere.

ΥΠΟΘ. Detur Ellipſeos portio A. B. C.

ΚΑΤΑΣ. Baſi B. C. æquidiſtans ducatur [a] E. F. ambæque B. C. & E. F. biſariam ſecentur [b] linea D. K. A. in punctis K. & D. Et quia datur latus K. F. quadrati, latus quoque A. K. rectanguli æqualis, reperiatur alterum latus quod ſit K. G. Reperiatur item latus D. H. quod cum D. A. faciat rectangulum æquale quadrato ex D. C. & iungatur H. G. in quam incidant A. I. parallela ipſi K. G. & A. D. producta in L. Et ex duabus lineis perficiatur [d] Ellipſis A. B. L. C.

ΣΥΜΠ. Dico deſcriptam eſſe integram Ellipſim.

ΑΠΟΔ. Etenim deſcripta eſt Ellipſis per præcedens artificium, cuius eſt expoſita portio B. A. C. quod fuerat agendum.



[a] per 31. l. 1.
[b] per 10. l. 1.
[c] per lemma proximum.
[d] per 3. problem.

ΙΖ.

Τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα ὅμοιά ἐντι.

XVII.

Rectangulæ igitur Conoides omnes ſimiles ſunt.

ΙΗ.

Τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἔωντι.

XVIII.

Ambligoniarum vero conoidum ſimiles illæ vocentur quarum & coni comprehendentes conoides ſimiles fuerint.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Omnes rectangulas conoides ſimiles eſſe dicit: quia generantur ex parabolis ſeu rectanguli coni ſectionibus, quas omnes eſſe ſimiles demonſtrabimus [e] vſpiam in ſequentibus. Similitudo enim ſuperficierum ſimilitudinem corporum quæ producunt arguit: ita vt ſint [f] coni ſimiles qui ex reuolutione æquiangulorum & ſimilium triangulorum prouenerint. Horum ſiquidem axes & baſium diametri ſunt [g] proportionales. At vero ſimilitudinem hyperbolicarum conoidum deſumit ex ſimilitudine conorum conoides comprehendentium. Quod vt vero conſentaneum & rationi oſtendamus, demonſtremus oportet hyperbolas ſimiles eſſe quæ ἀσυμπτώτους ſeu lineas ἔγγιστα τῆς τομῆς habeant, ex quarum circumuolutione coni ſimiles producantur. Verum prius quæ ſint hyperbolæ ſimiles, nobis eſt decernendum. Refert [h] Eutocius ex ſexto libro τῶν κωνικῶν στοιχείων quem nobis inuidit ætas, ſimiles coni ſectiones fuiſſe ab Apollonio ſic definitas.

[e] Lemmate 1. ad 3. lib 2. de æquipōd.
[f] per 24. defin. lib. 11
[g] per 4. l. 6
[h] per propoſitionem 3. l. 2. de æquipon.

Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τοῦ κώνου τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο,

Similes portiones ſectionum coni Apollonius definiuit,

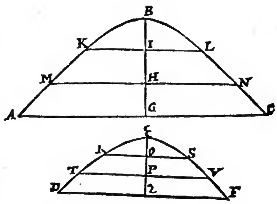
Ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆ-

In quarum ſingulis ductis lineis baſi parallelis numero æ-

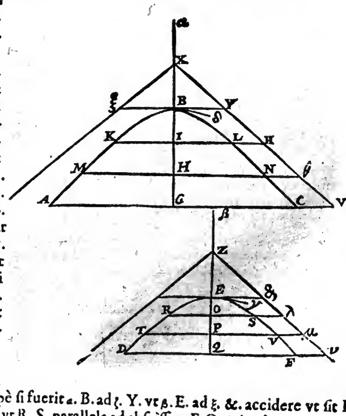
qualibus, ſunt ipſæ parallelæ & baſes ad abſciſſas diametrorum partes ſumptas à verticibus in iiſdem rationibus, tum abſciſſæ ipſæ ad abſciſſas.

θος, αἱ παράλληλοι καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας.

Exponantur coni ſectiones A. B. C, D. E. F. quarum diametri ſint B. G, E. Q. qui ſecentur punctis I. H. & O. P. per quæ baſibus agantur parallelæ numero in vtraque æquales K. L. M. N. & R. S. T. V. Si enim contingere poſſit vt K. L. ſit ad I. B. ſicuti R. S. ad abſciſſam O. E. Tum M. N. ad abſciſſam H. B. ſicuti T. V. ad P. E. Præterea baſis A. C. ad G. B. vt D. F. ad Q. E. denique vt abſciſſa I. B. ad B. H. & B. H. ad B. G. ſic E. O. ad E. P. & E. P. ad E. Q. & ita de alijs: ſimiles dicentur expoſitæ coni ſectiones, ſiue ſint parabolæ, ſiue hyperbolæ ſiue demum Ellipſes. Vnde concludimus ſimiles conorum ſectiones habere baſes diametris proportionales: aut ſi fuerint acuti angulorum conorum; Ellipſes ſimiles maiores habere diametris ad minores in iiſdem rationibus. Cæterum Commandinus hyperbolas ſimiles dicit, quarum coniunctæ diametri inter ſe, vel quarum figuræ latera eandem proportionem habent: quam definitionem viſum eſt experiri num cum præcedenti conueniat. Repetitis itaque præcedentibus ſimilibus hyperbolis A. B. C, D. E. F. earum inueniantur [a] centra X. Z. axes [b] X. G, Z. Q. recta latera [c] B. δ. & E. γ. Atque duplicatis B. X. & E. Z. fiant [c] tranſuerſa latera B. α. & E. β. Demum quartæ parti rectanguli ſub α. B, B. δ. fiat [d] quadratum B. Y. æquale item quartam partem rectanguli ſub β. E, E. γ. poſſit linea E. &. producatur B. Y. in ζ. tangens portionem in B. fiatque ζ. B. æqualis priori B. Y. Eodemque modo ſit par ξ. E. alteri E. &. & tota ξ. &. tangat ſectionem in E. Erūt [e] quippe ζ. Y. & ξ. &. ſecundi diametri ita vt ſi à centris X. & Z. agantur lineæ per Y. & &. ipſæ ſint [f] lineæ ἐγγιστα τῆς τομῆς.



a per 45. l. 2. Conic.
b per 47. eiuſdem.
c per 12. l. 1. Conic.
d per 14. l. 2.
e per 16. l. 1. Conic. in quam Eutocius.
f per 1. l. 2. Conic.



ΣΥΜΠ. Dico poſita definitione Commandini ſequi definitionem Eutocij: nempè ſi fuerit α. B. ad ζ. Y. vt β. E. ad ξ. &. accidere vt ſit K. L. parallela ad abſciſſam B. I. vt R. S. parallela ad abſciſſam E. O. & ita de reliquis tum

abſciſſa B. I. ad abſciſſam E.O vt alia B. H. ad E. P. & ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Producantur parallelæ vſque ad ἀσυμπτώτους, quas attingant in punctis ν. θ. κ, λ μ ν.

ΑΠΟΔ. Quoniam α. B. eſt ad ζ. Y. vt β. E. ad ξ. &. nempè quia coniunctæ diametri proportionales ſunt, eſt quoque X. B. a ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. Et proinde eſt b rurſus X. I. ad I. ν. vt Z. O. ad O. λ. & diuiſim c B. I. erit ad I. ν. vt E. O. ad O. λ. Atqui inter B. I. & I. ν. media eſt d proportionalis K. I. & inter E. O, O. λ. media eſt ſecundum proportionem R. O. Ergo vt B. I. ad I. ν. ita eſt e quadratum B. I. ad quadratum I. K. & vt E. O. ad O. λ. ita quad. E. O. ad quad. R. O. & ex conſequenti vt a latus B. I, ad latus I. K. ita E. O. ad O. R. & inuertendo f k. I. ad I. B. vt R. O. ad O. E. ſeu tota k. Z. parallela ad abſciſſam B. I. vt parallela R. S. ad abſciſſam E. O. Simili modo probabuntur M. N, A. C. ad H. B, G. B. ſicuti T. V, D. F. ad P. E, Q. E. Et viciſſim vt parallela k. L. ad parallelam R. S. ſeu aliæ ad alias vt abſciſſa B. I ad abſciſſam E. O. vel aliæ ad alias, quod fuit probandum.

a per 15 l. 5.
b per 4 l. 6.
c per 17 l 5.
d per 2. προβλημα-
bunus.
e per 10 definit lib 5. & 20 prop. lib 6.
f per coroll. 4 lib 5.

At vero conuerſim dico poſita definitione, quæ fuit Apollonij ab Eutocio relata, ſequi definitionem Commandini.

ΑΠΟΔ. Etenim manente.

ΚΑΤΑΣ. Quia vt k. L. ad M. N. ſic eſt R. S. ad T. V. ſemiſſes ſunt a in eadem ratione, ſemiſſiumque quadrata. Proinde vt quadratum k. I. ad quad. M. H. ſic quadr. R. O. ad quad T. P. Atqui vt quad. k. I. ad quad. M. H. ſic eſt g rectangulum ſub α. I. I. B. ad rectang. ſub α. H. & H. B. Tum vt quadratum g R. O. ad quad T. P. ſic rectāgul. ſub β. O. & O. E. ad rectang. ſub β. P. & P. E. Proinde rectangulum ſub α. I. & I. B. rectangulo ſub α. H, H. B. eſt h ſicut rectang. β. O. & O. E. ad rectangulum ſub β. P. & P. E. Rationes autem horum rectangulorum componuntur i ex rationibus laterum. Et primorum quidem ratio fit ex rationibus lateris α. I. ad latus α. H. & lateris B. I. ad B. H. Tum ſecundorum ratio componitur ex rationibus lateris β. O. ad latus β. P. & lateris E. O. ad latus E. P. Cum itaque compoſitæ rationes ſint pares, componentes quoque ſimul pares ſunt. At ſecunda primarum componentium nempè B. I. ad B. H. eſt l eadem cum ſecunda ſecundarum componentium, nempè lateris E. O. ad latus E. P. Ergo prima quoque primarum nempè α. I. ad α. H. eſt m eadem cum prima ſecundarum nimirum β. O. ad β. P. Verum B. I. eſt l ad I. H. vt E. O. ad O. P. ergo diuiſim c eſt α. B. ad α. I. vt β. E. ad β. O. & rurſus diuiſim c α. B. ad B. I. vt β. E. ad E. O. vel ſemiſſis antecedentis X. B. ad B. I. vt ſemiſſis Z. E. ad E. O. Et coniunctim n X. I. ad I. B. vt Z. O. ad O. E. Verum B. I. eſt ad I. K. & I. K. ad I. ν. vt E. O. ad O. R. & O. R. ad O. λ. Ex æquo ergo X. I. eſt o ad I. ν. vel b X. B. ad B. Y. vt Z. O. ad O. λ. vel b Z. E. ad E. &. Hoc eſt ſunt in eadem ratione coniugatæ diametri. Cæterum quia eſt X. B. ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. eſt a quoque α. B. ad ſecundam diametrum totam ξ. Y. p vt β. E. ad totam ξ. &. Atqui inter α. B. & rectum latus B. δ. media proportionalis eſt ξ. Y. Et inter β. E. ac E. γ. media quoque eſt ξ. &. Ergo quoque vt o prima α. B. ad tertiam B. δ. nempè tranſuerſum latus ad rectum, ſic β. E. prima ad tertiam E. γ. tranſuerſum latus ad rectum. Coincidunt ergo hæ ambæ definitiones ſimilium hyperbolarum, quod fuit probandum. De ſimilitudine Ellipſium agit deinceps.

g per 21. l 1 Conic.
h per 11 l 5.
i per 23. l. 6
l Ex hypotheſi definitionis Apollonianæ.
m per 3. cōmun ſent.
n per 18. l 5
o per 22. l. 5.
p per 1. l. 2.

Iam vt ad definitionem ſimilitudinis amblygoniarum Conoidum, quam inuexit Archimedes, redeamus: nobis tandem oſtendendum eſt ſimilium hyperbolarum ἀσυμπτώτους angulos comprehendere æquales. Maxime poſita alia conditione quæ requiritur in ſimilium conorum deſcriptione, nempè vt trianguli deſcribentes ſint æquianguli, vel vt conorum diametri cum diametro baſis æquales faciant angulos: alioqui alter eſſe poſſet rectus, alter ſcalenus, & ita differentes non ſimiles. Capiantur ergo ſimiles ſectiones M. D. N, & k. F. L. quarum diametri primi ſint E. D, G. F. ſecundi Q. D. S. F. tranſuerſa latera D. H. F. I. recta latera D. T, F. V. centra R. P. non tangentes ſectionem P. Q, P. X. & R. S, R. Y. baſes M. N, k. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulos T. P. X. & S. R. Y. eſſe æquales.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur B. O. parallela ſagittæ D. E.

F. I vt itaque T. D. ad D. H. ſic V. F. ad F. I. Vnde ſequitur propoſitas hyperbolas qui diametris ſunt æquidiſtantibus, eſſe ſimiles. Hic demum reliquimus de textu, quę habentur propoſitionibus 27. & 28. huius.

Ι Θ.

Περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε. Εἴκα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμάκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι· Εἰ δὲ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας περιενεχθεῖσα ἁ τῶ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς καλεῖσθαι.

XIX.

De ſphæroidibus vero figuris ſupponebamus iſta. Si acutianguli coni ſectio manente maiori diametro reuoluatur, donec redeat rurſus vnde profecta eſt, comprehenſam figuram ab oxigonij coni ſectione oblongam ſphæroidem vocari. Si vero manente minore diametro reuoluatur acutianguli coni ſectio, donec redeat vnde prodierit, conſtitutam figuram ab acutianguli coni ſectione, prolatam ſphæroidem nuncupari.

K.

Ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον.

XX.

Vniuſcuiuſque vero ſphęroidis axem appellari manentem diametrum.

KA.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τῶ σφαιροειδέος.

XXI.

Verticem vero punctum quo axis tangit ſuperficiem ſphæroidis.

K B.

Κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τῶ ἄξονος.

XXII.

Centrum autem vocari medium axis.

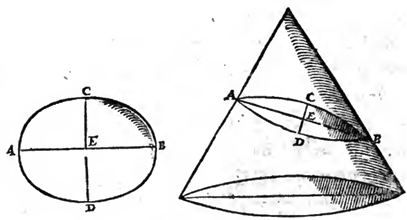
KΓ.

Καὶ διάμετρον τὰν διὰ τῶ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι.

XXIII.

Diametrum denique per centrum ad angulos rectos ductam axi.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Quid acutianguli ſectio ſit, priùs dictum eſt, eamque vocari Ellipſim noto apud Archimedem vocabulo. Sit itaque Ellipſis A.D.B.C. cuius maior diameter A.B. minor C.D. Et primum ſuper immota diametro A.B. ipſa circumducatur donec girum compleuerit: Siquidem deſcripta ſolida figura dicetur [a] oblonga ſphærois: cuius axis [b] A.B. Vertex [c] A. vel B. Cum enim axis his ambobus punctis periferiam ſphæroidis attingat, vtrumque vertex dici poteſt: Centrum eſt [d] E. tandem diameter [e] D.C. ſecat enim A.B. πρὸς ὀρθὰς Aliter vero reuoluatur eadem Ellipſis nimirum ſuper immanente diametro C.D. minori. Quippe tunc naſcetur [a] prolata ſphærois, cuius axis [b] C.D. vertices [c] puncta C.D. centrum [d] F. denique diameter [e] A.B. Cæterum prolata craſſiori & veluti obeſiori corpore conſtat, quàm oblonga: quia in prolata expanſio reuolutionis, qua cenſetur conſtitui corpus, fit ſecus lineas F.B, F.A. in oblonga vero ſecundum alias F.C, F.D. At ſunt longiores priores poſterioribus, & inde fit in illa quam in hac profundior craſſities. Cæterum hic monebimus quod nos ſuperius diximus de parabola: nempe ſingulas Ellipſis ſemiſſes in rotatione deſcribere ſemiſſem ſphæroidis. Ita vt ſecta ſphæroide per axem aliquo plano bifatiam diuidatur, cum hac ſectione naſcatur eadem Ellipſis quæ figuram conſtituerit, vt tandem demonſtrabimus. [f] Imo nobis ſumendum eſt, æquales & ſimiles partes ambarum Ellipſeos ſemiſſium æquales & ſimiles producere ſphæroidis partes. Cum enim motus ſit vniformis & æqualis gyrationis ratione ſimilium ſimiliterque poſitarum partium, ſequitur æquales ſimiles ſimilitérque poſitas partes, corpora producere æqualia & ſimilia, æqualéſque & ſimiles ambientes ſuperficies. Propterea fit vt ex data ſphæroidis portione totam ſphæroidem cognoſcamus. Diuiſa enim expoſita portione per axem, habebitur pars Ellipſeos qua conſtituta eſt: ex parte autem Ellipſeos tota cognoſcitur [g] Ellipſis, & inde tota ſphærois.

a per 19. definit.
b per 20. definit.
c par 21.
d per 22.
e per 23.
f prop. 12. huius.
g per 4. problema precedentium.

XXIV.

Et ſi ſphæroidum figurarum vtramuis plana parallela tetigerint non ſecantia: tangentibus vero his planis aliud parallelum planum agatur ſecans ſphęroidem: factarum quidem portionum baſim vocari comprehenſam in ſphæroide particulam plani ſecantis.

ΚΔ.

Καὶ εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γινομένων τμημάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ.

XXV.

Vertices vero puncta quibus parallela plana ſphæroidem tangunt.

ΚΕ.

Κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα.

ΚΔ.

Κϛ.

Ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας.

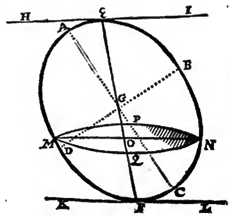
XXV.

Axes autem receptas in portionibus particulas rectæ earum apices coniungentis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sphæroidem A. B. C. D. tangant duo plana parallela H. I, k. L. in punctis E. & F. Aliud vero M. N. ijſdem tangentibus æquidiſtans, ſecet ſphæroidem, in qua ipſius ſecantis particula M. Q. N. P. contineatur: Puncta autem contactuum E. & F. iungantur recta, E. F. Etenim fient duæ ſphæroidis portiones quarum communis baſis erit [a] plani ſecantis portio M. Q. N. P. vertices [b] E. vnius & F. alterius: Axis [c] prioris E. O. poſterioris O. F.

Hic textus relinquitur qui repetitur 17. & 18. prop. huius.



a per 24. definit.
b per 25.
c per 26.

ΚΖ.

Ὅμοια δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.

XXVI.

Similes vero vocari ſphæroideas figuras, quarum axes ad diametros eandem rationem habent.

ΚΗ.

Τμᾶμα δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὅμοια καλεῖσθαι, εἴκα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι, καὶ τάς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντι, καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἔοντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βάσεων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βάσεων

XXVII.

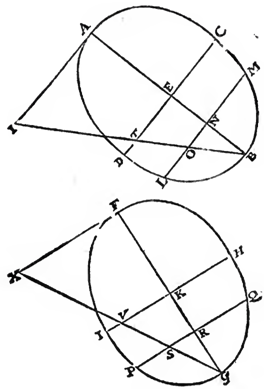
Segmenta vero ſphæroidearum figurarum & conoidearum ſimilia vocari, ſi dirempta fuerint ex ſimilibus figuris, & ſimiles habuerint baſes, & axes eorum vel recti exiſtentes ad plana baſium, vel angulos æquales cõſtituentes ad homologos baſiũ diametros

eandem rationem habuerint mutuo ad homologos baſium diametros.

τὸν αὐτὸν ἔχοντι ποτ' ἀλλήλοις ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων.

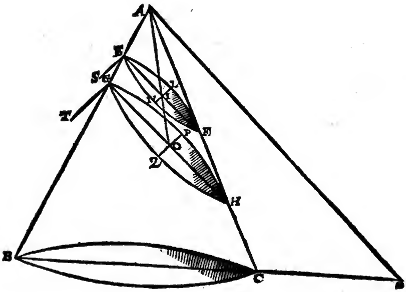
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Dictum eſt antea de parabolicarum & hyperbolicarum conoidum ſimilitudine. Hic vero ſimilium ſphæroidum definitio traditur petita, vt in illis, à ſimilibus Ellipſibus, ex quarum reuolutione conſtituuntur. Etenim vt ſimiles ſphæroideæ figuræ ſunt, quarum axes ad diametros eaſdem rationes habent: ſequitur illas à ſimilibus Ellipſibus proficiſci. Nam ijdem ſunt axes & diametri Ellipſium conſtituentium, qui conſtitutarum ſphæroidum. Tum Ellipſes ſunt ſimiles, quarum diametri eiuſdem rationis ſunt, vt ex antea datis ſimilium coni ſectionum definitionibus patet, quas vt pariter de Ellipſibus experiamur, ſicuti fecimus de hyperbolis. Sint Ellipſes A. D. B. C, F. I. G. H. quarum tranſuerſa latera ſeu diametri primæ (axes dixeris in ſphæroidibus poſt reuolutionem) ſint A. B, F. G. ſecundæ diametri C. D, H. I. Et lineæ iuxta quas poſſunt, ſeu recta latera ponantur A. I, F. X. Etenim ſi fuerint Ellipſes ſimiles erit vt A. B. ad D. C. ſic F. G. ad I. H. ſeu A. B. ad A. I. vt F. G. ad F. x. Vel demum poſitis in ambabus parallelis numero æqualibus nempe in vna D. C, L. M. Et in altera I. H, P. Q. Accidet vt cum fuerit D. C. ad L. M. ſicut I. H. ad P. Q. ſit quoque D. C. ad E. A. vt I. H. ad F. k. Et L. M. ad A. N. ſicut P. Q. ad R. F. Et demum A. E. ad E. N. ſicuti F. k. ad k. R. Atque vno poſito reliqua ſequentur.



ΑΓΩΔ. Ponamus B. A. eſſe ad A. I. vt G. F. ad F. X. Cum enim A. B. & F. G. bifariam dirimantur in E. & k. Erit vt A. E. ad A. B. ſic F. k. ad F. G. Sed vt A. B. ad A. I. ſic ponimus F. G. ad F. X. Ex æquo [a] ergo vt A. E. ad A. I. ſic k. F. ad F. X. Atqui cum A. B. ſit ad E. B. vt F. G. ad k. G. Erit [b] quoque A. I. ad E. T. vt F. X. ad k. V. Ex æquo [a] ergo A. E. eſt ad E. T. vt F. k. ad k. V. eſt [c] autem inter A. E. & E. T. media proportionalis E. D. Tum inter F. k. & k. V. media eſt k. I. Ergo A. E. eſt [d] ad E. D. vt F. k. ad k. I. & inuerſim [e] D. E. eſt ad E. A. vt I. k. ad k. F. & demum parallela tota [d] D. C. ad abſciſſam A. E. vt parallela I. H. ad abſciſſam F. k. Haud aliter monſtrabimus L. M. ad A. N. vt P. Q. ad F. R. ſi nimirum poſuerimus accidiſſe vt D. C. ſit ad L. M. ſicuti I. H. ad P. Q. ſeu D. E. ad L. N. ſicuti I. k. ad P. R. Vnde rurſus cætera colligemus. Nam A. E. eſt ad E. D. vt F. k. ad k. I. & D. E. ad L. N. vt I. k. ad P. R. Et tandem L. N. ad N. A. vt P. R. ad R. F. eſt itaque ex æquo [a] A. E. abſciſſa ad A. N. abſciſſam vt alia F. k. ad quartam F. R. Denique ſit ex hypotheſi harum Ellipſium altera alteri ſimilis iuxta definitionem Apollonij: dico ſequi hypotheſim definitionis Commandini. Nam ſi F. D. C. eſt ad A. E. vt I. H. ad F. k. erit inuerſim [e] A. E. ſeu E. B. ad E. D. vt F. k. ſeu k. G. ad k. I. Sed vt B. E. eſt ad E. D. ſic E. D. ad E. T. & vt G. k. ad k. I. ſic k. I. ad k. V. Ergo E. D. eſt ad E. T. vt k. I. ad k. V. Et ex æquo [a] B. E. ad E. T. vt G. k. ad k. V. Ergo ſic eſt B. A. ad A. I. vt G. F. ad F. X. nempe latera tranſuerſa ad recta eaſdem rationes habent. De diametris non dubium eſt, cum D. C. ſecunda diameter ponitur ad A. E. vt I. H. ad F. k. ſequitur enim D. C. ad A. B. vt diameter ad diametrum, ſicut I. H. ad F. G. etiam diameter ad diametrum.

[a] per 22. l. 5
[b] per 4 l. 6.
[c] per 3. problema ſuperius & per 21. l. 1. Conic.
[d] per 15 l. 5.
[e] per corell. 4. lib. 5.



Porro ſi conum diuiſeris per axem, & in nato ex ſectione triangulo duas lineas non parallelas baſi, ſed inter ſe æquidiſtantes duxeris, per quas deinde plana agas, æquidiſtantia, quæ conum ſecantes: ipſa ſimiles Ellipſes generabunt.

In cono enim A. B. C. ſint Ellipſes E. N, F. L. & G. Q. H. P. planis parallelis deſcriptæ, ſintque earum diametri æquidiſtantes E. F, G. H. quarum alteri ducatur A. D. parallela, ſcilicet & alteri, cui occurrat B. C. in D. recta vero latera earundem ſunt E. S, G. T. Nam S. E. erit a ad E. F. vt rectangulum ſub B. D, D. C. ad quadratum D. A. ſed ita quoque eſt T. G. ad T. H. Ergo vt E. S. rectum latus ad tranſuerſum E. F. ſic G. T. ad G. H. proinde Ellipſes ſunt ſimiles ex mox demonſtratis. a per 13. l 1.
Quantum autem ſpectat ad ſimilitudinem ſegmentorum ſphæroidum: ipſa plurimas conditiones requirit. Prima eſt, vt ſphæroides à quibus reſecantur ſimiles ſint, licet ab eadem ſphæroide etiam ſimilia ſegmenta auferantur. Secunda eſt, vt ſimiles baſes habeant: nempe circulos, vel ſimiles Ellipſes. Tertia, vt eorum axes cum diametris baſium æquales faciant angulos. Axis vero ſegmenti ſphæroidis eſt linea ducta à centro baſis ad punctum contactus, quo planum parallelum baſi ſegmentum tangeret. Vltima eſt vt ipſi axes ad conſimiles baſium diametros eaſdem rationes habeant. Reliquimus demum hic nonnulla quæ in textu habentur, quia repetuntur ſequentibus propoſitionibus 29. 33. 31. 30. 34. 32. Poſt quæ ſubiungit Archimedes.

Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτὶ τὰ ἄλλα τῶν ἀξόνων.

Καὶ δὴ ὅτι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσι.

Καὶ εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα.

Demonſtratis vero huiuſmodi theorematibus, per ipſa reperiuntur theoremata multa & problemata, quale eſt iſtud: Quod ſimiles ſphæroides & ſimilium tam ſphæroidearum figurarum quam conoidearum ſegmenta triplicem axium rationem inter ſe habeant.

Et rurſus, quod in æqualibus ſphæroideis figuris quadrata dimetientium reciprocè æquipollent axibus.

Et ſi in ſphæroideis figuris quadrata dimetientium æquipollent reciprocè axibus, æquales ſunt ſphæroides.

Problema vero iſtiuſmodi: A data ſphæroidea portione ſeu conoidea, portionem abſcindere plano æquidiſtanter ad datum planum acto, ita vt reſecta portio æqualis ſit dato cono, vel cylindro, vel datæ ſphæræ.

Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος καὶ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἰ μὲν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc quidem cùm theoremata tum problemata non demonſtrantur ad Archimede: propterea in fine libri ea demonſtrare conabimur, & interim ab his abſtinendo, verba authoris perſequamur.

Præſcribentes igitur & theoremata & ſubſidia, quæ neceſſaria ſunt ad demonſtrationes illorum, poſtea tibi quæ propoſita ſunt, ſcribemus.

Vale.

Προγράψαντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς αὐτά, μετὰ ταῦτα γράφουμέν τοι τὰ προβλήματα,

Εὐτύχει.

SVBSID.

ΕΠΙΤΑΓ.

I.

Si conus plano ſecatur in omnia coni latera coincidēte, ſectio erit vel circulus vel acutianguli coni ſectio.

Α.

Εἴκα κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Conus Iſoſceles plano ſectus recto ad planum per axem ſecans & parallelo baſi, gignit [a] ſui ſectione circulum: ſectus vero plano non æquidiſtante baſi, producit [b] Ellipſim. At vero ſi ſcalenus conus plano perpendiculari ad planum per axem actum & parallelo ad baſim vel ſubcontrariè poſito ſcinditur, [c] fit circulus: non parallelo autem nec ſubcontrarie diſpoſito, Ellipſis conſtituitur [b].

a per 4. l. 1. Conic. & per 12. lemma ad 16. l. 1. de ſph. & cylind.
b per 13. l. 1 Conic.
c per 4. & 5. l. 1. Conic.

ΕΠΙΤΑΓ. Β. — SVBS. II.

Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ, κῶνος ἐσσεῖται.

Siquidem ergo circulus fuerit ſectio: manifeſtum eſt comprehenſum ab ipſa ſegmentum ad verticem vſque coni, conum eſſe.

Γ. — III.

Εἰ δὲ κ' ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τοῦ κώνου κορυφᾷ, ἀπότμαμα κώνου καλείσθω.

Si vero ſectio fuerit Ellipſis: deducta à cono figura vſque ad verticem coni, ſegmentum coni nuncupetur.

Δ. — IV.

Τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

Segmenti vero baſis dicatur planum comprehenſum ſub Ellipſi.

Ε. — V.

Κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά.

Vertex autem punctum quod idem eſt apex coni.

ϛ. — VI.

Ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ τᾶς τοῦ κώνου κορυφᾶς ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα.

Axis demum iuncta linea à vertice ad centrum Ellipſeos.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

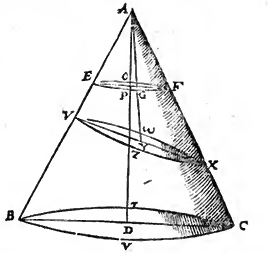
Definit partes ſuperioribus conorum ſectionibus à totis ademptas. Quando itaque ex ſectione circulus naſcitur, pars coni ſecti, quæ verticem habet, conus eſt, & rectus quidem, ſi qui ſecatur rectus eſt: ſcalenus vero, ſi totus ſcalenus fuerit. Ademptos autem ſimiles eſſe totis facillimè probatur. Coni enim A. B. C. ſecentur planis E. O. F. P. baſibus conorum parallelis: dico conos A. E. F. ſimiles eſſe totis A. B. C.

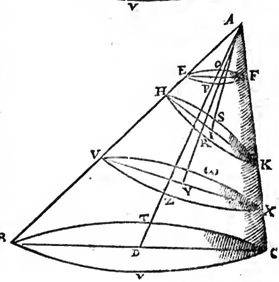
ΚΑΤΑΣ. Diuidantur enim per axem A. D. adacto plano, vt fiant a trianguli A. B. C, A. E. F. a per 3. l. 1. Conic. Apoll.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia E. F. parallelæ ſunt baſi B. C. fiunt b F. G. ad G. A. vt C. D. ad D. A. Hoc eſt totæ c E. F. ad G. A. ſeu diametri baſium ad axes, vt diametri C. B. ad axes D. A. coni b per 4. l. 6. c per 15. l. 5.

a per 14. ergo A. E. F. ſunt *a* totis A. B. C. conis ſimi-
deſinit l 11. les. At vero ſcalenus A. B. C. ſubcontrariè ſecetur plano adacto per H. K. & per axem D. A. agatur planum rectum ad baſes B. V. C. T. & H. R. K. S. ita vt trianguli A. B. C. & A. H. k. ſubcontrariè ponantur, nimirum angulus A. H. k. ſit æqualis angulo A. C. B. & reliquus A. k. H. reliquo A. B. C. Denique ducatur axis A. I.

ΑΠΟΔ. Nam cum trianguli A. H. k. duo anguli ad H. & k. duobus ad C. & B. trianguli A. B. C. ſint æquales, & qui ad A. ſit com-
aa per 4. l. 6 munis, ſequitur *aa* A. k. eſſe ad k. H. vt A. B. ad
bb per 15. l. 5 B. C. Atqui vt H. k. ad I. k. ſic *bb* B. C. ad B. D.
b per 22. l. 5 Ex æquo *b* ergo A. k. eſt ad k. I. vt A. B. ad B. D. cum itaque anguli A. k. I. & B. ſunt æquales, & circum ipſos latera proportionalia
c per 6. l. 6. trianguli H. k. I. & A. B. D. ſunt *c* æquianguli & k. I. ad I. A. vt B. D. ad D. A. & denique dupla H. k. ad I. A. vt *bb* dupla B. C. ad D. A. coni itaque A. H. k. & A. B. C. ſunt *a* ſimiles, quod fuit probandum. Cæterum portionem coni quæ baſim habet Ellipſim, conum non vocat Archimedes vt ſuperiorem, ſed ſegmentum coni ſeu ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Nam omnis conus baſim habet circulum. Secentur itaque rurſus trianguli A. B. C. neque æquidiſtanter neque ſubcontrariè baſi, planis actis per lineas V. X. Et fiant Ellipſes V. Z. X. ω. quarum diametri ſint X. V. maiores, & Z. ω. minores centra Y. à quibus ad apicem conorum A. lineæ
d Ex 3. ſubſidio. ducantur Y. A. Erunt *d* enim ſolidæ partes deductæ A. V. X. ſegmenta conorum, quorum
e Ex 4. baſes erunt *e* Ellipſes V. Z. X. ω. Vertices *f* A. Et
f Ex 5. axes *g* A. Y.
g Ex 6.





VII.

Atque ſi cylindrus duobus planis parallelis ſecatur coincidentibus in omnia Cylindri latera: fient vel circuli vel acutiangulorum conorum ſectiones æquales & inter ſe ſimiles.

Z.

Καὶ εἴκα κύλινδρος δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμηθῆ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλήλαις.

VIII.

Siquidem igitur ſectiones circuli fiant: manifeſtum quod reſecta à Cylindro figura inter parallela plana, cylindrus erit.

H.

Εἰ μὲν οὖν καὶ τομαὶ κύκλοι γίνωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, κύλινδρος ἐσσεῖται.

IX.

Si vero & ſectiones acutiangulorum conorum ſectiones

Θ.

Εἰ δὲ καὶ τομαὶ γίνωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ

τȣ κυλίνδρȣ σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, τόμος κυλίνδρȣ καλείσθω.

fuerint: excepta è cylindro figura inter parallela plana, fruſtum cylindri appelletur.

I.

Τȣ δὲ τόμȣ βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ ταῖν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαῖν.

X.

Huius autem fruſti baſis quidem dicatur, quodlibet planorum conceptorum ſub acutiangulorum conorum ſectionibus.

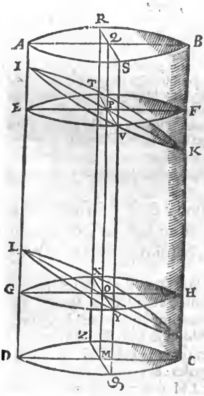
I A.

Ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύȣσα εὐθεῖα τὰ κέντρα ταῖν τῶν ὀξυγωνίων τομαῖν· ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τȣ κυλίνδρȣ.

X I.

Axis verò recta quæ coniungit centra ſectionum acutiangulorum conorum: eritque ipſa in eadem recta linea cum axe cylindri.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Secetur cylindrus A. B. C. D. duobus planis parallelis, quæ in omnia Cylindri latera incidant. Fient circuli vel Ellipſes: ſcilicet ſi plana ſecantia fuerint baſi parallela, cuiuſmodi ſunt E.T.F.V, at G.X.H.Y. circuli fient *a* ſectiones. At ſi non fuerint parallela baſi ſecantia plana, ſed tantùm inter ſe, qualia ſunt I.T.k.V. & L.X.N.Y. erunt ſectiones Ellipſes *b*, quod demonſtratum eſt ab antiquis. Circulos autem illos inter ſe, & Ellipſes illas inter ſe æquales, & ſimiles eſſe nobis demonſtrare, ex re incumbit.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur cylindrus per axem, fiatque parallelogrammum D.B. *c* tum alio quoque plano per axem, ſed ſecante priùs parallelogrammum rectò ὲ πρὸς ὀρθάς, fiatque rurſus aliud parallelogrammum S.Z. Communis verò ſectio amborum parallelogrammorum ſeſe ſecantium erit axis Q.M. cùm vtriuſque ſectio fiat per axem. Ducantur autem diametri tam circulorum E.F, G.H. quàm Ellipſium I.k, L.N. & T.V.X.Y.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulorum I.P.E. & F.P.k. anguli ad P. ſunt *d* æquales, quia ſunt κατὰ κορυφὴν, tum qui ſunt *e* ad E. & F. Proinde *f* vt I.P. ad P.E. ſic k.P, ad P.F. & viciſſim *g* vt I.P. ad P.k. ſic E.P. ad P.F. Sed ſunt *a* æquales E.P, P.F. quia centrum circuli eſt in axe: æquales ſunt ergo I.P, P.k. & centrum Ellipſis eſt P. in axe. Quoniam verò T.V. eſt in eodem plano, quàm circulus E.T.F.V. & tranſit per centrum P. ſunt T.P, P.V. radii circuli E.T, F.V. & æquales, tum inter ſe, tum duobus E.P, P.F. Similiter probabo L.O, O.N. æquales, tum O.X, O.Y. pares inter ſe, & radiis G.O, O.H. Proinde cum parallelogramma ſint F.G, k.L, V.X. æquales ſunt *h* E.F, G.H. & radii E.P, P.F. radiis G.O, O.H. Similiter æquales ſunt I.k, L.N. & demum T.V. & X.Y. Et vt eſt k.I. ad T.V. ſic eſt L.N. ad X.Y. Vnde fit vt tam circuli inter ſe quàm Ellipſes inter ſe ſint æquales, & ſimiles *i*, quod fuit probandum.

Porrò cylindri partes à circulis abſciſſæ cylindri ſunt, vt E.A.B.F. & G.A.B.H. nec duntaxat portio cylindri inter duos circulos concepta, *l* nempè E.G.H.F. At cæteræ quæ baſes habent Ellipſes non cylindri, ſed cylindrorum fruſta, ſeu τόμοι appellantur, qualia ſunt A.B.k.I. & L.A.B.N. Nihilominus propriè hic deſcribitur *m* fruſtum cylindri duabus Ellipſibus conce-

a Serenus propoſ. 5. li. de ſectione cylindri.
b Serenus prop. 13. & ſequentibus de ſect. cyl.
c per 2. li. de ſect. cylind.
d per 15. l. 1.
e per 29. l. 1.
f per 4 l. 6.
g per 16 l. 5
h per 34. l. 1.
i per ea quæ diximus ad 27. definit. huius.
l vt definit. 8 ſubſid.
m 9 ſubſid.

a per 10. ſubſid. b per 11. ſubſid.

ptum: vt ſit portio I. L. N. k, quæ duabus Ellipſibus, a vt baſibus terminatur, ſeu partibus ſecantium planorum conceptis ſub ſectionibus acutiangulorum conorum. Huius fruſti axis eſt b P. O. Ellipſium centra coniungens, & pars lineæ Q. M. quæ axis eſt totius cylindri.

Cæterum hic propoſitiones ſubiungit Archimedes. Verum quia in ſequentibus aliam tradit definitionem, quæ propoſitionibus commixta ἀσυμφώνως eſſe videtur: eam propterea hic repoſuimus, & ſubſidiis coniunximus.

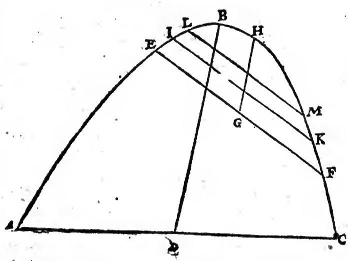
SVBSID. XII.

Diametrum voco cuiuſcumque ſegmenti lineam quæ bifariam ſecat omnes rectas ductas in ſegmento baſi ipſius æquidiſtantes.

ΕΠΙΤ. ΙΒ.

Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος, τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



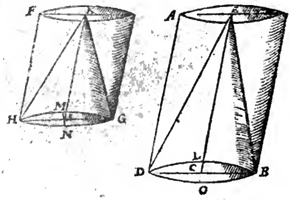
Hanc definitionem habet Archimedes propoſitione quarta huius. Incidit autem in 10. primarum definitionum lib. 1. Conicorum, quæ Apollonii nomine circumferuntur. Nam cum ſegmentum ſectionis ſectio ſit Coni, eius diameter eodem definitur modo, quo diameter totius definitionis. Sit ſectio Coni A. B. C. cuius diameter D. B. Ab ipſa ſectione reſecetur ſegmentum E. H. F. baſi E. F. è cuius medio exurgat G. H. parallela diametro B. D. baſi verò ducantur æquidiſtantes I. k, L. M. & quotlibet aliæ. Etenim ſi lineæ I. k, L. M. bifariam ſectæ fuerint ab exurgente G. F. erit ipſa G. F. diameter ſegmenti E. H. F. hanc verò diametrum G. H. & quaſcumque alias aliarum ſectionum ex tota A. B. C. reſectatum totius diametro B. D. parallelas eſſe, oſtendemus in ſequentibus. c

c Manifeſt. 1. li. 2. de æquipond.

SVBSIDIVM XIII.

Similia Cylindri fruſta, ſimiliaque coni ſegmenta ſunt, quæ ſimilibus inſiſtunt baſibus, quarumque axes faciunt æquales angulos ad conſimiles baſium diametros, ad eaſque pares rationes habent.

Sint A. B, F. G. Cylindrorum fruſta, vel D. E. B. & H. K. G. conorum ſegmenta: Horum verò baſes D. C. B, H. I. G. ſint ſimiles, tum anguli E. C. B, K. I. G. æquales: & etiam pares E. C. L. & k. I. M. facti nempè ex axibus, & conſimilibus diametris. Denique habeat axis E. C. ad D. B. eam rationem, quem habet k. I. ad H. G. vel E. C. ſit ad L. O. vt k. I. ad M. N. Dicētur huiuſmodi fruſta & ſegmenta inter ſe ſimilia.



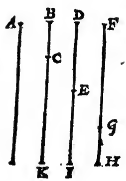
ΠΡΟΤ. Α.

Εἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ἦ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· Πάντα τὰ μεγέθεα ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια.

PROPOS. I.

Si fuerint magnitudines quotcumque æquali ſeſe excedentes, fueritque exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ item magnitudines, numero quidem æquales illis, magnitudine verò ſingulæ pares maximæ: Omnes quidem magnitudines, quarum vnaquæque æqualis eſt maximæ, omnium æquali ſeſe excedentium, minores ſunt quàm duplæ: reliquarum verò ſine maxima maiores quàm duplæ.

Huius propoſitionis τὰν ἀπόδειξιν φανερὰν eſſe, ait Archimedes, & ab ea proinde ſupet ſedit: quam tamen dabimus huiuſcemodi.



ΥΠΟΘ. Sint quatuor quantitates H.G minima, I.E, K.C. & A. maxima, quæ ſint in proportione arithmetica, ſeſeque æquali magnitudine excedant, & quidem exceſſu qui ſit æqualis minimæ H.G. Sintque rurſus quatuor aliæ magnitudines H.F, I.D, K.B, & A. quarum quælibet ſit ipſi A. præcedentium maximæ par.

ΣΥΜΠ. Dico lineas H.F, I.D, K.B, A. eſſe minores quàm duplas aliarum H.G, I.E, K.C, A. At illas eaſdem maiores eſſe quàm harum duplas, ſi ab his dempſeris maximam A. nempè quàm H.G, I.E, k.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quatuor H.F, I.D, k.B, A. ſunt pares inter ſe, nimirum ſingulæ æquales ipſi A. maximæ inæqualium & inæqualium proxima ipſi A. eſt k. C. ſequitur C.B. eſſe æqualem exceſſui, quo A. ſuperat k.C. Et proinde C.B. eſt æqualis primæ ſeu minimæ H. G. & idcirco reliqua G.F. par eſt ipſi C.k. Deinde E.I. ſuperat G.H. exceſſu pari ipſi H. G. Bis ergo E.I. continet G.H. Tum quia D.I. par maximæ A. componitur primo ex I.E. & ex exceſſibus, tam eo quo C.k. ſuperat E.I. quam eo quo A. excedit C.k. liquet E.D. bis quoque continere G.H & eſſe D.E. parem ipſi E.I. Tres itaque adiectæ B.C, D.E, F.G. ſunt æquales tribus H.G, I.E, k.C. Et proinde tres ex æqualibus B.k, D.I, F.H. duplæ ſunt trium inæqualium H.G, E.I, C.k. At verò A. ſibi tantum æqualis remanet, nec eſt hic quantitas, cuius ſit dupla. Ergo omnes æquales A, B.k, D.I, F.H. ſunt minores, quàm duplæ omnium inæqualium G.H. E.I, C.k, A. nempè quantitate totius A. Deinde ſi ab inæqualibus ſubſtuleris maximam A. liquet omnes æquales, omnes A, B.k, D.I, F.H. maiores eſſe quàm duplas reliquarum C.k, E.I, G.H. nempè etiam quantitate totius A. Iam enim oſtendimus ſolas B.k, D.I, F.H. harum reliquarum eſſe duplas. a per 3. com. ſent.

ΑΛΛΩΣ.

Quia exceſſus arithmeticè progreditur, arithmeticam hanc demonſtrationem dabimus: Quoniam I.E. ſuperat H.G. exceſſu ipſi H.G. æquali, ſecunda E.I. continet bis primam G.H. At verò C.k. ſuperat E.I. eadem quantitate G H. metitur ergo G.H. per ipſam C.K. demum A. quater, ob eandem rationem repetit in ſe G.H. numeri autem 1.2.3.4. denarium complent. Atqui quæque æqualium par eſt ipſi A. & ideò qua-

ter complectitur G.H. At quater quatuor ſexdecim reddunt. Sunt autem 16. minores quam duplæ denarij, ſcilicet minores quàm 20. numero quidem 4. ſeu quantitate A. Tolle verò A. ab inæqualibus, ſeu 4. ſupererunt 1, 2, 3. hoc eſt ſenarius, cuius duplum nempè duodenarium 16. excedunt, & quidem quaternario, ſeu quantitate A. quod fuit probandum.

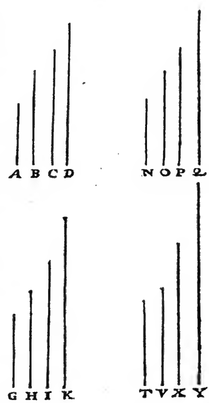
PROP. II.

Si magnitudines quotlibet multitudine alijs magnitudinibus æqualibus numero binæ, eandem rationem habuerint similiter ordinatæ: Ponantur verò primæ magnitudines ad alias magnitudines, vel omnes, vel aliquæ earum in quibuſuis rationibus, tum ſecundæ ad alias magnitudines homologæ in ijſdem rationibus: omnes primæ magnitudines ad omnes, quibus conferantur, eandem rationem habebunt, quam habent omnes ſecundæ magnitudines ad omnes, quibus proponuntur.

ΠΡΟΤΑ. Β.

Εἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα· λέγηται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτὶ τἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἢ τινὰ αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ᾽ ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται.

ΥΠΟΘ. Sint quotcumque quantitates A.B.C.D. & aliæ totidem numero G. H. I. k. quæ ſe habeant inter, vt ſicuti A. eſt ad B. ſic G. ſit ad H. & vt B. ad C. ita H. ad I. & reliquæ ad reliquas cõſequenter. Tum alij duo habeantur quantitatum ordines, ad quas ita diſponantur priores illæ, vel omnes, vel earum aliquæ, vt quemadmodum A. fuerit ad N. ita G. ſit ad T. & veluti B. ad O. ita H. ad V. & demum ſicut reliquarum ſingulæ C. D. ad ſingulas ſequentes P. Q. ijſdem ſe habeant rationibus continuis, vel diſcontinuis I. k. ad X. Y.



ΣΥΜΠ. Concludit Archimedes omnes ſimul A.B.C.D. eſſe ad omnes ſimul N.O.P.Q. vt ſunt G.H.I.k. ad reliquas T.V.X.Y.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. ex hypotheſi eſt ad N. vt G. ad T. inuerſim [a] N. eſt ad A. vt T. ad G. Verum A. ponitur ad G. vt B. ad H. vnde permutando [b] A. eſt ad B. vt G. ad H. Ex æquo [c] igitur N. eſt ad B. vt T ad H. Adhuc cum B. ſit ad O. vt H. ad V. ſimiliter ex æquo [c] vt N. ad O. ſic T. ad V. Simili prorſus argumento oſtendemus O. eſſe ad P. vt V. ad X. & P. ad Q. vt X. ad Y. Præterea quoniam ambo quantitatum ordines A.B.C.D. & G.H.I. K. diſponuntur in eadem ratione, vt eſt A. ad G. ita ſunt [d] omnes antecedentes A. B. C. D. ad omnes conſequentes G. H. I. K. Ideò viciſſim eſt [b] A. ad omnes ſui ordinis, vt G. ad

a per coroll. 4. li. 5.
b per 16 l. 5.
c per 22. l. 5.
d per 12. l. 5.

omnes ſuas,& inuerſim tota primarum ſeries eſt [a] ad vnam A, vt ſecundarum ſeries eſt ad vnam G. Et eadem ratione vt N. eſt ad ſuas N.O.P.Q. ita eſt T. ad omnes ſuas T.V. X Y. Atqui A. eſt ad N. vt G. ad T. Proinde ex æquo [b] A. eſt ad omnes N.O.P.Q. vt G. ad omnes T.V.X.Y. Habentur itaque hinc tres quantitates A.B.C.D. prima, A. ſecunda N.O.P.Q. tertia: illinc verò aliæ tres G.H.I.K. prima, G. ſecunda T.V.X.Y. tertia, & ſunt omnes in eadem ratione: prima ad ſecundam vnius ordinis, vt prima ad ſecundam alterius ordinis: & demum ſecunda ad tertiam primæ ſeriei, vt ſecunda ad tertiam ſecundæ ſeriei. Idcirco prima illarum A.B.C.D. eſt [b] ad tertiam N.O.P.Q. vt harum prima G.H.I.K. ad tertiam T.V.X.Y. quod fuit probandum. Cæterum ſi in vnoquoque duorum ſecundorum ordinum, ſint tantum tres magnitudines quartæ D. & Q. ad nullas referentur in ſecundis ordinibus, neque tamen accidet, quin ſemper veriſſima ſequatur concluſio. Vt facillimè experiemur relictis Q. & Y. ſecundorum ordinum. Quamquam ergo reliquæ primarum conferantur cum ſecundis, ſequitur quod fuerat demonſtrandum.

[a] per coroll. 4.l.5.
[b] per 22.l.5.

ΠΡΟΤ. Γ.

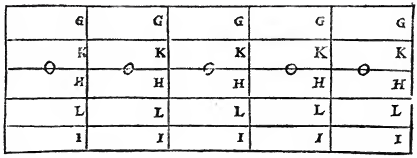
Εἴκα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔωντι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παρεμπέσῃ τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς, καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τᾷ ἡμισέᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

PROP. III.

Si fuerunt lineæ inter ſe æquales quotlibet numero, ad quarum vnamquamque accedat ſpatium excedens forma quadrata, fuerint verò latera excedentium quadratorum, ex æquo alia alijs maiora, & exceſſus æqualis eorum minimo: aſſumantur verò & alia ſpatia ſuperioribus æqualia numero, ſed magnitudine ſingula ſint æqualia maximo illorum: hæc ad omnia quidem alia ſpatia minorem rationem habebunt ea quàm habet linea æqualis duabus, lateri, ſcilicet maximi excedentis quadrati, & vni ex æqualibus aſſumptis ad æqualem duabus, tertiæ nimirum parti dicti lateris maximi quadrati, & dimidiæ vnius æqualium: maiorem verò hac eadem ad reliqua ſpatia inæqualia dempto maiori habebunt.

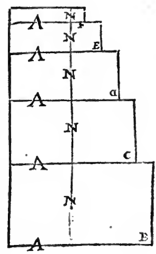
ΥΠΟΘΕ. Sint A. quotlibet lineæ æquales, & ſingulæ excedantur quadrato, ſicuti primum A.B. excedit ſpatium A.C. forma quadrata B.N. Latera verò excedentium quadratorum ſeſe inuicem ſuperant pari quantitate, quæ ſit æqualis lateri F. minimi quadrati.

Habeantur rurſus quinque ſpatia ęqualia ſuperioribus numero, magnitudine verò ſingula paria conſtituantur ſuperiorum maximo A.B.& ſint quę notantur literis G.



K.H.L.I. ita vt ſit linea G.I. æqualis ipſi A.B. Et quidem pars G.k. rectæ A. & pars H. L. I. rectæ B. æquiparentur. Præterea G. k. diuidatur bifariam[a], & H. L. I. triſariam.[b]

a per 10. l. 1
b per 30. l. 6



ΣΥΜΠΕ. Oſtendendum omnia ſimul parallelogramma G.I. eſſe ad omnia parallelogramma, applicata lineis A.B, A.C, A.D, A.E, A.F. in minori ratione, quàm ſit linea G.I. ex duabus compoſita, ſcilicet ex H.I. æquali lateri quadrati B. & ex G.k. ęquali lineæ A. ad lineam H.k. conflatam itidem ex duabus, nempè ex k. dimidia lineæ A. & ex H. parte tertia lineæ B. In maiori verò, ſi abſtuleris rectangulum A.B. omnium maximum.

ΑΠΟΔ. Etenim latera N. parallelogrammorum A. ſeſe excedunt æquali quantitate, κατ' τὴν ὑπόθεσιν. & eſt exceſſus par minimæ earum: Et vt ipſa latera ſe habent, ita ſunt[c] inter ſe parallelogramma A. demum horum maximo æqualia ſunt[c] ſingula parallelogramma G. k. O. Ergo omnia ſimul G.K.O. ſunt[d] minora quàm dupla omnium A. ſimul. Proinde omnia parallelogramma K.O. minora ſunt omnibus A. quia omnia k.O. omnium G.k.O. ſunt dimidia. Verum dempto maximo A. eadem omnia G.K.O. ſunt[d] pluſquam dupla reliquorum A. & igitur ſola k O. ſunt maiora ijſdem reliquis A. Sunt rurſus aliquot quadrata B.C.D.E.F. laterum ſeſe æqualiter excedentium. Et totidem numero ſunt alia H.I. quæque paria illorum maximo. Ergo hæc ſunt[e] ſimul illorum, ſimul minora quàm tripla, vel ſi ab illis maximum B. abſtuleris, maiora quàm tripla. Cùm itaque parallelogramma H. ſint illorum H.I. ſubtripla: erunt H. minora omnibus ſimul B.C.D.E.F. vel ijſdem maiora, maximo B. dempto. Ergo omnia K.H. ſimul omnibus, ſimul A.B, A.C, A.D, A.F. ſunt minora, vel dempto A.B. maiora. Ex conſequenti omnia ſimul G.I. habent ad omnia A.B, A.C, A.D, A.F, minorem rationem, quam habeant ad k.H. & contra, dempto A.B. maximo, maiorem. Atqui vt parallelogramma G.I. ad parallelogramma k.H. ita eſt[f] linea G. I. ad lineam k.H. Ergo parallelogramma G.I. habent ad parallelogramma A.B, A.C, A.D, A.E, A.F. minorem rationem, quàm linea G.I. ad lineam k.H. maiorem verò ſi dempſeris A.B. quod fuit probandum.

c per 1. l. 6.
d per 1. huius.
e per coroll. prop. 10. li. de lineis ſpiralibus.
f per 1. li. 6.

MANIFESTVM I.

Si coni ſectionem aliquot lineæ tetigerint ab eodem puncto eductæ: fuerint verò & aliæ ductæ in ipſa coni ſectione parallelæ tangentibus, & ſe mutuo ſecantes: comprehenſa (parallelogramma) ſub earum ſegmentis,

ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

Εἴκα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ ταῖς ἐπιψαυούσαις ἀγμέναι καὶ τέμνουσαι ἀλλάλας· τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων,

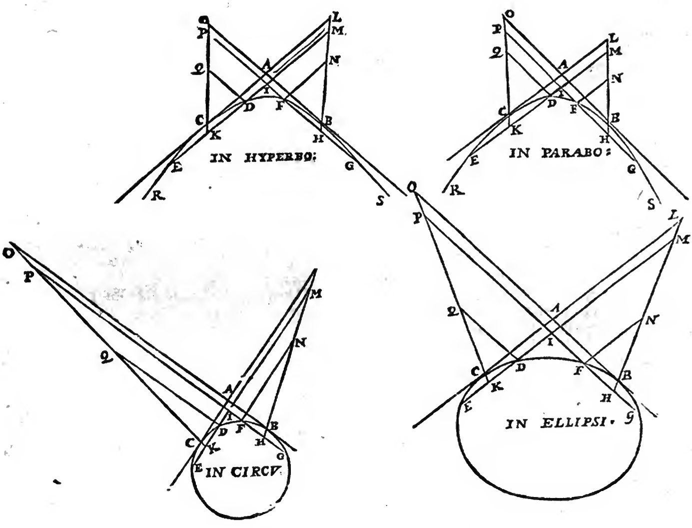
τὰ

τῶν αὐτῶν ἕξοντι λόγον ποτὶ τὰ ἄλλα ὄντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνων τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας παραλλήλως αὐτᾶς.

eandem habebunt rationem ad alia, quæ exiſtunt quadrata ſub tangentibus. Eiuſdem autem rationis erit cõtentum ſub ſegmentis alterius lineæ, cum quadrato tangentis ſibi eiuſdem parallelæ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

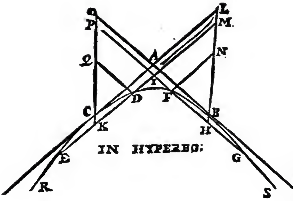
Huic φανερῷ ſubiungit Archimedes, ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις: demonſtrationem proinde illinc requiremus.

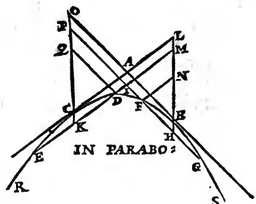


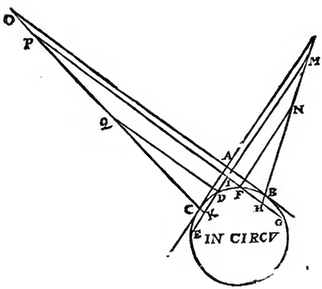
ΥΠΟΘ. Sit coni ſectio R.D.F.S. quam ex eodem puncto A. eductæ tangant [a] A. C, A.B. Et quam ſecent tangentibus parallelæ D.E, G.F. ſeſe ſecantes in I. [a] per 49. li. 2. Conic.

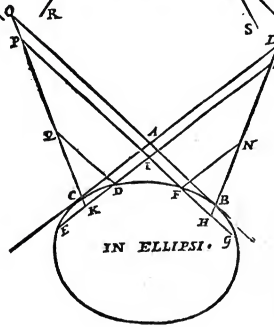
ΣΥΜΠΕ. Rectangulum ſub G.I, I.F. ſe habebit ad quadratum A.B. ſicuti eſt quod continetur ſub E.I, I.D. ad quadratum A.C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur [b] ſectionum G.B.F, & E.C.D. diametri H.B, K.C. quæ producantur in L. & O. & incidant viciſſim in eas lineæ tam quæ ſecant, quàm quæ tangunt. Tum agantur [c] ipſis F.N, D.Q. æquidiſtantes à punctis F. & D. [b] per 44. li. 2. Conic. [c] per 31. l. 1.



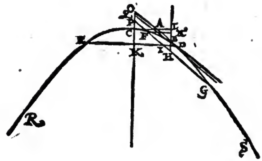






ΑΠΟΔ. Quoniam linea G.F. bifariam à diametro ſecatur in H.& ipſi addita eſt quæ-
a per 6.l.2. piam I.F. rectangulum ſub G.I,I.F. cum quadrato F.H.eſt [a] æquale quadrato H.I. Ita
vt ſint duo tota, hinc ſcilicet quadratum H.I. illinc rectangulum ſub G.I,I.F.cum qua-
drato F.H. Sunt item alia duo tota I.M.H. triangulum, & aliud F.N.H. triangulum.
b per 19. & 20.l.6. Atqui vt ſe habet quadratum H.I. ad quadratum H.F. ita eſt [b] triangulum I.M.H. ad
triangulum F.N.H. (nempè alia atque alia in ratione dupla lateris H.I. ad latus H.F.
c per 16.l.5. nam vt quadrata ſunt ſimilia ſic triãgula inter ſe ſimilia ſunt.) Viciſſim [c] ergo vt totum
quadratum ex I.H.ad totum triangulum I.M.H. ita eſt ablatum quadratum F.H. ad
d per 19.l.5. ablatum triangulum F.N.H.Et proinde reliquum rectangulum ſub G.I,I.F. eſt [d] ad re-
e per 3. li.3. Conic. liquum rectilineum F.M. vel ad aliud æquale [e] I.Q. vt quadratum I.H. ad triangulum
I.M.H. Verum vt quadratum I.H. ad triangulum I M.H. ita eſt [b] quadratum A.B. ad
triangulum A.L.B. propter ſimilitudinem figurarum. Ergo rectangulum ſub G.I, I.F.
ſe habet ad rectilineum I.Q. vt quadratum A.B. ad triangulum A.L.B. ſeu ad eius æ-
f per 1. li. 3. Conic. quale [f] A.O.C. Eadem prorſus via oſtendemus rectangulum E.I, I.D.eſſe ad rectili-
neum I.Q vt quadratum I.K.ad triangulum I.P.K. hoc eſt vt quadratum A.C. ad
g per coroll. 4 l 5. triangulum A.O.C.& inuertendo, [g] rectilineum I.Q. ad rectangulum ſub E.I,I.D.eſſe
vt triangulum A.O.C. ad quadratum A.C. Sic habemus ſex homologas quantitates,
tres in vno ordine, rectangulum G.I,I.F. rectilineum I.Q &rectangulum E.I,I.D.Tres
in alio ordine, quadratum A.B. triangulum A.O C. & quadratum A.C. Proinde ex æ-
h per 22.l.5 quo [h] rectangulum G.I,I.F eſt ad rectangulum E.I,I.D. in primo ordine, ſicuti in ſe-
cundo quadratum A.B ad quadratum A.C. Et tandem permutando [c] eſt rectangulum
ſub G.I,I.F. ad quadratum A.B. vt rectangulum ſub E.I,I.D. ad quadratum A.C.quod
fuit demonſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

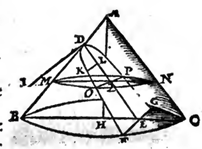


Quod ſi forſan concurſus linearum contingerit intra coni ſectionem, vt hic: tunc quia G. F. diuidetur æqualiter in H, & inæqualiter in I. rectangulum ſub G.I, I. F. cum quadrato I.H. erit æquale aa quadrato F. H. Et reliqua ſequentur vt ſuperiùs, & tandem cõcludetur rectangulum ſub G.I, I.F. eſſe ad quadratum A. B. vt rectangulum ſub E. I, I. D. ad quadratum A. C. aa per 5. lib. 2.

Idem demum oſtendimus in circulo: nam ſæpè fit ſectio coni circulus. At in circulo ſequitur rectangula G.I, I.F. & E.I, I.D. eſſe æqualia, quia omnes tangentes ductæ ab eodem puncto fiunt a æquales, & proinde quadrata ex A.B. & A. C. ſunt æqualia. In alijs verò ſectionibus, non ita perpetuo fit: quia tangentes alias ſectiones ab eodem puncto poſſunt eſſe inæquales. a per penultimã lib. 3.

ΛΗΜΜΑ Α.

In antiqua parabola linea iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione ordinatim ducuntur, dupla eſt illius quæ eſt à vertice ſectionis vſque ad axem Coni: in recentibus verò maior eſſe poteſt aut minor quàm dupla.



ΥΠΟΘΕ. Sit rectangulus conus A. B. C. παραβολικῶς ſectus in D. vt fiat parabole D.F.G. diameter coni ſit A.H. fiat autem vt D.I. linea ſit ad D.A. ſicuti eſt quadratum B. C. ad rectangulum ſub B. A, A. C. nempè vt ſit b D. I. iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione ordinatim ducuntur, cuiuſmodi ſit K. L. b per 11. l. 1 Conic.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico I. D. duplam eſſe lineæ D. A.

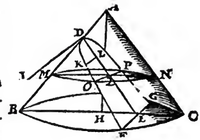
ΚΑΤΑΣ. Diuidatur conus A. B. C. per axem, & fiat c triangulus A. B. C. iſoſceles & rectangulus. c per 3. li. 1. conic.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum trianguli B. A. C. rectanguli rectus ſit angulus A. quadratum ex B.C. æquale eſt d duobus quadratis ex B.A, A.C. & proinde duplum vnius ipſorum, hoc eſt rectanguli ſub B.A & A.C. Atqui vt quadratum B. C. ad rectangulũ ſub B.A, A.C. ſic eſt I.D. ad D.A Ergo I.D. dupla eſt lineæ D.A. Si verò conus fuerit amblygonius, & angulus A. maior recto, quadratum B.C. maius erit duplo rectanguli ſub B.A, A.C. ideoque I. D. ſimiliter maior erit b quàm dupla lineæ D. A. Demũ ſi conus fuerit acutiangulus, & angulus A. acutus erit f quadratum B.C. minus duplo rectanguli ſub B.A. & A.C. Et ideò tandem I. D. minor b quàm dupla D. A. quod fuit probandum. d per 47. l. 1. e per 12. l. 2 f per 13. l. 2

COROLLARIVM.

Hinc deduco ſectionem, ſiue maior fiat, ſiue minor, ſemper eandem habere iuxta quam poſſunt, ſeu idem rectum latus. Conus enim A.B.C. rectangulus ſecetur plano, & circulo M.O, N.P. perpendiculari ad axem. Sectio fiet minor, & erit O.D.P. Et quia quadratum M. N. eſt rurſus duplum rectanguli ſub M. A, A. N. erit adhuc D.I. dupla D.A. Æquale ergo eſt rectum latus minoris paraboles O. D.P. recto lateri maioris F. D. G. quia vtraque ab eodem puncto D. ſumitur, & in eodem cono.

Quod ſi rectangulus non fuerit triangulus A.B.C.
a per 4.l.5. idem tamen concludemus. Nam B.C. eſt *a* ad N.M.
b per 16.l.5 vt A.B ad A.M & viciſſim *b* B.C. eſt ad B A. vt M.N. ad M.A & ergo quadratum B C. eſt ad quadratũ B. A. ſeu ad rectangulũ ſub B.A, A.C. vt quadratũ M. N. ad quadratum A.M. ſeu ad rectangulũ ſub M.A, A. N. Proinde in vtraque parabola linea iuxta quam poſſunt, vt D.I. eandem habebit rationem ad ean-
c per 9 l.5. dem D.A. Erit *c* ergo vtrobique eadem, & æqualis, quod concludebamus.

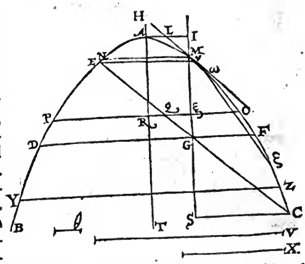


ΣΧΟΛΙΟΝ.

Interim diſtinguemus ex Archimede, lineam à ſectione ordinatim ductam, à linea ducta à ſectione vſque ad axem, τᾶς μέχρι τῶ ἄξονος, inquit: Nam prima illa eſt veluti K. L. hæc verò ſecunda eſt ſicuti D. A. quod notaſſe alibi vtile fuerit, potiſſimum in libris de inſidentibus humido.

ΛΗΜΜΑ B.

Sumptis duabus paraboles portionibus ſecundum duas lineas, quarum altera rectò, altera obliquè abſcindat diametrum ſectionis. Tum ab extremitate ſecantis obliquè ducatur perpendicularis in diametrum portionis, & vt ſemiſſis lineæ obliquæ ad perpendicularem, ita fiat linea quæpiam ad eam iuxta quam poſſunt, quæ in recta portione: hæc quæpiam erit linea iuxta quam poſſunt, quæ in non recta portione ordinatim ducuntur.



ΥΠΟΘ. Sit quæuis parabole B. A.C. in qua ducantur duæ lineæ Y.Z ad angulos rectos diametro A.T. & E.C. ad obliquos eidem diametro ſectionis, ita vt in parabola fiant portiones Y. A. Z. & E. M. C. Huius diameter
d per 10. defin. l. 1. Conic. ſit M.G. ſecans *d* E.C. baſim bifariam,
e per 46. & coroll. 51. li. 1. Conic. & æquidiſtans *e* diametro A. T. Protendatur verò M. G. vtrimque quoad occurrat perdendicularibus A.I, C.S. in punctis I. & S. Tum fiat A.R. æqualis ipſi M. G. & ducantur *f* N. M, P.R.
f per 31. li 1 O, D. G. F. parallelæ vni Y. Z. tum
g per 11 l. 1 Conic. M. H. parallela ipſi E. C. quæ occurrat diametro T. A. in H. Præterea inueniatur *g* X. iuxta quam poſſunt, quæ ducuntur ordinatim in ſectione Y. A. Z. vel
h per proximum coroll. in alijs D. A. F. aut P. A. O. quia in omnibus eadem eſt *h*: & fiat *i* vt G. C, ad C. S. ita
i. per 12. l 6 quæpiam linea V. ad X.

ΣΥΜΠ. Erit quippè V. linea iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione C. M. E. ordinatim ducuntur, vel rectum latus ſectionis.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ M. H, A. I. ductæ ſunt æquidiſtanter, ordinatim appli-
l per 17 lib. 1. Conic. catis C. E, D. F. rangunt *l* ſectiones C. M. E. & D. A. F, & trianguli C G. S, L. M. I & A.L.H facillimè probabuntur *m* æquianguli, laterumque proportionalium: quin-
m per 4 l.6. etiam vltimi ſunt æquales. Nam cum H. A, & pars diametri A. T. quæ eſt ab A. cadens
n per 34 l. 1 in *m* N.M. ſcilicet par ipſi *n* I.M. ſint *o* æquales, probabuntur quoq; ob laterũ ſimiles ra-
o per 35. l. 1. Conic. tiones, I. L, L. A. æquales *m*, pares demũ M.L, L.H. quarũ cuilibet etiã par eſt Q. G.

Nam cùm A.R.& M.G factæ ſint æquales, item æquentur ^{a} k.R, M.ξ. reliquæ G.ξ.& A.k. ſeu I.M.ſunt pares. Sed & angulus Q.G.ξ. eſt ^{b} æqualis angulo L. M. I. proinde vt par eſt ξ.G. lateri I.M. ſimiliter Q.G. æquatur ^{c} lateri M.L.& Q.ξ. lateri L. I. & demum reliqua Q.R.reliquæ A.L. Ex his probatis ſequitur G.C.eſſe ad C.S. vt L.M.ad L.I.ſeu ad A.L.æqualem: hoc eſt quadratum G.C. ad quadratum C. S. vt quadratum L.M.ad quadratum L.A. ſeu ^{d} vt rectangulum ſub C.G, G.E. quod eſt quadratum C. G.quia C.G,& G.E.æquantur, ad rectangulum ſub F.G,G.D.At rurſus vt quadratum M.L. ad quadratum L.A.ſic eſt ^{d} rectangulum ſub C.Q,Q.E. ad rectangulum ſub O. Q,Q.P. Proinde quadratum G.C. eſt ad rectangulum ſub F.G, G.D. vt rectangulum ſub C.Q,Q.E.ad rectangulum ſub O.Q,Q.P. & permutando ^{e} vt quadratum C.G. ad rectangulum ſub C.Q,Q.E. ſic rectangulum ſub F.G,G.D. ad rectangulum ſub O.Q, Q.P. Et per ἀναστροφὴν λόγου, vt quadratum C.G.ad exceſſum, quo quadratum C.G.antecedens ſuperat rectangulum ſub C.Q,Q.E. conſequens, hoc eſt ^{g} ad quadratum G.Q. ſic rectangulum ſub F.G,G.D. ad exceſſum quo ſuperat rectangulum ſub O.Q,Q.P. qui quidem exceſſus ſit ex hypotheſi quadratum θ. Erit ^{f} ἐναλλάξ, vt quadratum C.G. ad rectangulum ſub F.G,G.D. ſic quadratum Q.G. ad quadratum θ. hoc eſt ^{h} vt quadratum M.L.ad quadratum L.A. ^{i} & rurſus permutatione rationis, vt quadratum Q.G. ad quadratum M.L.ſic quadratum θ. ad quadratum L. A. ſunt verò linearum Q.G. & M.L. quadrata æqualia. Ergo etiam θ.& L.A. quadrata ſunt paria, & lineæ θ. & L.A. pares. Sed L.A.& R.Q. oſtenſæ ſunt æquales. Ergo quoque θ. & Q.R. ſunt æquales, & quadratum Q.R. eſt exceſſus, quo rectang. ſub F.G, G.D. ſuperat rectangulum O. Q,Q.P. Atqui quadratum P.R.ſuperat ^{g} idem rectangulum ſub O.Q,Q.P. eodem quadrato Q.R. Proinde rectang. ſub F.G, G.D.& quadratum P.R. ſunt æqualia: Et eſt quadratum C.G.ad quadratum P.R. vt quadratum M. L. ad quadratum L.A. hoc eſt ^{l} vt quadratum G.C. ad quadratum C.S. ſeu vt linea V. ad X. His ergo lineis V.& X. applicemus ad angulos rectos perpendiculares æquales vni M.G. vt fiat quadratum G.C. ad quadratum P.R. ſicut ^{m} rectangulum ſub V. & M.G. ad rectang. ſub X. & M.G.ſeu A.R.æqualis ipſi M.G. Sic enim quemadmodum linea X. eſt ea ſecundum quam poſſunt, quæ in ſectione P.A.O. ordinantur, ſic V.erit ea ſecundum quam poſſunt, quæ in ſectione E.M.C. ordinatim ducuntur, quod fuit oſtendendum.

a per 35. l. 1.
b per 29. l. 1.
c per 4. li. 6.
d per manifeſt. præced.
e per 16. l. 5.
f ex 16. defin. & corol. 19 prop. l. 5.
g per 5. l. 2.
h per 7. l. 5.
i per manifeſt. præced.
l per 11. l. 5.
m per 1. l. 6.

ὑπόμνησις.

Moneo verò, quòd ſi duæ lineæ ſecundum quas ſumptæ fuerint portiones paraboles, quales ſunt E.C.Y.Z.non ſe mutuò ſecuerint intra parabolem, vt in ſuperiori figura E.γ.ω.ζ. aſſumantur aliæ quæ ſe ſecent, & ſint illis prioribus parallelæ: Nam quod de ſecantibus fuerit demonſtratum, de ſibi parallelis non ſe ſecantibus, identidem concluderet. Nam omnium ſectionum parallelas habentium baſes, idem eſt ^{n} rectum latus, ſeu eadem linea, ſecundum quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur.

n per penultimũ lẽma.

COROLL.

Hinc concludimus ^{o} quadratum G.C.eſſe æquale rectangulo ſub V. & M.G. Tum ducta in parabola lineas diametro parallela: ſi diametri & huius parallelæ partes æquales ſumantur ab apicibus, & lineæ per fines harum partium parallelę inter ſe, & ad angulos rectos ducantur, rectangula contenta ſub harum vltimò ductarum, rectarum ſegmentis eſſe æqualia. Cùm enim eſſent parallelæ A.T. & M.S. in parabola ductæ, ipſarumq; partes A.R.& M.G.pares, à finibus autem huiuſmodi partium rectò & æquidiſtanter actæ eſſent P.R.O.& D.G.F.oſtendimus rectangula ſub P.R, R.O. & D.G, G.F.eſſe æqualia. Idem eſſet iudicandum de pluribus lineis diametro, ac inter ſe parallelis, æqualibuſque.

o per 11. l. 1. Conic.

PROPOS. IV.

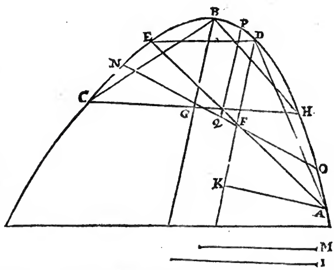
Si ab eadem rectanguli coni ſectione duo ſegmenta, quomodocumque reſecentur, quæ pares diametros habeant : ipſa etiam ſegmenta æqualia erunt, vt & triãgula in ipſis inſcripta, eandem habentia baſim cum ſegmentis, & altitudinem eandem.

ΠΡΟΤ. Δ.

Εἴκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμηθέοντι ὁποσοῦν ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους, αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό.

ΥΠΟΘ. Sit coni rectanguli ſectio A.B.C. cuius duo ſegmenta excipiantur iuxta lineas H.C. (quam pono eſſe perpendicularem ad diametrum B.G.) & A.E. non perpendicularem ad eandem diametrum B. G. diametros verò habeant G.B, D.F. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico ſegmenta ipſa C.B H. & E.D.A. eſſe æqualia, & in ipſis deſcripta triangula.



ΚΑΤΑΣ. Producatur D.F. diameter, & cõcurrat cum A.k. perpendiculariter.

a per 11.l.1. conic. Sumatur [a] verò M. linea iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione C.B.H. ordinantur. Et quam rationem habet quadratum A.F. ad quadratum A.k. eam habeat quæpiam linea I. ad M. quæque proinde I. ſit [b] linea iuxta quam poſſunt, quæ ordinatim ducuntur in ſectione E.D.A. (b per lemma 2 proximũ.)

ΑΠΟΔ. Siquidem lineæ H.G. poteſt [c] rectangulum ſub M. & G. B. tum quadratum ex A.F æquale eſt [c] rectangulo ſub rectis I. & D.F. Atqui rectangulum ſub I. & D.F. ſe habet [d] ad rectang. ſub M. & G.B. vt baſis I. ad baſim M. quia altitudines B.G. & D.F. ſunt [e] æquales. Itaque quadratum A.F. eſt ad quadratum H.G. vt I. ad M. Verum vt eſt I. ad M. ita eſt quadratum A.F. ad quadratum A. K. vt ſuperiori demonſtratione oſtendimus. Ergo quadrata A.k. & H.G. ſunt æqualia, & lineæ æquales. Sed & pares ſunt B.G, D.F. Quare rectangula ſub lineis H.G, G.B. & ſub A.k, F.D. ſunt æqualia, eorumque dimidia [f] triangula, nempè B.G.H. & aliud, quod conſtitueretur ex lineis D.F, k.A. perpendicularibus, & A.D. hypothenuſa: hoc eſt [g] triangulum D.F.A. Ergo tandem horum triangulorum dupla C.B.H. & E.D.A. ſunt quoque æqualia, quæ fuit altera pars propoſitionis. Cæterum trianguli C.B.H. ſectio C.B.H. ſeſquitertia eſt [h]: tum alterius trianguli E.D.A. ſectio eſt [h] quoque ſeſquitertia. Ambæ itaque ſectiones ſunt [i] rurſus pares, quod ſuſceperat demonſtrandum.

Si linearum autem C.H, E.A. neutra fuerit recta ad diametrum, ſumam in fabrica ſectionem, puta N.P.O. cuius diameter P.Q. ſecans baſim N.O. bifariam, ſecet & rectò, ſitque æqualis alterutri diametrorum æqualium G B, & D F. Nam per proximam demonſtrationem, quælibet binarum ſectionum C.B.H. & E.D.A. oſtendetur ipſi N.P.O. æqualis, & proinde inter ſe concludentur [l] æquales.

c per 11.l.1. conic.
d per 1.l 6.
e ex hypoth.
f per 34.l.1.
g per 37 l.1.
h per 17. & 24. lib. de quadrat. parab.
i per 15.l 5.
l per 1. cõm. ſent.

Ἐπιφορὰ ſeu COROLLARIVM.

Hinc autem deducimus pro ſequentibus, lineas ductas ab extremitatibus baſium in diametros perpendiculariter, in eadem ſectione eſſe æquales. Nam oſtendimus lineas A. K. & H. G. (quam ponebamus perpendicularem ad diametrum B. G.) eſſe pares. Et eodem argumento poſita N. O. recta cum Q. P. concludentur K. A. & O. Q. æquales.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac propoſitione apertiſſimè patet Archimedem hoc opere parabolam quærere duntaxat in rectangulo cono. Etenim ἐν τῇ κατασκευῇ hæc verba habet: λελάφθω δὲ ἂν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος. Nulla vero parabola lineam habet iuxta quam poſſunt quæ à ſectione ducuntur, duplam eius quæ eſt ad axem, præter eam quæ ſumitur [a] in rectangulo cono: fauet itaque antiquis, cũ tamen potuiſſet quamcumque parabolam ſupponere. Nam ea tantum ratione hanc lineam duplam eſſe vult eius quæ eſt ad axem, vt inde euincat parabolarum maioris & minoris eandem eſſe lineam iuxta quam poſſunt: quod tamen de omni parabola oſtendimus [b], ſiue in cono rectangulo, ſiue in acutiangulo, aut in obtuſiangulo exſcindatur: Cæterum Archimedes vbi iuſſit ſumi lineam V. quæ in ſuo ſchemate reſpondet noſtræ I. & dixit eam eſſe iuxta quam poſſunt lineæ ordinatim ductæ ad diametrum, ſcilicet æquidiſtantes baſi, ait, διάγεται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς, loquendi formula qua videtur conicorum tractatum agnoſcere pro ſuo.

[a] per lemma præcedentium.

[b] Corollario 1. lemmatis præcedent.

ΠΡΟΤ. Ε.	PROP. V.
Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, τουτέστι ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.	Planum comprehenſum ſub acutianguli coni ſectione, ad circulum qui habeat diametrum æqualem maiori diametro, ſectionis acutianguli coni, eam rationem habet, quam minor diameter ad maiorem, hoc eſt, ad circuli diametrum.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipſis A. E. D. F. cuius maior ſeu prima diameter ſit D. A. minor vel ſecunda E. F. Sit rurſus circulus deſcriptus diametro maiore A. D. qui ſit A. B. D. C.

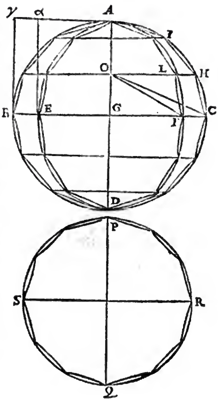
ΣΥΜΠ. Dicit Archimedes Ellipſim A. E. D. F. eſſe ad circulum A. B. D. C. vt diameter A. D. ad diametrum E. F.

ΚΑΤΑΣ. Neganti concluſionem, offeratur circulus P. R. Q. S. deſcriptus diametro modo proportionali inter A. D. & E. F. vt ad eum ſit [c] primus A. B. D. C. vt A. D. ad E. F. Siquidem hic circulus P. S. Q. R. erit æqualis, minor vel maior Ellipſi propoſita. At neque maior neque minor eſſe oſtendetur. Et ſi fieri poteſt, ſit maior, & in eo intelligatur [d] figura multilatera inſcripta, quæ adhuc maior ſit Ellipſi. Atque hinc figuræ ſubaudiatur [e] alia ſimilis inſcripta in maiori circulo A. B. D. C. & ab angulis polygoni demittantur perpendiculares in diametrum A. D. quales ſunt I. M, H. O. quæ ſecent Ellipſim, in punctis N. L. & cęteris, quæ rurſus lineis iungantur vt in Ellipſi polygonum deſcribatur tot laterum quot alia ſunt polygona in circulis deſcripta. Denique agantur lineæ O. F, O. C.

[c] per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6.

[d] per 2. manifeſtum l. 1. de ſphær. & cylind.

[e] per 2. lemma ad 5. l. 1. de ſphær. & cylind.



ΑΠΟΔ. Quadratum G. C. eſt [a] ad quadratum O. H. vt rectangulum ſub D. G, G. A. ad rectangulum ſub D. O, O. A. in eademque ratione eſt [a] quadratum G. F. ad quadratum O. L. Proinde vt [b] quadrat. G. C. ad quadratum O. H. ſic potentia G. F. ad potentiam O. L. & viciſſim [c] vt quadratum G. C. ad quad. G. F. ſic quad. O. H. ad quadrat. O. L. ac [d] demum linea G. C. ad G. F. vt O. H. ad O. L. Verum vt [e] G. C. ad G. F. ſic triangulus O. G. C. ad triangulum O. G. F. Et vt [e] O. H. ad O. L. ſic triangulus O. H. C. ad triãgulum O. F. L. Propterea totum quadrangulum G. H. eſt [f] ad quadrangulum G. L. vt G. C. ad G. F. hoc eſt vt A. D. ad E. F. Idem probabitur de tota figura ijſdem prorſus rationibus: nam rurſus O. H. erit ad O. L. vt M. I. ad M. N. & proinde M. I. erit [b] ad M. N. vt G. C. ad G. F. & trapezium O. I. erit ad trapezium O. N. vt G. C. ad G. F. vel triangulus A. M. I. ad triangulum A. M. N. vt G. C. ad G. F. quia ſic eſt [e] M. N. ad M. I. ita vt tota figura inſcripta circulo A. B. C. D. ſit ad figuram Ellipſi inſcriptam vt diameter A. D. ad diametrum E. F. At cum ſit circulus P. R. Q. S. deſcriptus diametro E. F, eſt figura [g] in A. B. C. D. deſcripta, ad inſcriptam circulo P. R. Q. S. vt A. D ad E. F. Proinde ambæ figuræ circulo P. R. Q. S. & Ellipſi inſcriptæ ſunt æquales. Verum poſita fuerat ea quæ circulo P. R. Q. S. inſcripta eſt, maior tota ellipſi. Multo ergo maior eſſet figura Ellipſi inſcripta: ſicque maior & æqualis ſimul eſſet, quod abſurdum eſt. Abſurde igitur circulus P. R. Q. S. dicitur maior Ellipſi. Verum nec minor eſt: nam eadem fabrica poteſt inſcribi in Ellipſi figura maior adhuc circulo, à cuius angulis ducentur in diametrum perpendiculares, quæ productæ ad periferiam circuli A. B. D. C. puncta notabunt figuræ in ipſo inſcribendæ, quæ ad illam, quæ in Ellipſi eſt, probabitur ſe habere vt A. D. ad E. F. in qua ratione rurſus alia inſcribetur circulo P. R. Q. S. quæ proinde erit æqualis ei quæ Ellipſi inſcribitur. Et inde ſequitur circulum totum S. Q. R. P. dicta Ellipſeos figura maior, quia tamen minor ponebatur. Abſurdum eſt ergo rurſus ponere circulum S. Q. R. P. minor Ellipſi: & proinde illi æqualis eſt. Et ex conſequenti Ellipſis eſt ad circulum A. B. D. C. diametro A. D. maiori deſcriptum vt E. F. ad A. D. quod fuit probandum.

PROP. VI.

Omne planum ſub acutianguli coni ſectione contentum ad quemlibet circulum eandem rationem habet, quam rectangulum contentum ſub diametris ſectionis acutianguli coni ad quadratum diametri circuli.

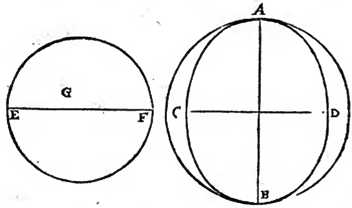
ΠΡΟΤ. ϛ.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξογωνίου κάνου τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipſis A. D. B. C. & circulus expònatur G.

ΣΥΜΠ. Dico Ellipſim eſſe ad circulum G. vt rectangulum contentum ſub diametris A. B, C. D. ad quadratum diametri E. F.

ΚΑΤ. Deſcribatur circulus diametrò A. B.



ΑΠΟΔ. Ellipſis A.D.B. C. eſt [a] ad circulum ex A. B. diametro vt C. D. ad A. B. hoc eſt [b] vt rectangulum ſub C. D. & A. B. ad quadratum ex A. B. Verum circulus ex A. B. eſt [c] ad circulum G. vt quadratum ex A. B. ad quadratum ex E. F. Ergo ex æquo [d] Ellipſis A. D. B. C. eſt ad circulum G. vt rectangulum ſub C. D. & A. B. ad quadratum E. F. quod fuit probandum.

a per præced.
b per 1. l. 6.
c per 2. l. 12.
d per 22. l. 5

COROLLARIVM.

Hinc deducimus repetito diagrammate quintæ huius, figuram inſcriptam circulò A. B. D. C. eſſe ad figuram inſcriptam Ellipſi A. E. D. F. vt eſt circulus ad Ellipſim.

ΚΑΤΑΣ. Perficiantur parallelogramma G. γ. & G. α.

ΑΠΟΔ. Vt eſt quadratum ex A. D. ad rectangulum ſub A. D, E. F. ſic eſt [e] G. γ. rectang. ad G. α. rectang. eſt enim G. γ. quarta pars quadrati ex A. D. ſicuti G. α. eſt ¼ rectianguli ſub A. D. E. F. Ergo G. γ. eſt [f] ad G. α. vt circulus ad Ellipſim. Atqui vt G. γ. ad G. α. ſic eſt baſis A. B. ad baſim G. E. vel ſic eſt [g] B. C. ſeu A. D. ad E. F. Vel demũ ſic eſt [h] figura inſcripta circulo ad figuram inſcriptam Ellipſi: ergo figura circulo inſcripta eſt ad inſcriptam Ellipſi vt circulus ad Ellipſim, quod fuit probandum.

e per 15. l. 5.
f per 6. huius.
g per 1. l. 6.
h Vt demõſtratum eſt 5. huius.

ΠΡΟΤ. Ζ.

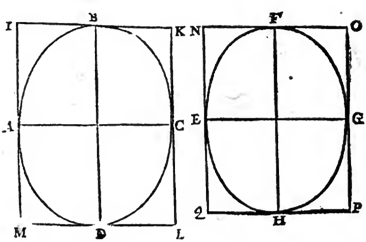
Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ τὰ ἄλλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν ποτ' ἀλλάλαν.

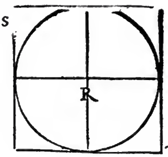
PROP. VII.

Plana ſub acutianguli coni ſectionibus contenta eandem habent rationem inter ſe, quam comprehenſa rectangula ſub diametris ſectionum acutiangulorum conorum inter ſe.

ΥΠΟΘ. Sint duæ acutiangulorum conorum ſectiones A. B. C. D. & E. F. G. H. & rectangula ſub earum diametris ſint I. L. & N. P.

ΣΥΜΠ. Proponitur Ellipſim A. B. C. D. eſſe ad aliam E. F. G. H. vt I. L. ad N. P.





ΚΑΤΑΣ. Habeatur quilibet circulus R. & quadratum diametri ipſius S. T.

a per præcedentem. ΑΠΟΔΕΙ. Ellipſis A. B. C. D. eſt[a] ad R. circulum vt rectangulum I. L. ad quadratum S. T. Atqui Ellipſis E. F. G. H. eſt[a] ad circulum R. vt N. P. quadrangulum ad S. T. quadratum. Et inuertendo[b] circulus R. eſt ad Ellipſim vt quadratum S. T. ad rectang. N. P. Ex æquo ergo Ellipſis A. B. C. D. eſt[c] ad Ellipſim E. F. G. H. vt rectangulum I. L. ad rectang. N. P. quod fuit demonſtrandum.

b per coroll. 4. l. 5.
c per 22. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In textu propoſitionis tam impreſſi quàm manuſcriptis codices legunt κώνου τομᾶς, & nihilominus ſcripſi κώνου τομᾶν, quia pluralis quam ſingularis melius conuenit, cum plures vna ſint Ellipſes. Tum vniuerſalior fit propoſitio: quæ alioqui videretur ad vnius tantum coni ſectiones contracta. Deinde legitur quoque vbique poſt ὑπὸ τοῦ διαμέτρου τμαμάτου: quod aperte prauum eſt: ideo pro τμαμάτου reſtitui τοῦ τᾶν ex reliquorum clariſſima coniectura.

MANIFESTVM II.

Ex hoc vero manifeſtum eſt, quod comprehenſa plana ſub ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus, eandem rationem habent inter ſe quam habent potentia inter ſe ſectionum diametri ſimilis rationis.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ᾽ ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ᾽ ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομᾶν.

d per 27. definitionem huius. ΥΠΟΘ. Supponamus præcedentes Ellipſes ſimiles: nempe ſit[d] A. C. ad B. D. vt E. G. ad F. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico Ellipſim A. B. C. D. eſſe ad E. F. G. H. Ellipſim vt quadratum A. C. ad quadratum E. G. vel vt quadratum B. D. ad quad. F. H.

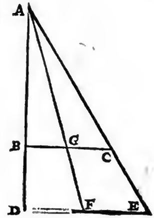
e per lemma proximum. ΑΠΟΔ. Nam vt A. C. ad B. D. ſic[e] rectang. I. L. ad quadratum B. D. ſed vt A. C. ad B. D. ſic[f] E. G. ad F. H. Ergo eſt[g] I. L. ad quad. B. D. vt E. G. ad F. H. hoc eſt[e] vt rectang. N. P. ad quadratum F. H. Et viciſſim[h] rectang. I. L. eſt ad rectang. N. P. vt quadratum B. D. ad quadratum F. H. Atqui vt rectang. I. L. ad N. P. ſic[i] Ellipſis A. B. C. D. ad Ellipſim E. F. G. H. Ergo Ellipſis illa eſt ad hanc Ellipſim vt potentiæ diametrorum B. D, F. H. inter ſe. Eodem argumento probabimus Ellipſes eſſe inter ſe vt potentiæ reliquarum diametrorum A. C. & E. G. quod fuit demonſtrandum.

f Ex hypotheſi.
g per 11. l. 5.
h per 16. l. 5.
i per præcedentem.

LEMMA I.

Si fuerint tres lineæ in eodem ordine ratione ſicuti tres aliæ, rectangulum ſub extremis vnius ordinis erit ad quadratum mediæ, ſicuti rectangulum alterius ordinis ad quadratum quoque mediæ.

ΥΠΟΘ. Sit B. G. ad G. A. vt D. F. ad F. A. & A. G. ad G. C. vt A. F. ad F. E.

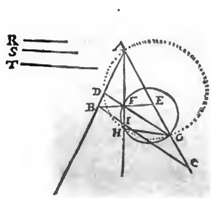


ΣΥΜΠ. Dico rectang. ſub B. G, G. C. eſſe ad quad. G. A. vt rectangul. ſub D. F, F. E. ad quadr. F. A.

ΑΠΟΔΕΙ. Ratio rectanguli ſub B. G, G. C. ad quadratum G. A. componitur[a] ex rationibus lateris B. G. ad G. A. & G. C. Tum ratio rectanguli D. F. ad F. E. componitur[a] ex rationibus lateris D. F. ad F. A. & F. A. ad F. E. Atqui cõponentes ſunt ſimiles ex hypotheſi, ergo & compoſitæ ſunt ſimiles, quod fuit probandum. [a per 23. l. 6]

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Dato angulo ſecto bifariam, datoque puncto in alterutro crure, à puncto dato lineam rectam educere in alterum crus, quæ ita dirimatur à linea angulum ſecante, vt rectangulum comprehenſum ſub eductæ ſegmentis partibus contentis inter ambo crura, ſit ad quadratum ſecantis angulum in ratione data.



ΥΠΟΘ. Detur angulus B. A. C. ſectus bifariam linea A. H. & detur in alterutro crure A. B. punctum B. detur demum ratio R. ad S.

ΣΥΜΠΕ. Dico poſſe à puncto B. duci lineam, putà B. C. in alterum crus, ita vt rectangulum comprehenſum ſub partibus ipſius ductæ lineæ, inter crura & lineam ſecantem A. H. interceptis, habeat ad quadratum A. I. ſcilicet lineæ ſecantis angulum, rationem datam S. ad R.

ΚΑΤΑΣ. Fiant A. B. & A. E. æquales & iungatur B. E. ſecans A. H. in F. Tum fiat[a] vt R. ad S. ita quadratum A. F. ad quadratum lineæ T. quo quadrato T. applicato[b] ad lineã A. F. oriatur latitudo F. H. ſuper qua deſcribatur ſegmentum[c] circuli F. G. H. capiens angulos æquales angulo B. A. F. qualis ſit F. G. H. & producatur G. F. in D. recto. Tandem agatur[d] B. I. C. parallela ipſi D. F. G. [b per 45. l. 1.] [c per 33. l. 3.] [d per 31. l. 1.]

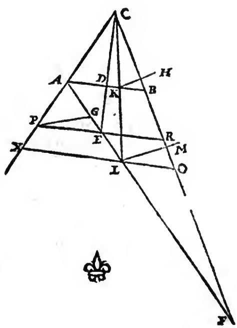
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli D. A. H. & F. G. H. ſunt æquales, & item anguli ad F. pares, reliquus reliquo æquatur,[e] & eſt[f] A. F. ad F. G. vt D. F. ad F. H. & rectangulum A. F, F. H. hoc eſt quadratum T. æquale rectangulo[g] G. F, F. D. ſuntque puncta [h] A. D. H. G. in circulo, & propterea quadratum A. F. habet quoque ad rectangulum [i] G. F, F. D. ſicuti ad quadratum T. rationem datam R. ad S. At vero vt D. F. ad F. A. ita[l] B. I. ad I. A. & vt A. F. ad F. G. ita A. I. ad I. C. Proinde vt quadratum[m] A. F. ad rectangulum D. F, F. G. hoc eſt vt R. ad S. ſic quadratum A. I. ad rectangulum B. I, I. C. Et inuertendo, rectangulum B. I, I. C. eſt ad quadratum I. A. vt eſt S. ad R. quod fuit probandum. Hoc autem problema quouſque poſſibile ſit ſolutu, & quid requiratur vt poſſit confici, dicemus χώρᾳ ſequentis propoſitionis. [e per 32. l. 1.] [f per 4. l. 6.] [g per 16. l. 6] [h per conuerſam 35. l. 3.] [i per 7. l. 5.] [l per 2. l. 6.] [m per lemma præcedens.]

PROP. VIII.

Acutianguli coni ſectione data, & linea à centro acutianguli coni ſectionis excitata recta ad planum in quo eſt acutianguli coni ſectio: poſſibile eſt conum inuenire, qui verticem habeat extremitatem excitatæ lineæ, & in cuius ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

ΠΡΟΤ. Η.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας, ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.



ΥΠΟΘ. Ellipſis detur, cuius minor diameter ſit A. B. & à centro D. erigatur [a] perpendicularis D. C. ad planum cui inſiſtit Ellipſis data.

a per 12. l. 11

ΣΥΜΠ. Dico poſſe conum deſcribi, qui verticem habeat punctum C. & complectatur in ſua ſuperficie datam Ellipſim.

ΚΑΤΑΣ. Porrigantur duæ lineæ C. A, C. B. & à puncto A. ducatur [aa] A. F. ita occurrens productæ C.B. in F. vt rectangulum ſub A. E, E. F. habeat eam rationem ad quadratum C. E. reſecantis angulum A.C.B. quam habeat quadratum ſemidiametri maioris datæ Ellipſeos ad quadratum D. C. Et ſi negetur conum deſcriptum diametro A.F. & vertice C. comprehendere datam Ellipſim, fateri oportebit, punctum Ellipſeos datæ extra coni ſuperficiem reperiri. Sit H. huiuſmodi punctum à quo ducatur [b] perpendicularis H. K. in A.B. ſeu in planum in quo ſunt C. A. & A. F. & per K. ducatur linea C L. occurrens ipſi A. F. in L. quia ſunt lineæ A.B, A.F. & punctum C. in eodem plano. Ab ipſo puncto L. erigatur [c] perpendicularis L. M. verſus ſuperficiem exteriorem coni. Denique per puncta E. & L. agantur [c] P. R. & X. O. parallelæ vni A. B. & inter ſe.

aa per lemma 2. præcedens.

b per 12 l. 11

c per 31. l. 1.

ΑΠΟΔ. Nam quia rectangulum ſub A. E, E F. eſt ad quadratum E.C. vt quadratum ſemidiametri maioris Ellipſeos datæ ad quadratum D. C. Tum propter triangulorum C. P. E, C. A. D. ſimilitudinem vt eſt [d] C. E. quadratum ad quadratum P. E. ſic eſt quadratum C. D. ad quadratum A. D. ſequitur ex æquo [e] rectangulum ſub A. E, E. F. eſſe ad quadratum P. E. vt eſt quadratum ſemidiametri maioris Ellipſeos ad quadratum A. D. At vero vt eſt rectangulum ſub A. E, E. F. ad quadratum P. E. ſeu ad rectangulum ſub P. E, E. R æqualibus, ita eſt rectangulum ſub A. L, L. F. ad rectangulum ſub X. L, L. O. quod ſic probo. Nam ratio rectanguli ſub A. E, E. F. ad rectangulum ſub P. E, E. R. componitur [f] ex rationibus A. E. ad E. P. & E. F. ad E. R. Tum ratio rectãguli ſub A. L, L. F ad rectangulum ſub X. L, L O. conflatur [f] ex rationibus A. L. ad X. L. & L. F. ad L. O. ſed quia triangula ſunt ſimilia, laterum rationes, quæ illas componunt, ſunt [d] ſimiles; ſcilicet eſt A. E. ad E. P. vt A. L. ad L. X. & F. E. ad E. R. vt F. L. ad L. O.

d per 4. l. 6.
e per 22. l. 5
f per 23. l. 6.

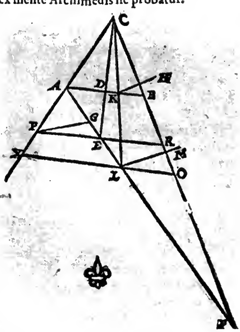
ad L.O. compoſitæ ergo ſunt ſimiles. Propterea rectangulum ſub A. L, L. F. eſt ad rectangulum ſub X. L, L. O, vt quadratum ſemidiametti maiotis Ellipſeos ad quadratum A. D. quod eſt rectangulum ſub A. D, D. B. quia A. D, D. B. ſunt æquales, hoc eſt [a] vt quadratum H. K. ad rectangulum ſub A. K, K. B. Verum rurſus vt rectangulum ſub X. L, L. O. ad quadratum L. C. ita eſt [aa] rectangulum ſub A. K, K. B. ad quadratum K. C. ex triangulorum ſimilitudine. Ex æquo [b] igitur rectangulum ſub A. L, L. F. eſt ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum K. C. Eſt [c] autem quadratum L. M. æquale rectangulo ſub A. L, L. F. quia L. M. ducitur tanquam à circumferentia circuli perpendicularis in diametrum: propterea quadratum L. M. eſt ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum k. C. Ideo neceſſe eſt lineam ductam à puncto C. ad M. tranſite per H. vt fiant ſimiles trianguli C. K. H. & C. L. M. At vero ex fabrica M. punctum eſt in ſuperficie coni: proinde H. quoque eſt in [d] ſuperficie coni. Atque hoc artificio omnia puncta Ellipſeos propoſitæ, in ſupetficie eſſe coni, probabuntur.

a per 21. l. 1. Conic.
aa per proximum lema.
b per 22. l 5.
c per 8. l. 6.
d per 1. l. 4. Conic.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In fabrica huius propoſitionis Archimedes explicat quidem quid faciendum, vt qui quæritur conus, habeatur: verum quo pacto id agatur, reticuerat. Nec enim oſtenderat quo modo linea A. F. ita ducatur vt in eam producta C. D. & reſecta in E. fiat rectangulum ſub A. E, E. F. ad quadratum C. E. ſicuti eſt quadratum ſemidiametri maioris datæ Ellipſeos ad quadratum D. C. explicauerat tamen quouſque poſſibile ſit, cum dixit δυνατὸν δὲ ἐστὶν, ἐπὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τῶ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶς α. δ, δ. β. περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς δ. γ. τετράγωνον. Ex eo enim quod ratio rectanguli ſub A. E, E. F. ad quadratum E. C. maior ſit ea quam habet rectangulum ſub A. D, D. B. ad quadratum D. C. ſectio lineæ A. F. poſſibilis eſt, qualis requiritur. Nam quadratum ſemidiametri maioris vt maius habet [e] maiorem rationem ad quadratum D. C. quàm quadratum A. D. hoc eſt quam rectangulum ſub A. D, D. B. ad idem quadratum D. C. Ergo cum tanta eſſe debeat ratio rectanguli ſub A. E, E. F. ad quadratum E. C. quanta eſt ſemidiametri maioris ad lineam D. C. neceſſe eſt vt ſimiliter rectangulum ſub partibus lineæ A. F. vſpiam ſectæ in E. maiorem habeat rationem ad quadratum E. C. quàm rectangulum ſub A. D, D. B. ad quadratum D. C. Quod autem hoc ſemper accidat ex mente Archimedis ſic probatur.

e per 8. l. 5.



ΚΑΤΑΣ. Angulo F. exiſtente [f] minore externo E. R. C. hoc eſt [g] æquali C. P. E. auferatur [h] ex C. P. E. angulus C. P. G. æqualis angulo F. Et ſit triangulus E. P. G. æquiangulus trianguli E. F. R. & ideo [i] laterum homologorum.

f per 16. l. 1.
g per 5. l. 1.
h per 23. l. 1.
i per 4. l. 6.

ΑΠΟΔ. G. E. eſt ad E. P. vt R. E. ad E. F. Proinde rectangulum ſub extremis G. E, E. F. æquale eſt [l] rectangulo ſub medijs P. E, E. R. Eſt autem rectangulũ ſub P. E, E. R. ſeu æquale ſub G. E, E. F. ad quadratum E. C. ſicuti eſt rectangulum ſub A. D, D. B. ad quadratum D. C. & eſt rectangulum ſub A. E, E. F. maius rectangulo ſub G. E, E. F. Proinde quod fit ex A. E, E. F. maiorem rationem habet [e] ad quadratum E. C. quam quod fit ex A. D, D. B. ad quadratum D. C. Quod demum accidet quocumque modo agatur A. F. Proinde vt problema ſoluatur neceſſe eſt illud fit quod requirit Archimedes, alioqui A. F. minor eſſet quam A. B. & nunquam incideret in A. F. productam vltra D. deinde non contingeret latitudo F. H. in diagrammate præcedentis lemmatis 2. talis ex applicatione quadtati T. ad lineam A. F, vt ſegmentum circuli capiens angulos æquales angulo D. A. F. deſcriptum ad ipſam latitudinem F. H. reſcinderet, aut ſaltem attingeret crus A. E. productum vt inueniretur punctum G. Etenim ſi amplitudo anguli B. A. G. & diſtantia crurium tanta eſſet, vt ſegmentum poſſet deſcribi intra H. A. & A. C. non tacto crure, non cõcluderetur lemma, nec ars eſſet perficiẽdi huiuſce problematis. Cæterum inuentus conus eſt ſcalenus, cum ſint A. C, C. F. neceſſario inæquales. & linea ducta à vertice C. ad centrum circuli, cuius diameter eſt A. F. cadat obliquè in planum ipſius baſis.

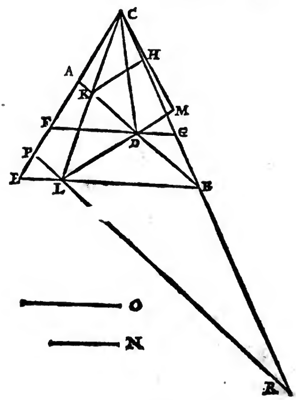
l per 16. l. 6.
m per 4. l. 6 ex triangulorum ſimilitudine.

PROP. IX.

Acutianguli coni ſectione data, & linea non rectò excitata à centro ſectionis acutianguli coni, in plano quod eſt rectum ſecundum alteram diametrum ad planum, in quo eſt ipſius acutianguli coni ſectio: poſſibile eſt conum inuenire qui verticem habeat extremitatem exſuſcitatæ lineæ, in cuius ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

ΠΡΟΤ. Θ.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν αὐτοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.



ΥΠΟΘ. Datæ Ellipſeos diameter ſit A.B. centrum D. à quo aſſurgat D. C. in plano quidem recto ad Ellipſim ſecundum diametrum A.B. non perpẽdicularis ad A. B. nec ad planum Ellipſeos.

ΣΥΜΠ. Dico poſſe inueniri conũ qui ſua ſuperficie comprehendat datam Ellipſim, & verticem habeat punctum C.

ΚΑΤΑΣ. A puncto C. ducantur lineæ C. A, C.B. inæquales neceſſario, cum ex hypotheſi D. C. inclinetur ad planum Ellipſeos & ad lineam A. B. Fiat ergo C. A. E. æqualis ipſi C. B. & iungatur E. B. cui parallela agatur à puncto D. linea F.D.G. Sit autem N. altera ſemidiameter propoſitæ Ellipſeos, & intelligatur agi planum ſecundum lineam F. D. G. ſecans Ellipſim, ſitq; communis ſectio altera diameter Ellipſeos, cum ſectio fiat per centrum D. Huic plano rurſus aliud ducatur per E. B. parallelum, in quo vel circulus vel Ellipſis excipiatur. Circulus quidem [aa] ſi quadratum N. fuerit æquale rectangulo ſub F. D, D. G. Sin minus, fiet Ellipſis eiuſmodi vt quadratum alterius diametri, quod ſit O. ſit ad quadratum E.B. ſicuti quadratum N. ad rectangulum ſub F. D, D.G. Erunt enim parallelæ & ſimiles hæ Ellipſes. Vt plana acta per F.G. & E. B. aguntur παραλλήλως. Iam ſi circulus habeatur, fiat conus baſe illo circulo & vertice puncto C. Si Ellipſis inueniatur [a] conus capiens huiuſmodi Ellipſim. Etenim qui conus capietur, comprehendet datã Ellipſim: quod ſi quis negauerit, fateatur oportet aliquod punctũ datæ Ellipſeos non eſſe in ſuperficie accepti coni: illud ſit H. punctum, à quo ducatur in A. B. diametrum

aa per 33. l. 3

a per prac.

perpendicularis H. k. & iuncta C. k. producatur in E.B. cadatq; in L. ſignum, à quo ad ſuperficiẽ coni erigatur [a] L. M. perpend. & proinde parallela [b] ipſi H. k. Tandẽ per L. agatur linea P.R. æquidiſtãs [aa] lineæ A. B. & occurrens productæ C.B. in R. Planũ denique in quo ſunt K. H. & L. M. fiat perpendiculare ad planum in quo ſunt reliquæ lineæ figuræ totius. *a per 12. l. 11.* *b per 28. l. 1* *aa per 31. l. 1*

ANOΔ. Vt quadratum N. eſt ad rectangulum ſub F. D, D. G. ita eſt [bb] quadratum O. ad quadratum E. B. ſeu [c] quadratum ſemiſſis diametri O. ad quadratum dimidij diametri E. B. Verum vt quadrat. ſemiſſis diametri O. ad quad. dimidij diametri E. B. ſic eſt [d] quadr. L. M. ad rectang. ſub E. L, L. B. Ergo quad. N. eſt [e] ad rectang. ſub F. D, D. G. vt quadratum L. M. ad rectang. ſub E. L, L. B. Verum quia trianguli A. D. F, P. L. E. ſunt [ee] æquianguli, tum alij G. D. B, L. B. R. propter incidentiam linearum in parallelas, ſequitur [f] A. D. eſſe ad D. F. vt P. L. ad L. E. Et G. D. ad D. B. vt B. L. ad L. R. Proinde duæ rationes linearum A. D. ad D. F. & G. D. ad D. B. ſimiles ſunt rationibus linearum P. L. ad L. E. & B. L. ad L. R. Ex his vero componuntur rationes primum rectanguli ſub F. D, D. G. ad rectangulum ſub A. D, D. B. & rectanguli ſub E. L, L. B. ad rectangulum ſub P. L, L. R. quæ ergo ſimiles ſunt vt compoſitæ ex ſimilibus. Habemus igitur hinc tres quantitates inter ſe, ſicuti illinc tres aliæ. Nimirum in primo ordine quadr. N. rectangulum ſub F. D, D. G. & rectang. ſub A. D, D. B. in ſecundo vero quadratum L. M. rectangulum ſub E. L, L. B. & rectangulum ſub P. L, L. R. Ex æquo [g] igitur vt quadratum N. ad rectangulum ſub A. D, D. B. ſic eſt quadr. L. M. ad rectangulum ſub P. L, L. R. At vero vt N. quadratum ad rectangulum ſub A. D, D. B. ita [d] quadratum K. H. ad rectangulum ſub A. k, k. B. Ergo quadratum L. M. eſt [e] ad rectangulum ſub P. L, L. R. ſicuti quadratum k. H. ad rectangulum ſub A. k, k. B. Et rectangulum ſub P. L, L. R. eſt ad quadratum L. C. ſicuti rectangulum ſub A. k, k. B. ad quadratum k. C. [h] propter triangulorum ſimilitudinem quæ fit ex parallelis A. B. & P. R. Iterum ergo ex [g] æquo quadratum L. M. eſt ad quadratum L. C. ſicuti quadr. H. K. ad quadrat. k. C. hoc eſt linea L. M. eſt ad L. C. vt H. k. ad k. C. Ideoque linea ducta à C. ad M. tranſibit per H. vt fiant trianguli C. k. H. & C. L. M. laterum ſimilis rationis. Cum itaque M. ſit ex hypotheſi in ſuperficie coni, ſequitur [i] in eadem quoque eſſe punctum H. & malè ſuppoſitum fuiſſe H. extra coni ſuperficiem. Conus igitur aſſumptus capit datam Ellipſim, quod fuit oſtendum. *bb per fabr.* *c per 15. l. 5* *d per 21. l. 1. Conic.* *e per 11. l. 1.* *ee per 29. l. 1* *f per 4 l. 6.* *g per 22. l. 5.* *h per 1. lemma prafixũ pracedens.* *i per 1. li. 1. Conic.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in fabrica huius propoſitionis acutianguli coni ſectionem, Ellipſim vocat: γεγράφθω (inquit) περὶ διάμετρον τὰν .β. κύκλος ἢ ἔλλειψις. Vnde non minima coniectura ſumitur Archimedem recentium vocabulorum, quibus tandem conorum ſectiones appellatæ ſunt, primum authorem fuiſſe: quamquam hyperboles vel paraboles non meminerit. Si vero vnum nouerit, reliqua nouiſſe oportet: hæc autem per tranſennam dicta ſint.

ΠΡΟΤ. Ι.

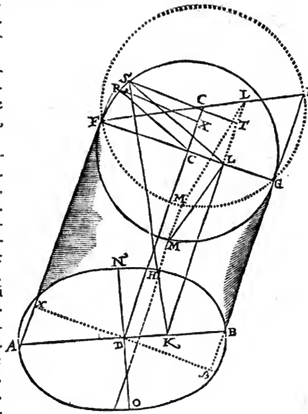
Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ ὃ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾶς ἀνεστακούσας γραμμᾶς, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

PROP. X.

Acutianguli coni ſectione data, & linea à centro acutianguli coni ſectionis erecta in plano quod ab altera diametro aſſurgit rectò ad planum in quo eſt acutianguli coni ſectio: poſſibile eſt cylindrum inuenire qui habeat axem in recta linea erecta, in cuius ſuperficiei erit data acutianguli coni ſectio.

ΥΠΟΘ. Offeratur Ellipſis A. H. B. O. cuius altera diameter ſit A. B. Tum à centro D. erigatur non perpendicularis D. C.

ΣΥΜΠ. Dico poſſe inueniri cylindrum qui axem habeat erectam lineam D. C. quique ſua ſuperficie contineat acutiãguli coni ſectionẽ, ſeu Ellipſim datam.



ΚΑΤ. A punctis A. & B. ducantur lineæ A. F. & B. G. priori D.C. parallelæ, & iungantur linea F.C.G. exiſtente πρὸς ὀρθὰς ad lineam C. D. Hæc vero linea F. G. aut eſt æqualis alteri diametro Ellipſeos propoſitæ, nempè lineæ N. O. aut maior eſt, aut minor. Sit primum æqualis, ac interuallo F. C. vel C. G. æquali (Etenim per D. ducatur α.β. perpendiculariter ad D. C. & quæ occurrat duabus A. F, B. G. in α. & β.
a per 29 l.1. vbi facit angulos rectos *a* & proinde
b per 15 l.1. cum anguli ad D. ſint *b* ad verticem æquales, vt eſt A. D. æqualis D. B.
c per 4. l. 6. ſic *c* α. D. æquatur D. β. Sed ſunt parallelogramma F. D, D. G. Ergo
d per 34. l.1. quoque F. C, C. G. ſunt *d* pares) fiat circulus F. M. G. qui baſis ſit cylindri. Erit hic cylindrus qui quæritur comprehendẽs ſua ſuperficie Ellipſim propoſitam. Sin minus, erit aliquod punctum propoſitæ Ellipſeos extra ſuperficiem ipſius cylindri: ipſum ſit
e per 12. l.1. H. à quo ducatur *e* perpendicularis H. k. in A. B. diametrum: à puncto vero k. eriga-
f per 11. l. 1. tur *f* linea k. L. prioribus iam erectis ab A. D. & B. parallela: & ad L. ducatur *f* perpendicularis L. M. ad cylindri ſuperficiem, & tandem iungatur M. H.

g per 21. l. 1. Conic. ΑΠΟΔ. Quadratum H. k. eſt *g* ad rectang. ſub A. k, k. B. vt eſt quadratum N. D. ſeu
h per hypotheſim. quadratum æqualis *h* F. C. ad rectang. ſub A. D, D. B. hoc eſt ad quadratum A. D. Atqui cum D. C. ſit non perpendicularis ſuper A. B productis infinite A. B. F. G. ne-
i per 3. lemma præfixũ 13. l. 1. de æquipond. ceſſariò concurrent, & cum ſint lineæ A. F, D.C, B. G parallelæ, facile probabitur *i* F. C. ad C. L. & C. L. ad L. G. vt A. D. ad D. k. & D. k. ad k. B. Et inuertendo *l* L. C. ad C. F. vt k. D. ad D. A. & coniungendo *m* L. F. ad F. C. vt k. A. ad A. D. demum ex
l per coroll. 4. l. 5. æquo *n* F. C. ad L. G. vt A. D. ad k. B. Proinde ſequitur rectangulum *o* ſub F. L, L. G.
m per 18. l. 5 eſſe ad quadratum F. C. vt rectangulum ſub A. k, k. B. ad quadratum A. D. & viciſſim
n per 22 l. 5 *p* rectangulum ſub F. L, L. G. eſſe ad rectangulum ſub A. k, k. B. vt quadratum F. C.
o per lemma ad 8. huius. ad quadratum A. D. Quia igitur quadratum H. k. & rectangulum ſub F. L, L. G. ha-
p per 16. l. 5 bent ad quadratum A. D. eandem rationem, ſunt *q* ipſa æqualia. Verum idem rectan-
q per 9. l. 5. gulum ſub F. L, L. G. eſt *r* itidem æquale quadrato L. M. Sunt ergo rurſus quadrata
r per 8. & 17. l. 6. linearum H. k. & L. M. æqualia, & ipſæ lineę H. k. & L. M. æquales. Sed & parallelæ *ſ* ſunt, cum ex fabrica ambæ rectos faciant ad puncta k. & L. Iungentes ergo æquales
ſ per 29. l. 1. & parallelas, lineæ M. H, L. k. ſunt *t* pares & æquidiſtantes: & proinde H. neceſſariò
t per 33 l. 1. punctum eſt in ſuperficie cylindri, ſicuti M. Non ergo extra eſt.

Si vero altera diametrus N. O. fuerit maior, ipſa F. G. ponatur æqualis ipſi F. P. qua diametro deſcribatur circulus, & fiant reliqua vt ſuperius. Deſcriptus enim hoc circulo cylindrus demonſtrabitur capere datam Ellipſim ijſdem argumentis quibus mox vſi ſumus. Denique ſit altera diametrus minor ipſa F. G. ſitque C. X. id quo F. C. plus poteſt quam D. N. tum ducatur X. R. æqualis ipſi N. D. & perpendicularis *ſ* ad lineã C. X. & plano erecto ſuper planum in quo ſunt lineæ A. B, C. D. iungatur R. C. quæ
u per 47. l. 1 poſſit *u* & C. X. & X. R. ſeu ſemidiametrum N. D. & ideo ſit æqualis ipſi C. F. ita vt deſcripta circumferentia diametro F. G. in plano in quo ſunt R. C, F. G. tranſeat per

punctum R. & inclinetur circulus hic R. F. G. ad planum in quo ſunt A. F, D. C, B. G. quantitate anguli R. C. X.

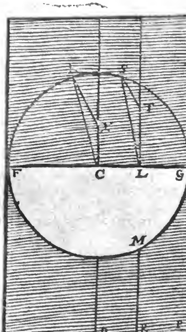
ΣΥΜΠΕ. Dico rurſus definitum hoc circulo F. R. G. tanquam baſi cylindrum, habentem axem D. C. complecti datam Ellipſim.

ΚΑΤΑΣ. Negetur vt prius H. eſſe in ſuperficie cylindri, & ſtet κατασκευὴ vt ante, & præterea ducatur [a] L. S. perpendicularis ad F. G. producta vſque ad circumferentiam circuli, & ab S. in L. k. productam cadat [b] perpendicularis S. T. in plano erecto ſuper planum in quo ſunt A. B. C. D. *a per 11. l. 1.* *b per 12. l. 1.*

ΑΠΟΔ. Erit tunc quadratum S. T. ad quadratum S. L. vt quadratum R. X. ad quadratum R. C. vt mox probabimus. Atque vt quadratum S. L. [c] ad rectang. ſub A. K. k. B. ita C. R. quadratum ad quad. A. D. vt etiam ſtatim oſtendemus. Ex æquo [d] igitur vt quadratum S. T. ad rectang. ſub A. k, k. B. ita quadratum R. X. quod æquale quadrato N. D. fecimus, ad quadratum A. D. Sed H. k. eodem modo ſe habet [e] ad idem rectangulum ſub A. k, k. B. Sunt igitur H. k. & S. T. æquales. [e] Verum & quoque parallelæ ſunt, [f] quia angulos faciunt interiores rectos, ſcilicet H. k. T. & S. T. k. Eas ergo iungentes T. k, H. S. ſunt [g] æquales & parallelæ, ac ſi punctum S. in ſuperficie cylindri reperitur, etiam H. in eadem eſſe ſuperficie neceſſe eſt, quod fuit probandum. *c per 21. l. 1. Conic.* *d per 22 l. 5.* *e per 9 l 5.* *f per 29. l 1.* *g per 33 l. 1.*

SVPPLEMENTVM DEMONSTRATIONIS.

Iam vt clarius demonſtremus quod in dubio reliquimus.



ΚΑΤΑΣ. Imaginemur hic in plano ſubnigro ineſſe lineas A. F, D. C, K. L, B. G, C. X. & L. T. circulum vero F. M. G. S. eſſe in plano albicante, quod ſubnigrum illud ſecet ad angulos acutos ſecus lineam F. G. vltra quam nobis ſemicirculus occultetur. In circulo vero ſint lineæ C. R, L. S, X. R. & S. T. Ab albicante autem plano ſeu à punctis R. & S. cadent [b] in nigrum planum perpendiculariter ad puncta X. & T. lineæ R. X, S. T. ita vt ſint triangulorum rectangulorum R. C. X. & S. L. T. ὑποτείνουσαι R. C. & S. L.

ΑΠΟΔ. Ambæ R. C. & L. S. ſunt rectæ ad F. G. & proinde parallelæ, & quia capiunt lineę R. C, C. X. tum S. L, L. T. eandem duorum planorum inclinationem, anguli R. C. X. & S. L. T. ſunt æquales. Deinde recti ſunt ad T. & X. Trianguli ergo ſunt [h] æquianguli, & eſt [i] T. S. ad S. L. vt X. R. ad R. C. ſeu quadratum T. S. eſt ad quadratum S. L. vt quadra. X. R. ad quadratum R. C. Cæterum ſuperius probauimus rectangulum ſub F. L, L. G. eſſe ad quadratum F. C. vt rectang. ſub A. K, K. B. ad quadr. A. D. & viciſſim rectang. ſub F. L, L. G. eſſe ad rectang. ſub A. K, K. B. vt quad. F. C. ad quad. A. D. Quoniam ergo quadratum L. S. eſt [c] ad rectang. ſub F. L, L. G. & hoc rectang. ſub F. L, L. G. ad aliud ſub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quad. F. C. & quadratum F. C. ad quad. A. D. ſequitur [l] ex æquo quadratum L. S. eſſe ad rectang. ſub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quadratum A. D. quod fuit tandem probandum. *h per 32. l. 1.* *i per 4. l. 6* *l per 22 l. 5*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex demonſtratis aſſequimur cylindrum fieri rectum ſi contigerit F. G. æqualis alteri diametro N. O. Nam axis D. C. incidit in planum circuli F. M. G. perpendiculariter. Recte itaque Archimedes ſubiungit, δῆλον δὴ ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὴν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐστί, ὅκα ἡ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τῷ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμέναι ποτὶ τὰν ἀνεστακοῖσαν εὐθεῖαν. Alij vero recti non ſunt: in centro etenim axis D. C. incidit in baſim ποτ᾽ ὀρθάς. Anguli enim D. C. P. & D. C. F. ſunt inæquales, quod accidit quando διάστημα F. P. maius eſt N. O. Deinde quando minus eſt, inclinatur D. C. ad planum circuli, qui fit baſis cylindri quantitate anguli R. C. X. vt iam diximus.

PROP. XI.

Quod quidem omnis conus ad conum compoſitam habeat rationem, tam ex ratione baſium quam ex ratione altitudinum, demonſtratur ab ijs qui ante fuerunt: Eademque demonſtratio concludit quod omne ſegmentum coni ad ſegmentum coni compoſitam rationem habet, tum ex baſium tum ex altitudinum ratione. Et quod omnis portio Cylindri, tripla eſt ſegmenti coni eandem baſim habentis quam portio, & eandem altitudinem. Hæc ipſa demum demonſtratio oſtendit, quod cylindrus triplus eſt Coni baſim habentis eandem cum cylindro, altitudinémque eandem.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδείκνυται ὑπὸ τῶν πρότερον· ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξις ἐστὶ καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλάσιος ἐστὶν τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις ἄπο καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

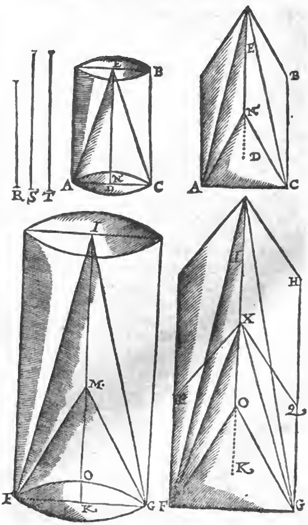
Apud quem veterem authorem hæc demonſtratio reperiatur, nondum ſcitur: verum ita conſtare poteſt non tantum de cylindris & conis, ſed de quibuſlibet ſimilibus ſolidis.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint primum coni vel pyramides ſimiles A. E. C. & I. F. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico huiuſmodi figuras ſe habere inter ſe in ratione compoſita ex rationibus baſis A. N. C. ad baſim F. O. G. & altitudinis E. D. ad altitudinem I. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt baſis eſt ad baſim, ita ſit R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem, ita fiat S. ad T. Et quoniam baſes altitudineſque ſunt æquales aut inæquales: primò ſupponamus altitudines æquales, exiſtentibus baſibus quibuslibet.

ΑΠΟΔ. Quoniam ſupponimus altitudines æquales, cuiuſmodi ſunt
a per 11. l. 12 D. E. & K. M. conus A. E. C. eſt [a]
b per 6. l. 12 ad conum F. M. G. ſeu pyramis [b] ad pyramidem, vt baſis A. N. C. ad baſim F. O. G. hoc eſt, vt R. ad S. Verũ vt eſt altitudo ad altitudinẽ ſeu



par ad parem ita eſt[a] S. ad T. Sũt itaque S. & T. pares, ita vt R. eãdem habeat ad T. quã ad S. rationem. Ergo quoque vt conus ad conum ſeu pyramis ad pyramidem, ſic R. ad T. Verum R. eſt[b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Igitur quoque conus eſt[c] ad conum ſeu pyramis A. E. C. ad pyramidem F. M. G. in compoſita ratione, tam ex ea quæ eſt baſis ad baſim, quam ea quę eſt altitudinis ad altitudinem. Iam ſint altitudines inæquales & K. I. maior.

a ex fabri. b per 2. lemma ad 4 li. 2. de ſphæra & cylind. c per 11 l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Atque in K. I. ſumatur M. K. æqualis ipſi E. D. Et ſit rurſus baſis A. N. C. ad baſim F. O. G. vt R. ad S. vt autem altitudo E. D. ſeu M. K. ad I. K. altitudinem, ita ſit S. ad T.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quippè cum coni ſeu pyramides F. M. G. & F. I. G. ſint in eadem baſi, eſt[d] F. M. G. ad F. I. G. ſicut M. K, ad k. I. hoc eſt vt S. ad T. Ergo cum iam A. E. C. ſit ad F. M. G. vt R. ad S. Iamque F. M. G. ſit ad F. I. G. vt S. ad T. Ex æquo[e] eſt A. E. C. ad F. I. G. vt R. ad T. hoc eſt[f] in ratione compoſita ex ratione R. ad S. ſeu baſis ab baſim, & ex ratione S. ad T. ſeu altitudinis ad altitudinem. Cæterum cylindri A. B, F. H. conorum A. E. C, & F. I. G. ſunt ſtripli, ſeu priſmata A. B. & F. H. ſunt[g] tripla, pyramidum A. E. C. & F. I. G. Ergo cylindri inter ſe eandem habent[h] rationem quàm coni, & priſmata quàm pyramides. Ergo quoque in ratione ſunt compoſita ex rationibus baſium & altitudinum. Cùm autem ex priſmatibus aut pyramidibus ſimilibus, & numero æqualibus componantur omnia corpóra ſolida ſimilia: ſequitur[i] quoque ſimilia omnia ſolida rationem habere compoſitam ex rationibus baſium & altitudinum, quod primò fuit demonſtrandum.

Porrò concluſio etiam de conis aut cylindris ſcalenis, ſeu de ſolidis parallelepipedis, non rectangulis intelligitur. Propoſitiones etenim Euclideæ de rectis & obliquis corporibus demonſtrantur. Vt autem cæteræ oſtendantur, nobis aliquot ſunt præmittenda lemmata, ſine quibus ſtare demonſtratio non poteſt. Primum erit de ſecunda parte propoſitionis.

d per 14 li. 12 & concluſio patet de pyramidibus per corol. 8. lib. 12. & de priſmatibus ac omnibus ſimilib ſolidu per 33. l. 11. e per 22. l. 5. f per 10. lib. 12. g per 7 l. 12. h per 15. l. 5. i idem ſequitur ex 8. l. 12. & ex 33. l. 11.

ΛΗΜΜΑ Α.

Omne ſegmentum coni, tertia pars eſt fruſti cylindri eaſdem cum ſegmento coni habentis baſim & altitudinem.

ΥΠΟΘ Ι. Sit ſegmentum coni A. k. C. ſuper Ellipſi A. B. C. D. innixum tanquam baſe, & altum linea k. I. Sitque fruſtum cylindri duabus definitum acutianguli coni ſectionibus, altera quidem eadem qua coni ſegmentum nempè A. B. C. D. & altera E. F. G. H. eademque altitudine I. K. elatum.

ΣΥΜΠ. Dico coni ſegmentum eſſe fruſti cylindri tertiam partem, vel cylindri fruſtum eſſe triplum ſegmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Si etenim fruſtum non eſt ſegmenti triplum, maius eſt dicto triplo, aut minus. Sit primo maius, & exceſſus ſit ſolidum Σ. & in baſi communi fruſto ac ſegmento inſcribatur[a] figura A. B. C. D. maior dimidio Ellipſeos. Hac verò figura tanquam baſi erigatur intra fruſtum cylindri ſolidum parallelepipedum verticem habens figuram E. H, G. F. altitudinem verò K. I. eandem quàm fruſtum aut ſegmentum, hoc maius quidem erit dimidio fruſti. Nam dimidium eſt[b] ſolidi parallelepipedi, quod baſim haberet figuram Ellipſi circumſcriptam, altitudinem verò I. K. nam baſis illius eſſet baſis huius ſubdupla. Rurſus reſiduis baſis ſumantur trianguli A. L. B, B. M. C, & reliqui maiores dimidio reſiduorum, & his adhuc tanquam baſibus priſmata attollantur ad verticem ſegmenti, & in eadem altitudine. Quippè priſmata hæc erunt[b]

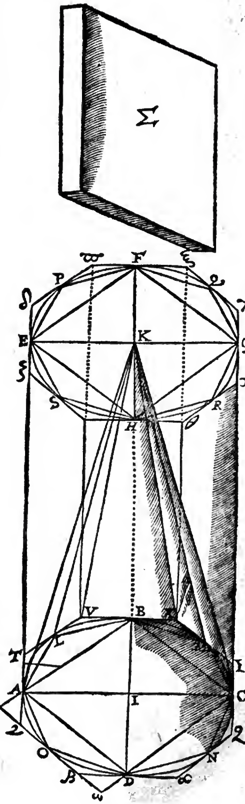
a per manifeſt. 2 l. 1. de ſphæra & cyl. & corol. ipſius. b per 2. coroll. 7. l. 12. ſecundum Candallũ.

pluſquam dimidia ſolidorum reſiduorum ex cylindri fruſto. Sunt enim dimidia parallelepipedorum, quæ baſibus deſcriberentur parallelogrammis contentis ſub vnaquaque linearum A.B, B.C. & aliarum, ac altitudine triangulorum cuiuſmodi eſt A.ω. & in altitudine k.I. Denique toties ſic auferatur pluſquam dimidium reſidui ex fruſto cylindri, vt figura parallelepipeda inſcripta fruſto differat à fruſto continente, minori quantitate quàm ſit Σ. vt ſcilicet eadem figura maior adhuc ſit triplo coni Verum eadem baſi ſuper qua deſcripta ſit hæc figura, pyramis aſſurgat ad verticem ſegmenti coni k.

ΑΠΟΔΕΙ. Figura ſolida parallelepipeda intra fruſtum Cylindri deſcripta maior eſt triplo coni. Atqui pyramis intra ſegmentum coni, eodem ſegmento minor eſt.[a] Ergo figura ſolida parallelepipeda eſt multo maior triplo ipſius pyramidis, quod eſt[b] tamen contra Geometriæ elementa. Abſurdum ergo eſt autumare cylindri fruſtum maius eſſe triplo ſegmenti coni. Verum iam ſit minus fruſtum triplo ſegmenti, & quidem quantitate Σ.

> a per 9. com. ſent.
>
> b contra idem 2. coroll 7. l. 12.

ΚΑΤΑΣ. Ac circa Ellipſim A.B.C.D. figura conſcribatur, & hac figura tanquam baſi aſſurgat parallelepipedum circa cylindri fruſtum, altum linea k.I. Tum à partibus quibus figura Ellipſi conſcripta ſuperat Ellipſim, tollatur pluſquam dimidium, & hac figura aſſurgat rurſus parallelepipedum, quo tollatur pluſquam dimidium à quantitate, qua primum parallelepipedum ſuperabat fruſtum cylindri. Et demum hoc pacto ſemper tollatur pluſquam dimidium ab exceſſu, quo parallelepipedum ſuperabit fruſtum, quouſque exceſſus ille minor fiat quantitate Σ. & circumſcripta figura maneat adhuc minor triplo ſegmenti coni. Baſis ergo huius circumſcriptæ figuræ ſit τ.γ.β.α, Z.Y.X.V. vertex verò δ.ζ.ν.θ.χ.λ.ξ.π. altitudo demum I.k. Denique pyramis fiat intra ſegmentum coni hac eadem baſi, & altitudine eadem.

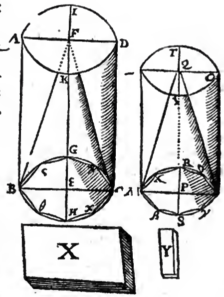


ΑΠΟΔ. Circumſcripta fruſto figura minor eſt triplo ſegmenti coni. Ergo multo minor eſt triplo pyramidis circum ſegmentum coni deſcriptæ. At hoc aduerſatur Geometriæ. Ergo & id vnde ſequitur, nempè quod fruſtum cylindri minus ſit triplo ſegmenti coni. Supereſt ergo vt illi triplo ſit æquale, quod fuit probandum pro quarta parte propoſitionis. Quod autem hic demonſtrauimus, intelligi debet, tam de ſcaleno cono & cylindro, quàm de recto.

ΛΗΜΜΑ Β.

Sub eodem faſtigio exiſtentia fruſta cylindri, vel ſegmenta coni, ſunt inter ſe ſicuti baſes.

ΥΠΟΘ. Sint duo fruſta cylindri A. B. C. D. & L.M.N.O. in æqualibus altitudinibus F.E, & L P. vel ſint duo coni ſegmenta B. F. C. & M.Q. N. in paribus quoque altitudinibus F.E, Q.P.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico fruſtum eſſe ad fruſtum, vel ſegmentum ad ſegmentum, vt baſis Ellipſis B. G, C. H. ad baſim Ellipſim M. R. N. S.

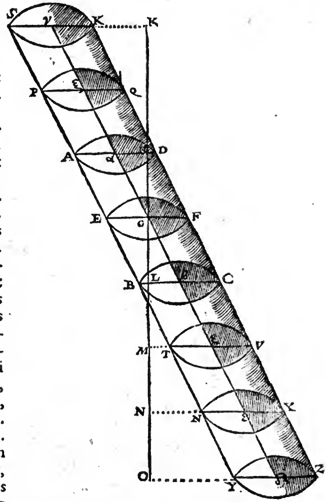
ΚΑΤΑΣ. Quod ſi negetur. Sit fruſtum A.C. ad X. corpus vt baſis H.B.C. ad baſim M.S.N. Etenim X. erit vel maius vel minus fruſto L.N. Sit primùm iſto fruſto minus, & quidem quantitate Y. atque ex fruſto L.N. vt ſuperiùs[a] fecimus, tollatur toties pluſquam dimidium, quoad figura laterata intra fruſtum deſcripta minus diſtet à fruſto, quàm ſit Y. ſitque idcirco rurſus maior corpore X. Baſis autem figuræ ſit inſcripta Ellipſi figura M.β.S.γ. N.δ. R.α. cui ſimilis inſcribatur[b] Ellipſi B.H.C.G. quæ ſit B.θ.κ.χ, C.λ, G.ζ. & hæc fiat quoque baſis figuræ lateratæ intra fruſtum A. B. deſcriptæ præcedenti ſimilis. *a præcedenti lemmate.* *b per ſcholiũ manif. 2 li. de ſphær. & cyl.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia A.C. eſt ad X. vt Ellipſis ad Ellipſim, & vt Ellipſis ad Ellipſim, ſic inſcripta figura ad inſcriptam: & demum vt inſcripta figura ad inſcriptam figuram, ſeu vt baſis polygona ad baſim polygonam, ſic eſt[c] parallelepipedum ad parallelepipedum: ſequitur[d] vt A.C. ad X. ſic eſſe lateratam figuram, ſeu parallelepipedum deſcriptum in A.C. ad aliud inſcriptum ipſi L.N. Et viciſſim[e] A.C. erit ad parallelepip. in ſeipſo inſcriptum, vt X. ad parallelepip. aliud in L.N. deformatum. Verum A.C. fruſtum[f] eſt maius primo parallelepipedo: ergo X. maius erit parallelepipedo in L.N. deſcripto, quod tamen factum eſt maius ipſo corpore X. Sit iam X. maius fruſto L. N. Nam quia A.C. eſt ad X. vt baſis B.H.C. ad baſim M. S. N. erit inuertendo[g] X. ad A.C. vt M.δ.N. baſis ad B.H.C. baſim. Cùm verò ſit L.N. minus corpore X. erit[h] ſicut X. ad A.C. ſeu baſis M.S.N. ad baſim B.H.C. ſic L.N. ad aliquid minus cylindri fruſto A.C. quod tamen ex prima demonſtrationis parte impoſſibile eſt. Ergo X. nec maius nec minus eſt fruſto L.N. ſed æquale: & proinde vt baſis ad baſim, ſic A.C. erit[i] ad L. N. quod fuit oſtendendum. Atqui ſegmenta conorum ſunt[l] ſubtripla fruſtorum cylindri. Ergo ſunt inter ſe vt fruſta, hoc eſt ſicuti baſis ad baſim. *c per coroll. 2.7.l.12.* *d per 11.l.5.* *e per 16 l.5.* *f per 9. cõm. ſent.* *g per coroll 4.l.5.* *h per 14.l.5.* *i per 7 li.5.* *l per præc. lemma.*

ΛΗΜΜΑ Γ.

Si cylindri fruſtum plano ſecetur parallelo oppoſitis planis: erit portio ad portionem, vt altitudo ad altitudinem.

ΥΠΟΘ. Sit fruſtum cylindri A.C. cuius extremæ Ellipſes parallelæ ſint A.D, B.C. his autem æquidiſtanti plano E.F. ſecetur in fruſta A.F, F.B. Denique per centrum G. tranſeat linea perpendicularis in oppoſitas Ellipſes, quæ ſit H. G.L. diſtinguens fru-



ſtorum altitudines, nempe G.H. fruſti A.F. & G.L. alterius F.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico fruſtum cylindri A.F. eſſe ad fruſtum F.B. vt altitudo H.G. ad altitudinem G.L.

ΚΑΤΑΣ. Linea traiecta per centra α.G.β.(cùm enim ſint ι.G, A.α. & B.β. æquales ſemidiametri & paralleli, ac iuncti linea recta ι.B.T. erit[a] quoque linea recta α.G.β.) producatur vtrinque ad γ.δ. puncta,& in α.γ. ſumantur partes α.ξ. & ξ.γ. ſingulæ pares vni G.α. tum in β.δ. capiantur tres portiones æquales ſingulæ alteri G.β. & in punctis γ.ξ.ζ.ι.δ. fiant[b] Ellipſes æquales ſingulæ alteri ex duabus A.α.D. vel B.β.C. ijſdemque parallelæ,& circa eas tandem intelligatur extendi ſuperficies fruſti cylindri A.C. & fiant fruſta E.D, A.Q,Q.S. æqualia: Tum alia E.C, C.T, T.X, X.Y. quoque paria. Etenim ſi altitudines G.L, G.H. extendantur, incident rectè in diametros P.Q,R.S. punctis I.k, & in alios T.V,N.X,Y.Z. punctis M.N.O. Nam iſtę diametri ſunt parallelę ex hypotheſi, alijs A.D, E.F, B.C. cum quibus facit angulos rectos linea H.L. quæque proinde cum illis reliquis angulos quoque rectos efficiet. Erunt idcirco H.I, I.K. & aliæ partes lineæ k.O. altitudines omnium fruſtorum. Sunt verò altitudines G.H, H.I, I.k. æquales: cùm enim in triangulo γ.G.k. latera γ.G, & G.k. ſecentur lineis ξ.Q. & α.D. parallelis baſi γ.K. ſecantur[c] proportionaliter, & vt G.α, α.ξ, ξ.γ. ſunt aſſumptæ æquales, ſequitur quoque illas altitudines eſſe pares. Similiter probabimus altitudines G.L, L.M, M.N, N.O. æquales. Cùm igitur tria fruſta F.A, A.Q, Q.S. ſint in æquali altitudine, ſunt inter ſe æqualia, ſicuti baſes, quibus inſiſtunt, ſunt æquales. Pari ratione fruſta E.C, C.T, T.X, X.Y. ſunt æqualia.

a per 34.13. 29.l.1.

b per 3. problema huius.

c per 2.l.6. & 3. lemma præfixũ ad 13.li.1. de æquip.

ΑΠΟΔ. Quotuplum eſt fruſtum δ.F. fruſti A F. totupla eſt altitudo K.G. altitudinis H.G. Et quotuplum eſt fruſtum E.Z fruſti E.C. totupla eſt G.O. ipſius G.L. Si itaque altitudo k.G. ſuperet, vel adæquet altitudinem G.O. vel tandem ab ea deficiat, etiam fruſtum S F. ſuperabit, vel adæquabit fruſtum E.Z. aut ab ipſo deficiet. Sequitur[d] inde vt H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem, ita eſſe fruſtum A.F. ad fruſtum F.C. quod fuit probandum.

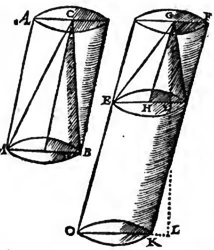
d per 6. defin.l.5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Idem ſequeretur, ſi dixerimus ſe habere ſicuti diametros. Vt eſt enim α.G, ad G.L, ſeu diameter ad diametrum, ſic eſt[e] H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Quæ inæqualibus fuerint baſibus fruſta cylindri, aut ſegmenta coni, ſunt inter ſe ſicuti altitudines.



ΥΠΟΘΕ. Sint *a* fruſta cylindrorum A.B. & F. E. ſeu ſegmenta conorum C. M. B. & G. E. N. in baſibus, vel Ellipſibus æqualibus M. D. & E. N. *a per 3 & 9 ſubſid. huius.*

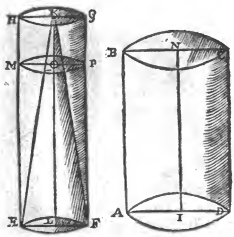
ΣΥΜΠ. Dico fruſtum A. B. eſſe ad fruſtum F. E. ſeu ſegmentum C.M.B. ad ſegmentum F.E. N. vt altitudo C.D. ad altitudinem G.I.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I.L. altitudo æqualis altitudini C. D. & in plano in quod cadit I.L. ſumatur Ellipſis æqualis ipſi E.H.N. & tandem intelligatur fruſtum cylindri E. k. in eadem altitudine, æqualique baſi, quàm fruſtum A.B.

ΑΠΟΔ. A.B. fruſtum eſt *b* ad E.k. fruſtum, vt baſis M.B. ad baſim O.K. ſed ſunt baſes M.B. & O.K. æquales: Ergo ſunt fruſta A.B. & E.k. paria. Atqui fruſtum E.k. eſt *c* ad E.F. fruſtum, vt L.I. ad I.G. Ergo A.B. fruſtum eſt ad E. F. fruſtum, vt L.I. ſeu vt C.D. ad G.I. Et quia cylindri fruſtorum ſunt coni ſegmenta ſubtripla: eſt quoque ex *d* conſequenti coni ſegmentum M.C.B. ad ſegmentum coni G.E.N. vt baſis ad baſim: quod fuerat probandum. *b per lemma 2.* *c per lemma præced.* *d per 15. l. 5.*

ΛΗΜΜΑ Ε.

Cylindrorum æqualia fruſta, vel conorum æqualia ſegmenta habent reciprocas baſes verticibus: & quæ reciprocas baſes habent verticibus, illa ſunt æqualia.



ΥΠΟΘ. Sint æqualia cylindrorum fruſta A.B. C.D, & E.F.G. H. quorum altitudines ſint N.I. & k L.

ΣΥΜΠΕ. Dico baſes ſeu Ellipſes, quarum ſunt diametri A.D, & F.E. reciprocas eſſe altitudinibus.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam altitudines ſunt, aut æquales, aut inæquales: ſi æquales ſunt, baſes quoque ſunt *e* æquales, quia ex hypotheſi fruſta ſunt æqualia. Si inæquales fuerint, ſit k.L. maior, in qua ſumatur L. O. æqualis ipſi N.I. & acto *f* per O. plano parallelo baſi, fiat fruſtum M. F. *e per lẽma 2* *f per coroll. 15. l. 11.*

ΑΠΟΔΕΙ. Vt k.L. ad O.L. ſeu ad N. I. ſic *g* E. G. fruſtum, hoc eſt A.C. ad E.P. fruſtum: At ſicut A.C. ad E.P. ſic *e* baſis A.D. ad baſim E.F. Sicut igitur L.k ad L.O. ſeu ad N.I. ſic *h* reciprocè baſis A.D. ad baſim E.F. Sit rurſus reciprocatio baſium & altitudinum. *g per 4. lẽma.* *h per 11. l 5.*

ΑΠΟΔ. Sit ergo vt baſis A.D. ad baſim E.F. ſic k.L. ad N.I. hoc eſt ad O.L. Atqui vt baſis A.D, ad baſim E.F. ſic *e* A.C. fruſtum, ad E.P. fruſtum. Ergo vt k.L. ad O.L. ſic A.C, ad E.P. Verum vt k.L. ad O.L. ſic eſt *g* quoque E.G, ad E.P. Ergo A. C. & E. G. habent ad E.P. eandem rationem, & proinde ſunt *i* æqualia fruſta, quod fuit probandum. *i per 7. li. 5.*

Porrò quod de cylindrorum fruſtis probatum eſt, ſubintelligendum quoque eſt de conorum ſegmentis, cùm ſint *l* illorum ſubtripla. *l per lẽma 2.*

C.F.vt Z.O.ad O.R.& viciſſim[a] B.C. ad Z.O. vt C.F. ad O. R. Eſt[b] itaque C.F. ad O.R. vt B.D.ad Z.T. Suntque proinde C.F & O.R.congeneę,& conſimiles diametri: ad eoſque axes K.L,M.N. angulos æquales faciunt: ita vt anguli C.K.L,O.M.N. ſint æquales, ſed eſt C.K.ad O.M. vt B.K. ad Z.M. & ergo vt k L. ad M.N. Trianguli itaque C.K.L,& O.M.N. ſunt[c] æquianguli, eſtque[d] K.L.ad L.C, vt M.N, ad N.O. Et permutando[a] K.L.ad M.N. vt L.C. ad N.O. Verum vt K.L. ad M.N. ſic fuit B.L. ad Z.N. Eſt ergo B.L. ad Z.N. vt C.L. ad O.N. & viciſſim[a] B.L.ad L.C. vt Z.N. ad N.O. Cùm ergo B.C.ſit ad B.L. vt O.Z.ad Z.N.& B.L. ad L.C. vt Z.N. ad N.O, erit ex æquo[e] B.C,ad C.L,vt Z.O,ad O.N. Sicque trianguli B.C.L,& O.Z.N. ſunt[f] æquianguli, & laterum homologorum. Hoc modo probauimus omnes facies triangulares vnius pyramidis ſimiles faciebus alterius. Vnde fiet vt agnoſcantur[g] ſimiles pyramides, & eſſe[h] pyramidem B.D.L.ad pyramidem Z.T.N. in ratione triplicata lateris B.C. ad latus Z.O. hoc eſt B.D.ad Z.T.hoc eſt,vt ſegmentum B.D.L. ad X.corpus. Et viciſſim[a] erit pyramis B.D.L.ad ſegmentum B.D.L.vt pyramis Z.T.N.ad X Eſt[i] autem illa pyramis ſuo ſegmento minor: Eſt[l] igitur hæc quoque pyramis corpore X.minor. At maior facta eſt. Abſurdum ergo eſt dicere X. minus ſegmento Z.T.N. Ponamus iam X.maius ſegmento Z.T.N. Nam cùm conus B.D.L. ſit ad X. in triplicata ratione B.D.ad Z.T. hoc eſt ſicuti pyramis B.D.L. ad ſimilem pyramidem Z.T.N. erit[m] conuertendo X ad ſegmentum B D.L.vt pyramis Z.T.N.ad pyramidem B.D.L. Sed ſi fiat vt eſt X. ad ſegmentum B.D.L. ita ſegmentum Z.T.N. ad aliquod corpus, erit hoc aliquod corpus minus ſegmento B.D.L. Proinde vt pyramis Z.T.N. ad pyramidem B.D.L. ſic eſt ſegmentum Z.T.N. ad aliquod corpus minus ſegmento reliquo B.D.L. quod eſt abſurdum ex prima demonſtrationis parte. Itaque X.nec minus nec maius eſſe poteſt ſegmento Z.T.N.ſed æquale. Ad ipſum ergo ſegmentum Z.T. N.habet quoque aliud ſegmentum[n] rationem triplicatam dimetientium B.D. ad Z.T. ſeu A.G.ad E.I.ſeu denique axis K.L. ad axem M.N.quod fuerat probandum.

Porrò quam rationem habent inter ſe ſegmenta coni, eandem retinent[o] fruſta cylindri, cùm hæc illorum tripla ſint.[p]

[a] per 16 l.5. [b] per 11 l.5. [c] per 6 l 6 [d] per 4.l.6 [e] per 22 l 5 [f] per 5.li 6. [g] per 10.definit l.11. [h] per coroll. 8 l 12. [i] per 9.côm. ſent. [l] per 14 l 5. [m] per corol. 4.l.5. [n] per 7 l 5. [o] per 15.l 5. [p] per lemma 1.huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ.

α. Εἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου κωνοειδέος τομὰ αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα· καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ καὶ τμηθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

β. Εἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά.

PROP. XII.

1. Cõcluſio.

Si rectangulum conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit rectangulæ conoidis ſectio, eadem quæ comprehendit figuram: diameter verò ipſius erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Et ſi ſcindatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

2. Cõcluſio.

Si amblygonia conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, vel per verticem coni comprehendentis conoidem, ſectio erit amblygonij coni ſectio.

Et ſi quidem per axem eadem erit quæ comprehendit figuram: ſed ſi æquidiſtanter axi, ſimilis erit ipſi. Si autem per verticem coni conoidem comprehendentis, non erit ſimilis. Cæterum diameter ſectionis erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Si ſecatur recto plano ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. Εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου, τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, οὐχ ὁμοία· διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἴκα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

3. Si ſphæroidearum figurarum aliqua plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Et ſiquidem per axem, ipſa erit quæ comprehendit figuram, Si verò æquidiſtanter axi, ſimilis ipſi. Diameter verò ſectionis erit illa communis planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod ducitur æquidiſtanter axi, recto ad ſecans planum. Si porrò ſecatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

γ'. Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα. Εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος, ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

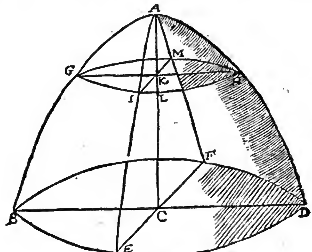
4. Denique quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quæ in ſuperficie figuræ ſunt, non in ipſa ſectione, perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt. Harum autem omnium facilè eſt dare demonſtrationes.

δ'. Εἴκα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων, κάθετοι ἀγμέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερόν ἐντι αἱ ἀποδείξιες.

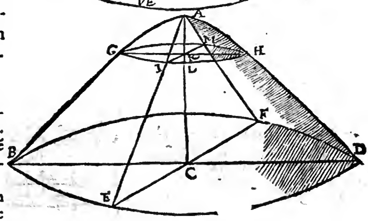
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Multa paſſim Archimedes facillima ſupponit, quæ vel à ſe alibi, vel ab alijs demonſtrata ſua ætate conſtabant, quæ poſtea cum temporum iniuria perierint, aut nondum in lucem prodierint, nobis iam negotium faceſſunt. Eiuſmodi ſunt quæ hic proponuntur, quæque cùm ex profeſſo à quoquam veterum ἀποδεικτικῶς tradita nullibi legantur, à recentioribus Geometris expetunt, vt ſibi aliquid lucis afferatur, nec illis ſatis ſit dicere, τούτων δὲ πάντων φανερὰ ἐστὶ αἱ ἀποδείξεις. His imprimis ſummus Geometra Commandinus patrocinatus eſt, cuius nunc veſtigia ſequuti eadem noſtra quantulacumque opera tuebimur.

ΛΗΜΜΑ A.

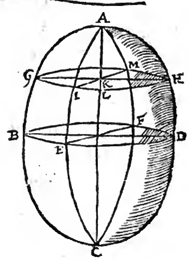


Quæcumque conois vel ſphærois per axem ſecetur, redditur eadem coni ſectio, ex cuius circumuolutioue nata eſt expoſita, vel conois, vel ſphærois, eſtque redditę ſectionis diameter linea communis duobus planis, & figuram ſecāti, & illi, quod per axem figuræ actum, ſuper ſecante plano erigitur.



ΥΠΟΘΕ. Sit conois quęliber, vel ſphærois A.B.C.D. cuius axis A.C. per quē plano ſecetur, fiatque ſectio E.A.F.C.

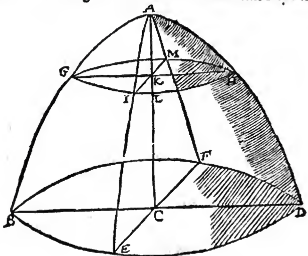
ΣΥΜΠΕ. Dico factam ſectionem eandem eſſe ac figuram, ex qua conſtituta eſt, eiuſque diametrum eſſe communem lineam plano figuram ſecanti per axem, & alij, quod actū per axem figurę, rectū ſtatueretur ad illud planum ſecans.



ΚΑΤΑΣ. Intelligatur eſſe A.B.C.D. ſectio, qua reuoluta tota figura conſtituta eſt.

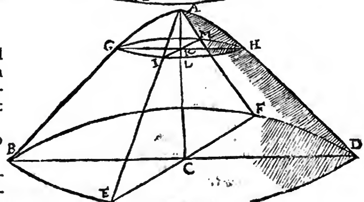
ΑΠΟΔ. Etenim ſi ipſa A.B.C.D. reuoluatur, quoad incidat in locum ſectionis A.E.C.F. aut tota toti conueniet, aut ab ipſa A.E.C.F. diſcrepabit. Si conueniat, eadem eſt A.E.C.F. ac ipſa A.B.C.D. quod intendimus, & vtriuſque idem diameter eſt: Si diſcrepet aliqua parte, ſequetur aliquid in conoide fuiſſe, quod non conſtitum fuerit tranſitu ipſius A.B.C.D. quod eſt inconueniens. Cæterum vtrumque planum ſe-

h per 3 l 11. cans figuram agitur per axem A.C. hæc *a* ergo ſola linea A.C. communis eſt amborum planorum ſectio : Atqui portionis A. E. C.F. diameter eſt A. C. Ergo huiuſce ſectionis diameter eſt ambobus planis ſecantibus linea cõmunis, quod fuit probandum.



ΛΗΜΜΑ B.

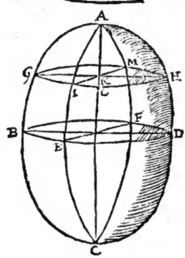
Conoide vel ſphæroide ſecta plano ad axem perpendiculari, fit ſectione circulus, centrum habens in axe.



Diuidatur conois vel ſphærois plano ad axem A. C. perpendiculari occurrente in puncto k, & ſit ſectio G.L.H.I.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico G.L.H.I. eſſe circulum.

ΚΑΤΑΣ. Etenim per axem A. k. C. planum agatur faciens ſectionem E. A. C. F. occurrentem ſecanti plano perpendiculari ad axem in punctis I. & M. ad quæ à puncto k. ducantur lineæ k.I, & k.M.



ΑΠΟΔ. Cùm enim ex reuolutione ſectionis B.A. C. D. in conſtitutione figuræ, factus ſit *b* circulus, cuius radij ſunt C.B, C.E, C.D. æquales, & cui A.C. perpendicularis eſt, ſequitur *c* lineas k.G, k.I, k H. parallelas eſſe radijs præcedentibus C. B, C.E, C. D: Proinde ordinatim ducuntur k G, k.I, & k.H. in ſectionibus B.A.D. & I. A.M. & quiſque trium radiorum æqualium C.B, C.E, C.D. habet *d* ad quamlibet ſibi parallelam lineam, ex tribus k.G, k.I, k.H. eandem rationem. Vnde patet *e* vt ſint & hæ & illi æquales, & ſit *f* itaque circulus G.I.H.M, quod fuerat propoſitum.

b per 15. de-finit. l. 1.
c per 29 d. 1.
d per 10. & 11. l. 1. conic.
e per 7. l 5.
f per 9. l. 3.

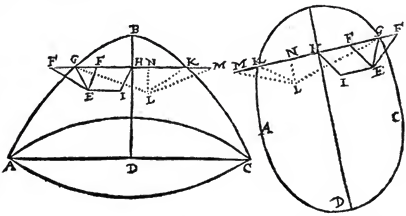
ΛΗΜΜΑ Γ.

Quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quæ in ſuperficie figuræ ſunt, non in ipſa ſectione perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt.

ΥΠΟΘ. Sit quæuis conois A.B.C. cuius axis B.D, per quem acto plano ſecetur, fiatque ſectio A. B. C. D. quæ figuram conſtituit. In ſuperficie autem figuræ ſumatur,

quoduis punctum E,non quidem in ſectione,à quo in planũ conoidem per axem ſecãs, perpendicularis agatur [a], quæ ſit E F. *a per 11. l. 11*

ΣΥΜΠ. Dico E. F. intra ſectionem cadere.



ΚΑΤΑΣ. Si enim non cadit intra, cadat vel in ipſam ſectionem in G, vel extra ſectionem in F. Et per punctum H. agatur aliud planum præcedenti & axi perpendiculare, quod ſecet rurſus figuram: fiet [b] enim circulus, cuius diameter G. K. ſeu duorum ſecantium planorum interſectio, & centrum H. à quo perpendicularis excitetur [c] ad planum ſectionis A.B C. verſus circumferentiam circuli, quæ ſit H.I, neceſſario [d] parallela alij E. F: Tum à puncto E. in ipſam H.I. perpendicularis quoque cadat [e] E.I. *b per præcedens.* *c per 12. l. 11* *d per 29. l. 1* *e per 12. l. 1.* *f per 34. l. 1.*

ΑΠΟΔ. Erit enim quadrilaterum F.E.I.H, rectangulum, & F. H, æqualis [f] ipſi E.I. Atqui E.I. intra circulum ducitur, eumque ſecat, quia cum E. ſit in circumferentia circuli, vel eſt ipſummet punctum, in quod attollitur perpendicularis H.I, & ſic habemus quod quærimus, quia perpendicularis incidit intra ſectionem: vel eſt aliud, ita vt E.F, & ex conſequenti H I. ſint minores ſemidiametros circuli. Eſt ergo E.I, & ex [g] conſequenti H.F, minor quoque ſemidiametro H.G. ſed eſſet æqualis ſi perpendicularis E.F. caderet in G. ſeu in ſectionem, vel maior ſi caderet extra ſectionem: cadit ergo intra, quod fuit probandum. *g per 7. l. 3.*

ΑΛΛΩΣ.

Sit punctum L. loco præcedentis E.

ΚΑΤΑΣ. Agatur quoque planum vt ſuperiùs, ita vt fiat circulus, in cuius periferia ſit punctus L. & ducantur L.K, L.G. Nam cadet [h] in diametrum K.G. perpendicularis L. N. & ita intra ſectionem. Aut ſi hoc non ſuffecerit, cadat ſi poteſt, vel in k. vel in G. vel in M. extra ſectionem. *h per 8. l. 6.*

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm ſit angulus K.L. G. rectus, ſequeretur ſi perpendicularis cadit in k. vel in G. triangulum habere poſſe duos angulos, quorum quiſque ſit rectus, quod eſt abſurdum [i]. Aut cùm angulus L.k.M. ſit [l] recto maior, ſi rurſus angulus L.M.k. ſit ex perpendiculari, tres anguli trianguli L. M. k. maiores erunt duobus rectis. ὃ καὶ φανεῖ ἄτοπον ἐν τῇ γεωμετρίᾳ. Atque hoc modo quartam partem propoſitionis demonſtrauimus. *i per 32 l 1.* *l per 13 l. 1.*

ΛΗΜΜΑ Δ.

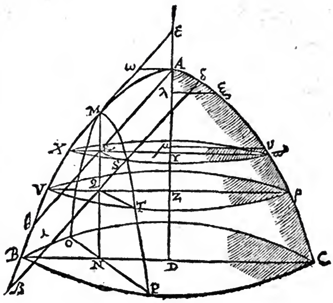
Si parabolica conois ſecatur æquidiſtanter axi, fit parabole, eadem nempè ei quæ figuram comprehendit: eſtque diameter ipſius communis ſectio planorum, & eius, quod ſecat figuram æquidiſtanter axi, & eius, quod per axem figuræ ducitur perpendiculare ad illud planum ſecans.

ΤΡΟΘ. Sit rectangula ſeu parabolica conois A.B.C. ipſius axis A.D. cui æquidiſtans ducatur planum O.M.P. ſecans conoidem. Agatur rurſus aliud planum per axem A. D. perpendiculare ad planum O.M.P. & ipſum ſecans rectò ſecundum lineam M.N.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſectionem O.M.P. in conoide factam eſſe parabolem eandem cum ea quæ figuram comprehendit, eiuſque diametrum eſſe M.N. *m per 1. lema.*

ΚΑΤΑΣ. Secetur rurſus conois plano per axem, fiatque [m] ſectio A.B.C. eadem quæ figuram conſtituit, & ducantur [n] A.ω & M.ι. tangentes ſectionem A.B.C. tum in ſe- *n per 32. l 1. vel 49 l. 1. Conic.*

ctione O.M.P. ſumantur duo quæuis puncta T.& S. à quibus *a per 12. l. 1. & præced. lemma 3.* in axem M.N. agātur[a] perpendiculares T.Q.S.R. deinde per *b per 31 l. 1.* puncta R.Q. ducantur[b] duæ θ. R.σ. & β.Q.δ. tangenti M ι. parallelę. Rurſus per eadem agantur[b] aliæ duæ X.R.π. & V.Q.ρ. æquidiſtantes alteri tāgenti A.ω. Adhuc intelligantur plana ſecus lineas S.R, & Q.T. agi ſecantia conoidem,& inter ſe parallela, ac lineæ A.ω. Nam quia perpendiculariter ſecant M.N. quę eſt axi A.D. parallela, ipſum axem perpendiculariter quoque ſecabunt[c], & proinde æ- *c per 29 l. 1.* quidiſtabunt perpendiculari A.ω. Sectiones itaque factæ ab *d per lemma proximum.* iſtis planis erunt[d] circuli, quorum diametri forent V.Q.Z.ρ. & X.R.Y.π. & in quorum ergo circumferentijs, cùm ſint puncta T.& S. in extrema ſectione ſumpta, lineæ T.Q,S R. erunt ad ipſas diametros V.ρ.& X.π. perpendiculares, nam planum O.M.P. *e per 8. li. 6.* ſumptum eſt æquidiſtans axi A.D. Ita vt quadratum lineæ T.Q. æquale ſit[e] rectangulo ſub V.Q,Q ρ. vti quadratum S.R. par eſt rectangulo ſub X.R, R.π. Denique ſumatur A.λ. æqualis ipſi M.R, & alia A.μ, par lineæ M.Q, & perpendiculariter erigan- *f per 11. l. 1.* tur[f] λ.ξ. & μ.ν.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam linea M.ι. tangit parabolem β. B. A. C. lineæ θ.σ.& β.δ. bifariam *g per 46. l. 1. Conic.* ſecantur[g] punctis R.& Q. Proinde M.R. diameter eſt[h] paraboles θ.M.σ. & M.Q. dia- *h per coroll. 51 l. 1. Con.* meter eſt[h] alterius ſectionis β.M.δ.& eſt[i] Q.M. ad R.M. ſicuti quadratum lineæ β.Q. *i per 20. l. 1. Conic.* ad quadratum θ.R. Eſt[l] autem quadratum β.Q. ſeu rectangulum ſub β.Q,Q.δ. ad rectangulum ſub V.Q,Q ρ. ſicuti quadratum M.ω. ad quadratum A.ω. Eadem ratione *l per manifeſt 1. huius & 17. l. 3. Conic.* quadratum θ.R. eſt[l] ad rectangulum ſub X.R,R.π. vt idem quadratum M.ω. ad quad. A.ω. Ita vt quadratum β.Q. ſit ad rectangulum ſub V.Q,Q.ρ. ſicuti quadratum θ R. ad rectangulum ſub X.R, R.π. Et permutando[m] quadratum β.Q. eſt ad quadratum θ.R. *m per 16. li. 5.* hoc eſt linea M.Q. ad lineam M. R. vt rectangulum ſub V.Q, Q.ρ. ſeu[n] quadratum *n per fabricam.* T.Q. æquale, ad rectangulum ſub X.R,R.π. vel[n] ad quadratum S.R. æquale. In ſumma vt M.Q, ad M.R, ſic quadratum Q. T, ad quadratum S.R. Ergo ſectio O.M.P, eſt[o] parabole, cuius diameter eſt M.N. Porrò quod eadem ſit cum ea quæ figuram *o per 1. lemma ad 3 l 2. de æquip.* comprehendit, hinc patet quod ſint parabolæ omnes ſimiles. Deinde rectangulum ſub V.Q,Q R. eſt[p] æquale quadrato μ.ν. & aliud ſub X.R, R.π, par eſt[p] quadrato λ.ξ. *p per coroll. lemm. 2. ad 4 huius.* Proinde quadrata T.Q & S.R. æqualia ſunt duobus λ.ξ.& μ.ν. Tum æquales ſunt partes diametrorum M.R, A.λ,& M.Q. A.μ. Sequitur[q] ergo ambas ſectiones O.M.P, & *q per problema 1. huius.* B.A.C, eſſe eaſdem, quod fuit probandum. Atque ſic primæ propoſitionis concluſioni ſatisfecimus.

ΛΗΜΜΑ E.

Si recta linea duobus punctis ſecatur, fueritque rectangulum ex partibus vnius ſectionis æquale rectangulo ex partibus alterius, erunt ipſæ partes inter ſe æquales, maior maiori, minorque minori.

ΥΠΟΘ. Diuidatur A.B. in C. & D. ita vt fiat rectangulum ſub A.C, C.B. æquale rectangulo ſub B.D,D.A.



ΣΥΜΠΕ. Dico A. D. & C. B. eſſe æquales, tum A. C. parem alteri D. B.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur A. B. bifariam in E.

ΑΠΟΔ. Rectangulum ſub A. C, C. B. hoc eſt, ſub A. D, D. A. cum quadrato E. C. eſt a æquale quadrato E. B. Verum quadrato A. E. ſeu quadrato E. B. eſt a quoque æquale rectangulum ſub B. D, D. A. cum quadrato D. E. Sunt b itaque rectangulum ſub B. D, D. A. & quadratum E. C. æqualia rectangulo ſub B. D, D. A & quadrato D. E. Et ſi vtrinque ſubſtuleris rectangulum ſub B. D, D. A. manebit c quadratum E. C. æquale quadrato E. D. & linea E. C. æqualis lineæ E. D. quæ rurſus ablatæ ab æqualibus A. E, E. B. relinquent c duas A. D, C. B. æquales, quarum denique vtraque addita eidem D. C. faciet d D. B. & C. A. pares, quod fuit probandum.

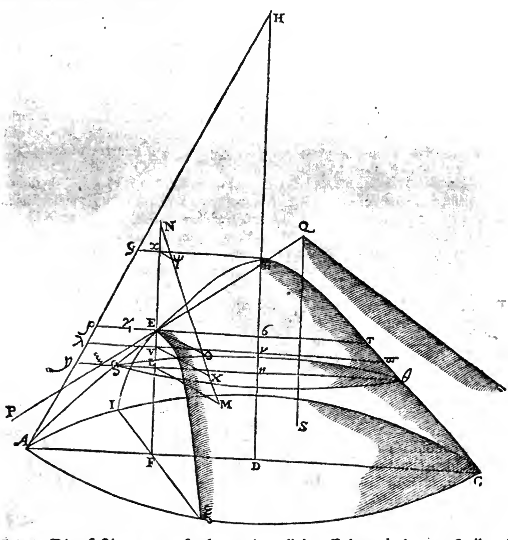
a per 5. l. 2.
b per 1. commun. ſent.
c per 3. commun. ſent.
d per 2. commun. ſent.

ΛΗΜΜΑ ς.

Si hyperbolica conois plano ſecatur æquidiſtanter axi, ſectio erit hyperbole ſimilis illi quæ figuram deſcripſit, eiuſque diameter erit communis interſectio planorum, & eius quod figuram ſecat, & eius quod ducitur per axẽ rectò ad planum ſecans.

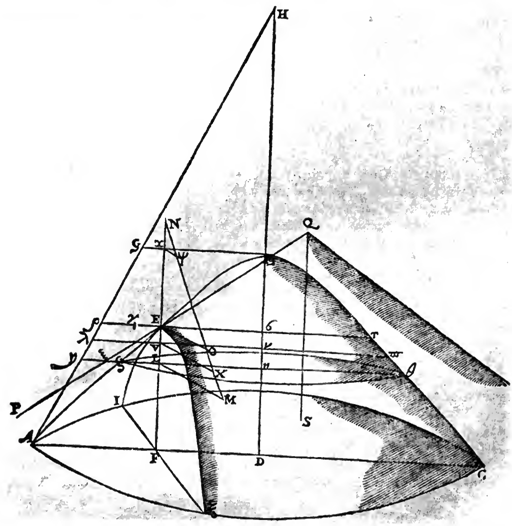
ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. per quem agatur planum, fiatque e hyperbole conoidem conſtituens A. B. C. & cui æquidiſtãti plano priori illi per axem acto perpendiculari ſecetur conois, ſitque amborum ſecantium planorum communis interſectio E. F.

e per 1. lemma praced.



ΣΥΜΠ. Dico ſectionem quæ fit plano axi parallelo eſſe hyperbolem, & ſimilem illi A. B. C. qua ſcilicet figura comprehenditur, & ipſius diametrum eſſe lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur B. H. eſſe tranſuerſum latus hyperboles A. B. C. rectum vero B. G. & agamus per G. lineam H. y. Tum in aliqua ſectionis conoidis parte intelligamus ca-
a per 12. l. 1 & lemma. 3 ptum punctum K. à quo in E. F. perpendicularem ducamus, [a] quæ quoque recta ſit ad planum hyperboles A. B. C. quam autem rationem habeat [b] E. L ad L. K. eam habeat
b per 11. l. 6. c per 12. l. 11 L. k. ad L. M. Deinde fiat M. L. ad L. N. ſicuti eſt G. B. ad B. H. & iungatur N. M. Et à
d per 29. l. 1. puncto E. erigatur [c] linea E. O. perpendicularis ad N. F. & ideo parallela [d] ipſi L. M. concurratque cum N. M. quia ſit in plano in quo ſunt lineæ F. N. & N. M. in ſecante
e per 53. l. 1. Conic. ſcilicet æquidiſtanter axi, in quo rurſus inueniatur [e] hyperbole I. E. ξ cuius diameter ſit E. F. vertex E. rectum latus E. O. tranſuerſum E. N. Quoniam vero k. L. media
f per 2. problema huius. proportionalis eſt aſſumpta inter L. E, L. M. punctum k. reperitur [f] in ipſa ſectione. In eadem ergo ſumatur adhuc punctus T. à quo mittatur [g] perpendicularis T. V. quæ
g per 12. l. 1. propellatur in X. Cuius autem fuerit hæc ſectio, ponatur conus P. Q. R. diametro Q. S. Cæterum quia linea E. F. poſita eſt communis ſectio duorum planorum conoidem ſecantium, alterius quidem per axem, alrerius vero æquidiſtanter axi, in plano eſt in quo ſunt ſectio A. B. C. & lineæ D. H, H. y. Per puncta ergo L. V. & E. ducantur lineæ y. θ. λ. π. & ρ. ϡ. æquidiſtantes priori G. B. & ſecantes lineam D. B. in punctis π. ν. σ. Tum à puncto V. aſſurgat [c] perpendicularis V. φ. ſuper plano in quo A. B. C. vſque ad



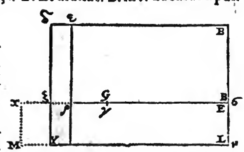
ſectionem conoidis. Tandem agantur plana per lineas z. θ, μ. π. & per puncta φ. k. Hæc
h per 2. lemma præcedentium. intra conoidem fient [h] circuli, & quadratum φ. ν. æquale erit [i] rectangulo ſub μ. V, V. π. ſicuti k. L. quadratum rectangulo ſub μ. L, L. θ. Quoniam vero punctum T. ſumptum
i per 8. l. 6. eſt in inuenta ſectione coni, punctum vero φ. poſitum eſt conſiſtere in ſectione conoidis, ſi ambo oſtenderimus vnum & idem punctum eſſe, perpendicularesque φ. V. & T. V. eandem eſſe lineam, videbimur oſtendiſſe ſectionem conoidis factam à plano æquidiſtanti axi, eſſe eandem cum hyperbola inuenta, illamque itidem eſſe hyperbolam: de

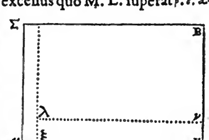
reliquis enim punctis vtriuſque ſectionis idem erit iudicium. Quod vt demonſtremus, prius animaduertendum eſt, y. υ. maiorem eſſe[a] linea λ. ι. & L. M. excedere ſibi parallelam X. V. Exceſſus ergo priorum ſit y. ξ. poſteriorum M. ω. Deinde ρ. ε. eadem ratione ſuperat lineam G. B. ſit itaque ὑπεροχὴ ρ. γ. [a per 1. & 4. l. 6.]

ΑΠΟΔ. Horum exceſſuum y. ξ. æqualis oſtendetur ipſi M. ω. Nam ex triangulorum ſimilitudine, vt H υ. ad υ. y. ita H ι. ad ι. λ. & conuerſione[b] rationis, vt H. υ. ad υ. y. ſic eſt ι. υ. ad y. ξ. Eadem ratione ſic eſt V. L. ad M. ω. vt L. N. ad L. M. hoc eſt vt H. B. ad B. G. vel vt H. υ. ad υ. y. Proinde vt ι. υ. ad y. ξ. ſic eſt V. L. ad M. ω. & viciſſim[c] vt ι. υ. æqualis eſt ipſi V L. ſic eſt æqualis y. ξ. quartæ M. ω. quæ ſit prima concluſio. [b per coroll. 19. l. 5.] [c per 16. l. 5]

Tum vt probauimus ι. υ. eſſe ad y. ξ. ſicuti H. υ. ad υ. y. vel vt H. B. ad B. G. ita probabimus B. ε. eſſe ad ρ. γ. vt H. B. ad B. G. Proinde vt ι. υ. ad y. ξ. ſic eſt[d] B. ε. ad ρ. γ. & rectangulum ſub extremis ι. υ. ρ. γ. æquale eſt facto ſub medijs y. ξ. B. ε. quæ ſit ſecunda concluſio. [d per 11 l. 5.]

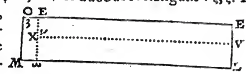
Rurſus M. L. excedit y. υ. quantitate æquali ipſi ρ γ. qua ε. ρ. ſuperat B. G. Nam rectangulum ſub M. L, L. E. æquale eſt quadrato k. L. hoc eſt rectangulo ſub z. L, L. θ. addamus vtrinque æqualia illi, nimirum quadr. E. ε. huic vero quadratum L. υ. manebunt rectangulum ſub M. L, L. E. & quadratum E. ε. æqualia rectangulo ſub z. L, L. θ. & quadrato L. υ. Atqui quadrato E. ε. par eſt[e] rectangulum ſub ρ. ε, ε. B. tum rectangulo ſub z. L, L. θ. & quadrato L. υ. æquale eſt[f] quadratum z. υ. hoc eſt, rectangulum ſub y. υ, υ. B. Proinde rectangula ſub M. L, L. E. & ſub ρ ε, ε. B. æquantur rectangulo ſub y. υ, υ. B. Atqui rectangulum ſub ρ. ε, ε. B. totum continetur in rectangulo ſub y. υ, υ. B. Tollatur ergo illinc rectangulum ſub ρ. ε, ε. B. hinc vero pars rectanguli ſub y. υ, υ. B. illi æqualis: remanebit enim rurſus rectangulum ſub M. L, L. E. æquale reſiduo ex rectangulo ſub y. υ, υ B. nempe id quod fit ex y. υ, υ. ε. & quod continetur ſub υ. B. exceſſu quo y. υ. excedit ε. ρ. Quod quidem reſiduum vt clarius pateat, ſubijciatur oculis propria figura, nempe rectangulum y. B. ſub y. υ, υ. B. Et diuiſa υ. B. in ε. ducatur à puncto ε. linea ε. ρ. parallela ipſi y. υ. & æqualis ipſi ε. ρ. vt appareat rectangulum ρ. B. diuidaturque ε. ρ. in ε. γ. æqualem ipſi B. G. & γ. ρ Quoniam vero rectangulum ρ. B. deficit à rectangulo y. B. toto y. ε. & ρ. δ. comprehenſo ſub ρ. ι. æquali ipſi B. ε. & ι. δ. æquali exceſſu quo y. υ. ſuperat ρ. ε. ſequitur rectangulum ſub M. L, L. E. æquale eſſe his rectangulis y. ε. & ρ. δ & proinde tale rectangulum applicatum ad lineam E. L. longitudinem efficiet L. M. maiorem quam υ. y. ſitque exceſſus M. y. ita vt iam rectangulum, habeamus M. E. æqualem duobus y. ε. & ρ. δ. Si proinde commune y. ε. ſubſtulerimus manebit M. ζ. æquale ipſi ρ. δ. Et itaque erit[g] ζ. y. ſeu υ. ε. ad ζ. ρ. hoc eſt ε. B. vt ρ. ζ. ad y. M. vel vt exceſſus quo y. υ excedit ε. ρ. ad exceſſum quo M. L. ſuperat y. υ. & cõponẽdo B. υ. erit ad ε. B. vt ρ. κ. ad ζ. κ. ſeu M. y. atqui oſtẽdimus[h] ε. B. eſſe ad ρ. γ. vt υ. ε. ad ε. ρ. & eadẽ ratione ſic quoq; eſt B. υ. ad exceſſum y. υ. ſupra B. G. qui hic notatur linea ζ. γ. Ita vt ſit B. υ. ad ζ γ. vt B. ε. ad ρ. γ. & viciſſim B υ. ad B. ε. vt ζ. γ. ad ρ. γ. Ergo quoq; ρ. κ. eſt[i] ad ζ. κ. vt ζ. γ. ad ρ γ. & rectangulum ſub ρ κ. & ρ. γ. eſt æquale rectangulo ſub ζ. κ, ζ. γ. Vnde fit vt κ. ζ. ſeu M. y. ſeu exceſſui quo M. L. ſuperat υ. y. ſit[l] æqualis ipſi ρ. γ. ſeu exceſſui lineæ ε. ρ. ſupra rectum latus B. G. Et ſit item κ. ρ. ſeu exceſſus quo M. L. ſuperat ρ. ε. æqualis ipſi ζ γ. ſeu exceſſim quo υ. y. excedit G. B. Tertia concluſio. Tandem rectangulum ſub y. υ, υ. B. eſt æquale rectangulo ſub λ. ι, ι. B. cum duobus rectangulis altera ſub υ. ι, ι. λ. altero ſub υ. B ſeu y. ξ. æquali & exceſſu y. ξ. vt ex figura ſic probo. Sint duæ υ. y. ſecta in ξ. & υ. B. inſecta: erit[m] enim rectangulum y. B. æquale duobus ξ z. & ξ. B. Atqui ξ. B. componitur ex binis υ. λ. & λ. B. Ergo y. B. æquale eſt tribus λ. B, υ. λ. & ξ. ε. vt dicebamus. Huic autem rectangulo y. B. ſeu contento ſub y. υ, υ. B. æquale eſt[e] quadratum z. υ. ſeu rectangulum[f] ſub Z. L, L. θ. cum quadrato L. υ. ſeu denique rectangulum ſub M. L, L. E. cum quadra-





[e per 2. problema huius] [f per 5. l. 2.] [g per 16. l. 6] [h Diſcurſu 2. concluſ.] [i per 5. lemma praeced.] [l per 1. l. 2.] [m per 8. l. 6.]

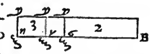
a per 2 problema huius b per 5. l. 2. bb per 8. l. 6 — to L. η Rectangulo vero ſub λ. ν, ν. B. par eſt a quadratum μ. ν. ſeu b rectangulum ſub μ V. V. π. & quadratum V. ν. hoc eſt bb quadrata φ. V. & V. ν. Ergo rectangulum ſub M. L, L. E. cum quadrato L. η. eſt æquale quadratis φ. V, V. ν. & duobus rectangulis ν. ξ, ξ. Σ.



Atqui duo quadrata L. η. & V. ν. ſunt æqualia, quia lineæ ſunt æquales. His ergo ſublatis remanebit rectangulum ſub M. L, L. E. æquale quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. Σ. Atqui, vt hac figura patet rectangulum ſub M. L, L. E. eſt æquale rectangulis ſub E. V, V. X. & ſub X. V, V. L. atque ſub E. L. & M. ω. hoc eſt tribus E. X, X. L. & ω. Θ. Itaque hæc tria ſunt æqualia rurſus quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. Σ. Quarta concluſio.



c per 1. concluſionem. — Fiat hic η y. ea longitudine qua in potiori figura eſt, & producatur in L. ea quantitate vt ſit y. L. æqualis exceſſui ρ γ. ſic habebimus c veram longitudinem lineæ M. L. Erigatur perpendicularis ν. η. & perficiantur rectangula ν. y. & M. V. cum ſint η ν. & L. V. æquales. Erit enim rectangulum M. V æquale rectangulo ſub y. η, η. ν. & eo quod fit ſub η. ν. ſeu V. L. & L. y. ſeu exceſſu quo M. L. ſuperat y. η. Atqui λ. ν. minor eſt quam y. η. Sit ergo hic ν. λ. & à puncto λ. demittatur perpendicularis in y. η. punctulis apparens. Sic enim videbitur rectangulum ſub M. L, L. V. æquale rurſus rectangulo ſub λ. ν, ν. η. & ijs quæ fiunt ſub ν. ν. ac exceſſibus lineæ M. L. ſupra y. η. & ipſius η. y. ſupra λ. ν. nempe λ. y. & y. ν. Quinta cõcluſio.



d per 1. l. 2. — Adpingatur etiam hic linea B. η. & ipſi perpendicularis erigatur æqualis exceſſui ξ. y. notenturque puncta σ. & ν. perficianturque parallelogramma, vt appareat rectangulum ſub B. η. ξ y. æquale d rectangulis ſub tribus partibus B. σ, σ. ν, ν. η. & ξ. y. nempe B. y, σ. y, ν. y. Sexta concluſio.

e Secunda concluſione. f Tertia cõcluſione. ff prima concluſione. — Conferamus iam hæc rectangula ſub B. ν. ξ. y. illis ſub L. M, η. ν. Etenim quod fit hic ſub ν. η. ξ y. illic quoque eſt: notenturque ambo numero 1. Deinde rectangulum ſub B. σ, ξ. y. æquale eſt e extenſum rectangulo ſub ν. η, ρ. γ. Atqui ρ. γ. eſt f æqualis exceſſui quo M. L. excedit η. y. qui illic eſt linea L. y. Proinde hic rectang. ſub B. σ, ξ. y. eſt æquale illic rectangulo y. V. notenturque ambo numero 2. Denique medium hic ſub σ. ν. & ξ. y. æquale eſt contento ſub E. V. æquali ipſi η. σ. & M. ω. pari ff ipſi ξ. y. Reperitur vero hoc rectang. ſub E. V, M. ω. in tertia præcedenti figura: notentur ergo ambo numero 3. Hinc ſequitur rectangulum ſub M. L, L. V. excedere rectangulum ſub λ. ν. ν η. duobus rectãgulis ſub B. σ. ξ. y. & ſub ν. η, ξ. y. Et ſi iunxerimus ipſi ſub λ. ν, ν. η. rectãgulum ſub E. V, M. ω. tunc rectangulum ſub M. L, L. V. ſuperabit rectangula ſub λ. ν, ν. η. & ſub E. V, M. ω, toto rectangulo ſub B. η. ξ. y. Proinde rectangnlum ſub M. L, L. V. cum alio ſub E. V, M. ω. eſt æquale duobus rectangulis ſub λ. ν, ν. η. & ſub B. η. ξ. y. Septima concluſio.

g Quarta concluſione. h Ex 7. concluſione. i per fabricam. — His concluſionibus poſitis facile erit reliquum euincere. Nam cum quadratum φ. V. cum rectangulis ſub λ. ν, ν. η. & B. η. ξ. y. ſit g æquale tribus rectangulis ſub E. V, V. X, & ſub X. V, V. L. & denique ſub E. L, M. ω. ſunt h vero rectangula ſub λ. ν, ν η. & ſub B. η, ξ. y. æqualia duobus ſub M. L, L. V. & ſub E. V, M. ω. quibus ſunt æqualia quoque hæc duo ſub X. V, V. L. & ſub E. L, M. ω. vt figura tertia præcedenti patet, ſequitur ſublatis vndiquaque æqualibus, remanere quadratum φ. V. æquale rectãgulo ſub E. V, V. X. Atqui eidem rectangulo ſub E. V, V. X. eſt i quoque æquale quadratum T. V. Ergo φ. V. quadratum quadrato T. V. eſt æquale, & linea φ. V. æqualis lineæ T. V. quod fuerat probandum.

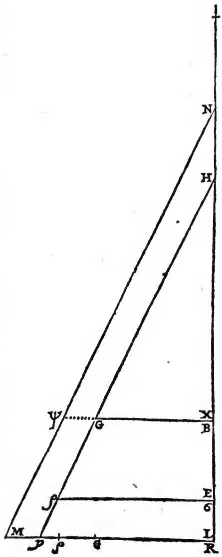
l per ſchol. 18. definit. huius. — Igitur ſectio in conoide facta hyperbole eſt: imo ſimilis ei quæ conoidem conſtituit, ſeu ſectioni A. B. C. Nam cum factum ſit M. L. eſſe ad L. N. vt G. B. ad B. H. Vt vero M. L. ad L. N. ita ſit O. E. ad E. N. & E. O. ad E. N. vt G. B. ad B. H. hoc eſt rectum latus ad tranſuerſum. Sunt l ergo ſectiones ſimiles. Tum factæ in conoide diameter eſt, E. F. quæ omnia fuerant probanda.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc collegimus latus tranſuerſum E. N. ſectionis conoidis, excedere latus tranſuerſum B. H. ſectionis comprehendentis conoidem, duplo lineæ B. ε.

ΚΑΤ. Quoniam enim in triangulis rectangulis y. ν. H. & M. L. N. eſt a M. L. ad L. N. vt y. ν. ad ν. H. Eſt b vero M. L. maior quam ν. y. erit quoque L. N. maior quam ν. H. linea ergo L. N. vſpiam ſecat G. B. infinito protenſam ſecet in X. & ducatur X. ψ. parallela ipſi M. L. & hic ambo trianguli referantur proprio diogrammate.

ΑΠΟΔ. Nam quia vt H. B. ad B. G. ſic H. ν. ad ν. y. eſt c conuerſione rarionis B. ν. ad exceſſum quo ν. y. ſuperat B. G. vt H. B. ad B. G. Rurſus quia N. X. eſt ad X. ψ. vt N. L, ad L. M. erit etiam X. L. ſeu B. ν. ad exceſſum quo L. M. excedit X. ψ. vt N. L. ad L. M. hoc eſt vt H. B. ad B. G. Ergo B. ν. habet eandem rationem ad vtrumque exceſſum, nempe ad eum quo ν. y. ſuperat G B. & cum quo M. L. ſuperat X. ψ. ſunt itaque hi exceſſus æquales. Verum L. M. ſuperat b ε. ρ. eodem & pari exceſſu quo ν. y. excedit B. G. Proinde L. M. ſuperat vtramque duarum ψ. X. & ρ. ε. pari exceſſu. Sunt ergo æquales ψ. X. & ρ. ε. Cum itaque trianguli H. ρ. ε. & N. X. ψ. ſint ſimiles, & ρ. ε. æqualis ſit ipſi X. ψ. ſunt quoque N. X. & H. ε. æquales, à quibus tolle H. B. communem, manebunt N. H. & B. ε. pares. Verum B. ε. eſt æqualis ipſi X. E. Ergo N. H. & X. E. quibus N. E. ſeu tranſuerſum latus ſectionis I. E. ξ. ſuperat B. H. tranſuerſum latus ſectionis A. B. C. duplæ ſunt ſimul vnius B. ε. quod fuit probandum. Quamuis igitur ob ſitum planum triangulus N. L. M. in potiori figura decurtetur, hic veram eius quantitatem oculis & rationi ſubiectam habes.



a per 4. l. 6
b per 3. concluſione.
c per corol. 19. l. 5.

ΛΗΜΜΑ ζ.

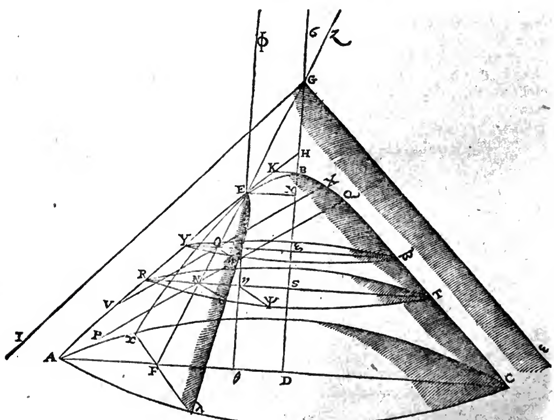
Si conois hyperbolica plano per verticem coni ipſam continentis conoidem, ducto ſecatur: fit hyperbole, diſſimilis illi quæ figuram complectitur, eiuſque diameter eſt linea communis duobus planis & illi ſecanti, & ei quod per axem conoidis ducitur perpendiculare ad prius illud ſecans per verticem coni conoidem comprehendentis eductum.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius diameter D. B. conus comprehendens I. G. ω. per cuius verticem G. agatur planum quod conoidem ſecet non æquidiſtanter axi, faciatque in conoide ſectionem κ. E. λ. Rurſus agatur aliud planum per axem conoidis B. D. perpendiculare ad præcedens planum, amborumque ſectio ſit E. F.

ΣΥΜΠ. Dico ſectionem κ. E. λ. eſſe hyperbolem diſſimilem ſectioni A. B. C. quæ comprehendit conoidem: eiuſque diametrum eſſe lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur in ipſa ſectione duo puncta L. & M. à quibus in lineam E. F. & planũ in quo A. B. C. perpendiculares agantur [a] M. O. & L. N. Tũ per puncta E. & B. duæ lineæ B. K. & E. H. tangant [b] ſectionem A. B. C. Atque harum tangentium primæ B. K. parallelæ [c] ducantur Y. ϖ. & R. T. per puncta O. & N. ſecundæ vero E. H. æquidiſtantes ponantur V. X. & P. Q. per eadem puncta O. & N. quod fiet, quia E. F. in plano eſt in quo A. B. C. ſectio. Rurſus per lineas R. T, Y. ϖ. agantur plana perpendicularia ad planum in quo A. B. C. ſectio & ad lineam E. F. & ergo parallela baſi A. C. ſeu tangenti B. K. ita vt fiant ſectiones circuli centris ζ. S. in quorum circumferentijs ſint puncta L. & M. quia ſunt L. N. & M. O. itidem perpendiculares ad E. F. Demum per E. punctum agatur planum perpendiculare ad A. B. C. planum quod ſecet conoidem æquidiſtanter axi, ſitque [d] ſectio hyperbole ſimilis ſectioni A. B. C. cuius ſit diameter E. θ. ſecans lineam R. T. in η. ob angulos rectos tam planos quam lineares, quos ſupponimus. Et tandem à puncto η. erigatur perpendicularis η. ψ. vſque ad circumferentiam circuli R. L. ψ. θ. Denique fiat G. Z. æqualis ipſi G. E. & G. σ. par alteri G. B. vt ſint [e] ambarum ſectionum κ. E. λ. & A. B. C. tranſuerſa latera E. Z. & B. σ. agatur poſtremo E. X. perpendiculariter in B. D. Et fiat E. φ. dupla ipſius X. G. vt ſit [f] E. φ. tranſuerſum quoque latus ſectionis, cuius diameter E. θ.

a per 11. l. 1. & 3 lemma præced. b per coroll. 37 l. 1. Con. c per 31 l. 1. d per lemma præced. quod eſt 6. e per 50. l. 1. Conic. f per proximum coroll.



ΑΠΟΔ. Quoniam tangenti E. H. parallelæ ſunt V. X. & P. Q. eas ſecat [g] E. F. bifariam in punctis N. & O. Eſtque ſectionis P. E. Q. diameter E. N. & tranſuerſum latus E. z. Cumque P. N. & V. O. ducantur ordinatim in ſectione P. E. Q. quadratum P. N. eſt [h] ad quadratum V. O. vt rectangulum ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. Atqui quadratum P. N. ſeu rectangulum ſub P. N, N. Q. eſt [i] ad rectangulum ſub R. N, N. T. vt quadratum E. K. ad quadratum K. B. Tum rectangulum ſub V. O, O. X. hoc eſt quadratum V. O. eſt [i] ad rectangulum ſub Y. O. & O. ϖ. etiam vt quadratum E. K. ad quad. K. B. Proinde quadratum P. N. eſt ad rectang. ſub R. N, N. T. vt quadratum V. O. ad rectangul. ſub Y. O, O. ϖ. Atqui his rectangulis ſub R. N, N. T. & ſub Y. O, O. ϖ. ſunt [l] æqualia quadrata L. N. & M. O. Ergo rurſus quadratum P. N. eſt

g per 47. l. 1. Conic. h per 21. l. 1. Conic. i per manifeſtum 1. huius & 17. l. 3. Conic. l per 8. l. 6

eſt ad quadratum L. N. vt quadratum V. O. ad quad. M. O. Et viciſſim [a] vt quadratum P. N. ad quadr. V. O. ſic eſt quadr. L. N. ad quadr. M. O. Verum fuit [b] vt quad. P. N. ad quad. V. O. ſic rectang ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. Ergo vt rectang. ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. ſic eſt [c] quadratum L. N. ad quadr. M. O. Idcircoque ſectio κ. ε. λ. eſt [b] hyperbole, cuius eſt diameter E. F. Cæterum quod diſſimilis ſit alteri A. B. C. ſic ſtatuitur. Quoniam ſectio circa diametrum E. δ. eſt [d] hyperbole ſimilis ipſi A. B. C. ſectioni rectangulum ſub R. ν, ν. T. hoc eſt quadratum ψ. ν. eſt ad rectangulum ſub E. ν, ν. φ. vt rectum latus ſectionis ad tranſuerſum. Similiter quad. L. N. eſt ad rectang. ſub E. N, N. z. vt rectum latus ſectionis ad tranſuerſum. Atqui ratio quadrati ψ. ν. ad rectang. ſub E. ν, ν. φ. componitur [e] ex rationibus ψ. ν. ad ν. E. & ψ. ν. ad ν. φ. Et rurſus ratio quadrati L. N. ad rectang ſub E N, N. z. componitur [e] ex rationibus L. N. ad N. E. & L. N. ad N. G. Atqui illæ componentes, his ſunt maiores. Nam ψ. ν. primo maior eſt ipſa L. N. quia rectang. ſub R. N, N. T. inæqualioribus partibus (cui æquale eſt quadratum L. N.) minus eſt [f] rectang. ſub R. ν, ν. T. æqualioribus (cui par eſt quadr. ψ. ν.) Tum N. z. maior eſt quam ν. φ. quia iam N. E. eſt [g] maior parte ν. E. Et X. G. ſemiſſis tranſuerſi lateris E. φ. minor eſt [g] linea E. G. ſemiſſe tranſuerſi lateris E. z. ita vt tota N. z. maneat maior quam ν. φ. Maior ergo ψ. ν. ad ν. E. maiorem rationem habet [h] quam L. N. ad eandem ν. E. Atqui eadem L. N. ad minorem ν. E. maiorem rationem habet [h] quam ad N. E. Ergo multo maiorem habet rationem ψ. ν. ad ν. E. quam L. N. ad N. E. Eadem ratione ψ. ν. maiorem habet rationem ad totam ν. φ. quam N. L. ad N. z. Ergo ratio quadrati ψ. ν. ad rectangulum ſub E. ν, ν. φ. maior eſt, ratione quadrati L. N. ad rectang. ſub E. N, N. z. Ergo quoque rectum latus ſectionis, cuius diameter E. T. ad tranſuerſum, hoc eſt rectum latus ſectionis A. B C. quæ figuram cõſtituit, ad tranſuerſum latus B. σ. in maiori ratione eſt, quam rectum latus ſectionis κ. E. λ. ad tranſuerſum E. z. Sectio itaque κ. E. λ. non eſt [i] ſimilis ei quæ conſtituit figuram, quod fuerat probandum. Sic tandem ſatisfecimus ſecundæ parti præcedentis propoſitionis.

a per 16. l. 5. b per 21. l. 1. Conic. c per 11. l. 5. d per præcedens lema. e per 23. l. 6. f per lemma 5. ad 8. l. 2. de ſph. & cylind. g per 47. l. 1. h per 8. l. 5. i per ſchol. 18. defin. huius.

ΛΗΜΜΑ Ζ.

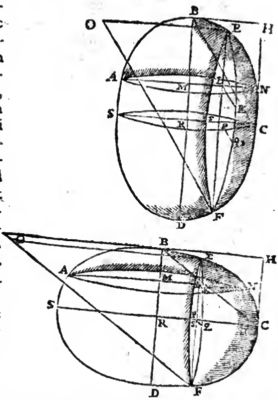
Si ſphæroidearum figurarum aliqua plano ſecatur æquidiſtanter axi, ſectio erit Ellipſis ſimilis ipſi quæ figuram comprehendit. Diameter vero ſectionis erit illa communis planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod ducitur æquidiſtanter axi recti ad planum ſecans.

ΥΠΟΘ. Sit Elliptica conois A. B. C. D. cuius axis B. D. Et ſecetur duobus planis, altero acto æquidiſtanter axi quod faciat in conoide ſectionem E. k, F. S. altero vero ducto per axem & illi perpendiculari, faciente ſectionem A. B. C. D. eandem quæ figuram conſtituit. Sit demum amborum planorum ſecantium communis occurſus linea E. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſectionem E. k, F. S. eſſe Ellipſim ſimilem illi A. B. C. D. quæ comprehendit figuram, eiuſque diametrum eſſe E F.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in ſectione aliquod punctum k & ab eo in E. F. demittatur [l] perpendicularis k. L. quæ etiam recto incidat [m] in planum A. B. C. D. Per L. linea ducatur quæ æquidiſtet tangenti B. H. prius ductæ [n] & occurrenti alteri tangenti C. H. in puncto H. Iungatur B. C. & à puncto F. parallela ipſi C. B. ducatur quæ in O. occurrat lineæ E. O. parallelæ alteri B. H. Denique à puncto P. aſſurgat [o] perpendicularis P. Q. vſque ad circumferentiam ſectionis E. Q, F. S. Et tandem planum agatur rectũ [p] ad planum ſectionis A. B C. D. per lineas A. L. N. & L. k. faciens circulum in conoide centro M. neceſſario circumferentia ſua tangens punctum k. quia k. L. eſt perpendicularis ad idem planum cui rectum eſt planum circuli.

l per 11. l. 11 & 3. lem. m per corol. 38. lib. 11. n p. 49 l. 1 ſeu p. 36. l. 1. Conic. o per 11 l. 1. p per 4. l. 11

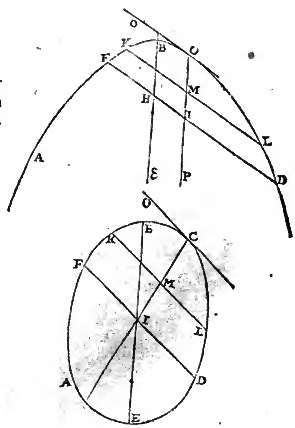


a per 8. l. 6 ΑΠΟΔ. Quadratum k. L. eſt *a* rectangulo ſub A. L, L. N. æquale. Atqui hoc rectangulum ſub A. L, L. N. eſt *b* ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Eſt ergo quadratum k. L. ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Verum quia O. F. eſt parallela vni B. C. & E. F. alteri H. C. anguli triangulorum B. C. H, O. F. E. ſunt *c* æquales, & vt B. H. ad H. C. ita eſt *d* O. E. ad E. F. Proinde rurſus quadratum k. L. eſt ad rectangulum ſub A. L, L. N. vt quadratum O. E. ad quadratum E. F. Quodcumque vero tandem punctum ſumpſeris in ſectione E. k, F. S. vt Q. perpendicularemque demiſeris Q. P. ad E. F. eundem ſemper conſequeris effectum. Proinde ſectio eſt *e* Ellipſis: & eſt *e* ipſius altera diameter E. F. altera vero B. O. Et ſi fuerit P. punctum medium ipſius E. F. erit P. Q. æqualis ſemiſſi ipſius E. O. Cæterum quadratum ſemidiametri B. R. ſectionis figuram comprehendentis eſt *b* ad quadratum R. C. vt quadratum H. C. ad quadratum B. H. hoc eſt vt quadratum E. F. ad quadratum E. O. Et proinde B. R. erit ad R. C. ſeu B. D. ad S. C. vt E. F. ad E. O. ſimiles ſunt *f* itaque Ellipſes, quod fuit probandum.

b per manifeſtum 1. huius. *c vt probatur per 29. lib. 1.* *d per 4. l. 6.* *e per 21 l. 1* *f per ſchol. definit. 18. huius.*

Atque hoc pacto tertiæ propoſitionis parti prouidimus, & tandem totam propoſitionem ſartam tectam fecimus.

ΛΗΜΜΑ.



Lineæ in ſectione coni obliquè ad axem ductæ parallelam ducere, quæ coni ſectionem tangat.

ΥΠΟΘ. Detur coni ſectio A. B. C. D. cuius axis B. E. & obliquè ad ipſum agatur linea K. L.

g per 31. l. 1 ΚΑΤ. Huic k. L. ducatur *g* parallela F. D. ſecenturque ambæ k. L, F. D. bifariam *h* linea I. M. quæ tranſeat in C. punctum, vt ſit *i* I. C. diameter ſectionis F. C. D. à puncto demum C. agatur C. O. parallela ipſi k. L.

h per 16. l. 2 *i per 44 l. 2 Conic.*

ΣΥΜΠ. Dico C. I. tangere ſectionem.

ΑΠΟΔ. Etenim C. I. eſt *i* diameter ſectionis, & ſunt F. D, k. L. ordinatæ in ſectione. *l* Proinde C. O. tangit *m* ſectionem.

l per defin. 12. l. 1. con. *m per 32 l. 1. Conic.*

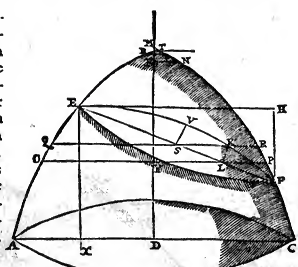
ΠΡΟΤ. ΙΓ.

Εἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι ταῖν ἀχθεισαῖν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII.

Si rectangula conois plano ſecetur, non quidem per axem neque æquidiſtanter axi, neque ad rectos angulos cum axe, ſectio erit acutianguli coni ſectio : diameter vero ipſius maior erit linea concepta in conoide ab interſectione facta planorum, eius ſcilicet quod ſecat figuram, & eius quod ducitur recto per axem ad planũ ſecans. Minor vero diameter æqualis erit diſtantiæ linearum ductarum æquidiſtanter axi, ab extremis diametri maioris.

Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. ſeceturque duobus planis, altero quidem neque per axem ducto, neque æquidiſtanrer axi, neque ad angulos rectos cum axe, quod ſectionem faciat E. Y, F. V. altero per axem immiſſo, quod & recto incidat in planum E. Y, F. V. ſecundum rectam E. F. hyperbolemque reddat A. B. C. qua figura conſtituatur. Ab extremis autem lineæ E. F. ducantur duæ aliæ E. X. & F. H. parallelæ axi, & à puncto E. in F. H. incidat [a] perpendicularis E. H. quæ ambarum E. X. & F. H. diſtantiam notet.



a per 12 l. 1

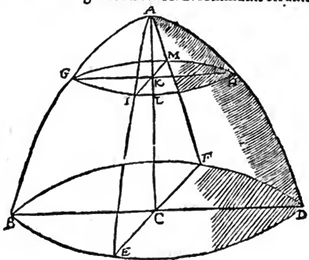
ΣΥΜΠ. Dico ſectionem E. Y, F. V. eſſe Ellipſim, eiuſque maiorem diametrum eſſe E. F. minorem E. H.

ΚΑΤΑΣ. In obliqua ſectione capiatur punctus quilibet K. à quo in E. F. lineam & in planum [b] in quo ſectio eſt A. B. C. perpendicularis cadat K. L. [c] Contingant [d] demum ſectionem A. B. C. lineæ T. B. & T. N. quarum alteri T. B. parallela ponatur O. L P. altera vero T. N. æquidiſtet lineæ E. F. occurratque diametro in M. Et à puncto N. demittatur N. R. recto in B. D. axem. Denique à puncto S. medio lineæ E. F. aſſurgat [e] cathetus S. V. ad ſectionem vſque & per S. tranſeat adhuc linea Q S. R. parallela ipſi O. P. ac per ambas lineas punctaque K. & V. ſeu per [f] lineas L. K. & S. V. agantur plana quæ ſectiones faciant [g] circulos, in quorum periferijs neceſſario ſũt pũcta K. & V.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quadratum lineæ L. K. æquale erit [h] rectangulo ſub O. L, L. P. Et quad. lineæ S. V. æquale erit [h] rectang. ſub Q. S, S. R. Atqui rectang. ſub O. L, L. P. eſt [i] ad rectang. ſub E. L, L F. vt quadr. B. T. ad quad. T. N. Ergo quadr. K. L. eſt [l] quoque ad rectang. ſub E. L, L. F. vt quadr. B. T. ad quadr. T. M. hoc eſt, vt quad. B. T. ad quad. T. M. Vt enim R. B, B. M. ſunt [m] æquales, ita pares ſunt [n] N. T, T. M. Quoniam autem trianguli E. F. L, M. B. T. angulos habent ad B. & L. rectos, tum æquales ad T. & A. ex parallelarũ E. L, B. T. & E. F, T. M. proprietate, [o] eſt & vt B. T. ad T. M. ſic L. E. ad E. F. [p] vt quadrata illarum, ſic harum quadrata. Proinde quadratum K. L. eſt ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadrat. H. E. ad quadrat. E. F. Idem demonſtrabimus de perpendicularibus omnibus demiſſis à quibuſlibet ſectionis punctis.

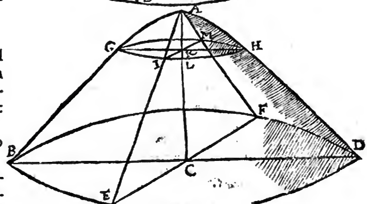
b per coroll. 19. l. 11.
c per 11 l. 11 & 13. lemma ad 12. huius.
d per 33 l. 1 Conic. & lemma proximum.
e per 11. l. 1.
f per 19. l. 11.
g per 2. lemma ad præcedent.
h per 14. l. 2
i per manifeſtum 1. huius.
l per 7. l. 5.
m per 35. l. 1. Conic.
n per 2 l 6.
o per 29. l 1
p per 4 l. 6

h per 3 l 11. cans figuram agitur per axem A.C. hæc *a* ergo ſola linea A.C. communis eſt amborum planorum ſectio : Atqui portionis A. E. C.F. diameter eſt A. C. Ergo huiuſce ſectionis diameter eſt ambobus planis ſecantibus linea cõmunis, quod fuit probandum.



ΛΗΜΜΑ B.

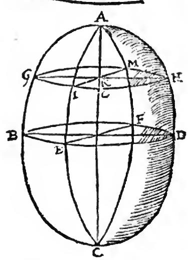
Conoide vel ſphæroide ſecta plano ad axem perpendiculari, fit ſectione circulus, centrum habens in axe.



Diuidatur conois vel ſphærois plano ad axem A. C. perpendiculari occurrente in puncto k, & ſit ſectio G.L.H.I.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico G.L.H.I. eſſe circulum.

ΚΑΤΑΣ. Etenim per axem A. k. C. planum agatur faciens ſectionem E. A. C. F. occurrentem ſecanti plano perpendiculari ad axem in punctis I. & M. ad quæ à puncto k. ducantur lineæ k.I, & k.M.



ΑΠΟΔ. Cùm enim ex reuolutione ſectionis B.A. C. D. in conſtitutione figuræ, factus ſit *b* circulus, cuius radij ſunt C.B, C.E, C.D. æquales, & cui A.C. perpendicularis eſt, ſequitur *c* lineas k.G, k.I, k H. parallelas eſſe radijs præcedentibus C. B, C.E, C. D: Proinde ordinatim ducuntur k G, k.I, & k.H. in ſectionibus B.A.D. & I.A.M. & quiſque trium radiorum æqualium C.B, C.E, C.D. habet *d* ad quamlibet ſibi parallelam lineam, ex tribus k.G, k.I, k.H. eandem rationem. Vnde patet *e* vt ſint & hæ & illi æquales, & ſit *f* itaque circulus G.I.H.M, quod fuerat propoſitum.

b per 15. definit. l. 1.
c per 29 d. 1.
d per 10. & 21. l. 1. conic.
e per 7. l 5.
f per 9. l. 3.

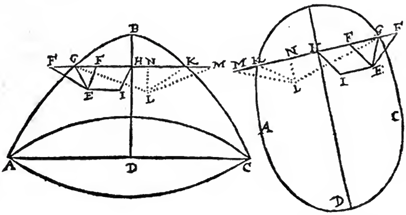
ΛΗΜΜΑ Γ.

Quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quæ in ſuperficie figuræ ſunt, non in ipſa ſectione perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt.

ΥΠΟΘ. Sit quæuis conois A.B.C. cuius axis B.D, per quem acto plano ſecetur, fiatque ſectio A. B. C. D. quæ figuram conſtituit. In ſuperficie autem figuræ ſumatur,

quoduis punctum E, non quidem in ſectione, à quo in planũ conoidem per axem ſecãs, perpendicularis agatur [a], quæ ſit E F. *a per 11 l 11*

ΣΥΜΠ. Dico E. F. intra ſectionem cadere.



ΚΑΤΑΣ. Si enim non cadit intra, cadat vel in ipſam ſectionem in G, vel extra ſectionem in F. Et per punctum H. agatur aliud planum præcedenti & axi perpendiculare, quod ſecet rurſus figuram: fiet [b] enim circulus, cuius diameter G. K. ſeu duorum ſecantium planorum interſectio, & centrum H. à quo perpendicularis excitetur [c] ad planum ſectionis A.B C. verſus circumferentiam circuli, quæ ſit H.I, neceſſario [d] parallela alij E. F: Tum à puncto E. in ipſam H.I. perpendicularis quoque cadat [e] E.I. *b per præcedens. c per 12 l 11 d per 29. l. 1 e per 12. l. 1. f per 34. l 1.*

ΑΠΟΔ. Erit enim quadrilaterum F.E.I.H, rectangulum, & F.H, æqualis [f] ipſi E.I. Atqui E.I. intra circulum ducitur, eumque ſecat, quia cum E. ſit in circumferentia circuli, vel eſt ipſummet punctum, in quod attollitur perpendicularis H.I, & ſic habemus quod quærimus, quia perpendicularis incidit intra ſectionem: vel eſt aliud, ita vt E.F, & ex conſequenti H.I. ſint minores ſemidiametro [g] circuli. Eſt ergo E.I, & ex conſequenti H.F, minor quoque ſemidiametro H.G. ſed eſſet æqualis ſi perpendicularis E.F. caderet in G. ſeu in ſectionem, vel maior ſi caderet extra ſectionem: cadit ergo intra, quod fuit probandum. *g per 7. l. 3.*

ΑΛΛΩΣ.

Sit punctum L. loco præcedentis E.

ΚΑΤΑΣ. Agatur quoque planum vt ſuperiùs, ita vt fiat circulus, in cuius periferia ſit punctus L. & ducantur L.K, L.G. Nam cadet [h] in diametrum K.G. perpendicularis L. N. & ita intra ſectionem. Aut ſi hoc non ſuffecerit, cadat ſi poteſt, vel in k. vel in G. vel in M. extra ſectionem. *h per 8. l. 6.*

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm ſit angulus K.L.G. rectus, ſequeretur ſi perpendicularis cadit in k. vel in G. triangulum habere poſſe duos angulos, quorum quiſque ſit rectus, quod eſt abſurdum [i]. Aut cùm angulus L.k.M. ſit [l] recto maior, ſi rurſus angulus L.M.k. ſit ex perpendiculari, tres anguli trianguli L. M. k. maiores erunt duobus rectis. ὅ ἐστιν ἄτοπον καὶ ἀδύνατον ... Atque hoc modo quartam partem propoſitionis demonſtrauimus. *i per 32 l 1. l per 13 l. 1.*

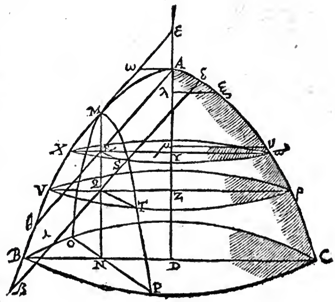
ΛΗΜΜΑ Δ.

Si parabolica conois ſecatur æquidiſtanter axi, ſit parabole, eadem nempè ei quæ figuram comprehendit: eſtque diameter ipſius communis ſectio planorum, & eius, quod ſecat figuram æquidiſtanter axi, & eius, quod per axem figuræ ducitur perpendiculare ad illud planum ſecans.

ΠΡΟΘ. Sit rectangula ſeu parabolica conois A.B.C. ipſius axis A.D. cui æquidiſtans ducatur planum O.M.P. ſecans conoidem. Agatur rurſus aliud planum per axem A. D. perpendiculare ad planum O.M.P. & ipſum ſecans rectò ſecundum lineam M.N.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſectionem O.M.P. in conoide factam eſſe parabolem eandem cum ea quæ figuram comprehendit, eiuſque diametrum eſſe M.N. *m per 1. lemma.*

ΚΑΤΑΣ. Secetur rurſus conois plano per axem, fiatque [m] ſectio A.B.C. eadem quæ figuram conſtituit, & ducantur [n] A.a & M.s. tangentes ſectionem A.B.C. tum in ſe- *n per 32. l 1. vel 49 li 2. Conic.*



ctione O.M.P. ſumantur duo quæuis puncta T.& S. à quibus in axem M.N. agãtur[a] perpendiculares T.Q,S.R. deinde per puncta R.Q. ducantur[b] duæ θ.R.σ. & β.Q.δ. tangenti M ι. parallelę. Rurſus per eadem agantur[b] aliæ duæ X.R.π. & V.Q.ρ. æquidiſtantes alteri tãgenti A.ω. Adhuc intelligantur plana ſecus lineas S.R, & Q.T. agi ſecantia conoidem,& inter ſe parallela, ac lineæ A.ω. Nam quia perpendiculariter ſecant M.N. quę eſt axi A.D. parallela, ipſum axem perpendiculariter quoque ſecabunt[c], & proinde æquidiſtabunt ε perpendiculari A.ω. Sectiones itaque factæ ab iſtis planis erunt[d] circuli, quorum diametri forent V.Q.Z.ρ. & X. R. Y. π. & in quorum ergo circumferentijs, cùm ſint puncta T.& S. in extrema ſectione ſumpta, lineæ T.Q,S.R. erunt ad ipſas diametros V.ρ.& X.π. perpendiculares, nam planum O.M.P. ſumptum eſt æquidiſtans axi A.D. Ita vt quadratum lineæ T.Q. æquale ſit[e] rectangulo ſub V.Q,Q.ρ. vti quadratum S.R. par eſt rectangulo ſub X.R, R.π. Denique ſumatur A.λ, æqualis ipſi M.R, & alia A.μ, par lineæ M.Q, & perpendiculariter erigantur[f] λ.ξ. & μ.υ.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam linea M.ι. tangit parabolem β. B. A. C. lineæ θ.σ.& β.δ. biſariam ſecantur[g] punctis R.& Q. Proinde M.R. diameter eſt[h] paraboles θ.M.σ. & M.Q. diameter eſt[h] alterius ſectionis β.M.δ.& eſt[i] Q.M. ad R.M. ſicuti quadratum lineæ β.Q. ad quadratum θ.R. Eſt[l] autem quadratum β.Q. ſeu rectangulum ſub β.Q,Q.δ. ad rectangulum ſub V.Q,Q.ρ. ſicuti quadratum M.ω. ad quadratum A.ω. Eadem ratione quadratum θ.R. eſt[l] ad rectangulum ſub X.R,R.π. vt idem quadratum M.ω. ad quad. A.ω. Ita vt quadratum β.Q. ſit ad rectangulum ſub V.Q,Q.ρ. ſicuti quadratum θ R. ad rectangulum ſub X.R, R.π. Et permutando[m] quadratum β.Q. eſt ad quadratum θ.R. hoc eſt ι linea M.Q. ad lineam M.R. vt rectangulum ſub V.Q, Q.ρ. ſeu[n] quadratum T.Q. æquale, ad rectangulum ſub X.R,R.π. vel[n] ad quadratum S.R. æquale. In ſumma vt M.Q,ad M.R, ſic quadratum Q.T, ad quadratum S.R. Ergo ſectio O.M.P, eſt[o] parabole, cuius diameter eſt M.N. Porrò quod eadem ſit cum ea quæ figuram comprehendit, hinc patet quod ſint o parabolæ omnes ſimiles. Deinde rectangulum ſub V.Q,Q.R. eſt[p] æquale quadrato μ.υ. & aliud ſub X.R, R.π, par eſt[p] quadrato λ.ξ. Proinde quadrata T.Q & S.R. æqualia ſunt duobus λ.ξ.& μ.υ. Tum æquales ſunt partes diametrorum M.R, A.λ,& M.Q. A.μ. Sequitur[q] ergo ambas ſectiones O.M.P, & B.A.C, eſſe eaſdem, quod fuit probandum. Atque ſic primæ propoſitionis concluſioni ſatisfecimus.

a per 11.l.1. & præced. lemma 3.
b per 31.l.1.
c per 29 l.1.
d per lemma proximum.
e per 8.li.6.
f per 11.l.1.
g per 46.l.1.Conic.
h per coroll. 51 l.1.Con.
i per 20.l 1. Conic.
l per manifeſt 1.huius & 17.l.3. Conic.
m per 16. li.5.
n per fabricam.
o per 1.lemma ad 3 l.2. de æquip
p per coroll. lemm.2.ad 4 huius.
q per problema 1. huius.

ΛΗΜΜΑ E.

Si recta linea duobus punctis ſecatur, fueritque rectangulum ex partibus vnius ſectionis æquale rectangulo ex partibus alterius, erunt ipſæ partes inter ſe æquales, maior maiori, minorque minori.

ΥΠΟΘ. Diuidatur A.B. in C. & D. ita vt ſiat rectangulum ſub A.C, C.B. æquale rectangulo ſub B.D, D.A.



ΣΥΜΠΕ. Dico A. D. & C. B. eſſe æquales, tum A. C. parem alteri D. B.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur A. B. bifariam in E.

ΑΠΟΔ. Rectangulum ſub A. C, C. B. hoc eſt, ſub A. D, D. A. cum quadrato E C. eſt ª æquale quadrato E. B. Verum quadrato A. E. ſeu quadrato E. B. eſt ª quoque æquale rectangulum ſub B. D, D. A. cum quadrato D. E. Sunt ᵇ itaque rectangulum ſub B. D, D. A. & quadratum E. C. æqualia rectangulo ſub B. D, D. A & quadrato D. E. Et ſi vtrinque ſubſtuleris rectangulum ſub B. D, D. A. manebit ᶜ quadratum E. C. æquale quadrato E. D. & linea E. C. æqualis lineæ E. D. quæ rurſus ablatæ ab æqualibus A. E, E. B. relinquent ᶜ duas A. D, C. B. æquales, quarum denique vtraque addita eidem D. C. faciet ᵈ D. B. & C. A. pares, quod fuit probandum.

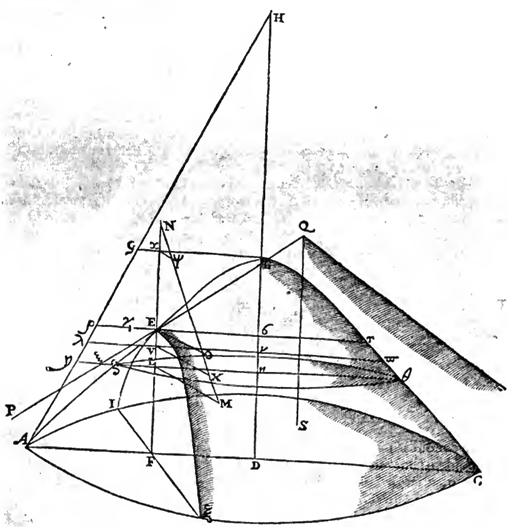
a per 5. l. 2.
b per 1. commun. ſent.
c per 3 commun. ſent.
d per 2. commun. ſent.

ΛΗΜΜΑ ς.

Si hyperbolica conois plano ſecatur æquidiſtanter axi, ſectio erit hyperbole ſimilis illi quæ figuram deſcripſit, eiuſque diameter erit communis interſectio planorum, & eius quod figuram ſecat, & eius quod ducitur per axẽ rectò ad planum ſecans.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. per quem agatur planum, fiatque ᵉ hyperbole conoidem conſtituens A. B. C. & cui æquidiſtãti plano priori illi per axem acto perpendiculari ſecetur conois, ſitque amborum ſecantium planorum communis interſectio E. F.

e per 1. lemma præced.



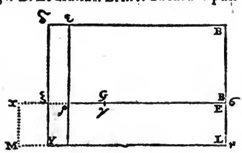
ΣΥΜΠ. Dico ſectionem quæ fit plano axi parallelo eſſe hyperbolem, & ſimilem illi A. B. C. qua ſcilicet figura comprehenditur, & ipſius diametrum eſſe lineam E. F.

reliquis enim punctis vtriuſque ſectionis idem erit iudicium. Quod vt demonſtremus, prius animaduertendum eſt, y. ν. maiorem eſſe[a] linea λ. ι. & L. M. excedere ſibi parallelam X. V. Exceſſus ergo priorum ſit y. ξ. poſteriorum M. ω. Deinde ρ. σ. eadem ratione ſuperat lineam G. B. ſit itaque ὑπεροχὴ ρ. γ. [a per 2. & 4. l. 6.]

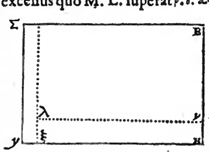
ΑΠΟΔ. Horum exceſſuum y. ξ. æqualis oſtendetur ipſi M. ω. Nam ex triangulorum ſimilitudine, vt H ν. ad ν. y. ita H ι. ad ι. λ. & conuerſione[b] rationis, vt H. ν. ad ν. y. ſic eſt ι. ν. ad y. ξ. Eadem ratione ſic eſt V. L. ad M. ω. vt L. N. ad L. M. hoc eſt vt H. B. ad B. G. vel vt H. ν. ad ν. y. Proinde vt ι. ν. ad y. ξ. ſic eſt V. L. ad M. ω. & viciſſim[c] vt ι. ν. æqualis eſt ipſi V. L. ſic eſt æqualis y. ξ. quartæ M. ω. quæ ſit prima concluſio. [b per coroll. 19. l. 5.] [c per 16. l. 5]

Tum vt probauimus ι. ν. eſſe ad y. ξ. ſicuti H. ν. ad ν. y. vel vt H. B. ad B. G. ita probabimus B. σ. eſſe ad ρ. γ. vt H. B. ad B. G. Proinde vt ι. ν. ad y. ξ. ſic eſt[d] B. σ. ad ρ. γ. & rectangulum ſub extremis ι. ν. ρ. γ. æquale eſt facto ſub medijs y. ξ. B. σ. quæ ſit ſecunda concluſio. [d per 11 l 5.]

Rurſus M. L. excedit y. ν. quantitate æquali ipſi ρ γ. qua σ. ρ. ſuperat B. G. Nam rectangulum ſub M. L, L. E. æquale eſt quadrato k. L. hoc eſt rectangulo ſub z. L, L. θ. addamus vtrinque æqualia illi, nimirum quadr. E. σ. huic vero quadratum L. ν. manebunt rectangulum ſub M. L, L. E. & quadratum E. σ. æqualia rectangulo ſub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. Atqui quadrato E. σ. par eſt[e] rectangulum ſub ρ. σ, σ. B. tum rectangulo ſub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. æquale eſt[f] quadratum z. ν. hoc eſt rectangulum ſub y. ν, ν. B. Proinde rectangula ſub M. L, L. E. & ſub ρ σ, σ. B. æquantur rectangulo ſub y. ν, ν. B. Atqui rectangulum ſub ρ. σ, σ. B. totum continetur in rectangulo ſub y. ν, ν. B. Tollatur ergo illinc rectangulum ſub ρ. σ, σ. B. hinc vero pars rectanguli ſub y. ν, ν. B. illi æqualis: remanebit enim rurſus rectangulum ſub M. L, L. E. æquale reſiduo ex rectangulo ſub y. ν, ν B. nempe id quod fit ex y. ν, ν. σ. & quod continetur ſub ν. B. exceſſu quo y. ν. excedit σ. ς. Quod quidem reſiduum vt clarius pateat, ſubijciatur oculis propria figura, nempe rectangulum y. B. ſub y. ν, ν. B. Et diuiſa ν. B. in σ. ducatur à puncto σ. linea σ. ρ. parallela ipſi y. ν. & æqualis ipſi σ. ρ. vt appareat rectangulum ρ. B. diuidaturque σ. ρ. in σ. γ. æqualem ipſi B. G. & γ. ρ Quoniam vero rectangulum ρ. B. deficit à rectangulo y. B. toto y. σ. & ρ. δ. comprehenſo ſub ρ. ι. æquali ipſi B. σ. & ι. δ. æquali exceſſu quo y. ν. ſuperat ρ. σ. ſequitur rectangulum ſub M. L, L. E. æquale eſſe his rectangulis y. σ. & ρ. δ & proinde tale rectangulum applicatum ad lineam E. L. longitudinem efficiet L. M. maiorem quam ν. y. ſitque exceſſus M. y. ita vt iam rectangulum, habeamus M. E. æqualem duobus y. σ. & ρ. δ. Si proinde commune y. σ. ſubſtulerimus manebit M. ζ. æquale ipſi ρ. δ. Et itaque erit[g] ζ. y. ſeu ν. σ. ad ζ. δ. hoc eſt σ. B. vt ρ. ζ. ad y. M. vel vt exceſſus quo y. ν. excedit σ. ρ. ad exceſſum quo M. L. ſuperat y. ν. & cōponēdo B. ν. erit ad σ. B. vt ρ. κ. ad ζ. κ. ſeu M. y. atqui oſtēdimus[h] σ. B. eſſe ad ρ. γ. vt ν. σ. ad σ. ρ. & eadē ratione ſic quoq; eſt B. ν. ad exceſſum y. ν. ſupra B. G. qui hic notatur linea ζ. γ. Ita vt ſit B. ν. ad ζ. γ. vt B. σ. ad ρ. γ. & viciſſim B ν. ad B. σ. vt ζ. γ. ad ρ. γ. Ergo quoq; ρ. κ. eſt[d] ad ζ. κ. vt ζ. γ. ad ρ γ. & rectangulum ſub ρ κ. & ρ. γ. eſt g æquale rectangulo ſub ζ. κ, ζ. γ. Vnde fit vt κ. ζ. ſeu M. y. ſeu exceſſui quo M. L. ſuperat ν. y. ſit[l] æqualis ipſi ρ. γ. ſeu exceſſui lineæ σ. ρ. ſupra rectum latus B. G. Et ſit item κ. ρ. ſeu exceſſus quo M. L. ſuperat ρ. σ. æqualis ipſi ζ γ. ſeu exceſſim quo ν. y. excedit G. B. Tertia concluſio. [g per 16. l. 6] [h Diſcurſu 2. concluſ.] [i per 5. lemma præced.] [l per 2. l 2.]

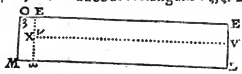


Tandem rectangulum ſub y. ν, ν. B. eſt æquale rectangulo ſub λ. ι, ι. B. cum duobus rectangulis altera ſub ν. ι, ι. λ. altero ſub ν. B. ſeu y. Σ. æquali & exceſſu y. ξ. vt ex figura ſic probo. Sint duæ ν. y. ſecta in ξ. & ν. B. inſecta: erit[m] enim rectangulum y. B. æquale duobus ξ Σ. & ξ. B. Atqui ξ. B. componitur ex binis ν. λ. & λ. B. Ergo y. B. æquale eſt tribus λ. B, ν. λ. & ξ. Σ. vt dicebamus. Huic autem rectangulo y. B. ſeu contento ſub y. ν, ν. B. æquale eſt[e] quadratum z. ν. ſeu rectangulum[f] ſub Z. L, L. θ. cum quadrato L. ν. ſeu denique rectangulum ſub M. L, L. E. cum quadra- [m per 8. l. 6.]



a per 2 problema huius *b per 5 l. 2.* *bb per 8. l. 6*

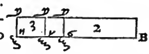
to L. ν Rectangulo vero ſub λ. ν, ν. B. par eſt a quadratum μ. ν. ſeu b rectangulum ſub μ. V. V. π. & quadratum V. ν. hoc eſt bb quadrata φ. V. & V. ν. Ergo rectangulum ſub M. L, L. E. cum quadrato L. ν. eſt æquale quadratis φ. V, V. ν. & duobus rectangulis ν. ξ, ξ. Σ. Atqui duo quadrata L. ν. & V. ν. ſunt æqualia; quia lineæ ſunt æquales. His ergo ſublatis remanebit rectangulum ſub M. L, L. E. æquale quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. Σ. Atqui, vt hac figura patet rectangulum ſub M. L, L. E. eſt æquale rectangulis ſub E. V, V. X. & ſub X. V, V. L. atque ſub E. L. & M. ω. hoc eſt tribus E. X, X. L. & ω. θ. Itaque hæc tria ſunt æqualia rurſus quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. Σ. Quarta concluſio.



c per 1. concluſionem.

Fiat hic ν y. ea longitudine qua in potiori figura eſt, & producatur in L. ea quantitate vt ſit y. L. æqualis exceſſui ρ γ. ſic habebimus c veram longitudinem lineæ M. L. Erigatur perpendicularis ν. ν. & perficiantur rectangula ν. y. & M. V. cum ſint ν ν. & L. V. æquales. Erit enim rectangulum M. V æquale rectangulo ſub y. ν, ν. ν. & eo quod fit ſub ν. ν. ſeu V. L. & L. y. ſeu exceſſu quo M. L. ſuperat y. ν. Atqui λ. ν. minor eſt quam y. ν. Sit ergo hic ν. λ. & à puncto λ. demittatur perpendicularis in y. ν. punctulis apparens. Sic enim videbitur rectangulum ſub M. L, L. V. æquale rurſus rectangulo ſub λ. ν, ν. ν. & ijs quæ fiunt ſub ν. ν. ac exceſſibus lineæ M. L. ſupra y ν. & ipſius ν. y. ſupra λ. ν. nempe λ. y. & y. ν. Quinta cõcluſio.





d per 1. l. 2.

Adpingatur etiam hic linea B. ν. & ipſi perpendicularis erigatur æqualis exceſſui ξ. y. notenturque puncta σ. & ν. perficianturque parallelogramma, vt appareat rectangulum ſub B. ν. ξ y. æquale d rectangulis ſub tribus partibus B. σ, σ. ν, ν. ν. & ξ. y. nempe B. y, σ. y, ν. y. Sexta concluſio.

e Secunda concluſione. *f Tertia concluſione.* *ff prima concluſione.*

Conferamus iam hæc rectangula ſub B. ν. ξ. y. illis ſub L. M, ν. ν. Etenim quod fit hic ſub ν. ν. ξ y. illic quoque eſt: notenturque ambo numero 1. Deinde rectangulum ſub B. σ, ξ. y. æquale eſt e extenſum rectangulo ſub ν. ν, ρ. γ. Atqui ρ. γ. eſt f æqualis exceſſui quo M. L. excedit ν. y. qui illic eſt linea L. y. Proinde hic rectang. ſub B. σ, ξ. y. eſt æquale illic rectangulo y. V. notenturque ambo numero 2. Denique medium hic ſub σ. ν. & ξ. y. æquale eſt contento ſub E. V. æquali ipſi ν. σ. & M. ω. pari ff ipſi ξ. y. Reperitur vero hoc rectang. ſub E. V, M. ω. in tertia præcedenti figura: notentur ergo ambo numero 3. Hinc ſequitur rectangulum ſub M. L, L. V. excedere rectangulum ſub λ. ν. ν ν. duobus rectãgulis ſub B. σ. ξ. y. & ſub ν. ν, ξ. y. Et ſi iunxerimus ipſi ſub λ. ν, ν. ν. rectãgulum ſub E. V, M. ω. tunc rectangulum ſub M. L, L. V. ſuperabit rectangula ſub λ. ν, ν. ν. & ſub E. V, M. ω. toto rectangulo ſub B. ν. ξ. y. Proinde rectangnlum ſub M. L, L. V. cum alio ſub E. V, M. ω. eſt æquale duobus rectangulis ſub λ. ν, ν. ν. & ſub B. ν. ξ. y. Septima concluſio.

g Quarta concluſione. *h Ex 7. concluſione.*

His concluſionibus poſitis facile erit reliquum euincere. Nam cum quadratum φ. V. cum rectangulis ſub λ. ν, ν. ν. & B. ν. ξ. y. ſit g æquale tribus rectangulis ſub E. V, V. X, & ſub X. V, V. L. & denique ſub E. L, M. ω. ſunt h vero rectangula ſub λ. ν, ν. ν. & ſub B. ν, ξ. y. æqualia duobus ſub M. L, L. V. & ſub E. V, M. ω. quibus ſunt æqualia quoque hæc duo ſub X. V, V. L. & ſub E. L, M. ω. vt figura tertia præcedenti patet, ſequitur ſublatis vndiquaque æqualibus, remanere quadratum φ. V. æquale rectãgulo ſub E. V, V. X. Atqui eidem rectangulo ſub E. V, V. X. eſt i quoque æquale quadratum T. V. Ergo φ. V. quadratum quadrato T. V eſt æquale, & linea φ. V. æqualis lineæ T. V. quod fuerat probandum.

i per fabricam.

Igitur ſectio in conoide facta hyperbole eſt: imo ſimilis ei quæ conoidem conſtituit, ſeu ſectioni A. B. C. Nam cum factum ſit M. L. eſſe ad L. N. vt G. B. ad B. H. Vt vero M. L. ad L. N. ita ſit O. E. ad E. N. & E. O. ad E. N. vt G. B. ad B. H. hoc eſt rectum latus ad tranſuerſum. Sunt l ergo ſectiones ſimiles. Tum factæ in conoide diameter eſt, E. F. quæ omnia fuerant probanda.

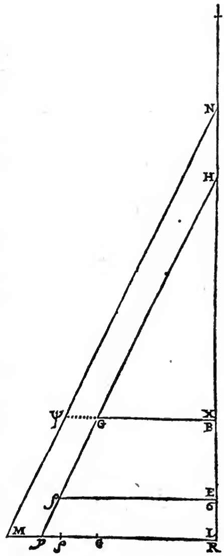
l per ſchol. 18. definit. huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc collegimus latus tranſuerſum E. N. ſectionis conoidis, excedere latus tranſuerſum B. H. ſectionis comprehendentis conoidem, duplo lineæ B. σ.

ΚΑΤ. Quoniam enim in triangulis rectangulis y. ν. H. & M. L. N. eſt [a] M. L. ad L. N. vt y. ν. ad ν. H. Eſt [b] vero M. L. maior quam ν. y. erit quoque L. N. maior quam ν. H. linea ergo L. N. vſpiam ſecat G. B. infinito protenſam ſecet in X. & ducatur X. ψ. parallela ipſi M. L. & hic ambo trianguli referantur proprio diogrammate.

ΑΠΟΔ. Nam quia vt H. B. ad B. G. ſic H. ν. ad ν. y. eſt [c] conuerſione rationis B. ν. ad exceſſum quo ν. y. ſuperat B. G. vt H. B. ad B. G. Rurſus quia N. X. eſt ad X. ψ. vt N. L, ad L. M. erit etiam X. L. ſeu B. ν. ad exceſſum quo L. M. excedit X. ψ. vt N. L. ad L. M. hoc eſt vt H. B. ad B. G. Ergo B. ν. habet eandem rationem ad vtrumque exceſſum, nempe ad eum quo ν. y. ſuperat G B. & cum quo M. L. ſuperat X. ψ. ſunt itaque hi exceſſus æquales. Verum L. M. ſuperat [b] σ. ρ. eodem & pari exceſſu quo ν. y. excedit B. G. Proinde L. M. ſuperat vtramque duarum ψ. X. & ρ. σ. pari exceſſu. Sunt ergo æquales ψ. X. & ρ. σ. Cum itaque trianguli H. ρ. σ. & N. X. ψ. ſint ſimiles, & ρ. σ. æqualis ſit ipſi X. ψ. ſunt quoque N. X. & H. σ. æquales, à quibus tolle H. B. communem, manebunt N. H. & B. σ. pares. Verum B. σ. eſt æqualis ipſi X. E. Ergo N. H. & X. E. quibus N. E. ſeu tranſuerſum latus ſectionis I. E. ξ. ſuperat B. H. tranſuerſum latus ſectionis A. B. C. duplæ ſunt ſimul vnius B. σ. quod fuit probandum Quamuis igitur ob ſitum planum triangulus N. L. M. in potiori figura decurtetur, hic veram eius quantitatem oculis & rationi ſubiectam habes.



a per 4. l. 6
b per 3. concluſione.
c per coroll. 19. l. 3.

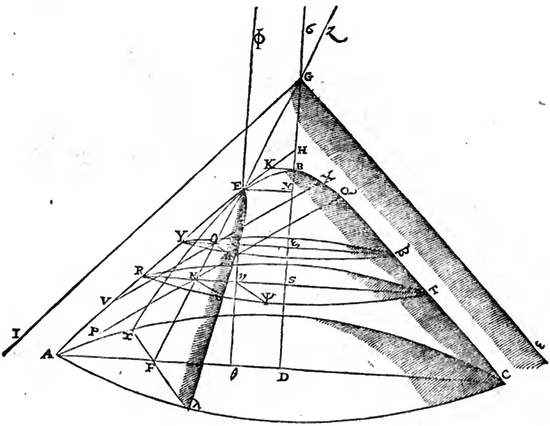
ΛΗΜΜΑ ζ.

Si conois hyperbolica plano per verticem coni ipſam continentis conoidem, ducto ſecatur: fit hyperbole, diſſimilis illi quæ figuram complectitur, eiuſque diameter eſt linea communis duobus planis & illi ſecanti, & ei quod per axem conoidis ducitur perpendiculare ad prius illud ſecans per verticem coni conoidem comprehendentis eductum.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius diameter D. B. conus comprehendens I. G. ω. per cuius verticem G. agatur planum quod conoidem ſecet non æquidiſtanter axi, faciatque in conoide ſectionem κ. E. λ. Rurſus agatur aliud planum per axem conoidis B. D. perpendiculare ad præcedens planum, amborumque ſectio ſit E. F.

ΣΥΜΠ. Dico ſectionem κ. E. λ. eſſe hyperbolem diſſimilem ſectioni A. B. C. quæ comprehendit conoidem: eiuſque diametrum eſſe lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur in ipſa ſectione duo puncta L. & M. à quibus in lineam E. F. & *a per 11. l. 1.* planũ in quo A. B. C. perpendiculares agantur[a] M. O. & L. N. Tũ per puncta E. & B. *& 3 lemma præced.* duæ lineæ B. K. & E. H. tangant[b] ſectionem A. B. C. Atque harum tangentium pri- *b per coroll. 37 l. 1. Con* mæ B. K. parallelæ[c] ducantur Y. ϖ. & R. T. per puncta O. & N. ſecundæ vero E. H. *c per 31 l. 1.* æquidiſtantes ponantur V. X. & P. Q. per eadem puncta O. & N. quod fiet, quia E. F. in plano eſt in quo A. B. C. ſectio. Rurſus per lineas R. T, Y. ϖ. agantur plana perpendicularia ad planum in quo A. B. C. ſectio & ad lineam E. F. & ergo parallela baſi A. C. ſeu tangenti B. K. ita vt fiant ſectiones circuli centris ζ. S. in quorum circumferentijs ſint puncta L. & M. quia ſunt L. N. & M. O. itidem perpendiculares ad E. F. Demum per E. punctum agatur planum perpendiculare ad A. B. C. planum quod ſecet conoi- *d per lemma præced. quod eſt 6.* dem æquidiſtanter axi, ſitque[d] ſectio hyperbole ſimilis ſectioni A. B. C. cuius ſit diameter E. θ. ſecans lineam R. T. in ν. ob angulos rectos tam planos quam lineares, quos ſupponimus. Et tandem à puncto ν. erigatur perpendicularis ν. ψ. vſque ad circumferentiam circuli R. L. ψ. θ. Denique fiat G. Z. æqualis ipſi G. E. & G. ε. par alteri G. B. *e per 50. l. 1. Conic.* vt ſint[e] ambarum ſectionum κ. E. λ. & A. B. C. tranſuerſa latera E. Z. & B. ε. agatur *f per proximum coroll.* poſtremo E. X. perpendiculariter in B. D. Et fiat E. φ. dupla ipſius X. G. vt ſit[f] E. φ. tranſuerſum quoque latus ſectionis, cuius diameter E. θ.



ΑΠΟΔ. Quoniam tangenti E. H. parallelæ ſunt V. X. & P. Q. eas ſecat[g] E. F. bi- *g per 47. l. 1 Conic.* fariam in punctis N. & O. Eſtque ſectionis P. E. Q. diameter E. N. & tranſuerſum latus E. z. Cumque P. N. & V. O. ducantur ordinatim in ſectione P. E. Q. quadratum *h per 21. l. 1 Conic.* P. N. eſt[h] ad quadratum V. O. vt rectangulum ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. Atqui quadratum P. N. ſeu rectangulum ſub P. N, N. Q. eſt[i] ad rectangulum ſub *i per manifeſtum 1. huius & 17. l. 3. Conic.* R. N, N. T. vt quadratum E. K. ad quadratum K. B. Tum rectangulum ſub V. O, O. X. hoc eſt quadratum V. O. eſt[i] ad rectangulum ſub Y. O. & O. ϖ. etiam vt quadratum E. K. ad quad. K. B. Proinde quadratum P. N. eſt ad rectang. ſub R. N, N. T. vt quadratum V. O. ad rectangul. ſub Y. O, O. ϖ. Atqui his rectangulis ſub R. N, N. T. *l per 8. l. 6* & ſub Y. O, O. ϖ. ſunt[l] æqualia quadrata L. N. & M. O. Ergo rurſus quadratum P. N. eſt

eſt ad quadratum L. N. vt quadratum V. O. ad quad. M. O. Et viciſſim [a] vt quadratum P. N. ad quadr. V. O. ſic eſt quadr. L. N. ad quadr. M. O. Verum fuit [b] vt quad. P. N. ad quad. V. O. ſic rectang ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. Ergo vt rectang. ſub z. N, N. E. ad rectang. ſub z. O, O. E. ſic eſt [c] quadratum L. N. ad quadr. M. O. Idcircoque ſectio κ. ε. λ. eſt [b] hyperbole, cuius eſt diameter E. F. Cæterum quod diſſimilis ſit alteri A. B. C. ſic ſtatuitur. Quoniam ſectio circa diametrum E. δ. eſt [d] hyperbole ſimilis ipſi A. B. C. ſectioni rectangulum ſub R. κ, κ. T. hoc eſt quadratum ψ. κ. eſt ad rectangulum ſub E. κ, κ. φ. vt rectum latus ſectionis ad tranſuerſum. Similiter quad. L. N. eſt ad rectang. ſub E. N, N. z. vt rectum latus ſectionis ad tranſuerſum. Atqui ratio quadrati ψ. κ. ad rectang. ſub E. κ, κ. φ. componitur [e] ex rationibus ψ. κ. ad κ. E. & ψ. κ. ad κ. φ. Et rurſus ratio quadrati L. N. ad rectang ſub E N, N. z. componitur [e] ex rationibus L. N. ad N. E. & L. N. ad N. G. Atqui illæ componentes, his ſunt maiores. Nam ψ. κ. primo maior eſt ipſa L. N. quia rectang. ſub R. N, N. T. inæqualioribus partibus (cui æquale eſt quadratum L. N.) minus eſt [f] rectang. ſub R. κ, κ. T. æqualioribus (cui par eſt quadr. ψ. κ.) Tum N. z. maior eſt quam κ. φ. quia iam N. E. eſt [g] maior parte κ. E. Et X. G. ſemiſſis tranſuerſi lateris E. φ. minor eſt [g] linea E. G. ſemiſſe tranſuerſi lateris E. z. ita vt tota N. z. maneat maior quam κ. φ. Maior ergo ψ. κ. ad κ. E. maiorem rationem habet [h] quam L. N. ad eandem κ. E. Atqui eadem L. N. ad minorem κ. E. maiorem rationem habet [h] quam ad N. E. Ergo multo maiorem habet rationem ψ. κ. ad κ. E. quam L. N. ad N. E. Eadem ratione ψ. κ. maiorem habet rationem ad totam κ. φ. quam N. L. ad N. z. Ergo ratio quadrati ψ. κ. ad rectangulum ſub E. κ, κ. φ. maior eſt, ratione quadrati L. N. ad rectang. ſub E. N, N. z. Ergo quoque rectum latus ſectionis, cuius diameter E. T. ad tranſuerſum, hoc eſt rectum latus ſectionis A. B C. quæ figuram cōſtituit, ad tranſuerſum latus B. σ. in maiori ratione eſt, quam rectum latus ſectionis κ. E. λ. ad tranſuerſum E. z. Sectio itaque κ. E. λ. non eſt [i] ſimilis ei quæ conſtituit figuram, quod fuerat probandum. Sic tandem ſatisfecimus ſecundæ parti præcedentis propoſitionis.

[a] per 16. l. 5. [b] per 21. l. 1. Conic. [c] per 11. l. 5. [d] per præcedens lēma. [e] per 23. l. 6. [f] per lemmas. ad 8. l. 2. de ſph. & cylind. [g] per 47. l. 1. [h] per 8. l. 5. [i] per ſchol. 18. defin. huius.

ΛΗΜΜΑ Ζ.

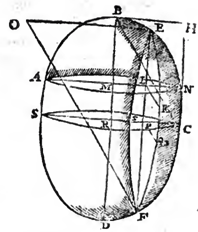
Si ſphæroidearum figurarum aliqua plano ſecatur æquidiſtanter axi, ſectio erit Ellipſis ſimilis ipſi quæ figuram comprehendit. Diameter vero ſectionis erit illa communis planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod ducitur æquidiſtanter axi recti ad planum ſecans.

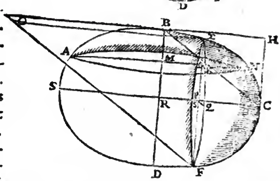
ΥΠΟΘ. Sit Elliptica conois A. B. C. D. cuius axis B. D. Et ſecetur duobus planis, altero acto æquidiſtanter axi quod faciat in conoide ſectionem E. k, F. S. altero vero ducto per axem & illi perpendiculari, faciente ſectionem A. B. C. D. eandem quæ figuram conſtituit. Sit demum amborum planorum ſecantium communis occurſus linea E. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſectionem E. k, F. S. eſſe Ellipſim ſimilem illi A. B. C. D. quæ comprehendit figuram, eiuſque diametrum eſſe E F.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in ſectione aliquod punctum k & ab eo in E. F. demittatur [l] perpendicularis k. L. quæ etiam recto incidat [m] in planum A. B. C. D. Per L. linea ducatur quæ æquidiſtet tangenti B. H. prius ductæ [n] & occurrenti alteri tangenti C. H. in puncto H. Iungatur B. C. & à puncto F. parallela ipſi C. B. ducatur quæ in O. occurrat lineæ E. O. parallelæ alteri B. H. Denique à puncto P. aſſurgat [o] perpendicularis P. Q. vſque ad circumferentiam ſectionis E. Q, F. S. Et tandem planum agatur rectū [p] ad planum ſectionis A. B. C. D. per lineas A. L. N. & L. k. faciens circulum in conoide centro M. neceſſario circumferentia ſua tangens punctum k. quia k. L. eſt perpendicularis ad idem planum cui rectum eſt planum circuli.

[l] per 11. l. 11. & 3. lem. [m] per corol. 38. lib. 11. [n] p. 49 l. 1 ſeu p. 36. l. 1. Conic. [o] per 12 l. 1. [p] per 4. l. 11





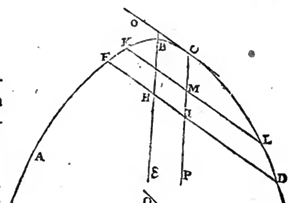
a per 8 l. 6 — *b per manifeſtum 1. huius.* — *c vt probabitur per 29. lib. 1.* — *d per 4. l. 6.* — *e per 21 l. 1*

ΑΠΟΔ. Quadratum k. L. eſt [a] rectangulo ſub A. L, L. N. æquale. Atqui hoc rectangulum ſub A. L, L. N. eſt [b] ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Eſt ergo quadratum k. L. ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Verum quia O. F. eſt parallela vni B. C. & E. F. alteri H. C. anguli triangulorum B. C. H, O. F. E. ſunt [c] æquales, & vt B. H. ad H. C. ita eſt [d] O. E. ad E. F. Proinde rurſus quadratum k. L. eſt ad rectangulum ſub A. L, L. N. vt quadratum O. E. ad quadratum E. F. Quodcumque vero tandem punctum ſumpſeris in ſectione E. k, F. S. vt Q. perpendicularemque demiſeris Q. P. ad E. F. eundem ſemper conſequeris effectum. Proinde ſectio eſt [e] Ellipſis: & eſt [c] ipſius altera diameter E. F. altera vero B. O. Et ſi fuerit P. punctum medium ipſius E. F. erit P. Q. æqualis ſemiſſi ipſius E. O. Cæterum quadratum ſemidiametri B. R. ſectionis figuram comprehendentis eſt [b] ad quadratum R. C. vt quadratum H. C. ad quadratum B. H. hoc eſt vt quadratum E. F. ad quadrarum E. O. Et proinde B. R. erit ad R. C. ſeu B. D. ad S. C. vt E. F. ad E. O. ſimiles ſunt [f] itaque Ellipſes, quod fuit probandum.

f per ſchol. definit. 18. huius.

Atque hoc pacto tertiæ propoſitionis parti prouidimus, & tandem totam propoſitionem ſartam tectam fecimus.

ΛΗΜΜΑ.



Lineæ in ſectione coni obliquè ad axem ductæ parallelam ducere, quæ coni ſectionem tangat.

ΥΠΟΘ. Detur coni ſectio A. B. C. D. cuius axis B. E. & obliquè ad ipſum agatur linea K. L.

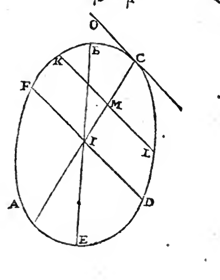
g per 31. l. 1 — *h per 16. l. 1* — *i per 44. l. 2 Conic.*

ΚΑΤ. Huic k. L. ducatur [g] parallela F. D. ſecenturque ambæ k. L, F. D. bifariam [h] linea I. M. quæ tranſeat in C. punctum, vt ſit [i] I. C. diameter ſectionis F. C. D. à puncto demum C. agatur C. O. parallela ipſi k. L.

ΣΥΜΠ. Dico C. L. tangere ſectionem.

l per defin. 12. l. 1. con. — *m per 32 l. 1. Conic.*

ΑΠΟΔ. Etenim C. I. eſt [i] diameter ſectionis, & ſunt F. D, k. L. ordinatæ in ſectione. [l] Proinde C. O. tangit [m] ſectionem.

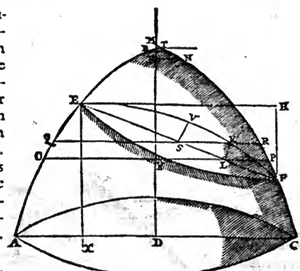


ΠΡΟΤ. ΙΓ.

Εἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δ' αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δ' ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII.

Si rectangula conois plano ſecetur, non quidem per axem neque æquidiſtanter axi, neque ad rectos angulos cum axe, ſectio erit acutianguli coni ſectio: diameter vero ipſius maior erit linea concepta in conoide ab interſectione facta planorum, eius ſcilicet quod ſecat figuram, & eius quod ducitur recto per axem ad planũ ſecans. Minor vero diameter æqualis erit diſtantiæ linearum ductarum æquidiſtanter axi, ab extremis diametri maioris.



Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. ſeceturque duobus planis, altero quidem neque per axem ducto, neque æquidiſtanter axi, neque ad angulos rectos cum axe, quod ſectionem faciat E. Y, F. V. altero per axem immiſſo, quod & recto incidat in planum E. Y, F. V. ſecundum rectam E. F. hyperbolemque reddat A. B. C. qua figura conſtituatur. Ab extremis autem lineæ E. F. ducantur duæ aliæ E. X. & F. H. parallelæ axi, & à puncto E. in F. H. incidat [a] perpendicularis E. H. quæ ambarum E. X. & F. H. diſtantiam notet.

ΣΥΜΠ. Dico ſectionem E. Y, F. V. eſſe Ellipſim, eiuſque maiorem diametrum eſſe E. F. minorem E. H.

ΚΑΤΑΣ. In obliqua ſectione capiatur punctus quilibet K. à quo in E. F. lineam & in planum [b] in quo ſectio eſt A. B. C. perpendicularis cadat K. L. [c] Contingant [d] demum ſectionem A. B. C. lineæ T. B. & T. N. quarum alteri T. B. parallela ponatur O. L P. altera vero T. N. æquidiſtet lineæ E. F. occurratque diametro in M. Et à puncto N. demittatur N. R. recto in B. D. axem. Denique à puncto S. medio lineæ E. F. aſſurgat [e] cathetus S. V. ad ſectionem vſque & per S. tranſeat adhuc linea Q S. R. parallela ipſi O. P. ac per ambas lineas punctaque K. & V. ſeu per ſ lineas L. K. & S. V. agantur plana quæ ſectiones faciant [g] circulos, in quorum periferijs neceſſario sũt pũcta K. & V.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quadratum lineæ L. K. æquale erit [h] rectangulo ſub O. L, L. P. Et quad. lineæ S. V. æquale erit [h] rectang. ſub Q. S, S. R. Atqui rectang. ſub O. L, L. P. eſt [i] ad rectang. ſub E. L, L F. vt quadr. B. T. ad quad. T. N. Ergo quadr. K. L. eſt [l] quoque ad rectang. ſub E. L, L. F. vt quadr. B. T. ad quadr. T. M. hoc eſt, vt quad. B. T. ad quad. T. M. Vt enim R. B, B. M. ſunt [m] æquales, ita pares ſunt [n] N. T, T. M. Quoniam autem trianguli E. F. L, M. B. T. angulos habent ad B. & L. rectos, tum æquales ad T. & A. ex parallelarũ E. L, B. T. & E. F, T. M. proprietate, [o] eſt & vt B. T. ad T. M. ſic L. E. ad E. F. [p] vt quadrata illarum, ſic harum quadrata. Proinde quadratum K. L. eſt ad rectangulum ſub E. L, L. F. vt quadrat. H. E. ad quadrat. E. F. Idem demonſtrabimus de perpendicularibus omnibus demiſſis à quibuſlibet ſectionis punctis.

a per 12 l. 1.
b per coroll. 19. l. 11.
c per 11 l 11 et 13. lemma ad 12. huius.
d per 33 l 1 Conic. et lemma proximum.
e per 11. l 1.
f per 19. l. 11.
g per 2. lema ad præcedens.
h per 14 l. 2
i per manifeſtum 1. huius.
l per 7. l 5.
m per 35. l. 1. Conic.
n per 2 l 6.
o per 29. l 1
p per 4 l 6

Nam cum quadratum V. S. Sit ad rectang. ſub E. S, S. F. hoc eſt ad quadratum E. S. vt quadrat. T. B. ad quadr. T. N. hoc eſt[a] vt quadr. H. E. ad quadrat. E. F. linea V. S. erit ad E. S. ſeu[b] dupla V. S. nempe tota diameter minor erit ad totum E. F. vt H. E. ad eandem E. F. Vnde ſequitur[c] duplam V. S. ſeu totam ſemidiametrum minorem, eſſe æqualem ipſi H. E. Quod fuit probandum. Ergo ſectio E. Y, F. V. eſt[d] Ellipſis cuius maior diameter eſt E. F. ſubtendens angulum rectum H. & maximum trianguli E. H. F. minor vero erit E. H. oppoſita acuto angulo E. F. H.

a per 11. l. 5. b per 15 l. 5 c per 7. l. 5 d per 21. l. 1 Conic.

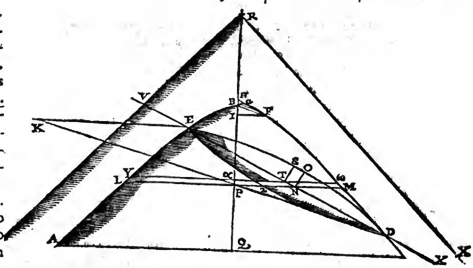
PROP. XIV.

Si obtuſiangula conois plano ſecatur coincidente in omnia coni latera conoidem comprehendentis non rectis ad axem angulis: ſectio erit acutianguli coni ſectio: diameter vero maior ipſius erit concepta in conoide à ſectione facta planorũ, alterius quidem ſecantis figuram, & alterius acti per axem recto ad planum ſecans.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

Εἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. Q. adiecta axi R. B. conus conoidẽ cõprehẽdẽs V. R. X. ſecetur conois plano ad axem obliquo



quod & tranſeat in vtraque coni V. R. X. latera, & fiat in conoide ſectio E. Z. D. S. alio rurſus plano tranſeunte per axem, & rectò ducto ad prius planum ſecans, fiat ſectio A. B. C. figuram conſtituens,[e] amborum denique planorum ſecantium occurſus ſit[f] linea E. D.

ΣΥΜΠ. Dico ſectionem E. Z. D. S. eſſe Ellipſim, cuius maior diameter ſit E. D.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in ſectione obliqua punctum O. à quo demittatur[g] in lineam E. D. & ex conſequenti in planũ in quo eſt A. B. C. ſectio, perpẽdicularis O. N. & per N. O. ducatur planum L. N. M. rectum ad axem B. Q. & ad planum A. B. C. vt centro P. & diametro L. M. fiat[h] circulus in cuius periferia ſit O. Deinde à puncto B. ducatur[i] tãgens G. B. parallela lineæ L. N. M. ducatur & alia tangens F. G. parallela ipſi E. D. & occurrens axi in H. rurſus demittatur[l] F. I. perpendicularis in axem, & iungatur F. B.

ΑΠΟΔ. Vt eſt rectãg ſub L N, N M. hoc eſt[m] quadr. O. N. ad rectãgulũ ſub E. N, N. D. ſic eſt[n] quadr B. G. ad quadr. G. F. Idẽ probabitur de reliquis omnib. parallelis demiſſis à ſectione in E. D. Ergo ſectio oblique facta eſt[o] Ellipſis, eiuſq; maior diameter eſt E. D.

e per 1. lemma ad 12. huius. f per 3. l. 11. g per 11. l. 11 & 3 lemma ad 12. huius. h per 2 lemma ad 12. huius. i per lemma ad 13. huius. l per 2. l. 1. m per 14. l. 2. & 8 l. 6. n per manifestum 1 huius. o per 21. l. 1 Conic.

cum ſit G. F. maior quam B. G. Nam cū in triangulo H. I. F. baſi I. F. ſit æquidiſtans G. B. vt H. B. ad B. I. ita[a] H. G. ad G. F. At vero H. B. minor eſt [b] ipſa B. I. ergo H. G. minor eſt quarta G. F. Atqui H. G. maior eſt quam G. B. multo ergo minor eſt B. G. ipſa G. F. Reſpondet autem G. F. maiori diametro, G. B. reſpondet minori. Ergo E. D. parallela ipſi G. F. eſt maior diameter, quod fuit probandum. *a per 2 l. 6* *b per 36. l. 1. Conic.* *c per 47. l. 1*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vltimis verbis huius propoſitionis ſubiungit Archimedes ὁμοίως καθέτου οὔσης τᾶς Γ. Ρ. ἐν τῷ τῶ ἀμβλυγωνίου κώνου διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἁ Γ. Λ. quorum verborum nullus eſt ſenſus qui conueniat : propterea inquiebat Abbas Maurolicus, ſecundus quem tulit Sicilia Archimedes, Commādino ſcribens, verba hęc ex corollario quod pro ſecunda diametro addiderat author, irrepſiſſe in finem propoſitionis, exſcripta quadam ignota manu, Potuit autem eſſe eiuſmodi.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Si à punctis E. & D. parallelæ lineæ ducantur, altera ipſi B. G. nempe E. K. altera iuncta F. B. nimirum D. K. Erit E. K. minor diameter ſectionis.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur E. D. bifariam puncto T. & aſſurgat huic perpendicularis T. S. vſque ad ſectionem : tum agatur per T. linea Y. ω. ad axem perpendicularis, & ideo ipſi B. G. parallela, ducaturque planum per ambas lineas Y. ω. & T. S. quod ſit [d] neceſſario perpendiculare ad axem & ad planum A. B. C. vt fiat [e] circulus centro ω. in axe. *d per 19 l. 1* *e per 2 lēma ad 12. huius.*

ΑΠΟΔ. Etenim cum in triangulis B. G F. & K. E. D. ſint latera G. F, D. E. parallela, tum G. B, E. K. denique reliqua F. B. & D. k. probabimus facile angulos æquales & latera proportionalia. Vt igitur [f] tangens F. G. ad tangentem G. B. ſic D. E. ad E. k. Verum oſtendam facile quadratum S. T. eſſe [g] ad rectangulum ſub E. T, T. D. hoc eſt ad quadratum E. T. vt quadratum F. G. ad quad. G. B. Proinde linea S. T. hoc eſt ſemidiameter minor eſt ad T. E. ſemidiametrum maiorem vt F. G. ad G. B. hoc eſt [h] vt D. E. ad E. k. Ergo & tota D. E. erit ad duplum ipſius T. S. vt eadem eſt ad E. k. Sunt [i] igitur dupla T. S. & E. k. æquales. Atqui dupla T. S. eſt minor ſectionis diameter. Ergo E. k. eſt quoque ſemidiameter minor, quam quærebamus. *f per 4 l. 6.* *g per man. 1. huius.* *h per 11 l. 5* *i per 7. l. 5.*

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

Εἴκα δὲ τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

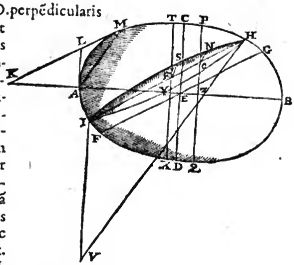
PROP. XV.

Si oblonga ſphærois plano ſecetur non recto ad axem, ſectio erit acutianguli coni ſectio : diameter vero ipſius maior erit concepta in ſphæroide ſectio duorum planorum, eius ſcilicet quod ſecat figuram, & eius quod ducitur per axem recto ad planum ſecans.

ΥΠΟΘ. Sit oblonga ſphærois A. C. B. D. quæ ad axem A. B. primum oblique ſecetur plano ſectionem faciente I. Y, H. S. tum per eundem axem alio plano quod Ellipſim A. C. B. D. faciat, quæ figura conſtituitur quodque rectò interſecet planum præcedens ſecundum lineam I. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſectionem I. Y. H. S. eſſe Ellipſim, eiuſque maiorem diametrum eſſe I. H. ΚΑΤΑΣ. Sumatur in ſectione I. Y, H. S punctū N. à qua demittatur [l] in lineā I. H. *l per 11 l. 1. & 1. lēma ad 12. huius.*

ſeu in planũ in quo eſt ſectio A.C.B.D. perpẽdicularis N. O. ac per O. lineam O. N. tranſeat planum ſphæroidem ſecans,& incidẽs ſecundum lineam P. Q. ad rectos angulos in planum A. C. B. D. vt fiat circulus centro z. in cuius periferia ſit pũctum N. Iam lineis I. H, P. Q. parallelæ ponantur [a] duæ tangentes altera alteri M. L, L. A.& occurrat M.L. cum ex A. B. in puncto K. demum agatur F. E. G. parallela ipſi I. H. per E. centrum figuræ. Et diuidatur I. H. bifariã in R. vnde aſſurgat [b] perpendicularis R. S. ad circumferentiam ſectionis, ac demum per R. S. tranſeat planum T.x. præcedenti parallelum acto per O. N. & circulum conſtituente intra ſphæroidem, cuius erit ſemidiameter R. S.



a per lemma ad 13. huius.

b per 11 l. 1

ΑΠΟΔ. Vt in præcedentibus quadratum N. O. eſt ad rectang. ſub I. O,O.H. & quadrat. A. L. ad quad. L.M. quod cum ſit de omnibus alijs ſectionis punctis ſequitur [c] ſectionem I. Y. H. S. eſſe Ellipſim. Deinde cum C. E. D. ſit minor diameter expoſitæ ſphæroidis,eſt F.E. G. linea maior diametro C. D. Atqui rectang. ſub F. E, E. G. ſeu quadr. F. E. eſt rectangulo ſub C. E, E. D. vel quadrato C. E. ſicut quadratum M. L. quadrato L. A. Ergo M. L. eſt maior quam L. A. Et vero rurſus quadratum I. R. ad quadratum R. S. maximæ nempe perpendicularis quæ à ſectione ducatur in planorum interſectionem,ſeu in I.H. vt quad. M. L ad quadratum L. A. Eſt igitur I. R. maior quam R. S. & tota diameter I. H. maior duplo R. S. Maior itaque diameter natæ Ellipſeos ex obliqua ſectione eſt I. H. minor vero dupla lineæ R. S.

c per 21 l. 1 Conic.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

In præcedenti figura iungatur A. M. & à puncto I. agatur parallela ipſi A. L. iunctæ vero A. M. alia trahatur parallela à puncto H. quæ incidat in præcedentem puncto V. Etenim cum I. H. ſit reliquæ M.L. æquidiſtans, fiet triangulus H. I. V. homologorum laterum.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam I. V. eſſe ſecundam diametrum præcedentis Ellipſeos.

ΑΠΟΔ. Etenim ſuperius probabitur I. H. habere ad I. V. eandem rationem, quam habet ad duplam R. S. diximus autem R. S. eſſe ſecundam diametrum. Ergo quoque I. V. eſt ſecunda diameter, quæ quærebatur.

COROLLARIVM. I.

Si prolata ſphærois plano ſecetur, alia quidem eadem erunt: Atque diametrorum minor erit concepta in ſphæroide linea.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Α.

Εἴκα τὸ ἐπιμηκὲς σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἔσσεῖται· τῶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἔσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc Corollarium longiori non indiget demonſtratione. Nam quod in ſphæroide lata ſectione fiat Ellipſis, probabitur vt de ſuperiori: Deinde minorem diametrum figura comprehendi patebit omnino contraria ratione, qua oſtendimus H.I. eſſe maiorem. Nam hic maior diameter eſſet C.D. minor A.B. Atque M.L. fieret minor quàm L.A. & proinde I.H. minor diameter ſectionis.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Β.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς σχημάτεσσιν ὅτι εἴκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμηθῇ αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἐσσοῦνται· τὰ γὰρ τετράγωνα τῶν ἀπὸ τῶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα, ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι.

COROLL. II.

Ex ipſis manifeſtum eſt in omnibus figuris: quod ſi parallelis planis ſecentur, omnes ſectiones ſimiles erunt: quadrata enim à perpendicularibus facta ad parallelogramma interſectionum eaſdem rationes habebunt.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Secetur ſuperior ſphærois tot planis quot volueris omnibus parallelis vni I.H. & inter ſe: Omnes ſectiones erunt Ellipſes. Imaginemur iam addi alias diametros, in oblonga ſphæroide maiores, in prolata minores: Quadrata etenim omnium perpendicularium ſeu ſemidiametrorum, erunt ad quadrata ſemiſſium linearum, quibus ſe plana interſecant intra figuram, hoc eſt ad quadrata aliorum ſemidiametrorum, ſicuti quadratum M.L. eſt ad quadratum L.A. Omnium ergo ſectionum diametri inter ſe eaſdem rationes habent:& proinde ſectiones ſunt ſimiles. Idem nobis cenſendum eſt de omnibus conoidibus ob eaſdem omnino cauſas.

ΠΡΟΤ. Ιϛ.

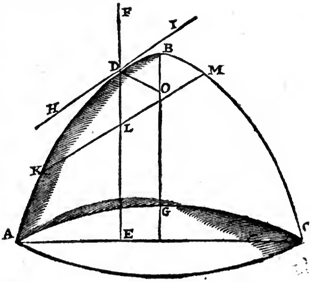
Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁπουοῦν σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος ταῖν ἀγομέναιν εὐθεᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ᾽ ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROPO. XVI.

In rectangula conoide, à quocumque puncto ſuperficiei conoidis ducantur lineæ rectæ parallelæ axi: quæ ad eas partes ducuntur, in quas tendit cauitas conoidis, cadunt extra conoidem: quæ verò ad contrarias, intra.

ΥΠΟΘ. Sit rectangulæ conoidis A.B.C. axis B.G. cui parallela ſit F.D.E. ducta à quodam ſuperficiei conoidis puncto D.

ΣΥΜΠ. Dico partem D.F. ductam à puncto D. in eaſdem partes, in quas tendit gibboſitas figuræ, extra figuram eſſe: partem verò D.E. quæ in contraria excurrit, intra figuram eſſe.



ΚΑΤΑΣ. A puncto D. in axem cadat, quouiſmodi recta D.O. quæ quia cum parallelis eſt[a] in eodem plano, agatur hoc planum per axem B. G. & alteram parallelam D. E. fiatque ſectio conoidem comprehendens[b] A.B. C. tùm à puncto D. ducatur[c] tangens ſectionem H. I. cui parallela agatur k L.M.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam k.M.ſecatur[d] à D. E. bifariam, & aliæ ſecabuntur ductæ ipſi æquidiſtanter, linea D.L. eſt diameter[e] ſectionis k. D.M. proinde cùm ſectio k. D. M. intra conoidem contineatur, ſequitur D.E. intra eandem eſſe, & D. F. extra, quæ eſt vltra tangentem H.I. cuius vnicus punctus D. conoidem attingit.

a per 7. l. 11.
b per 1. lema ad 12. huius.
c per 36. l. 1. Conic.
d per 46. l. 1. conic.
e per coroll. 51. l. 1. coni.

ΑΛΛΩΣ.

Si D.E. non eſt intra ſectionem, tangit ſaltem ſectionem in D. Et ideò cum axe B. vſpiam conueniat neceſſe eſt[f]. Verùm ex hypotheſi ipſi parallela eſt. Abſurdum eſt ergo non eſſe D.E. intra conoidem, & D.F. extra.

f per 24 l. 1. conic.

PROPOSITIONIS ſecunda pars.

In amblygonia conoide, à quolibet puncto ſuperficiei ipſius ductis rectis parallelis alicui lineæ, quæ in conoide agitur à vertice coni comprehendentis conoidem: quæ quidem ducuntur in eaſdem partes, ad quas tendit figuræ curuitas, extra cadent, quæ verò in contrarias, intra.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ. τὸ δεύτερον μέρος.

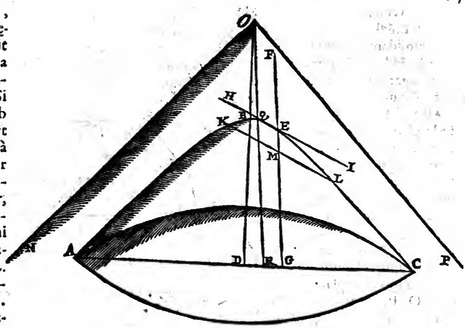
Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ ταὶ ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρά τινα γραμμὰν ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτοῦ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

ΥΠΟΘ. Sit conois A.B. C. cuius axis B.D. adiecta axi B. O.conus comprehendens N.O.P. à cuius vertice O.ducatur linea, vel eadem cum axe O. D. vel alia vt O.Q. R. in conoidem dilabens. Huic autem ductæ à quocumque ſuperficiei conoidis puncto agantur parallelæ, cuiuſmodi eſt E.G. excurrens quoque in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico partem E.F. tendens in eaſdem partes, in quas porrigitur cauitas conoidis cadere extra conoidem: reliquam verò partem in contrarias actam, cadere intra.

ΚΑΤΑΣ. Si linea ducta à vertice eadem fuerit cum axe, patet propoſitio eodem fer-

mò modo, quo pars præcedens: erit enim linea F. E. G. parallela axi. Si verò alia ab axe fuerit vt O. Q. R. à pũcto E. per quem parallela ducitur, agatur tangens H.I. cui parallela ducatur k. L. intra ſectionem A.B.C. factam vt ſuperiùs.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Fit [a] enim vt ſupra E.G. diameter ſectionis k.E.L. & proinde intra conoidem eſt, & pars E.F. extra.

[a] per 47. l. 1. & coroll. 51 eiuſdem li. 1. Conic.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ τρίτον μέρος.

Εἴκα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτεται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές· καθ᾽ ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

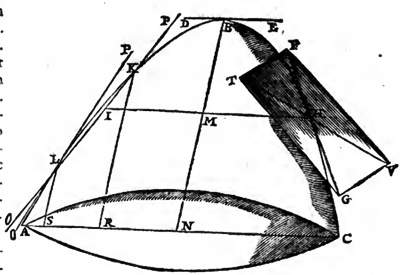
PROPOSITIONIS tertia pars.

Si conoideas figuras planum tetigerit non ſecans conoidem: in vno tantum puncto tanget, & per contactus punctum axemque actum planum, rectum erit ad planum tangens.

ΥΠΟΘΕ. Quandam figuram conoidem A. B. C. cuius axis B.N. tangat planum, & per contactum, & axem agatur aliud planum.

ΣΥΜΠΕ. Dico planum in vnico puncto tangere, & plano tangenti rectum eſſe ac perpendiculare planum actum per punctum contactus & axem B.N.

ΚΑΤΑΣ. Si enim fieri poteſt, tangat planum O. P. pluribus punctis vno, veluti in L. & K. à quibus ducantur k.R. & L.S. parallelæ axi B. N. & inter ſe, & proinde cùm in eodem plano ſint [b] per vtraſque planum agatur, quod vel



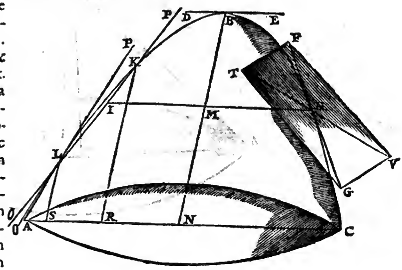
[b] per 7. l. 11.

a per 12. huius. per axem traducatur, vel æquidiſtanter axi: fiet enim ſectio coni[a], in qua erunt duo puncta L.& k. Rurſus per verticem B. tangat conoidem planum D.E. Denique ſumatur quoddam punctum H. per quod tangat conoidem aliud planum F. T. G. V. & à puncto H. linea demittatur perpendicularis in axem B.N. quæ ſit H.M.I. ſecundum quam agatur planum ad axem quoque erectum, quod ſectione faciat[a] circulum, & ſecet[b] planum F.T,G.V. ſecundum rectam T.V. b per 3 l.11.

ΑΠΟΔ. In ſectione facta plano tranſeunte per lineas L.S, k R. ſunt duo puncta L.& k. recta: proinde L. k. iungens ipſa puncta intra ſectionem cadit[c]. Ergo & intra conoidem: Atqui hac linea tranſit planum O. P. Ergo hoc planum O. P. ſecat conoidem, nec tantum tangit, vt ſupponebatur. Deinde ſi planum D.E. tãgit conoidem per verticem B. ipſi plano axis B.N. perpendicularis erit. Omnia proinde plana per axem B. N. educta, recta erunt ad planum D.E. Denique ſi non per verticem tangit, ſed per aliud planum, vt per H. quia planum actum per H.I. conſtituit ſectionem, quæ eſt circulus, & cuius eſt diameter linea I.M.H. & ſecat planum F.T.G.V. ſecundum lineam T.V. ſequitur ipſam T.V. tangere circulum cum punctum H. habeat ſolùm cum illo commune. Proinde I.H. facit[d] angulos rectos cum T. V. & cum plano[e], in quo eſt linea T.V. Ergo planum in quo ſunt B.N. & I. H. etiam angulos faciunt[f] rectos cum plano F.T.G.V. quod fuit probandum.

c per 10. l. 2. Conic.

d per 18. l. 3. e per conuerſam 18. l. 11. f per 18. l. 11



PROP. XVII.

Si ſphæroidearum figurarum quamlibet planum attingat non ſecans figuram, in vno tantum puncto tanget, & quod per contactum & axem planum actum fuerit, rectum erit ad planum tangens.

ΠΡΟΤ. ΙΖ.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ᾽ ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Si conoidem cum ſphæroide mutaueris in demonſtratione ſecundæ partis ſuperioris propoſitionis, hanc quoque propoſitionem demonſtraueris: proinde non committemus, vt importuna repetitione nauſeæ ſimus, & faſtidio Lectori, ad ſecundam ergo partem properemus.

PROPOSITIONIS ſecunda pars.

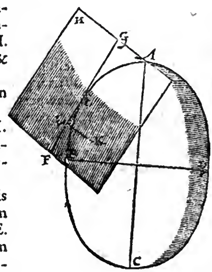
Si ſphæroidearum figurarum quęlibet plano ſecatur per

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ

ἄξονος, καὶ τὰς γινομένας τομὰς ἐπιψαύουσα τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον· ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

axem, & factam ſectionem acta quædam recta tangat, tùm per tangentem planum erigatur rectum ad ſecans: tangit figuram in eodem puncto, in quo recta cóni ſectionem tangit.



ΥΠΟΘ. Sit ſphærois A. B. C. D. quæ ſecetur per axem, vt fiat [a] Ellipſis A. B. C. D. quam linea G.F. tangat in E. Tum fluat tangens & producat planum H. I. rectum ad præcedens planum per axem ſecans, & ſit vtriuſque interſectio linea F. G. aut alia.

a per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Dico planum H. I. tangere ſphæroidem in eodem puncto E.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi aliquo alio puncto planum H.I. tangit conoidem, ipſum ſit K. & à puncto K. ducatur [b] perpendicularis K. L. in planum per axem ſecans.

b per 11. li. 11.

ΑΠΟΔ. Primò quoniam punctum E. in ſphæroidis ſuperficie eſt, & item in plano H.I. ſequitur planum H.I. tangere ſphæroidem in duobus punctis K. & E. contra primam partem huius propoſitionis. Verùm quia planum H. I. non ſupponitur tangens, ſed tantum rectum ad planum per axem ſecans: ſic fortaſſe rectiùs procedet demonſtratio, & magis ex mente Archimedis: Quoniam K. eſt in H. I. plano, & in ſuperficie ſphæroidis, ſequitur perpendicularem K. L. incidere [c] in lineam G.F. vel in aliam quæcumque ſit [d] vtriuſque plani interſectio: proindéque ipſa perpendicularis extra ſphæroidem ducetur non intra quod tamen debere fieri ſuperiùs oſtendimus.

c per 38 li 11.
d per 3 l 11.
e lemm. 3. ad 12 huius.

Ἐπιφορὰ ſeu Corollarium.

Idem concludere poſſumus de conoide, eadem omnino ratione.

ΠΡΟΤ. ΙΗ. — PROPO. XVIII.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι· ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα, διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

Si aliquam ex ſphæroideis figuris duo plana parallela tetigerint: linea iungens contactuum puncta, per centrum ſphæroidis porrigetur.

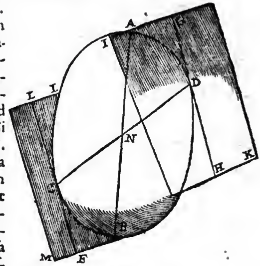
ΥΠΟΘΕΣ. Exponatur ſphærois A.D.B.C. cuius axis A.B. perpendicularis ſit ad duo plana figuram tangentia: ſic enim habebimus quod quærimus. Aut ſi plana non tetigerint per extremitatis axis, ſed per puncta D.C. quæ recta iungantur.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam D.C. tranſire per centrum figuræ.

ΚΑΤΑΣ. Per axem A.B. & punctum D. tranſeat planum quod faciat Ellipſim A.D.B. [f] & ſi planum ſecans non tranſierit quoque per C. aliud agatur per axem A. B. &

f per 12 huius, & 1. lemma ad ipſam.

punctum C. quod aliam conſtituat Ellipſim.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Planum quod tranſit per axem & contactum D. perpendiculare eſt [a] ad planum tangens I.K. Et proinde quoque perpendiculare eſt [b] ad planum, aliud L.M. parallelum ipſi I K. Similiter quod ſecat per axem & contactum C. perpendiculare eſt ad I.M. planum, & quoque ideò ad aliud I.K. Si ergo idem planum non tranſit per D. & C. ſaltem ſe ſecabunt illa duo ſecantia in linea A.B. quàm communem habent, & ab ea in idem planum L.M. vel I k. duo plana cadent perpendicularia. Ab eodem ergo puncto putà N. centro, duæ lineæ cadere perpendiculariter poterunt in idem planum ad diuerſa puncta, vel duo anguli trianguli poterunt eſſe recti, quod eſt [c] in Geometria inconueniens. Vnum ergo, & idem planum eſt quod tranſit per axem A.B & puncta contactuum D. & C. vnaque eſt & eadem Ellipſis facta in ſphæroide Proinde interſectiones planorum nempè E.C.F. & G.D.H. ſunt [d] parallelæ, ac iungens ambos contactus linea D. G. tranſit [e] per N. centrum, quod fuit probandum.

a per 17. huius.
b vt ex 14. & 16 l.11. conſtare poteſt.
c per 13. l 11. & 32. l.1.
d per 16 lib. 11.
e per 27 l. 2. Conic.

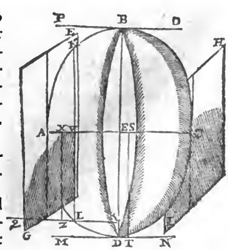
Hanc verò propoſitionem de ſphæra quoque intelligere poſſumus, ijſdemque penè verbis nedum rationibus demonſtrare, ſi pro ſphæroide ſphæram, & pro Ellipſi circulum dixerimus.

PROPO. XIX.

Si quamcumque ſphæroidearum figurarum duo parallela plana ducta tangant: agatur verò & aliquod planum per centrum ſphæroidis æquidiſtanter tangentibus: quæ per factam ſectionem aguntur, parallelæ ei quæ coniungit contactuum puncta, extra ſphæroidem cadent.

ΠΡΟΤΑ. Iϛ.

Εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῆ ἐπιψαύοντα· ἀχθῆ δὲ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γινομένας τομᾶς ἀγόμεναι, παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.



ΥΠΟΘ. Sit ſphærois quæpiam, quam tangat duo parallela plana F.G H.I. in punctis A.C. Tum per centrum E. agatur planum tangentibus illis parallelum, fiatque ſectio, cuius diameter B.D Contactuum autem puncta iungat linea E.A. quę tranſeat [f] per centrũ E. ita vt ſit C.E.A. diameter. Demum per puncta B. & D. agantur lineæ P.O, M. N. parallelæ iungenti A.C.

f per præcedentem.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineas P.O. & M.N. ambas produci extra ſphæroidem, & ſectionem B. α. D. Z. tangere.

ΚΑΤΑΣ. Agatur planum per axem D. B. quod ſecet ſphæroidem, faciatque [h] ſectione, vel circulum, vel ſphæroidem, ſed ita ſecet, vt rectum ſit ad planum, in quo eſt ſectio, cuius diameter B.D.

h per 22. huius.

Hunc enim circulum, vel hanc Ellipſim tanget M.N. aut ſecabit. Si primum habe-

mus quod quærimus, producetur enim M.N. extra ſphæroidem: idemque intelligendum eſt de P.O. At ſi ſecet, notentur duo puncta in ſectione D.T. & à puncto T. linea ordinatim erigatur in A.C. quæ ſit T.S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Parallelogrammum eſt [a] E.T. quia ſunt duæ T.E, D.S. parallelæ. Tum duæ T.D. & E.S. ſuntque proinde T.S, & D.E. æquales [b], earumque quadrata æqualia. Verum quadratum D.E. eſt [c] ad quadratum T.S. vt rectangulum ſub C.E, E.A. ad rectangulum ſub C.S, S.A. Atqui horum rectangulorum alterum ſub C.E, E.A. altero ſub C.S, S.A. maius eſt [d]. Ergo quadratum E.D. eſt maius quadrato T.S. Sed fuit illi æquale. In abſurdum ergo incidimus. Non ſecat ergo M.N. circulum vel Ellipſim. Idem eſt de K.L. nec ergo ingrediuntur ſphæroidem, quod fuit probandum.

[a] per ſabricam & hypotheſim. [b] per 34 l 1. [c] per 21. l. 1. Conic. [d] per lemma 5. ad 8. li. 1. de ſphær. & cyl.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσσι σαμείοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ᾖ, ὡς τὸ Κ. Λ. δῆλον ὡς ταὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ταὶ γινόμεναι εὐθεῖαι αἱ μὲν αὐτὸ τὰ αὐτὰ γινόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

PROPOSITIONIS ſecunda pars.

Si verò parallelum planum tangentibus ſignis, (ſeu planis) non agatur per centrum ſicuti K.L. manifeſtum eſt ductarum à ſectione linearum partes verſus minus ſegmentum protractas, extra ſphæroidem cadere: actas verò ad maius ſegmentum, intra.

ΥΠΟΘ. Sectio itaque fiat non per centrum, ſed veluti ſecus lineam k.L. Et à ſectionis puncto L. ducatur parallela diametro A.C. quæ ſit Q.L.R.

ΣΥΜΠ. Cadet L.R. verſus maius ſegmentum tendens intra ſphæroidem, pars verò L.Q. procurrens in partes minoris ſegmenti, cadet extra ſphæroidem.

ΚΑΤΑΣ. Capiatur in Q.L. punctum Z. à quo in A.E. ducatur [e] Z.Y.X. ipſi L.V. parallela, & æqualis.

ΑΠΟΔ. K.L. linea bifariam ſecatur [f] in V. vt ordinatim ducta, & eſt V.L. minor [d] quàm E.D: minor quoque eſt [b] E.R. æqualis ipſi V.L. Itaque L. R. ingreditur ſphæroidem. Rurſus X.Y. eſt [d] minor quàm P.L. hoc eſt quàm X. Z. proinde linea L.Q. extra ſphæroidem eſt, quod fuit probandum.

[e] per 11. l. 1. [f] per 47. l. 1. Conic.

ΠΡΟΤΑ. Κ.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται, ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

PROPO. XX.

Omnis figura ſphæroidea plano ſecta per centrum bifariam ſecatur à plano, & ipſum & ſuperficies ipſius.

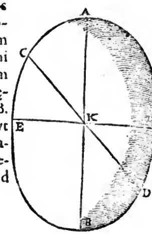
ΥΠΟΘ. Sit ſphærois A.E.B.F. ſecta plano per centrum k. tranſeunte.

ΣΥΜΠ. Dico bifariam ſecari & corpore, & ſuperficie.

ΚΑΤΑΣ. Agatur planum per axem A.B. quod expoſitam figuram ſecet, & producat Ellipſim A.E.B.F.

ΑΠΟΔ. Etenim ſphærois ſecatur, vel per axem, vel perpendiculariter axi, hoc eſt

a ad 23 de fin. huius. per diametrum, vel obliquè ad axem. Duobus primis modis ſecatur bifariã, vt antea definiuimus[a]. At ſi fuerit ſectio obliqua ad axem, fiat ſecundum lineam C. D. communem nempè occurſum tam plani ſecantis per C. D. quàm plani acti per axem A. B. Siquidem Ellipſeos A.E, B.F. eiuſdem quæ figuram produxit diameter eſt C.D.& proinde ſunt ęquales, ſimiles & ſimiliter poſitæ partes C.A.F.D,& C.E.B.D. Ipſæ ergo ęquales & ſimiles deſcribunt figuræ partes: vt quoque antea definiuimus[a]. Quocumque ergo modo planum agatur, dummodo tranſeat per centrum, ſecat ſphæroidem, ſphæroidiſque ſuperficiem in partes æquales, quod erat demonſtrandum.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propoſitio fidem omnem accipit à 23. definitione huius:ita vt ex poſitione circumuolutionis, qua ſphæroides gignitur,tota dependeat. Archimedes quidem duplici vtitur ſphæroide, & aliquot ſectionibus: Deinde fruſta ſibi inuicem applicat, concluditque, quia Ellipſium ex diuiſionibus enatarum partes conueniunt, corpora eſſe æqualia, ſuperficieſque ambientes æquales. Verùm multa à proteruo negari poſſint, cui non ſatisfiet niſi recurratur ad principium, ac niſi principij authoritate propoſitio fulciatur. Quæ cùm nuda ſit, facilè mihi perſuaſi ſuperiorem ratiocinationem hic admitti faciliùs, cum & principio nitatur, & nihil mechanicum redoleat, & demum ſenſui ac rationi ſit accommodatior. Sunt enim qui ſuperpoſitiones illas reijciant in Geometria (quamquam alij & viri graues admittant) tum nudum principium longiſſimè recedit ab integro conceptu propoſitionis, denique concluſioni, ſeu συμπέρασμα plenè ſola definitione non ſatisfieret.

ΠΡΟΤΑ. ΚΑ.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου· δυνατόν ἐστι τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

PROPO. XXI.

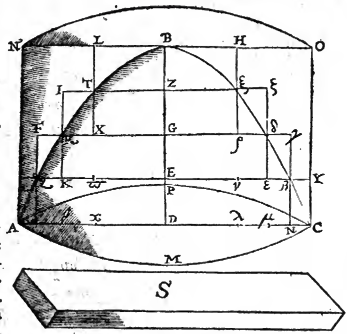
Dato ſegmento cuiuſlibet conoidis reſecto plano recto ad axem : aut ſphæroidis cuiuſcumque fruſto non maiore dimidia ſphæroide ſimiliter auulſo : poſſibile eſt ſegmentum ſolidum inſcribere, & aliud circumſcribere ex cylindris æqualem altitudinem habentibus ſimul compoſitis, ita vt circumſcripta figura inſcriptam minori exſuperet omni propoſita ſolida magnitudine.

ΥΠΟΘ. Sit fruſtum conoidis vel ſphęroidis, non tamen dimidia ſphęroide maius A.B.C.plano reſectum ad axem B.D.perpendiculari,& exponatur magnitudo S.lineę.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propoſitum fruſtum conoidis ſeu ſphęroidis plano ſecatur recto ad axem, fit[b] baſis A.P.C.M. circulus, cuius diameter A.C.à punctis ergo A. & C. erigantur[c] duæ lineæ parallelę axi B.D. eidemque ęquales, quę ſint A.N.& A.O. iungaturque N.O.vt fiat parallelogrãmum N.C. ex cuius reuolutione habeatur[d] cylindrus A.O.ſuper eadem baſi ac fruſtũ propoſitum,&in eodẽ axe B.D.circulus verò cuius diameter N.O.tãget[e] figuram in B.pũcto,quia in eodem eãdem tãgit[f] linea N.O. parallela ipſi A.C.Iam bifariã diuidatur[g] cylindrus A.O.plano acto per G. punctũ dimidij axis B.D.& ad axem perpendiculari, tum ſemeſſes dirimantur rurſus bifariã actis planis per dimidios axes,& ad ipſos perpẽdicularibus:& demũ toties fiat partiũ bifaria diuiſio, vt

b per 12. huius.
c per 31 l.1.
d per 21. defin.l. 11.
e per coroll. part. 2 propoſit. 17. huius.
f per 17. l. 1. conic.
g per 13 l.12

tandem deueniatur[a] ad cylindrum A. Y. cuius axis E.D. & baſis eadem quæ fruſti, & demum qui minor ſit expoſita magnitudine S. Iam per axem B.D. agatur planum ſectionẽ faciens A.B.C. Hęc deſcriptos cylindros vſpiam ſecabit, vt in punctis Q. R. T. & alijs. Per hæc itaque puncta lineæ agantur parallelæ, & æquales axibus cylindrorum, cuiuſmodi ſunt F.Q, Q.V, I.R, R.k, L.T, T.X. & aliæ oppoſitæ. Harum verò parallelarum partes, quæ tendunt in gibbum figuræ, vt F.Q, I.R, T.L. egrediuntur[b] figuram, reliquæ in contrarias partes actę, eandem ingrediũtur. Iam tandem circa axes æquales B.Z, Z.G, G.E, E.D. reuoluantur parallelogramma A.Y. cum V.β, Q.γ. cum K.δ. & reliqua: fient[c] quippè tum extra figuram, tum intra figuram cylindri.



a per coroll. prop. 1 l. 10.

b per 19. huius.

c per 21. defin. l. 11.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram ex cylindris exterioribus A.Y, F.β, I.δ, L.ξ. compoſitam, quæ nempè circumſcribitur circa expoſitum conoidis, aut ſphæroidis fruſtum, excedere figuram ex interioribus cylindris V.β, k.δ, X.ξ, compoſitam, & fruſto inſcriptam, minori, quàm ſit quantitas S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura circumſcripta excedit inſcriptam partibus cylindricis comprehenſis ſub duabus ſuperficiebus, concaua & conuexa. & partibus circulorum interſecantium: earumque ſpiſſitudines ſunt A.Q, Q.R, R.T, T.B, & aliæ oppoſitæ. Atqui hę partes cylindricæ ſimul æquales ſunt toti cylindro A.Y. vt patebit ſi intelligantur ſuperiores parallelæ produci vſque in A.C. & incidere in puncta θ κ λ μ π ν. Nam in reuolutione totius A.Y. fiet[d] cylindrus κ.ν. æqualis ipſi T H. tum cylindrica pars ſpiſſa latitudine θ π. vel λ ι. æqualis erit[e] ei quæ fit ſpiſſitudine R. T. vel ξ.δ. circumuoluens ſcilicet interiorem cylindrum X ξ. Adhuc cylindrica portio ſpiſſa V.K. vel μ.β. par erit ei quæ continetur inter ſuperficies deſcriptas à parallelis Q.F, R. k. vel δ ι. & β γ Eſt autem totus cylindrus A.Y. minor magnitudine S. Igitur circumſcripta figura excedit inſcriptam quantitate minori quàm ſit S. quod fuerat demonſtrandum.

d per 14. l. 12.

e per 3. communi ſent.

ΑΛΛΩΣ Cum ſint B.Z, Z.G, G-E, E.D. æquales, ſunt cylindri inſcripti V.β, R. E, T ρ. æquales exterioribus F.β, I.δ, L ξ. Atqui de numero exteriorum eſt cylindrus A.Y. qui minor eſt propoſita magnitudine S. Ergo exteriores excedunt interiores minori magnitudine S.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes ſua fabrica videtur intelligere Circulos natos in ſegmento conoidis aut ſphæroidis ex diuiſionibus cylindri A.O. fluere ſupra & infra puncta, quibus ſectionem A.B.C. attingunt, vt ex fluxu in altum fiant cylindri externi, ex fluxu verò deorſum, conſtituantur interni. Exempli gratia circulus, cuius diameter eſt Q.β. deorſum latus producit cylindrum V.β. interiorem: at ſurſum profluens facit externum F.β. Ita ſit de aliis: Tandem ſubiungit hæc verba. διαιρείσθω δὲ α β. γ δ. εἰς τὰς ἴσας τὰς ι. δ. κατὰ τὰ ρ. ο. π. ξ. Quod quidem iam factum eſt ex cylindri A.O. continua bipartitione: vti Archim. vult ſectionem fieri diametri B.D. ait enim τῷ δὲ κυλίνδρῳ τούτῳ ἀεὶ δίχα τεμνομένῳ &c. Nihilominus ſi fortaſſe ex cylindro A.O. voluerit primo tollere pluſquam dimidium, deinde ex reliquo pluſquam dimidium, & ita diuiſiones perſequi, quoad deueneris[f] ad cylindrum minorem propoſita magnitudine S. committendum tamen eſſet, vt diameter huius reliqui cylindri commenſurabilis eſſet toti axi B.D. vt poſſet æqualiter diuidi.

f per 1. l. 10

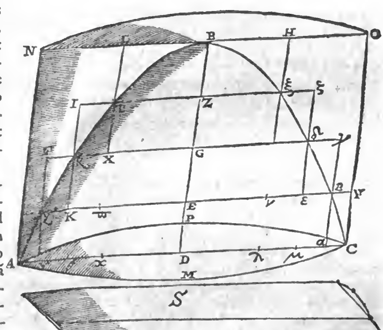
Tuncque poſſet non eſſe diuiſio perpetua ſecundum rationem multiplicem: & tamen ex diuiſione facta per quemcumque numerum propoſitio concluderetur, ſicuti videre eſſet in figuris ita fabrefactis, vt vel ſectionum numerus eſſet in partes numero impares, vel in partes quidem pari numero, ſed non ratione multiplici. Denique ſectiones omnes fieri debere æquali altitudine hinc patet: quia oportet omnes cylindricas portiones altitudinis eſſe eiuſdem, ac totus eſt A.Y. cylindrus, vt ſcilicet fiat omnibus ſimul iunctis æqualis.

PROP. XXII.

Portione data cuiuſuis conoidis plano ſecta non recto ad axem, vel cuiuſcumque ſphæroidis non maiore dimidia ſphæroide ſimiliter reſecta: poſſibile eſt in ipſa figuram ſolidam inſcribere, & aliam circumſcribere ex cylindrorum fruſtis conſtantes, ita vt circumſcripta figura inſcriptam exſuperet quantitate minori, quàm ſit quælibet expoſita ſolida magnitudo.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μεῖζον ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμημένου· δυνατόν ἐστιν εἰς αὐτὸ τὸ τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.



ΥΠΟΘ. Sit conoidis vel ſphæroidis portio A.B.C. & ſi ſphæroidis ſit non maior ponatur dimidia ſphæroide. Hæc plano reſecetur obliquo ad axem, ita vt fiat *a* ſectione Ellipſis, quæ ſit A.M.C.P. cuius diameter A.C.

a per 13. vel 14 vel 15. huius

ΚΑΤΑΣ. Vt habeatur axis expoſitæ portionis, ſecetur conois vel ſphærois, cuius fruſtum eſt per axem, & ſit ſectio in portione A.B C. quã in B. tangat *b* N.O. parallela ipſi A.C planumque agatur per O. N. ſimiliter parallelum ei, in quo eſt Ellipſis A.M.C.P. Ipſum ſiquidem tanget *c* ſectionem in eodem puncto B. Atque ſi portio ſit parabolicæ conoidis ducatur à puncto tactus B. linea B.D. parallela axi: Si verò ſit hyperbolicæ conoidis ducatur à vertice coni comprehendentis conoidem, & per B. producatur linea B.D. Demum ſi ſphęroidis ſit, à centro ipſius ducatur linea quę intra portionem recipiatur, & ſit recepta B.D. Sic perpetuo B.D. bifariam ſecabit *d* A.C. & ex conſequenti B. erit vertex portionis, & B.D. axis ſecundum Archimedem, etſi ſecundum Apollonium, cui non omnis Diameter axis eſt, aliter accidere poſſit. Datis ergo Ellipſi A.M.C.P. baſi, & linea D.B. axe à centro D. baſis non recto excitata inuenias *e* cylindrum, in cuius ſuperficie ſit eadem acutianguli cylindri ſectio, & verticem habeat punctum B. per quod planum agatur parallelum baſi A.M.C.P. & in cono inuento Ellipſim conſtituat præcedenti parallelam & æqualem. Ipſe autem cylindrus egredietur *f* expoſitam portionem A.B.C. quia eius latera, cuius partes ſunt A.N, C.O. parallela ſunt axi B.D.

b per lemma ad 13. huius.

c per 2 partem aut coroll. ipſius 2 partis prop. 17. huius.

d per 46 & 47. l. 1. con.

e per 9. huius.

f per 19. huius.

Rurſus diuidatur B.D.bifariam in G. tum ſemiſſes ipſius adhuc bifariam punctis Z. & E. totieſque fiat illa partitio in ratione dupla, vt per diuiſionum puncta actis planis præcedentibus parallelis fiat [a] fruſtum cylindri A.Y. minus propoſita magnitudine S. *a per coroll. prop. 1. l. 10* Tandem per axem B.D.agatur planum efficiens ſectionem A. B. C. quæ alicubi tangat Ellipſes in portione conceptas [b], vt putà in punctis Q.R.T, ξ δ.β. per quæ lineæ agantur parallelæ axi B.D. partim intra portionem, partim extra excurrentes: Ellipſes *b per 13. vel 14. vel 15. huius.* demum fluant intra has parallelas, nempè quæ diametrum habet Q.β. infra feratur altitudine E D. ſupra verò altitudine E. G. quæ verò diametrum habet R. δ. deorſum abeat intra R. K, D.E. longitudine G.E. ſurſum verò attollatur intra R.I, δ.ζ. altitudine G.Z. Denique ea cui diameter eſt ξ.T. faciat T. δ. infra, & T. H. ſupra. Hoc enim modo figura circumſcribetur conſtans cylindrorum fruſtis T.H, R.ξ, Q.γ, A.Y. inſcribeturque alia compoſita ex fruſtis interioribus V.β, K.δ, X.ξ.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram circumſcriptam quantitate excedere inſcriptam minori magnitudine S.

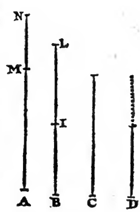
ΑΠΟΔ. Vt in ſuperiori demonſtratione patebit fruſtum cylindri A. Y. æquale eſſe exceſſui, quo circumſcripta figura inſcriptam ſuperat: quod cùm ſit [c] minus magnitudine S. rectè ſequitur quod fuerat probandum. *c per fabricam.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Græca propoſitio deficit, tam in manuſcriptis, quàm impreſſis codicibus. Liber manuſcriptus pro μὴ μείζονος ἡμίσεος legit, μὴ μείζονος ἡμικυκλίῳ aperto errore, quem typi correxerunt: deinde vtrobique habetur δυνατὸν ἐστὶν εἰς τὸ τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι ἐκ κυλίνδρων, vbi reſtitui, καὶ ἄλλο περιγράψαι.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima ſit quàm ſecunda maior; prima verò minori quantitate ſuperet tertiam quàm ſecunda quartam: quarta minor erit quàm tertia. Inuerſo verò ordine, ſi prima ſit minor ſecunda, minorique quantitate tertia excedat primam, quàm quarta ſecundam, erit quarta maior tertia.



ΥΠΟΘΕ. Sint quatuor magnitudines A.B.C.D. & ſit A. maior quàm B. Tum A. ſuperet C. quantitate M.N. minori, quàm ſit L.I. ea nempè qua B. ſecunda ſuperat D. quartam.

ΣΥΜΠΕ. Dico D. minorem eſſe tertia C.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam A.N. eſt maior quàm L.B, ſi à maiori auferatur N.M. minor, à minori verò L.B. maior L.I. remanebit A.M. multo maior quàm ſit I.B. Sed M.A. eſt æqualis ipſi C. & I.B. ipſi D. Ergo D. eſt quoque minor quàm ſit C. quod fuit probandum.

ΥΠΟΘ. Rurſus ſit prima D. minor, ſecunda C. minoriq; parte tertia B. L. excedat primam D. quàm quarta A.N. ſecundam C.

ΣΥΜΠ. Dico A. quartam eſſe maiorem tertia B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I.B. æqualis ipſi D. & A.M. par ſecundæ C.

ΑΠΟΔ. Quoniam differentia M.N. quartæ nempè ſupra tertiam, ponitur iam maior exceſſu L.I. tertiæ ſupra primam: Tum M.A. æqualis ipſi C. maior eſt quā D. ſeu quàm B.I. ſequitur totam N.A. maiorem eſſe tota B.L. quod fuit oſtendendum.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμεν τὰ προβεβλημένα τῶν σχημάτων.

His præſcriptis demonſtrabimus quæ prępoſita fuerant de figuris.

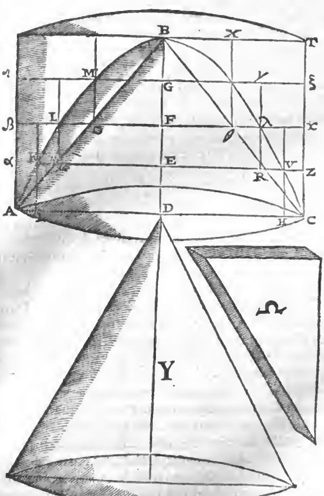
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ huc vſque demonſtrauit Archimedes, ea duntaxat in gratiam ſequentium præmiſit. Scopus enim operis eſt vt præcipuè oſtendat, quæ proponuntur theorematibus ſequentibus 23.26. & reliquis, quæ dicit τὰ ϖροβεβλημένα, quia iam procemio inter definitiones prætulerat: Verùm quia hic repetuntur, ea interim ſubticueramus. Intelligamus ergo quò nos Archimedes, ſuarum demonſtrationum filo deducat.

PROPO. XXIII. | ΠΡΟΤΑ. ΚΓ.

Omnis portio rectangulæ conoidæos reſectæ plano recto ad axem, ſeſquialtera eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & axem.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα.



ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. ſectæ plano recto ad axem, & baſim habens circulum, cuius diameter A. C. axis B. D. ijſdem baſi & axe ponatur conus A. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico portionem conoidis ſeſquialteram eſſe coni.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur conus Y. ſeſquialter coni A. B. C. Et quoniam qui negauerit portionem A.B C. eſſe coni A.B. C. ſeſquialteram, negabit identidem portionem eſſe æqualem cono Y. fateatur oportet ipſam eſſe cono Y. vel maiorem vel minorem: & quodcumque ſtatuerit, erit vtriuſque aliqua differentia. Sit ea magnitudo Ω. Atque circa portionem conſcribatur [a] ſolida figura, aliaque intra eandem inſcribatur, vtraque cylindris conſtans ſub pari altitudine: ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit Ω. differentia portionis, & coni Y. Maximus autem cylindrus, qui in huiuſmodi figurarum deſcriptione ſumitur, vt antea determinatum eſt [a] ſit A. T. Hic quidem erit duplus coni Y. nam triplus eſt [b] coni A.B.C. cuius conus Y. ponitur ſeſquialter. Tandem maneant plana ſecantia conum A.T. in conos æquales [c], putà quorum axes ſunt, & baſes æquales. Denique cylindrus A.T. portio A.B.C. & conus A.B.C. plano ſecentur per axem B.D. & fiant planorum ſeſe interſecantium occurſus lineæ quæ diagrammate patent.

[a] per 21. huius.
[b] per 10. li. 12.
[c] per 11 l. 12. vel 14.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ponatur primum portio A. B. C. maior cono Y. Quandoquidem ſic ex quatuor magnitudinibus circumſcripta figura, portione conoidis inſcripta figura & cono Y. prima eſt maior ſecunda: tum prima ſuperat [a] tertiam minori quantitate quam ſecunda quartam. Ergo conus Y. quarta ſcilicet eſt [b] minor inſcripta figura ſeu tertia. Iam cylindrus conſcriptæ figuræ primus A. Z. cuius altitudo D. E. eſt [c] ad primum inſcriptæ cylindrum I. V. ſicuti quadratum A. C. ad quadratum I. H. Hoc eſt vt quadratum [d] A. D. ad quadratum I. D. ſeu [e] ad quadratum K. E. Verum vt quadratum A. D. ad quadratum k. E. ſic eſt [f] B. D. ad B. E. hoc eſt [g] A. D. ad N. E. Ergo cylindrus A. Z. eſt [h] ad cylindrum I. V. vt A. D. ad N. E. Rurſus α κ. cylindrus eſt [c] ad cylindrum L. R. vt quadratum α. z. ſeu A. C. ad quadratum μ. R. ſeu L. λ. hoc eſt [d] vt quadratum A. D. ad quadratum L. F. ſeu vt [f] linea B. D. ad lineam B. F. vel demum vt [g] linea A. D. ad lineam F. O. Denique oſtendemus ſimili modo cylindrum β. ζ. eſſe ad cylindrum M. θ. vt A. D. ad P. G. Sunt [i] igitur tres cylindri A. z, α. λ, β. ζ. æquales ad tres cylindros figuræ inſcriptæ I. V, L. R, M. θ. inæquales, vt linea A. D. ter repetita vel vt tres æquales A. D, α. E, β. F. ad tres N. E, O. F, P. G. impares. Primis cylindris æqualibus addamus quartum æqualem η. T. & lineis æqualibus addamus quartam parem η. G. ſic enim incidemus in hypotheſim ſecundæ huius. Erunt primo 4. cylindri inter ſe, nempe æquales, vt quatuor lineę inter ſe, nimirum æquales. Et ex illis cylindris aliqui ſcilicet 3. ſunt ad tres alios cylindros, vt ex his lineis tres ſunt ad tres alias lineas quæque ad quamque. Proinde erunt [l] quatuor inter ſe æquales cylindri ſeu toties cylindrus A. T. ad inſcriptam figuram, vt quatuor lineæ æquales A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Atqui quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. pari exceſſu progrediuntur, & eſt exceſſus omnium minimæ æqualis. Etenim ſunt inter ſe ſicut B. D, B. E, B. F, B. G. quarum exceſſus eſt omnium idem, & æqualis minimæ B. G. Proinde quatuor æquales ſunt [m] pluſquam duplæ trium inæqualium N. E, O. F, P. G. ſcilicet quam quatuor maxima A. D. dempta. Ergo totus cylindrus A. T. eſt pluſquam duplus inſcriptæ figuræ. Verum idem cylindrus probatus eſt duplus tantum coni Y. Ergo conus Y. maior eſt inſcripta in portione figura ex cylindris conſtante, ſed idem Y. conus iam eſt oſtenſus minor eadem figura inſcripta. Eſſet ergo maior & minor eadem quantitate, quod eſt abſurdum. Abeſt ergo à veritate portionem A. B. C. maiorem eſſe cono Y.

Ponatur iam portio minor cono Y. & omnibus vt facta fuere conſtantibus: Quatuor rurſus quantitates erunt, prima inſcripta figura, ſecunda portio conoidis, tertia conſcripta figura, quarta conus Y. quarum prima minor eſt ſecunda, & tertia minori quantitate excedit primam, quàm quarta ſecundam. Proinde quarta ſeu conus Y. eſt [n] maior tertia nempe conſcripta figura. Atqui cylindrus A. z. primus quatuor æqualium eſt ad ſeipſum vt primum figuræ circumſcriptæ ſicuti linea A. D. ad A. D. lineam. Deinde cylindrus α κ. eſt [c] ad cylindrum κ. S. ſecundum circumſcriptæ vt quadratum α. z. ad quadratum K. V. hoc eſt [d] vt quadratum α. E. ſeu A. D. ad quadratum K. E. hoc eſt vt B. D. ad B. E. hoc eſt [f] demum vt A. D. ad E. N. Denique ſic demonſtrabimus cylindrum β. ζ. eſſe ad cylindrum L. γ. vt A. D. linea ad F. O. & cylindrum η T. ad cylindrum M. X. vt A. D. ad P. G. Et ex conſequenti quatuor A. D. ſeu quatuor ipſi æquales ſingulæ A. D, α. E, β. F, η. G. ſunt ad quatuor inæquales A. D, N. E, O. F, P. G. (quæ ſe æqualiter ſuperant, & eſt exceſſus æqualis omnium minimæ,) vt totus cylindrus A. T. ad circumſcriptam portioni conoidis figuram: Atqui illæ quatuor lineæ æquales, ſunt [m] minores quam duplæ quatuor inæqualium. Ergo cylindrus A. T. minor eſt quam duplus circumſcriptæ figuræ. Verum idem A. T. duplus eſt coni Y. Ergo conus Y. eſt minor circumſcripta figura. Qui tamen mox oſtenſus eſt maior. Eſſet ergo conus Y. eadem figura maior & minor, quod omni rationi aduerſatur. Neque ergo cono Y. expoſita rectangulæ conoidis portio maior eſt. Manet igitur vt illi ſit æqualis, & ex conſequenti [o] ſeſquialter coni A. B. C. quod fuit probandum.

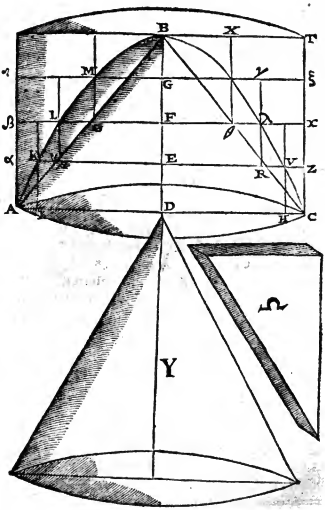
a per fabr.
b per lemma proximum.
c per 11. & 2 l. 12.
d per 15. l. 5
e per 7. l. 5
f per 20 l. 1 Conic.
g per 2 & 4. l. 6.
h per 11 l. 5.
i per 18 l. 5
l per 2. huius.
m per 1 huius.
n per lemma proximum.
o per 7. l. 5.

PROP. XXIV.

Etiam ſi plano non recto ad axem reſecetur portio à rectangula conoide ſimiliter ſeſquialtera erit ſegmenti coni baſim habentis eandem cum portione, & axem eundem.

ΠΡΟΤ. ΚΔ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. quæ plano intelligatur (figura etenim præcedens reperitur, cum alia non potuerit reſecari præ temporis anguſtia, & feſtinantis præli impoſita neceſſitate) ſecta non recto ad axem B. D. quæ proinde

a per 13. huius. baſim habeat *a* Ellipſim, cuius

b 9. huius diameter A. C. Sit *b* præterea inuentus conus, cuius vertex B. capiens Ellipſim cuius diameter A. C. eiuſque ſit A. B. C. ſegmentum.

ΣΥΜΠ. Dico conoidis portionem eſſe ſeſquialteram ſegmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Quo negato ponatur vt in ſuperiori propoſitione Y. ſegmentum eius coni qui capiat Ellipſim ſua ſuperficie, cuius eſt diameter A. C. cuius quidem ſegmenti Y. axis ſit ſeſquialter axeos

c per lemma 5. ad 11 huius. B. D. vt ſegmentum Y. ſit *c* ſegmenti A. B. C. ſeſquialterum. Etenim aut portio conoidis A. B. C. maior erit ſegmento Y. aut minor, ne

d per 7. l. 5. ſi æqualis ipſi eſſet, etiam haberet *d* ad ſegmentum A. B. C. ſeſquialteram rationem. Cum ergo oporteat eſſe inæquales quantitates, ponatur ambarum differentiam eſſe

e per 22. huius. ſolidum Ω. Atque circa portionem circumſcribatur *e* figura, alteraque inſcribatur in portione vtraque cylindrorum fruſtis conſtans, ita vt circumſcripta excedat inſcriptã minori, quam quantitate Ω. Primum autem fruſtum cylindri capientis Ellipſim cuius

f Ex hypotheſi. diameter A. C. fuerit A. T. Hoc enim duplum erit ſegmenti coni Y. *f* Reliqua tandem appareant in diagrammate tam plana, quibus A. T. fruſtum diuiditur in alia fruſta æ-

g per 3 lema ad 11. huius. qualia *g* quam eorum altitudines æquales in diametro B. D.

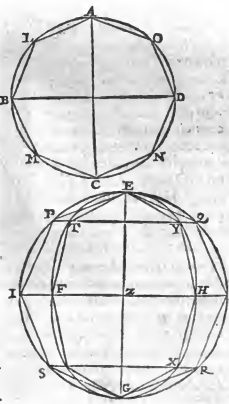
ΑΠΟΔ. Si primùm poſuerimus portionem A. B. C. ſegmento Y. maiorem, ex quatuor magnitudinibus circumſcripta figura, portione conoidis, inſcripta figura & ſegmento coni Y. prima erit maior ſecunda, tum prima ſuperabit tertiam minori quanti-

tate quam ſecunda quartam. Proinde coni ſegmentum Y. erit ª minor inſcripta figura. Iam fruſtum cylindri A. Z. eſt ᵇ ad fruſtum I. V. vt Ellipſis cuius diameter A. C. ad eam cuius eſt diameter I. H. ſeu K. V. At quia Ellipſes iſtæ ſunt ᶜ ſimiles, ſe habent ᵈ inter ſe ſicut quadratum A. C. ad quad. K. V. ſeu veluti ᵉ quadratum A. D. ad quad. k. E. hoc eſt ᶠ ſicuti B. D. ad B. E. Vel ᵍ D. A. ad E. N. Ergo fruſtum A. Z. eſt ʰ ad fruſtum I. V. primum figuræ inſcriptæ, vt A. D. ad E. N. ſimili ratione eſt α. κ. fruſtum ad μ. λ. fruſtum vt A. D. ad F. O. Et demum β. ζ. fruſtum eſt ad tertium M, θ. vt A. D. ad M. G. Habemus igitur quatuor quãtitates, fruſta nempe A. z, α. κ, β. ζ, η. T. & aliæ quatuor, nempe quater A. D, vel quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, δ. G. quarum quæque vni A. D. eſt par. Atque illæ ſe habent inter ſe ſicuti hæ. Omnes enim ſunt inter ſe in ratione æqualitatis. Tum illarum, vt & harum quædam ad alias comparantur ſimiliter: nempe A. z. ad I. V. vt A. D. ad N. E. deinde α. κ. ad L. K. vt α. E. ad θ. F. præterea tertium fruſtum β. ζ. eſt ad fruſtum M. θ. vt β. F. ad P. G. quartum autem δ. T. ad nullum refertur, vt nec quarta η. G. Proinde quatuor fruſta cylindri vel totum fruſtum A. T. eſt, ⁱ ad inſcriptam figuram vt quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Verum cum hæ quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. ſeſe pari exceſſu ſuperent, minimaque omnium P. G. ſit æqualis exceſſui (nam ſe habent ſicuti B. D, B. E, B. F, B. G.) Illæ quatuor æquales ſunt ˡ harum quatuor inæqualium maxima dempta, ſeu trium N. E, O. F, P. G. maiores quam duplæ: eſt igitur fruſtum cylindri A. T. maius quam duplum inſcriptæ figuræ. At tantum duplum eſt fruſti Y. Ergo fruſtum Y. maius eſt inſcripta figura. Sed oſtenſum eſt minus. Ergo in abſurdum incidimus ex eo quod poſuerimus fruſto Y. maiorem portionem.

a per lemma ad 23. huius.
b per 2. lemma ad 11. huius.
c per corol. 2. prop. 15. huius.
d per man. 2. huius.
e per 15 l 5
f per 20. l 1. Conic.
g per 4. l 6.
h per 11. l 5
i per 2. huius.
l per 1. huius.

Ponatur iam minor: Etenim adhuc incidemus in abſurdum, tandemque concludemus fruſtum Y. maius & ſimul minus conſcripta circa portionem figura. Neque igitur portio fruſto Y. minor eſt: ſequitur proinde vt ſit illi æqualis, habeatque rationem ſeſquialteram ad fruſtum coni A. B. C. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ A.



Datis circulo & Ellipſi, deſcriptaque in circulo figura laterum æqualium longitudine & numero parium: deſcribere in Ellipſi figuram, ad quam inſcripta circulo ſit, vt circulus ad Ellipſim.

ΥΠΟΘ. Sit circulus A. B. C. D. datus, Ellipſiſque E. F. G. H. data: In circulo ſit inſcripta figura parium numero laterum & longitudine æqualium A. L, B. M, C. N, D. O.

ΚΑΤΑΣ. Centro Ellipſis z. deſcribatur circulus E. I. G. K. diametro E. G. maiori Ellipſeos datæ: & in eo inſcribatur figura ſimilis figuræ prioris circuli quæ ſit E. P, I. S, G. R, K. Q. huius anguli iungantur lineis Q. P, K. I. & R. S. & per puncta quæ iungentes notabunt in Ellipſi, agantur lineæ quæ inſcribant in Ellipſi figuram E. T, F. V, G. X, H. y.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram A. L, B. M, C. N, D. O. eſſe ad figuram E. T, F. V, G. X, H. Y. ſicuti circulus A. B. C. D. ad Ellipſim E. F. G. H.

ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ in circulis deſcriptæ ſunt ſimiles, vt circulus prior eſt ad poſteriorem, ſic eſt ᵐ figura prior ad poſteriorem; Atqui vt poſterior circulus eſt ad Ellipſim ſic eſt ⁿ figura poſterior ad figuram El-

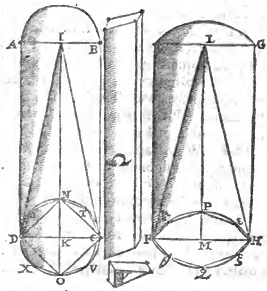
m per 1. & 2. l. 12.
n per coroll. 6. huius.

a per 12. l. 5 lipſi inſcriptam. Ergo vt circulus prior ad Ellipſim, ſic ex æquo figura prior eſt a ad figuram Ellipſi inſcriptam, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ B.

Si ſub eodem faſtigio exiſtant cylindrus & fruſtum cylindri, vel conus & ſegmentum coni: erunt inter ſe ſicuti baſes.

ΥΠΟΘ. Sit cylindrus A. B. C. D. & fruſtum cylindri E. F, H. G. vel conus D. I. C. & ſegmẽtum coni F. L. H. ſintque vtriuſque altitudines I. K. & L. M. æquales.



ΣΥΜΠ. Dico cylindrum A. B. C. D. & fruſtum cylindri E. F. H. G. vel conum D. I. C. & ſegmentum coni F. L. H. eſſe vt ſunt inter ſe circulus D. N, C. O. baſis cylindri vel coni, & Ellipſis F. Q, H. P. baſis fruſti vel ſegmenti.

ΚΑΤΑΣ. Si enim fruſtum E. H. non eſt ad cylindrum A. C. vt Ellipſis F. Q. H. P. ad circulum D. O, C. N. ſit ipſum fruſtum ad aliquod corpus Ω. vt Ellipſis ad circulum. Etenim erit Ω. maius vel minus cylindro A. C. Sit itaque imprimis cylindrus A. C. maior corpore Ω. & quidem quantitate ψ.

b per 6. l. 4 Tum in circulo D. O, C. N. deſcribatur b primo quadratum D. O, C. N. quod ſit maius dimidio circuli & intra cylindrum A. C. imaginemur quadrata columna deſcripta baſi quadrato D. O, C. N. & altitudine cylindri I. k. Sic enim abſtulerimus à cylindro pluſquam dimidium, vt facillime probabitur. Rurſus in ſegmentis circuli deſcribamus triangulos, cuiuſmodi vnus eſt D. S. N. qui etiam erit pluſquam dimidium ſegmenti D. S. N. ſicuti erunt & reliqui trianguli pluſquam dimidij ſuorum ſegmentorum. Intelligantur his triangulis tanquam baſibus deſcribi priſmata in ſegmentis cylindri relictis ex quadrata columna, & horum priſmatum altitudo ſit æqualis altitudini cylindri, hæc quidem priſmata maiora erunt dimidio partis cylindri, reliquæ poſt ablatam ex cylindro præcedentem quadratam columnam. Denique hoc modo ita perſequamur reſectionem partium maiorum dimidio reliqui ex cylindro, donec peruenerimus ad aliquod reſiduum minus quantitate ψ. ita vt parallelepipedum ſeu laterata figura intra cylindrum deſcripta ſit adhuc maior corpore Ω. Hæc autem figura baſim habeat octogonum D. X, O. V, C. T, N. S. Tandem deſcribamus c in Ellipſi F. Q, H. P. figuram

c per lemma prec. F. θ, Q. ζ. H. ι, P. S. quæ ſit ad octogonum præcedens ſicuti eſt Ellipſis ad circulum. Atque hac figura in Ellipſi deſcripta tanquam baſe intelligamus figuram lateratam parallelepipedam deſcribi intra cylindri fruſtum, & in altitudine ipſius fruſti.

d per 11. l. 5 ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam E. H. eſt ad Ω. vt Ellipſis ad circulum, hoc eſt d vt figura in

e per coroll. 7. l. 11. Ellipſi deſcripta ad figuram circulo inſcriptam, hoc eſt e rurſus vt parallelepipedum in

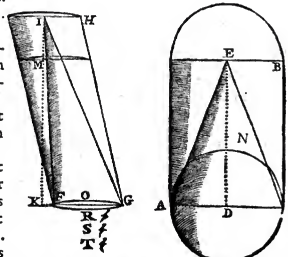
f per 16. l. 5 fruſto deſcriptum ad parallelepipedum in cylindro compoſitum: eſt f viciſſim E. H. ad parallelepipedum in ſeipſo deſcriptum vt Ω. ad parallelepipedum in cylindro conflatum. Ergo vt fruſtum E. H. maius eſt g ſuo parallelepipedo, vt parte ſui, ſic Ω eſt maius

g per 9 cōmun. ſent. parallelepipedo cylindri: Atqui minus iam eſſe Ω. ipſo parallelepipedo in cylindro inſcripto, probatum eſt. Eodem ergo maius eſſet & minus, quod eſt abſurdum: non ergo corpus Ω. minus eſt cylindro A. C. Similiter probabimus Ω. non eſſe maius cylindro A. C. Cum ergo nec minus nec maius ſit, ſequitur vt illi ſit æquale. Et proinde fruſtum E. H. erit d quoque ad A. C. cylindrum vt eſt Ellipſis ad circulum, hoc eſt erunt inter

h per 10. l. 12. & per 1. ad 11. huius. ſe vt baſes. Haud alia ratio eſt de cono & coni ſegmento quæ præcedentium ſunt h partes tertiæ.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Cylindri & fruſta cylindrorum tum coni & ſegmenta conorum, habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus baſium & altitudinum.



ΥΠΟΘ. Exponantur cylindrus A.B. & fruſtum cylindri F.H. vel conus A. E. C. & ſegmentum coni F. I. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico eſſe inter ſe, in ratione baſis ſeu circuli A. N. C. ad Ellipſim ſeu baſim F. O. G. & ratione altitudinis E. D. ad altitudinem M. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt baſis eſt ad baſim, ita fiat R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem ita ſit S. ad T.

ΑΠΟΔ. Quoniam altitudines poſſunt eſſe æquales vel inæquales, ponantur primum æquales: ſic enim cylindrus A. B. erit[a] ad cylindri fruſtum F. H. vt circulus A. N. C. ad Ellipſim F. O. G. hoc eſt vt R. ad S. At quia altitudines ſunt æquales ex hypotheſi: ſunt quoque S. & T. æquales: & ad earum quamlibet eandem habebit R. rationem: proinde erit quoque cylindrus A. B. ad fruſtum cylindri F. H. vt R. ad T. Verum R. eſt[b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Ergo quoque cylindrus A. B. eſt ad cylindri fruſtum F. H. in ratione ex ijſdem compoſita.

a per lemma præced.

b per lemma 2. ad 4. l. 1. de ſph. & cylindr.

Ponantur vero altitudines inæquales. ΚΑΤΑΣ. Et in maiori I. k. ſumatur portio M. k. æqualis minori E. D. fiatque F. M. G. fruſtum cylindri illius altitudinis aut ſegmentum coni. Tum vt prius ſit R. ad S. vt baſis circulus cuius centrum D. ad baſim F. O. G. & S. ad T. ſit vt altitudo E. D. ſeu K. M. ad altitudinem I. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindrus A. B. eſt in eadem altitudine cum fruſto cylindri F. M. G. ad ipſum ille eſt[c] vt circulus cuius centrum D. ad Ellipſim F. O. G. hoc eſt vt R. ad S. Deinde quia fruſta cylindri F. M. G. & F. H. ſunt ſuper eadem baſi eſt[d] F. M. G. ad aliud F. H. vt altitudo M. k. ad altitudinem I. k. hoc eſt vt S. ad T. Ex æquo[e] ergo cylindrus A. B. eſt ad fruſtum F. H. vt R. ad T. Atqui R. eſt[b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt, ex rationibus baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Ex ijſdem ergo componitur ratio cylindri A. B. ad fruſtum F. H. quod fuit probandum. Idem de cono & ſegmento coni neceſſario concludetur [f].

c per 2 lemma proximum.

d per 3. lemma ad 11. huius.

e per 22. l. 5

f per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Commandinus hoc lemma ſuis in hunc librum doctiſſimis commentarijs, alio artificio probare conatur. Verum quia vtitur quadam partium biſecti cylindri applicatione, quæ nec clara eſt, nec, vt videtur, geometrica, propterea paulo, (fateor,) longiorem viam ſum aggreſſus, ſed arbitror, ſecuriorem.

PROP. XXV.

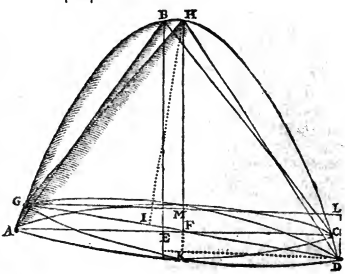
Si rectangulæ conoidis duæ portiones ſecentur planis, altero quidem recto ad axem altero obliquo, fuerint vero amborum portionum axes æquales, ſectiones erunt æquales.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

Εἴκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμητέωντι ἐπιπέδοιν τὸ μὲν ἑτέρῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἑτέρῳ μὴ ὀρθῷ, ἐόντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι, ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

ΥΠΟΘ. Sint ex quadam rectangula conoide reſectę duę portiones A. B. C. plano quidem ad axem recto: Et G. B. D. plano ad axem obliquo: vtriuſque vero ſint axes B. E, H. F. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico portiones eſſe æquales.



ΚΑΤΑΣ. Secetur conois plano per axem, vt fiant in reſectis portionibus parabolæ, A. B. C. & G. H. D. in qui-
a per 4. huius. bus deſcribantur trianguli A. B. C, G. H. D. æquales. [a] Tũ à puncto D. demittatur perpendicularis D. K. in H. F. longius productam: Tandem cum portionis G. H. D. baſis ſit [b] Ellipſis, cuius diameter
b per 13 huius. G. D. inueniatur [b] altera diametrus, minor ſcilicet qui ſit G. L. Denique intra portionem A. B. C. deſcribatur conus baſim habens eandem, eundemque axem cum por-
c per 9. huius. tione: tum in alio G. H. D. deſcribatur [c] coni ſegmentum eandem etiam baſim parẽque axem quàm portio habens: & à vertice H. demittatur perpendicularis H. I. in baſim, quę notet fruſti coni aut portionis altitudinem.

d per lemma proxim. ΑΠΟΔ. Segmentum coni H. G. D. eſt [d] ad conum A. B. C. in ratione compoſita ex
e per 6. huius. rationibus, Ellipſeos cuius diameter G.D. ad circulum cuius diameter A. C. & altitudinis H. I. ad altitudinem B. E. Atqui Ellipſis eſt [e] ad circulum, ſicuti rectangulum ſub diametris G. D, G. L. ad quadratum A. C. Tum G. F, F. D. ſunt æquales vt ſemiſſes diametri maioris: Etiam pares ſunt G. M. & K. D. nam trianguli G.D.L. baſi L. D. pa-
f per 2. l. 6. rallela eſt [h] M. F. Et proinde vt G. F, F. D. ſunt æquales, ſic ſunt [f] pares G.M. & M. L.
g per 34. l. 1 ſunt [g] vero in parallelogrammo K. L. latera oppoſita K. D. & M. L. æqualia, proinde-
h per 1. commun. ſent. que G. M. & K. D. ſunt [h] quoque pares. Ruſus k. D. & C. E. ſunt [i] æquales. Tandem
i per coroll. 4. huius. ergo G. M. & C. E. ſunt æquales, & ex [l] conſequenti earum duplæ G. L. & A. C. Igi-
l per 15. l. 5. tur rectangulum ſub G. D, G. L. & quadratum ex A. C. ſunt in eadem altitudine: &
m per 1. l. 6. ſe habent [m] ſicuti baſes G. D. & C. A. hoc eſt, ſicuti ſemiſſis F.D. ad ſemiſſem C. E. Idcirco ſegmentum coni G. H. D. eſt ad conum A. B. C. in ratione compoſita ex ea primum quam habet F. D. ad C. E. ſeu ad D. k parem, & ex ea deinde quam habet H. I. ad B. E. Sunt autem trianguli I. H F. & k D. F. æquianguli: nam anguli ad k. & I. ſũt
n per 4. l. 6. recti, qui vero ad F. pares vt ad verticem. Ergo vt F. D. ad D. k. ſic eſt [n] F. H. ad H. I. Dicamus ergo rurſus ſegmentum coni G. H. D. eſſe ad conum C.B. A. in ratione cõpoſita ex ratione F. H. ad H. I. & ex ratione H. I. ad B. E. hoc eſt, in ratione in qua eſt
o per lemma 2. de ſph. & cyl. F. H. ad B. E. quæ ex iiſdem componitur. [o] Atqui ſunt H.F. & B. E. ęquales ex hypotheſi. Eſt itaque conus æqualis ſegmẽto coni: & cũ ſint [p] portionib. in quib. deſcribũtur
p per 32 & 24. huius. in ratione ſubſeſquialtera ſequitur portiones itidẽ eſſe ęquales, quod fuit probandum.

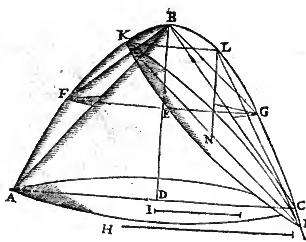
ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Κϛ.

Εἴκα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμητέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμήματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

PROP. XXVI.

Si rectangulæ conoideos duæ portiones ſecentur planis quomodocumque ductis: portiones huiuſmodi rationem inter ſe habebunt, quam quadrata axium earundem.



ΥΠΟΘ. Sit conois A. B. C. ex qua quomodocumque ſecentur duæ portiones, quarum axes æquales ſint lineis H. & I. Et ſunt iſtæ A. B. C. & F. B. G. quarum axes ſint B. D. æquales ipſi H. & B. E. par ipſi I.

ΣΥΜΠ. Dico has binas portiones ſe habere inter, ſe ſicuti axiũ earumdem, ſeu linearum H. & I. quadrata.

ΚΑΤΑΣ. Secetur expoſita conois per axem [a] fiatque hyperbole A. B. C. in qua lineæ ſint F. G, A. C. interſectiones nempe ſecantium conoidem planorum tam per axem quàm perpendiculariter axi. Ponimus enim primum portiones ſumi planis ad axem rectis. Iam in portionibus ſumptis deſcribantur coni in iiſdem baſibus iiſdemque altitudinibus quàm ſint portiones. *[a] per lemma 1. ad 11. huius.*

ΑΠΟΔΕΙ. Conus A. B. C. eſt [b] ad conum F. B. G. in ratione compoſita ex rationibus circuli ſeu [c] quadrati A. C. ad circulum ſeu quadratum F. G. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Vel [d] ex rationibus quadrati A. D. ad quadratum F. E. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Atqui ratio quadrati A. D. ad quadratum F. E. eadem eſt [e] quæ ratio B. D. ad B. E. Ergo conus A. B. C. eſt ad conum F. B. G. in ratione cõpoſita ex rationibus B. D. ad B. E. & B. D. ad B. E. hoc eſt, conus eſt ad conum in ratione duplicata eius quæ eſt B. D. ad B. E. Atqui quadratum axis B. D. eſt [f] ad quadratum axis B. E. in eadem duplicata ratione axis B. D. ad axem B. E. Ergo conus eſt ad conum, vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. Verum vt conus ad conum, ſic portio ad portionem: quia portiones ſunt [g] conorum ſeſquialtera. Igitur portio A. B. C. eſt ad portionem F. B. G. vt quadratum B. D. ad quadratum B. E. quod fuit probandum. *[b] per 11 huius. [c] per 2. l. 12. [d] per 15. l. 5. [e] per 20. l. 1 Conic. [f] per 20. l. 6 [g] per 23. huius.*

Cæterum ſi ſectio facta fuerit obliquè, vti eſt ea quæ fit Ellipſi K. N. M. nempe K. L. M. cuius axis ſit L. N. æqualis ipſi I. Aſſumpta portione recta F. B. G. cuius axis ſit æqualis axi obliquæ portionis: probabitur [h] obliqua rectæ æqualis. Et vt prius portionem A. B. C. eſſe ad aliam vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. hoc eſt L. N. *[h] per præcedentem.*

ΕΠΙΦΟΡΑ

Hinc deducimus in diuerſis conoidibus rectangulis ſumptas quomodocumque portione, quarum axes ſint æquales, ipſas eſſe æquales: & ſi axes fuerint inæquales, eaſdem ſe habere inter ſe ſicuti axium earumdem quadrata.

a per 17. definit. huius. ΑΠΟΔ. Etenim omnes conoides rectangulæ ſunt [a] ſimiles naſcunturque ex ſimilibus parabolis. Idem ergo eſt duas portiones ſumere in eadem conoide aut in diuerſis conoidibus. Si itaque æquales fuerint portionum ſeparatim ſumptarum axes, ipſæ æquales erunt [b]: ſi inæquales fuerint axes, ſe habebunt [c] portiones vt axium quadrata. *b per 25. huius.* *c per præſentem.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Mendum erat meo iudicio in textu propoſitionis tam apud manuſcriptum quam incuſſos codices. Sic manuſcriptus legit τοῖς παραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῆς: incuſſus vero ſic τοῖς παραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῆς, vterque male. Reſtitui τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν ſcilicet τμαμάτων, vt integrior ſit ſenſus. Alio ſed apertiſſimo errore ſculptus liber habet ἐπιπέδοις ὁποιῶ ἀγμένων pro ὁποιῶ ἀγμένοις.

PROP. XXVII.

Omnis ſectio obtuſiangulæ conoideos ſecta plano recto ad axem, ad conum baſim habentem eandem cum ſectione & altitudinem eandem, hanc habet rationem quam habet linea compoſita & ex æquali axi ſectionis & ex tripla adiectæ axi, ad lineam æqualem duabus axi ſcilicet ſectionis & duplæ adiectæ axi.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

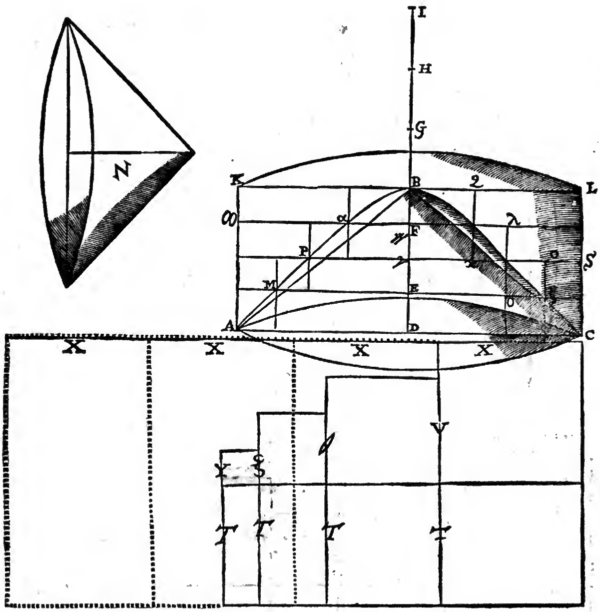
Πᾶν τμῆμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφότερα ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ΥΠΟΘ. Secetur quædam conois obtuſiangula plano ad axem erecto ſecundum lineam A. C. relinquente portionem A. B. C. quæ rurſus dirimatur plano per axem vt fiat hyperbole cuius axis B. D. & ſit linea [d] ad axem adiecta B. G. cui addantur æquales G. H. & H. I. Demum ſit conus A. B. C. eaſdem baſim & altitudinem habens, quas expoſita portio habet. *d Iuxta 16. definit. huius.*

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem A. B. C. eſſe ad conum A. B. C. vt linea I. D. ſe habet ad lineam H. D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus Z. qui ſit ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. Etenim ſi ſit portio A. B. C. æqualis cono Z. habemus [e] quod quærimus: ſi non erit portio maior vel minor ipſo cono Z. Sit primo maior ſi fieri poteſt. Tum circa portionem cōſcribatur [f] figura ſolida cylindris æqualiter altis conſtans, tùm alia inſcribatur ex cylindris parem illis altitudinem habentibus, ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quam ſit differentia qua portio & conus Z. ſunt inæquales. Producantur vero plana cylindrorum figurarum, quæ diuidant [g] cylindrum totum A. L. in cylindros æquales cum ſint altitudines pares. Tum quot ſunt cylindri in circumſcripta figura, tot ponantur lineæ T. ſingulæ æquales lineæ H. B. duplæ adiectæ ad axem. Ad vnamquamque autem ipſarum accedat [h] ſpatium excedens ſpecie quadrato, quorum maximum ſit rectangulo ſub H. D, D. B. æquale: minimum vero par ſit rectangulo ſub H. F, F. B. Exceſſus autem laterum æquales erunt ipſi F. B. Nam B. D. æqualiter diuiſa eſt, eritque latus maximi quadrati V. æqualis axi B. D. quia primum *e per 7. l. 5.* *f per 21. huius.* *g per 11. l. 12* *h per 29. l. 6*

eſt: latus vero Y. minimi æquale altitudini B.F. quia vltimum. Denique quot ſunt imparia parallelogramma, ad lineas T. applicata, tot ſint alia X. ſingula quorum ſint maximo [a] illorum æqualia, & denique lineæ B.D. ſit tertia pars B. ϖ. *a per 10 l. 6*

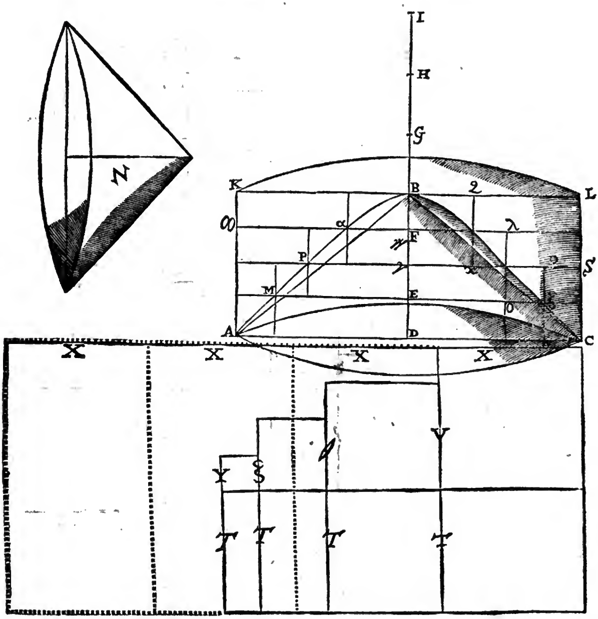


ΑΠΟΔΕΙ. Conus z. minor eſt [b] inſcripta figura: quod primo notandum Deinde quia *b per lemma ad 23. huius.*
B. ϖ. eſt tertia pars totius B. D. & G. B. vna tertia alterius B. I. ſupereſt [c] totam I. D.
triplam eſſe totius G. ϖ. Atqui cylindrus K. C. coni A. B. C. triplus eſt [d]. Ergo vt cylin- *c per 1. l. 5.*
drus ad conum, ſic I. D. ad G. ϖ. Rurſus vt conſequens conus A B. C. in primo or- *d per 10 l. 12*
dine ad aliquem conum z ſic aliqua linea H. D. in ſecundo ordine ad antecedentem I.
D. Ergo in perturbata ratione, ex æquo erit [e] cylindrus K. C. ad conum z vt H. D. ad
G. ϖ. Iam vt multoties antea inculcauimus, cylindrus C. R. circumſcriptæ figuræ eſt *e per 23. l. 5.*
[f] ad cylindrum inſcriptæ N. M. vt quadratum C. A. ad quadratum ξ. M. ſeu vt [g] qua- *f per 11. & 2. l. 12.*
dratum ſemiſſis A. D. ad quadratum ſemiſſis M. E. hoc eſt [h] vt rectangulum ſub H.D, *g per 15. l. 5.*
D. B. ad rectangulum ſub H. E, E. B. vel denique vt [i] rectangulum applicatum ad to- *h per 21. l. 1. Conic.*
tam T. V. ad rectangulum applicatum ad T. θ. Adhuc cylindrus S.R eſt [f] ad cylindrum *i per fabr.*
O. P. vt quadratum D. A. ad quadratum P. γ. vel vt [h] rectangulum ſub H. D, D. B.
nempe applicatum ad T. V. ad rectangulum ſub H. γ, γ. B. hoc eſt applicatum ad T. ζ.
Denique cylindrus OO. S. eſt ad cylindrum α. x. vt rectangulum applicatum ad T. V.
ad rectangulum applicatum ad T. Y. Sic habemus hinc quatuor cylindros æquales R. C, R. S. & S. OO. illinc quatuor æqualia parallelogrãma X. Et quidẽ cylindrorũ

tres referuntur ad tres cylindros inſcriptæ figuræ M. N, O. P, α. κ. in eadem ratione in qua tria parallelogramma X. vel quod applicatur ad T. V. ter reperitum, referuntur ad parallelogramma applicara ad lineas T. θ, T. ζ, T. Y. tertius vero cylindrus OO. L. ad nihil referrur, ſicuri quartum parallelogrammum X. cum nihilo comparatur. Idcirco vt ſunt quaruor cylindri ſeu totus cylindrus k. C. ad figuram inſcripram, ſic [a] quatuor parallelogramma X. ad tria parallelogramma minora, ſeu ad quatuor imparia dēpto maximo. Atqui parallelogrammma X. ſunt [b] ad quatuor inæqualia dempto maximo in maiori ratione quam H. D. ad G. ν. Ergo totus cylindrus k. C. eſt ad inſcripram figuram in maiori ratione quam ſit H. D. ad G. ν. Verum idem cylindrus k. C. eſt ad conum Z. vr H. D. ad G. ν. Igitur cylindrus k. C. minorem habet rationem ad conum z. quam ad inſcriptam figuram. Vnde ſequererur [c] conum z. maiorem eſſe inſcripta figura, qua tamen eundem minorem eſſe oſtendimus. Ex hoc itaque abſurdo ſequitur portionem A. B. C. non eſſe maiorem cono z.

a per 2. huius.

b per 3. huius.



c per 8. l. 5.

Verum neque minorem eſſe demonſtrabimus. Sit enim ex hyporheſi minor, & manente ſtructura erit [d] conus z. maior circumſcripta figura. Iam cylindrus R. C. eſt ad eundem cylindrum circumſcriptæ R. C. vr parallelogrammum X. [e] ad id quod applicatum eſt ad lineam T. V. hoc eſt vt æqualis ad æqualem, vel vt idem ad idem. Tum cylindrus S. R. eſt [e] ad cylindrum M. α. vt quadratum E. R. ſeu D.

d per lemma ad 23 huius.

e per præcedenter citatas propoſit.

A. ad quadratum E. M. vel vt rectangulum ſub H. D, D. B. ad rectangulum ſub H. E, E. B. hoc eſt vt rectangulum X. ad rectangulum applicatum ad T. θ. Adhuc probabitur cylindrum S. OO. eſſe ad cylindrum P. λ. vt X. rectangulum ad id quod applicatur ad lineam T. ζ. Denique cylindrus OO. L. eſt ad cylindrum α. Q. vt X. parallelogrammum ad minimum imparium parallelogrammorum applicatum ad T. Y. Proinde quatuor X. ſunt ad quatuor imparia rectangula, vt totus cylindrus K. C. ad circumſcriptam figuram. Atqui illa quatuor X. ſunt[a] ad quatuor imparia parallelogramma in minori ratione quam H. D. ad G ϖ. Ergo cylindrus k. C. eſt ad circumſcriptam figuram in minori ratione quam H. D. ad G. ϖ. Verum ad conum Z. idem cylindrus K. C. habet eandem rationem quam H. D. ad G. ϖ. Ergo cylindrus k. C. maiorem rationem habet ad Z. conum quam ad circumſcriptam figuram. Proinde conus Z. eſt[b] minor circumſcripta figura: ſed eſt maior oſtenſus. Abſurdum ergo ſequitur ex eo quod ſuppoſuerimus conum Z. maiorem portione: qui ſi neque minor neque maior ſit expoſita portione, illi ex conſequēti eſt æqualis: Et idcirco portio ſimiliter eſt ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. vt vult propoſitio.

a per 3. huius.

b per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΚΗ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμηθῇ, τὸ τμῆμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

PROP. XXVIII.

Et proinde ſi non recto ad axē plano ſecetur: portio amblygoniæ conoideos ad coni ſegmentum baſim habentis eandem ac ſegmentum, eundemque axem, eandem habebit rationem quam linea æqualis duabus, & axi portionis & triplæ additæ ad axem, ad æqualem binis, & axi & duplæ adiectæ axi.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In ſuperioris propoſitionis hypopotheſi muta ſectionem factā fuiſſe plano non recto ad axem; tum in ſtructura pone[c] figuras circumſcribi & inſcribi ex conorum ſegmentis compoſitas, ac tandem reliqua maneant, & ſic demonſtrationem perſequere.

ΑΠΟΔ. Conus Z. minor eſt[d] inſcripta figura: Deinde tota I. D. tripla eſt totius G. ϖ. Atqui fruſtum cylindri k. C. ſegmenti coni A. B. C. triplum eſt[e] ita vt fruſtum cylindri k. C. ſit ad ſegmentum coni A. B. C. vt I. D. ad G. ϖ. Atqui vt ſegmentum coni A. B. C. ad conum Z. ſic[f] H. D. ad I. Ergo perturbatim eſt[g] ex æquo cylindri fruſtum k. C. ad conum Z. vt H. D. ad G. ϖ. Iam cylindri fruſtum C. R. eſt[h] ad fruſtum N. M. vt Ellipſis cuius diameter A. C. ad Ellipſim cuius diameter M. ξ. Et quia Ellipſes ſunt[i] ſimiles inter ſe ſunt[l] vt quadrata ſuorum dimetientium.

c Ex 22 huius.

d per lemma ad 23. huius

e per 1. lemma ad 11. huius.

f per fabr.

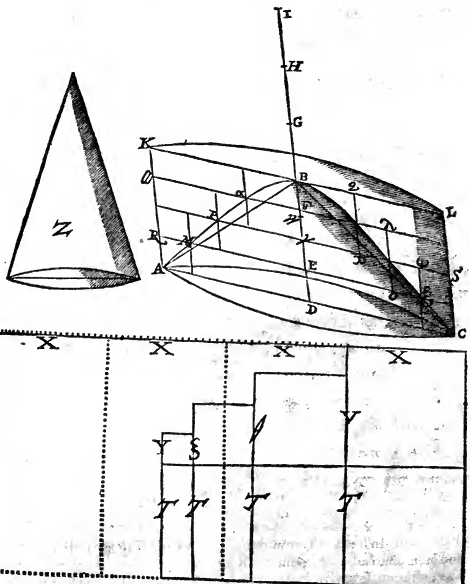
g per 23 l. 5

h per 2. lemma ad 11. huius.

i per coroll 2 prop. 15. huius.

l per 2. manifeſt huius.

Igitur fruſtum R. C. eſt ad fruſtum M. N. vt quadratum A. C. ad qua-
a per 15 l. 5. dratum M. ξ. ſeu a vt quadratum A. D. ad quadratum M. E. Hoc eſt
b per 22. l. 2. Conic. b vt rectangulum ſub H. D, D. B. ad rectangulum ſub H. E, E. B. vel vt rectangulum X. applicatam ad T. V. ad rectangulum applicatum lineæ T. θ. Similiter fruſtum R. S. erit ad P. O. fruſtum, vt rectangulum X. ad id quod applicatur lineæ T. ζ. Denique fruſtum S. OO. habebit ſe ad fruſtum α. κ. ſicuti parallelogrammũ X. ad applicatum ad
c per 2. huius. lineam T. Y. Cumque quartus cylindrus OO. L. ad nihil referatur, vt nec quartum rectangulum X. Erit c totum fruſtum K. C. ad inſcriptam figuram, vt quatuor X. ad
d per 3. huius. tria minora inæqualium rectangulorum. Verum quatuor X. ſunt d ad hæc 3. minora



inæqualium, in maiori ratione quam H. D. ad G. ψ. proinde fruſtum K. C. ad inſcriptam figuram maiorem habet rationem quam H. D. ad G. ψ. Atqui fruſtum K. C. ad
e vt oſtendimus. conum Z. in ea eſt e ratione, quam H. D. ad G. ψ. Ad ipſum ergo Z. conum minorem rationem habet fruſtum cylindri K. C. quam ad inſcriptam figuram. Idcirco Z. conus
f per 8. l. 5. maior eſt f inſcripta figura: ſed & oſtenſus eſt minor. Abſurdum ergo eſt ſupponere portionem conoidis maiorem eſſe cono Z.

Porro abſurdum quoque ſequetur ſi ſupponatur portio conoidis cono Z. minor. Illi proinde cono æqualis eſt, & ad conum A. B. C. ſe habet vt linea I. D. ad lineam H. D. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. ΚΘ.

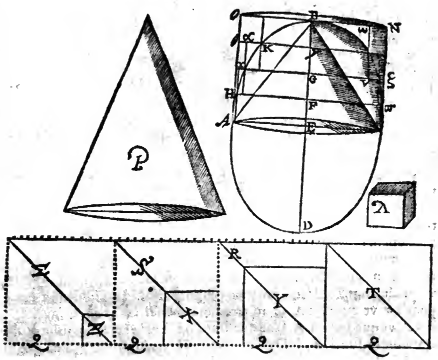
Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἁμίσεων τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROPO. XXIX.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ per centrum recto ad axem, dimidium duplum eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & eundem axem.

ΥΠΟΘΕ. Figura ſphæroís A.B.C.D. ſecetur plano per centrum E. efficientë [a] ſectionem circulum, cuius diameter A.C. ſitque [b] dimidiũ ipſius ſphęroidis A.B.C. cum quo eandem baſim, eũdemque axem habeat conus A.B.C. *a per 11. huius.* *b per 10. huius.*

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem A.B.C. dimidiam ſphæroidis, duplum eſſe coni A.B.C.

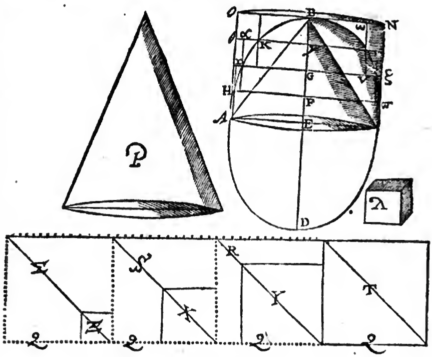


ΚΑΤΑΣ. Sit quidam conus P. qui ſit duplus coni A.B.C. Si quippè P. fuerit portioni ſphæroidis æqualis, patet propoſitio. Si verò illi fuerit inæqualis, ſit differentia Λ. & circa ſphæroidis portionem circumſcribatur [c] figura, aliaque intra ſcribatur ambæ cylindris conſtãtes æqualiter altis, ita vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit corpus Λ. Quot autem partium fuerit E.B. tot ſumantur lineæ Q. ſingulæ pares ipſi E B. quibus applicentur rectangula æqualia ſingula vni ſub B.E, E.D. hoc eſt, fiant quadrata ipſarum linearum Q. ſunt [d] enim E.B, E.D. æquales. Denique à ſecundo horum quadratorum tollatur [e] gnomon, cuius latitudo ſit vnius partis ſemidiametri B.E. qui ſit R. & maneat quadratum Y. Tum à tertio quadrato gnomon auferatur longitudinis duarum partium B E. qui ſit S. & maneat quadratum X. demum ab vltimo quadrato reſecetur gnomon Σ. trium partium longitudinis ſemidiametri E. B. & maneat quadratum Ξ. *c per 21 huius.* *d ex definit. axis.* *e ex 2. defin. lib. 2.*

ΑΠΟΔ. Primò ſi poſuerimus portionem ſphæroidis A.B.C. maiorem cono P. erit [f] rurſus P. minor inſcripta figura. At verò cylindrus H.C. circumſcriptæ figuræ eſt [g] ad cylindrum Z.I. inſcriptæ, vt circulus cuius diameter A.C. ad circulum, cuius diameter I.ξ. ſeu vt [h] quadratum A.C. ad quadratum I.ξ. vel vt [i] quadratum A.E. ad quadratum ξ.F. aut denique vt [l] rectangulum ſub B.E, E D. nempè quadratum Q Σ. ad rectangulum ſub H.F. F.D. ſcilicet ad gnomonem Σ. (nam rectangulum ſub B.E, E. D. ſeu quadratum Q. Σ. differt [m] à rectangulo ſub B.F, F. D. quadrato F.E. hoc eſt quadratulo Ξ. Proinde gnomon Σ. æqualis eſt [n] rectangulo ſub B.F, F.D.) Similiter pro- *f per lemma ad 23. huius.* *g per 11. lib. 12.* *h per 2 l 12.* *i per 15 l 5.* *l per 21. li. 1 Conic.* *m per 5. l 5.* *n per 3 com. ſent.*

babimus cylindrum H.ζ eſſe ad cylindrum M.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. Et demum cylindrum ζ.θ. eſſe ad cylindrum K.V. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. quartus autem cylindrus θ.N. ad nihil refertur, ſicuti nec quartum quadratum T. Proinde vt ſe habent quatuor cylindri æquales, ſeu totus cylindrus A.N. ad inſcriptam figuram, ita ſunt quatuor æqualia quadrata ad gnomones Σ.S.& R. Sunt [a] autem hæc quadrata quatuor æqualia maiora, quàm trium gnomonum ſeſquialtera. Ergo cylindrus A.N. maior eſt, quã ſeſquialter inſcriptæ figuræ. Verùm quia P. eſt duplus coni A.B.C. cuius cylindrus A.N. eſt [b] triplus, ſequitur cylindrum A.N. eſſe coni P. ſeſquialterum, & proinde conũ P. maiorem eſſe inſcripta figura. Sed & minor eſt oſtenſus, quod abſurdum eſt, vt & illud vnde hoc ſequitur, nempè portionem ſphæroidis A.B.C. maiorem eſſe cono P.

a per coroll. 4. prop. 10. li. de lineis ſpiralibus.
b per 10 l. 12.



Ponatur iam portio cono P. minor, & cæteris vt ſunt constructa, manentibus: Erit [c] P. conus etiam maior circumſcripta figura: Tum cylindrus H. Θ. erit ad ſeipſum vt quadratum T. ad ſeipſum: item cylindrus H.ζ. erit [d] ad cylindrum circumſcriptæ figuræ κ.ϖ. vt circulus A.C. ad circulum ξ ϖ. vel vt [e] quadratum A.C. ad quadratum ξ.ϖ. vel [f] vt quadratum A.E. ad quadratum ξ.F. vel vt [g] rectangulum ſub B.E, E.D. ad rectangulum ſub B.F, F D. vel denique vt [h] quadratum Q.Σ. ad gnomonem Σ. Similiter eſt cylindrus ζ.θ. ad cylindrum α.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. & demum cylindrus θ.N. eſt ad cylindrum K.ω. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. Proinde totus cylindrus A.N. eſt ad circumſcriptam figuram, vt quatuor quadrata Q. ad tres gnomones Σ. S. R. & quadratum T. Verum quatuor quadrata æqualia Q. ſunt [a] quadrati T. & trium gnomonum minora quàm ſeſquialtera. Ergo quoque cylindrus A.N. minor eſt quàm ſeſquialter circumſcriptæ figuræ. Atqui ſeſquialter eſt coni P. Conus itaque P. minor eſt circumſcripta figura: ſed & maior probatus eſt, quod eſt abſurdum: ſicuti, & quod vnde ſequitur, nempè portionem ſphæroidis minorem eſſe cono P: Quæ ſi neque minor ſit, neque maior ipſo, ſequitur eandem ipſi cono P. eſſe æqualem, & duplam eſſe ſimiliter coni A.B.C. quod fuit probandum.

c per lemma ad 25. huius.
d per 11 li. 12.
e p. 2 l. 12.
f per 15. l. 5.
g per 21. li. 1. Conic.
h per 5. li. 2.

PROP. XXX.

Et proinde ſi ſphæroides non rectum ad axem plano per centrum ſecatur, ſimiliter dimidium ſphæroidis duplum erit ſegmenti coni baſim ha-

ΠΡΟΤ. Λ.

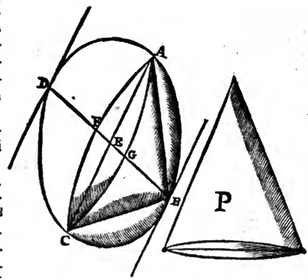
Καὶ τοίνυν εἴκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμηθῇ, ὁμοίως τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσεῖται τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος

τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, ϗ ἄξονα τὸν αὐτόν.

bentis eandem cum portione, & axem eundem.

ΥΠΟΘ. Secetur ſphæroides A.B. C.D. plano acto per centrum E. non recto ad axem B. D. ſitque [a] dimidium ipſius A.B.C cuius baſis ſit [b] Ellipſis A.F.C.G, qua rurſus baſi deſcribatur [c] coni ſegmentum A. B. C. in altitudine eadem ac portio.

a per 20. huius. b per 15. huius. c per 9. huius.



ΣΥΜΠΕ. Dico portionem ſphæroidis A.B.C. duplam eſſe ſegmenti coni A.B.C.

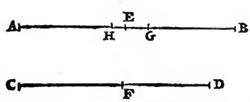
ΚΑΤΑ. Ponatur P. duplus coni A. B. C. qui ſi maior vel minor ſupponatur portione A.B.C. deſcribatur [d] circum portionem figura, & alia inſcribatur portioni vtraque cylindrorum fruſtis conſtans, ita vt circumſcripta inſcriptam ſuperet minori quantitate, quàm ſit differentia portionis à cono P. & reliqua fiant vt in præcedenti.

d per 22. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim reliqua concludentur eodem artificio, quo in antecedentibus vſi ſumus, vt non ſint ad nauſeam vſque repetenda.

ΛΗΜΜΑ A.

Si duæ quantitates quomodocumque biſecentur, & prima fuerit ad alteram ex ſuis partibus in minori ratione, quàm ſecunda ad alteram ex ſuis partibus: erit prima ad reliquam ſui partem in maiori ratione quàm ſecunda ad reliquam ſui partem, & contra.



ΥΠΟΘΕ. Sit A.B. prima ſecta in E. ad E. B. in minori ratione quàm C.D. ſecta in F. ad F. D.

ΣΥΜΠ. Dico A.B. ad reliquam partem A. E. in maiori eſſe ratione quàm C.D. ad reliquam C.F. & contra.

ΚΑΤΑ. Quam etenim rationem habet C.D. ad D.F. eam habeat [e] A.B. ad G.B. erit [f] enim G.B. minor quàm E. B. quia A. B. minorem habet rationem ad E.B. quàm ad G.B. e per 12. l. 6. f per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.B. eſt ad G.B. vt C.D. ad F.D. eſt viciſſim [g] tota A.B. ad totam C.D. vt ablata E.B. ad ablatam F. D. Et ex conſequenti [h] vt tota A.B. ad totam C.D. ſic reliqua A.G. ad reliquam C.F. Et permutando [g] A.B. eſt ad A. G. vt C.D. ad C.F. Atqui A.B. ad minorem A.E. maiorem habet [f] rationem quàm ad maiorem A.G. Ergo A.B. maiorem rationem habet ad A.E. quàm C.D. ad C.F. Contra verò ponatur A.B. eſſe ad E.B. in maiori ratione quàm C.D. ad F.D. g per 16. l. 5. h per 19. l. 5.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A.B. eſſe ad A.E. in minori ratione quàm C.D. ad C.F.

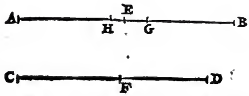
ΚΑΤΑΣ. Fiat [e] A.B ad B.H, vt C.D. ad F.D. erit enim A. B. ad B.H. in minori ratione quàm ad E.B. & ex conſequenti [f] B.H. erit maior quàm E.B.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.B. eſt ad H.B. vt C.D. ad F.D. viciſſim [g] A.B eſt ad C.D. vt ablata H.B. ad ablatam F.D. & ſic ergo eſt [h] reliqua A.H. ad reliquam C.F. permutando [g] ergo rurſus vt A.B. ad A.H. ſic C.D. ad C.F. Atqui A.B. minorem habet [f] rationem ad A.E. quàm ad A.H. Ergo quoque minorem quàm C.D. ad C.F. quod fuit probandum.

I

ΛΗΜΜΑ B.

Si fuerit pars A.E. ad totum A.B. in maiori ratione, quàm pars C.F. ad C.D. totum: erit totum A.B. ad reliquum E.B. in maiori ratione quàm totum C.D. ad reliquum F.D.



a per 12. l. 6. ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] A.H. ad A.B. vt C.F. ad C.D. vt ſcilicet ſit[b] A.H. minor, quàm A.E.

b per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Inuertendo,[c] eſt totum A.B. ad A.H. vt C.D. ad C.F. & permutando[d] A.B. ad C.D. vt ablatum A.H. ad ablatum C.F. & ſic[e] quoque reliquum H.B. ad reliquum F.D. Et permutando[d] H.B. ad A.B. vt F.D. ad C.D. & inuertendo[e] A.B. ad H.B. vt C.D. ad F.D. Ergo A.B. ad E.B. minorem quàm H.B. habet maiorem rationem quàm C.D, ad D.F. vt vult Lemma.

c per coroll. 4 lib. 5.

d per 16. l. 5.

e per 19. l. 5.

PROPO. XXXI.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano non per centrum ſectæ, ſed rectò ad axem: minor portio ad conum, eandem cum ipſa baſim habentem, eundemque axem, hanc habet rationem, quam linea compoſita ex dimidio axe ſphæroidis, & ex axe maioris portionis, habet ad axem maioris portionis.

ΠΡΟΤΑ. ΛΑ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τὸ ἔλαττον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα ταὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν συναμφότερα τά τε ἡμίσεα τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

ΥΠΟΘ. Secetur ſphærois A.B.C.F. plano A.D.C. perpendiculari quidem ad axem B.F. ſed non per centrum acto. Sitque portio A.B.C. minor, alia A.F.C. maior: Sit item conus A.B.C. eaſdem baſim, & altitudinem habens cum portione minori: producta verò ſit B.F. in G. ita vt ſit F.G. æqualis ſemidiametro H.F.

ΣΥΜΠΕ. Dico minorem portionem A.B.C. eſſe ad conum A.B.C. vt linea D.G. compoſita ex diametro maioris portionis, & dimidio axe ſphæroidis ad D.F. axem nempè maioris portionis.

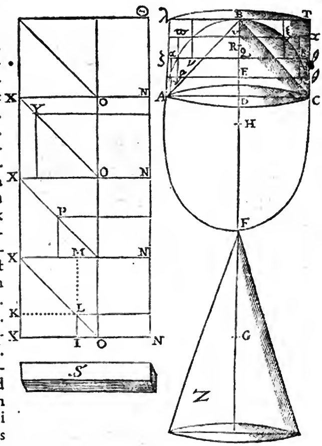
ΚΑΤΑΣ. Ponatur conum Z. ad conum A.B.C. dictam habere rationem. Etenim erit ipſe conus Z. portioni minori A.B.C. vel æqualis (& ſic habebimus quod quærimus) vel inæqualis. Si inæqualis ſit vtriuſque differentia S. Tum extra minorem portionem conſcribatur[f] figura, aliaque intra inſcribatur, vtraque cylindris æqualiter altis conſtans, (fit[g] enim ſectione plani ad axem recti circulus) ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit S. productiſque cylindrorum baſibus diuidatur[h] totus cylindrus A.T. in cylindros æquales. Præterea quot fuerint partes in B.D. æquales, tot ſumantur lineæ X.N. ſingulæ æquales ipſi D.F. à quibus reſcindantur X.O. æquales quoque ſingulæ vni D.B. vt rurſus maneant O.N. partes ſingulæ duplæ ipſius D.H. cùm ſit F.D. vel X.N. æqualis vni D.B. & duabus D.H. Ad ipſas X.N. erigantur altitudines ſingulæ æquales ipſi D.B. & perficiantur parallelo-

f per 21. huius.

g per 11. huius.

h per 14. l. 12.

gramma, quæque paria ei quod continetur ſub F.D, D.B. Tandem à primo reſecetur gnomon latitudinis B.E. à ſecundo auferatur gnomon latitudinis B.Q. A tertio demum gnomon tollatur latitudinis B. V. & ſi plures fuerint ſectiones, plura quoque erunt parallelogramma, ita vt plures auferantur gnomones, quouſque ad vltimum deueniatur, qui latitudinis erit vnius partis B.E. Denique lineæ B.D. tertia pars ſit B. R.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Supponatur primo portionem A.B. C. maiorem eſſe cono Z. Etenim, quia ſicut tota B.G. tripla eſt totius B.H. ita ablata B.D. tripla eſt ablatæ B.R. ſequitur [a] reliquam D. G. reliquæ R.H. triplam eſſe. Ergo vt D.G. ad R.H. ita eſt [b] cylindrus A. T. ad conum A.B.C. Verum vt conus A. B. C. conſequens ad aliquem conum Z. ita [c] aliqua linea D.F. ad antecedentem D.G. In perturbata ergo proportione ex æquo eſt [d] cylindrus A. T. ad conum Z. vt D.F. ad R.H. Gnomonum autem maximus æqualis eſt rectangulo ſub B.E, E.F. Nam ſumpta eſt O.I. æqualis parti D.E. eiuſque factum eſt quadratum O. L. Et quia altitudo X.X. eſt æqualis ipſi B.D. remanet L.M. vel X. K. æqualis lineæ B.E. ita vt rectangulum K. N. æquale ſit ei quod cõtineretur ſub E.B & D.F. Tum aliud X. L. eſt rurſus, æquale ei quod eſſet ſub D. E, E.B. Ex his verò duobus æqualibus [e] vni ſub B.E, E.F. conflatur gnomon I.K.N. Hic ergo gnomon eidem ſub B.E, E.F. eſt æqualis. Pars autem quæ remanet, nempè N.L. cum quadrato L.O. applicata lineæ N.O. excedit ſpecie quadrati O.L. Eadem arte probabitur gnomon ſecundus X.P.N. æquari rectangulo ſub B.Q, Q.F. Et demum vltimum gnomonem parem eſſe ei quod fit ſub B.V, V.F. Et reliqua ſpatia applicata lineis O.N. excedere ſpecie quadratorum. Iam cylindrus maximus circumſcriptæ figuræ, ſe habet ad cylindrum maximum inſcriptæ, ſicut [f] eſt circulus ex A.C, ad circulum ex ω. K, ſeu quadratum A.C, ad quadratum ω K, vel vt quadratum D.C, ad quadratum E.K, hoc eſt ſicut [g] rectangulum ſub B.D, D.F, ſeu rectangulum X.N, ad rectangulum ſub B.E, E.F, vel gnomonem X. L.N, primum. Simili argumentatione probabo cylindrum ζ.θ. eſſe ad cylindrum ρ.ι. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X. P.N. Denique tertius cylindrus ζ.κ. eſt ad vltimum inſcriptæ ν.ξ. vt rectangulum X. N, ad tertium gnomonem X.Y.N. Quartus verò cylindrus κ.λ. ad nihil refertur, vt nec quartum rectangulum X.Θ. Propterea omnes cylindri, ſeu totus cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N, ad tres gnomones. Atque ſunt quædam lineæ N.O, æquales poſitæ, & ad ſingulas accedit ſpatium excedens ſpecie quadrati. Exceſſus autem laterum ſunt æquales, & eſt exceſſus quantitatis lateris minimi quadrati. Deinde ſunt aliæ lineæ N.X, inter ſe pares conflatæ ex vna N.O, & latere maximi quadrati, ad quas ſpatia accedunt ſingula æqualia maximo eorum quæ accedunt lineis N.O, nempè rectangulo X.Θ. Propterea hæc ſpatia accedentia lineis X. N, ad ſpatia accedentia lineis N.O, quæ ſunt N.L, N.P, & N.Y minorem habent rationem [h] quàm linea N.X, ad lineam conflatam ex dimidia N.O, & vna tertia lineæ X.O. Si verò ex N.X, auferas dimidiam N.O, & vnam tertiam X.O, remanebunt dimidia N.O, & duæ tertiæ X.O. Tum ſi ex ſpatijs X.N, auferas ſpatia accedentia ad N.O, excedentia ſpecie quadrati rema-

a per 19 l 5

b per 10. li. 12.

c per fabricam.

d per 23. l 5

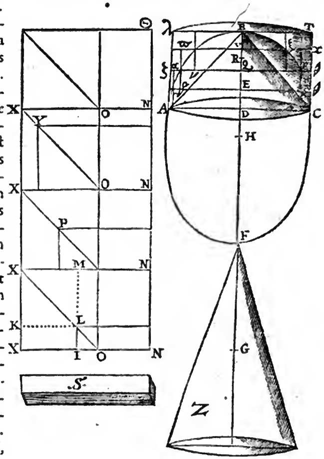
e per 1. li. 2.

f per 11 & 2. l. 12. & 15. l. 5.

g per 21. l 1. Conic.

h per 3. huius.

a per 1 lemma proximum. nebunt gnomones Sequitur [a] ergo ſpatia accedentia ad N.X, eſſe ad gnomones in maiori ratione quàm ſit N.X, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Ergo quoque cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram in maiori ratione quàm ſit X.N, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Sed dimidia N.O, eſt H.D, cum duæ tertiæ lineæ X.O, æqualis axi D.B, ſunt D.R. Ergo cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram in maiori ratione, quàm ſit X.N, ſeu D.F, ad R.H, compoſitam ex D.H, dimidia lineæ N.O, & D.R, duabus tertijs D.B, hoc eſt quàm ſit idem cylindrus A.T, ad conum Z. Inſcripta ergo (b per 8 l.5.) figura minor eſt [b] cono Z. Attamen ex ſuppoſitione maiorem eſſe oportet [c], quod ab- (c per lemma ad 25. huius.) ſurdum eſt. Igitur & abſurdum eſt id, vnde illud ſequitur, nempè portionem A.B.C, ſphæroïdis maiorem eſſe cono Z.



Ponatur iam portio A.B.C, minor cono Z. Et reliquis vt ſupra manentibus, concludetur [c] conus Z, maior circumſcripta figura. Tum cylindrus A.θ, erit ad primum cylindrum circumſcriptæ figuræ, hoc eſt ad ſeipſum, vt rectangulum ſub B.D, D.F, hoc eſt vt X.Θ, ad ſeipſum. Tum cylindrus (d per 11. & 2. l. 12. & 15. l 5.) θ.ζ. ad cylindrum α.K, erit [d] vt rectangulum X.N. ad gnomonem X.L.N. Tertius rurſus cylindrus ζ.κ. erit [d] ad cylindrum ϖ.ι. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.P.N. Demum quartus cylindrus κ.λ. erit ad cylindrum φ.ξ. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.Y.N. Et proinde totus cylindrus A.T, erit ad totam circumſcriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N, ad rectangulum X.Θ, & tres gnomones. Verùm ſpatia X.N, ſunt [e] ad alia ac- (e per 2. part. 3. huius.) cedentia lineis N. excedentia forma quadrata excepto maximo X.Θ, in maiori ratione quàm ſit X.N, linea ad dimidiam N.O & tertiam partem X.O. Atqui ſi ex illis ſpatijs accedentibus ad lineas N.X, nempè ex rectangulis X.N, auferantur ea quæ accedunt ad lineas N.O. remanebunt tres gnomones X.L.N, X.P.N, & X.Y.N, & rectangulum X.Θ. Tum ex linea X.N, ſi tollatur dimidia N.O, & tertia pars X.O, remanebunt dimidia N.O, nempè D.H, & duæ tertiæ X.O, nempè (f per 2. partem lemm. 2. præced.) D.R. Ergo omnia ſpatia N.X, ſunt [f] ad gnomones, reliquam ſcilicet ſui partem, & rectangulum X.Θ, vel cylindrus totus A.T, ad circumſcriptam figuram in minori ratione quàm ſit N.X, ſeu D.F, ad R.H. Verùm quam rationem habet D.F, ad R.H, eam (g vt prius cõcluſimus.) habet [g] cylindrus A.T, ad conum Z. Ergo cylindrus A.T, habet ad circumſcriptam figuram minorem rationem quàm ad conum Z. Ergo conus Z minor eſt [b] circumſcripta figura: ſed & probatus eſt maior, quod eſt abſurdum. Non congruit ergo vero portionem A.B.C. minorem eſſe cono Z. Illi ergo eſt [h] æqualis: & proinde eſt ad conum (h per 7 l.5.) A.B.C, vt linea D.G, ad lineam D.F, quod fuit probandum.

PROPO. XXXII.

Et proinde ſi non rectò ad axem ſecetur ſphæroïs, neque per centrum, minor ipſius por-

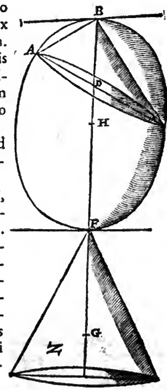
ΠΡΟΤ. ΛΒ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τμηθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμῆμα

ποτὶ τὸ

ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ταῖς τε ἡμισείαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς κορυφὰς τῶν γινομένων τμημάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

tio ad ſegmentum coni baſim habentis eandem cum portione, & axem eundem, hanc habebit rationem quam compoſita linea ex dimidia eius, quæ coniungit vertices factarum portionum, & ex axe maioris portionis ad axem maioris portionis.



ΥΠΟΘ. Secetur ſphærois A.B.C.F. plano, nec erecto ſuper axem B.F, nec tranſeunte per centrum H: atque ex ſectione (qua fit [a] Ellipſis) conſtituantur portiones A.B.C. minor, & A.F.C. maior: minoris axis ſit [b] B.D. maioris D.F. Inueniatur [c] deinde coni ſegmentum capiens Ellipſim, cuius diameter eſt A.C. verticem habens terminum B. axemque D.B, fiat denique F.G. æqualis ſemidiametro F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur portionem minorem A.B.C. eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G, ad diametrum maioris portionis D.F.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur conus Z. qui portioni coni A.B.C, ſit vt linea D.G, ad lineam D.F. Et ſi fuerit conus Z. inæqualis portioni A.B.C, deſcribatur [d] circa portionem A.B.C. figura, aliaque inſcribatur intra eandem, cylindrorum fruſtis conſtantes æqualiter altis, ita vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate, quàm ſit differentia coni Z. à portione A.B.C, baſeſque fruſtorum cylindri, quibus componentur figuræ producantur, vt fruſtum totum cylindri, quod baſim habuerit Ellipſim, cuius diameter A.C, & verticem B. diuidatur [e] in fruſta cylindri æqualia. Tum reliqua fiat ſtructura, vt in præcedenti propoſitione.

a per 15. huius.
b per 30. κοινον definitionis 27. huius.
c per 9. huius.
d per 22. huius.
e per lemma 5. ad 21. huius.

ΑΠΟΔ. Vti factum eſt in ſuperiori propoſitione, oſtendemus portionem A.B.C, nec maiorem eſſe, nec minorem cono Z. vnde remanebit illi eſſe æqualem, & ex conſequenti ipſam portionem ſphæroidis eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G. ad lineam D.F, quod fuerat probandum.

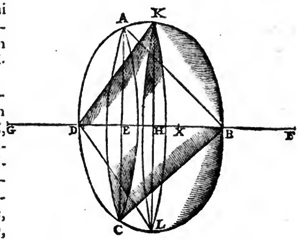
ΠΡΟΤΑ. ΛΓ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν· τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

PROPO. XXXIII.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ rectò ad axem non per centrum, maior portio ad conum, qui baſim habeat eandem quam portio, & axem eundem, eam habet rationem, quam æqualis duabus & dimidiæ axis ſphæroidis, & axi minoris portionis habet, ad axem minoris portionis.

Sit prolata ſphærois D.K. B.L., cuius axis minorque diameter D.B, cui perpendiculari plano ſecetur ſphærois ſecundum lineam A.G.Centrum ſphæroidis ſit H. & ſemidiametro H. D,æqualis fiat D.G.



ΣΥΜΠΕ. Proponitur maiorem portionem ſphæroidis A.B.C, habentem baſim circulum, cuius diameter A.C, verticem B,& diametrum E.B, ſe habere ad conum A.B.C, habentem eãdem cum ipſa portione baſim, eundemque axem, ſicuti eſt G.E, compoſita ex D.G, dimidio axe ſphæroidis, & D.E, axe minoris portionis ad E.D, axem minoris portionis.

a per 11.l.6 ΚΑΤΑΣ. Fiat B.F.æqualis ſemidiametro B.H, & vt D.E. eſt ad D.H. ita fiat [a] D.H,
4 lib.5. ad D.X. vel inuertendo [b] D.X,ad D.H, vt D.H,ad D.E. Tum ſint coni A.D.C, & A.
b per coroll. 4 l 5. B.C.eandem baſim, & eoſdem axes habentes cum portionibus. Demum ſit conus
c per 12. K.D.L,qui baſim habeat [c] circulũ, cuius diameter K.L. natus ex diuiſione, quæ fieret
huius. plano acto per centrum H.perpendiculari ad axem D.B.
d per 20. huius. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam ſphærois bifariam dirimitur [d] circulo, cuius diameter k L, &
e per 29. coni D.k.L,portio ſphæroidis D.k.L. dupla eſt [e], ſequitur totam ſphæroidem coni D.
huius. k.L. quadruplam eſſe. Verùm conus k.D.L, ad conum A.D.C. rationem compo-
f per 11.huius. ſitam habet [f] ex rationibus H.D.ſeu H.B. ad E.D, & circuli k L, ad circulum A.C,
g per 2.l.12 vel [g] quadrati k.L,ad quadratum A.C, vel [h] etiam quadrati H.L, ad quadratum E.C,
h per 15.l 5. vel [i] denique rectanguli ſub B H, H.D, ad rectangulum ſub B.E, E.D. Atqui vt H.
i per 21.l.1. Conic. B,ad E.D,ſic eſt [l] X.D,ad D.H,ſeu B.H, & vt X.D,ad B.H. ſic eſt [m] rectangulum ſub
l per fabricam. X.D,B.H,ad rectangulum ſub D.H, H.B. cùm ſint in eadem altitudine B.H, & proin-
de ſint vt baſes. Ergo conus k D.L, eſt ad conum A.D.C, in ratione compoſita ex
m per 1.l.6. rationibus rectanguli ſub X.D,B.H,ad rectangulum ſub D.H, H.B, & rectanguli ſub
D.H.H.B, ad rectangulum ſub B.E,E D.

n per 23.l 6 Verùm ex iiſdem componitur [n] ratio rectanguli ſub X.D,B.H, ad rectangulum ſub
o per 22.l.5. B.E,E.D. Igitur conus k.D.L,ſe habet ad conum A.D.C. ſicut rectangulum ſub X.
D,B.H, ad rectangulum ſub B.E,E.D. Præterea conſequens primæ rationis, nempè conus A.D.C,eſt ad portionem minorem A.D.C. vt linea B.E, ad lineam E.F, ſeu vt [m] conſequens ſecundæ rationis, nempè rectangulum ſub B.E, E.D. ad rectangulum ſub F.E, E.D. Itaque ex æquo conus k.D.L,eſt [o] ad portionem minorem A.D.C, vt rectangulũ ſub X.D, B.H,ad rectangulum ſub F.E,E.D : Iam F. G, quadrupla
p per fabricam. eſt [p] ſemidiametri H.D: proinde rectangulum ſub F.G,X.D. quadruplum eſt [m] rectanguli ſub H.D,X.D. Ergo vt tota ſphærois ad conum k.D.L. ſic rectangulum ſub F. G,X.D, ad rectangulum ſub H.D, vel H.B, X.D. Tum conus k.D.L, mox oſtenſus eſt ad minorem portionem A.D.C,eſſe vt rectangulum ſub H.B, X.D. ad rectangulum ſub F.E, E.D. Ergo rurſus ex æquo tota ſphærois k.D,L.B,ſe habet [o] ad portionem minorem A.D.C,vt rectangulum ſub F.G,X.D,ad rectangulum ſub F.E,E.D, & conuer-
q per coroll 19.l.5. ſione rationis [q] maior portio ſphæroidis A.B.C, qua antecedens primæ rationis ſuperat conſequentem,eſt ad ipſum conſequentem, nempè ad portionem minorem A.D. C, vt exceſſus quo antecedens poſtremæ rationis rectangulum ſub F.G, X.D, ſuperat conſequentem videlicet rectangulum ſub F.E,E.D, ad ipſummet rectangulum ſub F. E,E.D. Conſtat autem hic poſtremus exceſſus ex rectangulis ſub G.E,X.D.& ſub F.E, E.X, quod ſic oſtendo.

r per 1.l.2. Sunt duæ lineæ F. G, ſecta in E.& X.D. inſecta. Ergo rectangulum ſub ambabus, nempè ſub F.G, X.D, æquale eſt [r] duobus ſub G.E, X.D, & ſub E.F, X.D. Tum ſunt aliæ duæ lineæ X.D. ſecta in E. & inſecta F.E. Proinde extremum rectangulum E. F, X.D. eſt æquale duobus contentis altero ſub F.E, & parte X.E, altero ſub F. E.& altera parte E.D. Dicamus ergo rectangulum ſub F.G, X. D. æquari tribus

rectangulis, nempè ſub G.E,X.D, ſub F.E,X.E, & ſub F.E, E.D. Ita vt remaneat ipſum rectangulum ſub F.G,X.D, ſuperare rectangulum ſub F.E,E.D duobus alijs ſub G.E,X.D, & ſub F.E,X.E. Proinde maior portio A.B.C, eſt ad minorem A.D.C, vt bina rectangula ſub E.G,X.D, & ſub F.E, X.E, ad rectangulum ſub F.E,E.D. Rurſus conſequens minor portio A.D.C, eſt [a] ad conum A.D.C, vt F.E, ad B.E, hoc eſt [b] vt aliud conſequens, ſcilicet rectangulum ſub F.E,E.D, ad rectangulum ſub B.E,E.D. Et adhuc conus A.D.C, eſt [c] ad conum A.B.C, qui in maiori portione vt E.D, altitudo ad E.B, altitudinem, hoc eſt [b] vt rectangulum ſub B.E, E.D, ad quadratum E.B. Quare ex æquo [d] maior portio A.B.C, eſt ad conum A.B.C, vt rectangula bina ſub E.G,X.D, & ſub F.E,X.E, ad quadratum E.B. Verùm hæc ratio eſt eadem quæ lineæ E.G, ad E.D, quod ſic demonſtro. Rectangulum ſub E.G, X.D, rectangulo ſub X.D,D.E eſt vt [b] baſis E.G, baſi E.D. Tum rectangulum ſub F.E, E.X, rectangulo ſub F.E,E.H, eſt [b] vt X.E, ad E.H. hoc eſt vt G.E, ad E.D. Nam quoniam tota X.D, eſt ad totam D.H, vt ablata D.H, ad ablatum D.E, erit [e] reliqua X.H, ad reliquam E.H, vt tota X.D, ad totam H.D, vel vt ablata D.H, ad ablatam D.E, & coniungendo [f] X.E, eſt ad E.H, vt ambæ ſimul H.D, D.E, hoc eſt G.E, ad D.E. Ergo duo rectangula ſub E.G,X.D, & ſub F.E,E.X, ſunt duobus rectangulis ſub X.D,D.E, & ſub F.E, E.H, ſicut G.E, ad E.D. At verò extrema duo rectangulo ſub X.D, D.E, & ſub F.E, E.H, vni quadrato B.E, æqualia ſunt. Nam quadratum B.E, æquale eſt [g] quadratis B.H, & H.E, & duobus rectangulis ſub B.H, & H.E. Sed rectangulum ſub X.D,D.E, primùm æquale eſt [h] quadrato H.D, hoc eſt quadrato H.B. Tum rectangulum ſub F.E, E.H, eſt æquale quadrato E.H, & duobus complementis ſub B.H, & E.H, nam F.E, & E.H, ſunt æquales. Vnde patet totum quadratum B.E, eſſe æquale duobus rectangulis ſub X.D,D.E, & ſub F.E,E.H. Ergo horum loco illud aſſumamus, ac concludemus duo rectangula ſub E.G,X.D, & ſub F.E,X.E, eſſe ad quadratum B.E, vt G.E, ad E.D: Atque ex conſequenti maiorem portionem ſphæroidis A.B.C, eſſe ad conum A.B.C, quem complectitur, vt G.E, ad E.D, hoc eſt vt linea compoſita ex ſemidiametro ſphæroidis, & axe minoris portionis ad ipſius minoris portionis axem, quod fuit probandum.

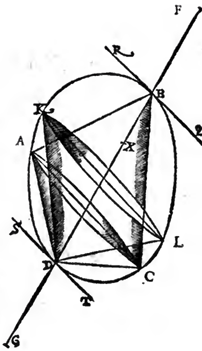
a per 31. huius.
b per 1 6.
c per 14. l. 12.
d p. 22 l 5.
e per 19 l 5.
f per 18 l. 5.
g per 4. lib. 2.
h per 17. li. 6.

ΠΡΟΤ. ΛΔ.

Καὶ τοίνυν εἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου· τὸ μεῖζον τμῆμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἑξεῖ τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τᾶτε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γινομένων τμημάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος.

PROP. XXXIV.

Et proinde ſi non rectò ad axem plano ſecetur ſphærois, neque per centrum: maior portio ipſius ad ſegmentum coni baſim habentis eandem quam portio, & eundem axem, eam habebit rationem, quam compoſita ex dimidia coniungentis vertices factarum portionum, & axe minoris portionis ad axem minoris portionis habet.



ΥΠΟΘ Ε. Secetur ſphęrois A.B C.D,inęqualiter, vt iubet propoſitio, plano acto ſecus lineam A.C, non per centrum H.neque recto ad axem B.D. In-
a per 9 huius. ueniatur *a* verò conus capiens in ſua ſuperficie El-
b per 15 huius. lipſim *b*,cuius diameter A.C, & verticem habens punctum B. Per centrum verò H. ducatur planum in illud prius ſecans non per centrum, perpendicu-
c per 12. huius. lare,fiatque *c* hac vltima ſectione Ellipſis B.A,D.C, quia tranſit per axem: ſectionem enim ſi tangant lineæ R.Q,S.T,parallelæ lineæ A.C, in punctis B.&
d per 18 huius. D: iungens iſta puncta linea B.D, axis eſt ſphæroidis *d*, qui rurſus producatur in G. & F. fiantque ſingulæ linearum D.G,B.F, æquales ſemiaxi B.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem maiorem A.B.C, eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea G.E, ad axem D.E.

ΚΑΤΑ. Agatur planum per centrum H. parallelum,ad aliud actum per A. C, nec ideò rectum ad axem B. D, & fiat *b* Ellipſes, cuius diameter K. L, quem capiat *a* ſua ſuperficie aliquis conus habens verticem D. ita vt ſit ſegmentum coni C.K, D.L,
e per 12. l. 6 in ſemiſphæroide K. A.D.C.L. Ponatur, demum vt E.D, ad D.H,ſic D.H ad D.X.

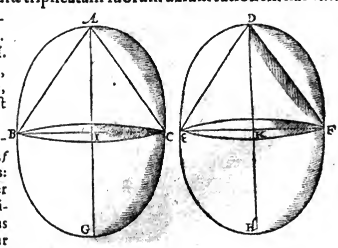
ΑΠΟ Δ. Quoniam non eſt alia demonſtratio quàm ſuperioris demonſtrationis, non eſt quod vana repetitione faſtidium lectori faciamus.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ
τοῦ ἔργȣ.

Hæc ſunt quæ de Conoidibus & ſphæroidibus ab Archimede demonſtrata inueniuntur:verùm ſuprà polliciti ſumus his duo theoremata, & vnum problema ab Archimede facta ſubiungere ac demonſtrare: Propterea hinc non referemus pedem, quin promiſſis ſteterimus.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ Α.
τὸ πρῶτον μέρος.

Similes ſphæroideæ figuræ triplicatam ſuorum axium rationem habent.



ΥΠΟΘ Ε. Sint ſimiles ſphæroideæ figurę A.B.C.G,&E.D. F.H,quarũ axes ſint A.G,D.H.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe A.B.C.G, ſpęæroidem ad aliam E.D.F.G, in triplicata ratione eius,quę eſt axis A.G, ad axem D.H.

ΚΑΤΑΣ. Secentur hæ ſphæ-
f per lemma 1. ad 12. huius. roides planis per axem, fiantq; *f* Ellipſes figuras conſtituentes:
g per 20. huius. tum alijs rectò ad axem, & per
h per lemm. 2 ad 12. huius. centrum actis dirimentibus bifariam *g*,& fiant circuli *h*:quibus tamquam baſibus deſcribantur
i per defin. 26. huius. coni vertices habentes puncta A.& D.

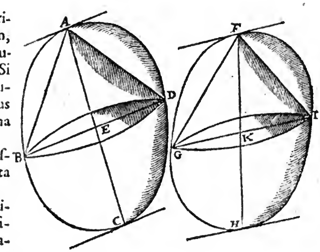
l per 15. l. 5. ΑΠΟ Δ. Quoniam ſunt ex hypotheſi figurę ſimiles ſunt *i* Ellipſes figuras cõſtituentes,
m per 16. l. 5. nempè A.B.G.C,& D.E.H.F,ſimiles:Sũt proinde diametri proportionales A.G,ad B.
n per 24. defin l. 11. C,vt D.H,ad E.F,vel eſt *l* A.I,ad B.C,vt D.k,ad E.F,& viciſſim *m* A.I,ad D.k,vt B.C,
o per 12. l. 12 ad E.F.Et proinde coni B.A.C,E.D.F,ſunt *n* ſimiles, & conus B. A.C, eſt *o* ad conum

E.D.F. in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. vel totius[a] A.G. ad totum D.H. *a per 15 l 5.* Atqui vt conus B.A.C.eſt ad ſemiſphæroidem B.A.C. ſic eſt[b] conus E.D.F. ad ſemi- *b per 29. huius.* ſphæroidem E.D F. Et viciſſim[c] vt conus ad conum, ſic ſemiſphærois ad ſemiſphęroi- *c per 16.l 5.* dem, ſeu[a] tota ſphærois A.B, G.C, ad totam ſphæroidem D.E, H.F. Ergo ſphærois illa eſt ad hanc ſphæroidem in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. quod fuit probandum.

Τὸ δεύτερον μέρος.

Similes ſphæroideon figurarum portiones triplicatam ſuorum axium rationem habent.

Secentur expoſitę ſphęroides primò per centrum, ſiue rectò ad axem, ſiue obliquè: Et ſi rectò, maneat ſtructura præcedentis theorematis: Si obliquè fiat, vt in ſequentibus figuris A.B.C.D, & F.G.H I, in quibus per centra E. & H. aguntur plana non recta ad axes A.C, F.H.

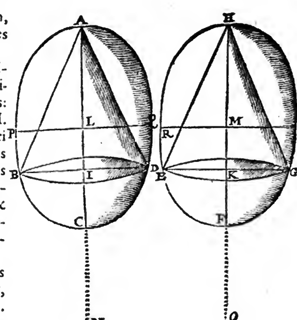


ΣΥΜΠΕ. Dico portiones huiuſmodi ſe habere in ratione triplicata axium earumdem.

ΚΑΤΑ. In portionibus factis obliquè inueniantur[d] coni ſua ſuperficie comprehendētes Ellipſes[e], quarum diametri ſunt B.D, G.I, habenteſque vertices A. & F. eoſdem quos portiones. *d per 9. huius. e per 15. huius.*

ΑΠΟΔ. Iam in ſuperiori diagrammate oſtendimus portiones, ſeu ſemiſphæroides B A.C, E.D.F. ſe habere in triplicata ratione axium A.I. & D.K. In hoc verò in quo ſectiones fiunt ad axem obliquè, quia ſectiones ſunt ex hypotheſi ſimiles, eſt[f] axis A. E.ad B. D, vt F.K, ad G.I. Et proinde conorum ſegmenta B.A.D, & G.F.I. ſunt[g] ſimilia, & ſe habent[h] in triplicata ratione axium A.E, ad F.K. Atqui ſunt[i] ipſarum portionum fruſta dimidia. Ergo quoque portio B.A.D.eſt[l] ad portionem F.G.I. in triplicata ratione axis A.E.ad axim F.K. *f per conditiones ſimilium portionum, quas attulimus χολίῳ 27. definitionis. g per ſubſidium 13. additium. h per 7. lemma ad 12. huius. i per 30. huius. l per 15 l 5.*

Iam fiat ſectio non per centrum, ſed rectò ad axem, ſintque portiones ſimiles B.A.D, & E.H.G.



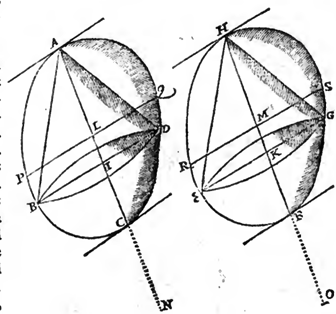
ΚΑΤΑΣ. In ipſis ſectionibus deſcribantur coni, qui eaſdem baſes & altitudines habeant quas ipſæ portiones: tum per centra ſphęroidum L. & M. tranſeant alij ſphæroidum diametri P.L.Q. & R.M.S. paralleli diametris B.D, & E.G. circulorum, qui baſes ſunt prædictorum conorum. Denique producantur axes A.C. in N. & H.F. in E. ita vt C.N. æqualis fiat ſemidiametro L.C. atque F.O. ſemiaxi M.F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portiones ſunt ſimiles, eſt[m] A.I. ad B.D vt H.k, ad E.G. & viciſſim[n] A.I. ad H k. vt B. D. ad E. G. Coni proinde B.A.D. & E H.G. ſunt[o] ſimiles, & habent[p] in- *m per defin. 27. huius. n per 16. l. 5. o per 24. defin. li 11. p per 12. lib. 12.*

ter ſe triplicatam rationem diametri B.D. ad E.G. hoc eſt [a] axis A.I. ad H.k. Atqui cùm ſint ſphæroides ſimiles, vt P.Q. eſt [b] ad A.C, ſic R.S, ad H.F, vel vt [aa] P.L. eſt ad L.A, ſic eſt R.M, ad M.H: vel rurſus vt quadratum P.L, eſt ad quadratum L A. ſic eſt quadratum R.M, ad quadratum M.H. Atqui vt quadratum P.L, ad quadratum L.A, ſeu ad rectangulũ ſub C.L, L.A. ſic eſt [c] quadratum B I, ad rectangulum ſub A.I, I.C, & vt quadratum R.M. ad quadrat. H.M, ſic quadrat. E.k, ad rectang. ſub H.k, k.F. Proinde vt quadratum B.I, ad rectangulum ſub A.I, I.C. ſic [bb] quadratum E.k, ad rectangulum ſub H.k, k.F. Verùm ratio quadrati B.I, ad rectangulum ſub A.I, I.C, componitur [d] ex rationibus lateris B.I, ad latus A.I, & lateris B.I, ad latus I C. Et item ratio quadrati E k, ad rectangulum ſub H.k, k.F. componitur ex rationibus E k, ad k.H, & E.k, ad k F. Ex his autem componentibus ratio B.I, ad I.A, eadem eſt [e] quæ E.k. ad k.H. Ergo reliqua componens nempè B I, ad I.C, eadem eſt [f] quæ E.k, ad k.F, Quoniam itaque A.I, eſt ad I.B, vt H.k, ad k.E, & I.B, eſt ad I.C, vt E.k, ad k.F: Eſt [g] ex æquo A.I, ad I.C, vt H.k, ad k.F. Et componendo [h] A.C, eſt ad I.C, vt H.F, ad k.F, vel ſemiſſis L.C, eſt ad I.C, vt ſemiſſis M.F, ad k.F. Et componendo [h] L.C, cùm I.C, hoc eſt, I.N, eſt ad I.C, vt M.F, cum k.F, hoc eſt, k O, ad k F.

At verò portio B.A.D, eſt [i] ad conum B.A.D, vt I.N, ad I.C, & portio E.H.G, ad conum E.H.G, vt K.O, ad K.F. Igitur portio B.A.D, eſt ad conum B.A.D, vt portio E.H.G, ad conum E.H.G, & permutando portio eſt ad portionem, vt conus ad conum, hoc eſt, in triplicata ratione axis A.I. ad axem H.k.

Cæterum quoniam vt A.C, ad H.F, ſic ablata A.I, ad H.k, eſt [l] reliqua I.C, ad k.F, vt tota A.C, ad totam H.F. Et proinde triplicata ratio A.I, ad H.k, ſeu I.C. ad k.F, eadem eſt quæ triplicata A.C, ad H.F. Ita vt portio B.A.D, ſit ad portionem E.H.G, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. Cùm ergo tota ſphærois A B.C.D, ſit ad ſimilem E.F.G.H, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. Eſt vt tota ad totum, ſic portio B.A.D, ad portionem E H.G. Et proinde reliqua portio B.C.D eſt [l] ad reliquam portionem E.F.G, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. hoc eſt, axis I.C, ad axem k.F. Ita vt verum ſit theorema de quibuſlibet portionibus. Denique fiat ſectio non rectò ad axem, neque per centrum: ſintque ſectiones ſimiles A.B.D, & E.H.G, quarum axes ſint A.I, H.k.



[a] per 11. l. 5. [b] per 26. deſinit. huius. [aa] per 15 l. 5. [c] per 21 li. 1. conic. [bb] per 12 l. 2. [d] per 23 l. 6. [e] vt probatum eſt. [f] per 3. com. ſent. [g] per 21. l. 5. [h] per 18 li. 5. [i] per 31. vel 33 huius. [l] per 19 l. 5.

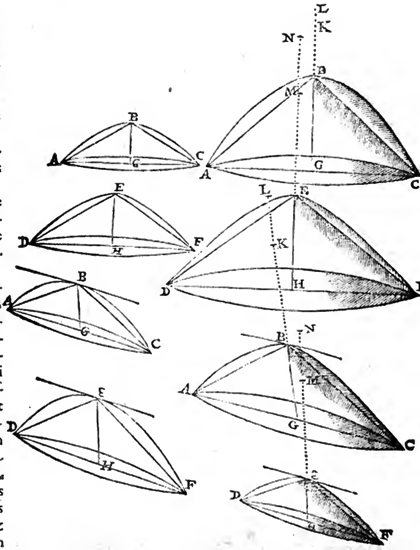
ΚΑΤΑΣ. Fiant [m] verò coni, qui ſua ſuperficie capiant Ellipſes ex ſectionibus natas, & vertices habeant A. & H, & reliqua fiant vt ſuperiùs.

[m] per 9. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Omnino eodem modo demonſtrabitur theorema de his portionibus, quo de ſuperioribus.

Τὸ τρίτον μέρος.

Conoideæ figuræ ſimiles, portioneſque Conoideon figurarum ſimiles triplicatam ſuorum axium rationem habent.



ΥΠΟΘ. Sint conoideæ figuræ,ᵃ conoidearumue figurarum portiones A.B.C,D.E.F. quarum axes ſint B.G, E.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico has figuras figurarumve portiones eſſe inter ſe in triplicata ratione axis B. G. ad axem E.H.

ΚΑΤΑΣ. Deſcribantur in conoidibus, ſiue ſint parabolicæ ſiue hyperlicæ, coni qui cum figuris eaſdem habeant baſes & altitudines : vel in portionib. conoidum fiantᵃ coni capientes Ellipſes baſes portionum & eoſdem cum portionib. vertices habentes. Tandem in figuris figurarumque portionibus hyperbolicis, ponantur lineæ B. L, & E. N. triplæ adiectarum ad axes, in quibus ſint K. B. & M.E. earumdem adiectarum duplæ. Denique diuidantur tam figuræ quam portiones figurarum per axes, vt fiantᶜ Ellipſes A.B. C, D. E. F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam conoides ſunt ſimiles, eſtᵈ A. C. ad B.G vt D.F. ad E.H. eſt vicisſimᵉ A.C. ad D. F. vt B. G. ad E.H. coni proinde aut conorum portiones A. B. C, D.E. F. ſuntᶠ ſimiles vt in triplicataᵍ ratione A. C. ad D. F. hoc eſt B. G. ad E. H. Atqui vt conus ad conum ſicʰ figura parabolica ad figuram parabolicam. Ergo figura parabolica, figurarumue portiones ſunt inter ſe in triplicata ratione axium Verum etiam vt conus ad conum, ſic figura hyperbolica ad hyperbolicam. Nam conus A. B. C. in hyperbolicis eſtⁱ ad conoidem A. B. C. vt k. G. ad G. L. Et conus D. E. F. eſtⁱ ad conoidem D. E. F. vt M. H. ad H. N. Et ſic eſt de conorum & conoidum portionibus. Atqui hyperbolarum ſimilium A. B. C, D. E. F. latera ſuntᵈ in eadem ratione. Verum vt rectum latus ad tranſuerſum in A. B. C. ſic eſtˡ quadratum A. G. ad rectangulum ſub B. G, G. k & vt rectum latus ad tranſuerſum in D. E. F. ſic eſtˡ quadratum D. H. ad rectangulum ſub E. H, H. M. Proinde quadratum A. G. eſtᵐ ad rectang. ſub B. G, G k. vt quadratum D. H. ad rectang. ſub E. H, H. M. Eſtⁿ autem ratio quadrati A. G. ad rectang. ſub B. G, G. k. compoſita ex rationibus lateris A. G. ad G. B. & lateris A. G. ad G. k. Tum ratio quadrati D. H. ad rectang. ſub E. H, H. M. componiturⁿ ex ratione lateris D. H. ad H E. & ex ratione D.H. ad H. M. Ex his autem componentibus eædem ſuntᵒ rationes A. G. ad G. B. & D. H. ad H. E.

a per 9. huius.
c per 12. huius.
d per 17. & 18. definit. huius & additam ſchol.
e per 16. l 5.
f per 24. definit. l. 11 & per ſubſidiu 13. huius.
g per 12. li. 12. & per 7. lemma ad 11. huius.
h per 23. & 29. huius.
i per 27 & 28. huius.
l per 21 l 1. Conic
m per 11 l 5
n per 23 l 6
o vt probauimus.

aa per 22. l. 5 Ergo reliquæ ſunt eædem nimirum A. G. ad G. K. & D. H. ad H. M. Sed vt B. G. ad A. G. ſic H. E. ad D. H. Ergo ex æquo B. G. eſt [aa] ad G. K. vt F. H. ad H. M. & diuidendo B. G ad B. K. vt H. F. ad F. M. Verum vt B. k. ad B. L. ſic F. M. ad F. N. Ergo ex æquo [bb] B. G. eſt ad B. L. vt H. F. ad F. N. Et componendo G. L. eſt ad G. B. vt H. N. ad F. H. Iam vero fuit G. B. ad G. k. vt H. F. ad H. M. Ergo tandem ex æquo G. L. eſt [aa] ad G. k. vt H. N. ad H. M. & inuertendo eſt k. G. ad G. L. vt H. M. ad H. N. Verum vt G. k. ad G. L. ſic eſt [a] conus A. B. C. ad conoidem A. B. C. Et vt H. M. ad H. N. ſic conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Ergo conus A. B. C. eſt ad conoidem A. B. C. vt conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Et viciſſim [b] conus eſt ad conum vt conois ad conoidem. Eſt itaque poſttemo conois ad conoidem in triplicata ratione B. G. ad F. H. quod fuit probandum. Cæterum quod de conis & conoidibus dictum eſt, intelligi quoque de conorum conoidumque portionibus, par eſt.

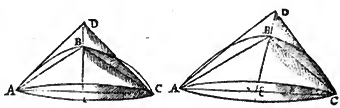
bb per 17. & 18 def. huius vel adiunctum ſchol.

a per 27 & 28 huius.

b per 16 l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Inuenire conum qui conoidi vel ſphæroidi vel portioni conoidis aut ſphæroidis ſit æqualis.



ΥΠΟΘ. Detur conois rectãgula conoidiſve rectangulæ portio A. B. C. cuius axis B. E. ΚΑΤ. Porrigatur B. E. in D. & fiat D. E. ſeſquialtera ipſius B. E. Tum conus conive portio habeatur baſe circulo [c] vel Ellipſi cuius diameter A. C. vertex D. Denique alius habeatur conus aliave coni portio eadem baſi, ſed vertice B.

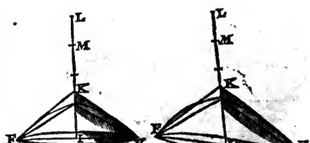
ΣΥΜΠ. Dico conum coniue ſegmentum A. D. C. eſſe æqualem conoidi conoidiſve portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Nam tam conus conive ſegmentum A. D. C. quam conois conoidiſue portio A. B C. ad conum coniue ſegmentum A. B. C. ſeſquialteram rationem habent [e]. Proinde ſunt [e] æquales.

c per 12. vel 13 huius.

d per 14. l. 12. ſeu. lemma 11 huius tum per 23. ſeu 24. huius.

e per 7 l. 5.



Exponatur vero conois conoidiſve portio obtuſiangula F. G. H. ΚΑΤΑΣ. Producatur I. G. in L. & fiat G. L. tripla adiectæ axi, ſed M. G. dupla. Tum fiat vt L. I. ad M. I. ſic G. I. ad I. k. Habeantur demum coni conorumve portiones baſi circulo, vel Ellipſi [c] cuius diameter F. H. verticibus vero k. & G.

ΣΥΜΠΕ. Erit conus vel coni portio F. k. H. conoidi vel conoidis portioni æqualis.

ΑΠΟΔ. Etenim conus vel coni portio F. K. H. erit [d] ad conum vel coni portionem F. G. H. vt K. I. ad G. I. hoc eſt, vt L. I. ad M. I. ſed quoque ad eundem conum vel coni portionem F. G. H. eſt [f] conois vel conoidis portio vt L. I. ad M. I. Ergo conus vel coni portio F. k. H. eſt æqualis conoidi vel conoidis portioni.

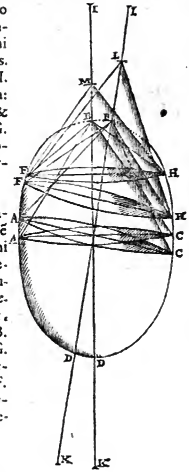
f per 27. vel 28. huius.

Denique proponatur ſphærois, ſphærodiſve portio.

ΚΑΤΑΣ. Sphęrois diuidatur[a] bifariam ſiue plano acto per centrum perpendiculari ad axem, ſiue non perpendiculari. Et baſe circulo[b] vel Ellipſi fiat conus vel coni ſegmentum, cuius axis ſit duplus axis totius ſphæroidis. Si vero portionibus ſphæroideis, quales ſunt F. B. H. quærantur coni æquales, conorumue ſegmenta ęqualia: producantur axes vtrinque in I. & K. fiantque B. I. & D. K. pares ſemiaxibus ſphæroidis. Et vt eſt G. K. ad G. D. ſic fiat G. M. ad G. B. Demum baſi circulo vel Ellipſi, cuius diameter F. H. fiat conus conive portio, à vertice M.

a per 20. huius.

b per 12. ſeu 15. huius.



ΑΠΟΔ. Etenim conum conive ſegmentum baſim habens[c] circulum Ellipſimue cuius diameter A. C. & axē duplum axeos B. D. erit[c] duplus coni vel ſegmenti coni habentis eandem baſim, ſed axem ſphæroidis. Atqui eiuſdem coni vel ſegmenti coni ſphęrois quoque eſt[d] dupla. Ergo ille conus ſeu coni ſegmentum æquatur ſphæroidi. Tum conus coniue ſegmentum F. M. H. habet[e] eandem rationem ad conum coniue ſegmentum F. B. H. quam portio ſphæroidis F. B. H. nempe linea M. G. ad B. G. hoc eſt, G. K. ad G. D. Ergo conus coniue ſegmentum F. M. H. eſt[f] æqualis portioni ſphæroidis F. M. H. Eodem artificio conum coniue portionem inueniemus æqualem portioni ſphæroidis F. D. H. quod fuerat agendum.

c per 14. l. 12

d per 29. aut 30. huius.

e per 31. aut 32. huius ac per 14. l. 12.

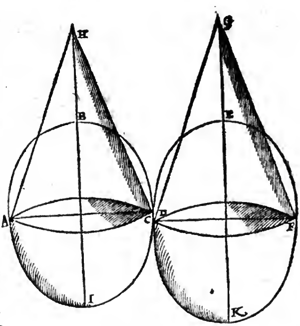
f per 7 l. 5

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Æqualium ſphæroideon figurarum quadrata, quæ ſub diametris conſimilibus reciprocè reſpondent axibus: & cum quadrata quæ ex diametris conſimilibus fiunt reciprocè reſpondent axibus, ſphæroides, figuræ ſunt æquales.

ΥΠΟΘ. Sint æquales ſphæroideæ figuræ A. B. C. I. & D. E. F. K.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadratum diametri A. C. eſſe ad quadratum diametri D. F. vt reciprocè eſt E. k. axis ad axem B. I. & rurſus ſi hæc reciprocatio fuerit quadrati A. C. ad quadratum D. F. vt altitudinis G. M. ad altitudinem H. L. Dico ſphæroides eſſe æquales.



ΚΑΤΑΣ. Agantur plana per centra L. & M. ad axes perpendicularia, hoc eſt, ſecus lineas A. C, D. F. vt fiant[g] circuli, quorum diametri ſint A. C, D. F. & quibus vt baſibus conſtituātur[h] coni A. H. C. & D. G. F. æquales ſemiſphæroidibus.

g per 12. huius.

h per lemma præced.

ΑΠΟΔ. Altitudines H. L, G. M. ſunt[h] ex conſequenti duplæ ſemiaxium B. L. & E. M. & proinde æquales axibus B. I. & E. K. Cum autem ſemiſphæroi-

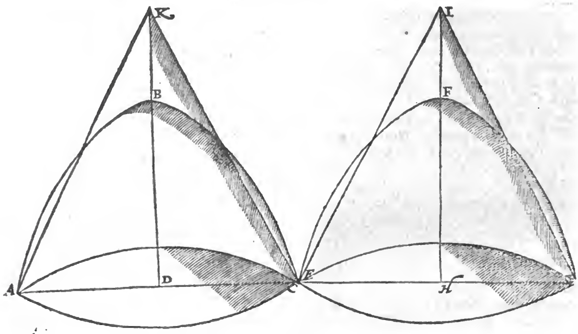
a per 1. commun. ſent. b per 15. l. 12. c per 2. l. 12.

des ſunt ex hypotheſi pares, coni itidem ſunt [a] æquales, & proinde baſes eorum ſunt [b] altitudinibus reciprocæ: hoc eſt [c] quadratum A. C. eſt ad quadratum D. F. vt altitudo G. M. ad altitudinem H. L.

Rurſus iiſdem manentibus cum quadratum A. C. ſit ad quadratum D. F. hoc eſt circulus ad circulum, & reciprocè altitudo G. M. ad altitudinem H. L. coni [b] ſunt æquales, & ideo etiam ſemiſphæroides, & ex conſequenti totæ ſphæroides, quod fuerat probandum.

ΕΠΙΦΟΡΑ

Idem concludendum eſt de æqualibus conoidibus parabolicis tum de portionibus æqualibus conoideon rectangularum, quarum rectangula ſub diametris baſium reciproca ſunt baſibus.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint rectangulæ conoides A. B. C. D. & E. F. G. H. vel conoidum portiones æquales, quarum ſint axes B. D, F. H.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe quadratum A. C. diametri baſis ad quadratum E. G. vt altitudo F. H. reciprocè ad altitudinem B. D.

d per lemma præcedens.

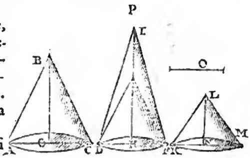
ΚΑΤΑΣ. Fiant [d] his conoidibus æquales coni A. k. C. & E. I. G. Vel conoidum portionibus æqualia conorum ſegmenta.

e per 14. l. 12 vel 4. lemma ad 11. huius. f per 15. l. 12 vel 5. lemma ad 11. huius. g per 7. huius.

ΑΠΟΔ. Quoniam conoides conoidumve portiones ſunt æquales, etiam coni conorumve portiones pares ſunt. Sed coni conorumve ſegmenta ſunt [e] ſeſquialteri eorum qui iiſdem baſibus vertices haberent B. & F. Ergo altitudines k. D. & I. H. ſunt altitudinum B. D. & F. H. ſeſquialteræ. Vt ergo k. D. ad I. H. ſic ſunt B. D. & F. H. & inuerſim. Atqui vt circulus vel Ellipſis, cuius diameter A. C. ad circulum vel Ellipſim cuius diameter E. G. hoc eſt [f] vt quadratum A. C. vel [g] rectangulum ſub diametris baſis A. ad quadratum E. G. vel rectangula ſub diametris baſis E. G. Sic H. I. ad D. k. Ergo & ſic eſt F. H. ad B. D. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Α.

Duorum conorum inæqualium differentiam oſtendere, quæ quoque ſit conus.



ΥΠΟΘ. Si coni fuerint in eadem altitudine, ſintque tantum baſes inæquales, eorum differentia habebitur vt requiritur per ea quæ docuimus ſuperius[a]. Si vero baſes fuerint æquales, altitudines vero inæquales, vti ſunt D.I.F. & D. E. F. quorum altitudines differunt linea I. E. *a Lemmate ad 19 l.1. de ſph. & cylindr.*

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus K. L. M. baſi æquali baſi D. F. altitudine vero pari differentiæ I. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia coni ſunt D. E. F. & K. L. M. in eadem baſi cum D. I. F. ſunt [b] cum illo eodem, ſicuti altitudines. Atqui altitudines H. E. & L. N. ſunt æquales altitudini I. H. Ergo illi bini huic ſunt æquales. Et eſt conus K. L. M. differentia qua conus D. I. F. differt à cono D. E. F. *b per 14. l. 12*

At ſi maioris fuerit & baſis baſe, & altitudo altitudine minoris maior.

ΚΑΤΑΣ. Fiat[c] vt A. C. ad D. F. ſic D. F. ad O. & vt A. C. ad O. ſic fiat[d] I. H. ad B. G. & perficiatur conus D. I. F. *c per 11. l. 6. d per 12. l. 6*

ΑΠΟΔΕΙ. Circulus A. C. eſt[e] ad circulum D. F. vt A. C. ad O. Sed vt A. C. ad O. ſic I. H. ad B. G. Ergo vt baſis A. C. ad baſim D. F. ſic reciprocè I. H. ad B. G. Proinde coni A. B. C, D. I. F. ſunt[f] æquales. & ex conſequenti K. L. M. conus ſumetur differentia coni A. B. C. ſupra conum D. E. F. Demum ſit maioris coni D. I. F. minor quidem baſis D. F. quam baſis A. C. ſed I. H. ſit maior altitudine B. G. ita vt efficiat conum D. I. F. maiorem. *e per 2. l. 12. & 10. l. 6. & 20. defin. lib. 5. f per 15. l. 12*

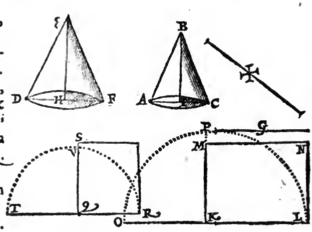
ΚΑΤΑΣ. Fiat[c] rurſus vt diameter A. C. ad O. ſic I. H. ad P. G. Erit enim neceſſario P. G. maior quam B. G. vt fiat conus A. P. C. æqualis cono D. I. F. propter reciprocationem[f] baſium & altitudinum.

ΑΠΟΔ. Cum itaque A. P. C. & D. I. F. ſint æquales, poſſimuſque per ſecundam κατασκευὴν huius ſumere differentiam coni A. P. C. ſupra conum A. B. C. habebimus quoque quo cono differat D. I. F. ab A. B. C. quod quærimus.

Porro idem eſt[g] exiſtimandum de coni ſegmentis, nec eſt de ijs lemmatis alia conſtructio. *g per lemmata ad 11. & ad 25. huius.*

ΛΗΜΜΑ Β.

Duorum conorum rationem exprimere ſuperficiebus ac lineis.



ΥΠΟΘ. Exponantur coni A. B. C, D. E. F.

ΚΑΤΑΣ. Vt diameter A. C. ad diametrum D. F. ſic fiat[h] D. F. ad G. habeaturque rectangulum ſub A. C, B. I. quod ſit R. S. & aliud ſub G. & E. H. quod ſit L. M. reducantur[i] ambo ad quadrata, quorum latera ſint V. Q. & M. k. demum vt V. Q. ad M. k. ſic ponatur[h] M. k. ad X. *h per 11. l. 6. i per 14. l. 2.*

ΣΥΜΠ. Sic dico exprimi rationem conorum ſuperficiebus & lineis.

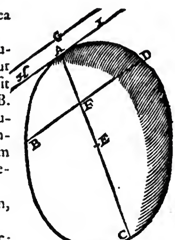
ΑΠΟΔ. Nam ratio coni A. B. C. ad conum D. E. F. componitur[l] ex ratione A. C. ad G. ſeu baſis ad baſim & B. I. ad E. H. Atqui rectangulũ S. R. eſt[m] ad rectangulum L. M. in ratione compoſita ex iiſdem rationibus, ſcilicet ex rationibus laterum ipſorum rectangulorum. Ergo vt conus ad conum, ſic rectangulum ad rectangulum. Iam igitur expreſſimus conorum rationem in ſuperficiebus. Verum quadratum ex V. Q. æquale rectangulo R. S. eſt ad quadratum ex P. k. æquale rectangulo M. L. *l per 11. huius. m per 23. l. 6*

a per 10. l. 6
b per 10. defin. l. 5.

in eadem compoſita ratione: ſed quoque ^a in ratione dupla rationis lateris V. Q. ad latus P. k. hoc eſt ^b lateris V. Q. ad lineam X. Ergo quoque V. Q. eſt ad X. vt rectangulum R. S. ad rectangulum M. L. hoc eſt vt conus A. B. C. ad conum D. E. F. En ergo exprimitur conorum habitudo in lineis vti quærebatur?

ΛΗΜΜΑ Γ.

Dato plano ſeiuncto à ſphæroide data, planum agere quod datam ſphæroidem tangat & parallelum ſit dato plano.



ΥΠΟΘ. Detur ſphærois A. B. C. D. & planum G. ab ea ſeiunctum.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur ſphærois per axem plano perpendiculari ad planum G. & fiat Ellipſis A. B. C. D. in qua notetur punctum, per quod linea ducatur parallela plano G. quæ ſit B. D. non tranſiens per centrum E. ſecus autem lineam B. D. agatur ^c planum parallelum plano G. & à centro linea ducatur C. E. A. bifariam diuidens ^d B. E. in puncto F. Tandem à puncto A. ducatur ^e linea tangens Ellipſim, per quam planum agatur ^e perpendiculare ad planum per axem ſecans.

c per coroll. 15. l. 11.
d per 10. l. 1.
e per 49. l. 2. Conic.

ΣΥΜΠ. Dico planum actum per A. tangere ſphæroidem, & eſſe parallelum plano G.

ΑΠΟΔ. Quoniam C. E. A. diuidit B. D. bifariam, diameter eſt ^f ſectionis. Proinde linea H. I. parallela eſt ^g ipſi B. D. & actum planum perpendiculare ad ſecans per centrum, tangit ^h ſectionem in A. Atqui duo plana G. & quod agitur per A. eidem ſecanti per axem & Ellipſim conſtituenti, ſunt perpendicularia, & duci poſſunt lineæ in illo ſecante ad vtrumque perpendiculares: Ergo ſunt ^i inter ſe parallela, quod fuit probandum.

f per 28. l. 2. Conic
g per 6 l. 2 Conic.
h per 2. partem 17. huius.
i per 14. l. 11

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

A data ſphæroidea vel conoidea portione, portionem abſcindere plano æquidiſtanter ad datum planum acto, ita vt reſecta portio æqualis ſit dato cono, vel cylindro, vel datæ ſphæræ.

ΥΠΟΘ. Dentur ſphærois A B. C. D. conus S. planum Y. F.

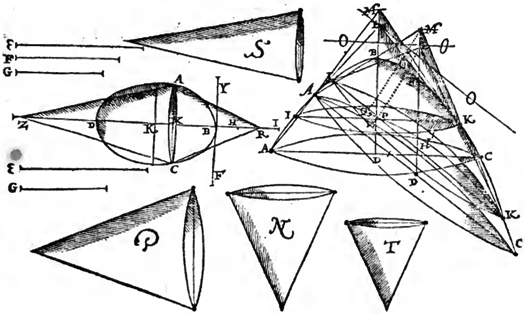
ΚΑΤΑΣ. Sphæroidi æqualis reperiatur ^l conus P. cuius à cono S. dato, ſit ^m differentia T. Et vt S. eſt ^n ad T. ita ſit E. ad G. Planum vero datam aut ſphæroidem tangit, aut non tangit: ſi tangat, bene eſt: ſi non tangat, aliud ducatur ^o planum ſphæroidem tangens quod ſit dato plano parallelum, ſitque illud F. Y. tangens in B. ac per punctum B. & centrum k. ducatur axis B. k. D. per quem agatur planum quod relinquat ^p Ellipſim D. C, B. A. Ipſi k. B. ponatur B. I. æqualis & diuidatur ^q B. I. in H. ita vt ſit I. H. ad H. B. vt E. ad G. Diuidatur ^r rurſus B. D. in X. ita vt ſit I. X. ad I. H. vt quadratum B. D. ad quadratum D. X. Per X. tandem agatur ^ſ planum A. C. parallelum plano Y. F. Et deniqué fiat ^t conus conive portio A. Z. C. æqualis portioni A. D. C. & conus conive portio A. R. C. portioni A. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico portionem A. D. C. æqualem eſſe cono S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim vt I. H. ad H. B. hoc eſt vt E. ad G. ſic ^r Z. X. ad X. R. hoc eſt ^t ſic conus conive portio A. Z. C. ad conum conive portionem A. R. C. ſeu ^u portio A. D. C. ad portionem A. B. C. Ergo tota ſphærois ſecta eſt in partes quarum A. D. C. eſt ad

l per lemma ad 2. Theor.
m per 1. lemma præced.
n per 2. lemma præced.
o per 3. lemma præced.
p per 12. huius.
q per 10. l. 6
r vide 4 l. 2 de ſph. & cylindro.
ſ per coroll. 15. l 11.
t per 24 l. 12 vel 4. lemma ad 11. huius.
u per 7. l. 5.

eſt ad A. B. C. vt E. ad G. hoc eſt vt S. ad partem qua ſphærois tota ſuperat S. Et propterea A. D. C. eſt æqualis ipſi S. quod fuit angulum. Detur iam conois rectangula A. B. C. à qua ſit portio reſecanda æqualis cono N. plano quod ſit parallelum alteri O. datæ.



ΚΑΤΑΣ. Plano O. baſis A. C. ſi parallela ſit, optimè eſt: ſi vero non ſit parallela à puncto plani O. ducatur linea parallela axi conoidis, quæ conoidem ſecet alicubi, & fiat pars quæ conoidem ingredietur, æqualis axi conoidis, vt eſt inferior B. D. Iam conoidem ſecet planum ductum[a] per inferius D. parallelum plano O. perpendiculare ad aliud planum, quod conoidem ſecatet per axem actum & per inferius B. tranſiens. vt fiat[b] baſis circulus vel Ellipſis parallela ipſi O. plano habeatur[c] poſtea conus vel coni portio A. M. C. æqualis conoidi vel conoidis portioni A. B. C. Sit autem ratio A. M. C. ad conum N. vt E. ad G. Tum inter E. & G. ſit[e] media proportionalis F. & vt eſt E. ad F. ſic ponatur[f] B. D. ad B. H. ac per H. agatur[d] planum baſi A. C. parallelum, quod reſcindat portionem I. B. K. cui rurſus ponatur[c] æqualis conus conive portio I. L. K. Atque fruſtorum coni altitudines ponantur M. Q. & L. P.

a per coroll. 15 l. 11.
b per 12 huius vel 13.
c per lemma ad 2. theor.
e per 13 l. 6.
f per 12. l. 6

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem I. B. K. eſſe æqualem cono N.

ΑΠΟΔΕΙ. Conois & conoidis portio A. B. C. ſunt[g] æquales, ita vt partes vtriuſque eiuſdem rationis, fuerint[h] æquales. Quoniam vero vt D. B. eſt ad B. H. ita eſt[i] quadratum A. D. ad quadratum I. H. hoc eſt[h] quadratum A. C. ad quadratum I. K. ſeu[l] circulus vel Ellipſis A. C. ad circulum vel Ellipſim I. K. hoc eſt vt baſis A. C. ad baſim I. K. Eſt[m] ergo baſis A. C. ad baſim I. K. vt E. ad F. Rurſus vt eſt[n] M. D. ſeſquialtera lineæ D. B. ita eſt L. H. ſeſquialtera lineæ B. H. Et proinde vt M. D. ad B. D. ſic L. H. ad B. H. Et permutando, eſt M. D. ad L. H. hoc eſt, in obliqua ſectione eſt M. Q. ad L. P. vt B. D. ad B. H. hoc eſt[m] vt E. ad F. ſeu vt baſis A. C. ad baſim I. K. Atqui conus ſeu coni ſegmentum A. M. C. eſt[o] ad conum ſeu coni ſegmentum I. L. K. in ratione compoſita ex ratione baſis A. C. ad baſim I. k. & altitudinis M. D. ad L. H. ſeu M. Q. ad L. P. hoc eſt in ratione dupla E. ad F. nimirum in ratione E. ad G. Verum conus vel coni ſegmentum eſt ad conum N. vt E. ad G. Ergo conus ſeu coni ſegmentum I. L. k. ſeu portio conoidis I. B. k. cono N. æquatur,[p] quod fuit probandum.

g per 25 huius.
h per 15 l. 5.
i per 20. l. 1 Conic.
l per 2. l. 12. vel per manifeſt. 2. huius.
m per 11 l. 5.
n per 23. vel 24 huius & 14 l. 12.
o per 11. & 6 lemma ad eandem huius.
p per 7. l. 5.

Quod ſi cylindrus vel ſphæra dentur, non maiori negotio problema abſoluetur: cum poſſunt cylindrus & ſphæra reſolui in conum, adiuuantibus decima libri 12. & 32. libri 1. de ſphæra & cylindro.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notanda ſunt Archimedis verba, quibus problema hoc ſuperius concepit: ἀπὸ δὲ δοθέντος σφαιροειδοῦς τμάματος ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν, &c. His enim non ſphæroidem integram proponit, ſed ſphæroidis ſegmentum: at de integra ſphæroide problema ſoluimus, quia nempe data portione ſphæroidis, tota datur ſphærois, mediantibus ijs quæ præmiſimus a: ita vt abſoluto hoc pręſenti problemate tandem maneat expoſita ſphæroidis portio ſecta vt requiritur. Scilicet ſi datus conus, vel cylindrus vel ſphæra non excedat propoſitam portionem. Hypotheſis enim admittenda eſt, ſi maior fuerit ſphæroidis data pars: quæ ſi minor fuerit, vt impoſſibilis abijcienda. Idem cenſendum de conoidibus. In minori enim conoide aut ſphæroide quam ſit propoſitum aliud corpus, pars æqualis ſecari minime poteſt.

a Problem. 4. ad defin. 16. & ſchol. ad 23. definit. huius.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER
DE LINEIS SPIRALIBVS.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

QVANTO animi affectu, & quam mira ingenij ſubtilitate circulum, circularéſque figuras, quæ aliqua arte conſtant, Archimedes proſequutus eſt, cùm ex libris præcedentibus, tum ex ſequentibus patet. Etenim non tantùm ſphæram ſphæræque proprietates contemplatus eſt, aut circulo perfectè circinati dimenſionem inquiſiuit: ſed ſphæroïdeas conoïdeáſque formas rimatus, earúmque affectiones ſagaciſſima mente intuitus, multa nobis de illis affabrè elaborata reliquit. Neque in eis finem tam fælici labori impoſuit, verum ex prioribus adinuentionibus ſpe auctus ac viribus, lineas ſphærales aggreſſus eſt, quadraturámque paraboles, primo mechanicè tentauit, deinde geometricè abſoluit. Hac de inſequentibus. Cæterum quæ de ſpiralibus lineis ſeu περὶ ἑλικῶν expoſuit, tam longo ſunt à communibus ingenijs ſpatio diſſita, vt non ſit mirum ſi diu tantus artifex in eis inſudarit, vti fatetur ipſemet: imò ſi nudè expoſita captu difficilia ſint. Eo ſiquidem artificium promunt abundantius, ac certiùs probant, quo vel magis anxio labore inuenta fuerint aut oblata maiori difficultate capiantur. Quid autem ad hanc ἑλικῶν diſquiſitionem antiquos cõmouerit? licet quærenti

poſſim multa reſpondere, quæ ſeſe paſſim figura circumuoluta oculis exhibent, quæque hominum ſagaciter indagantium res rerumque cauſas & accidentia, ad ſui contemplationem pupugerunt animos, vt nihil quod haberet quicquam ſubſtantiæ vel figuræ inquiſitu dignum eorum mentes effugeret, nihilominus crediderim eos id laboris potiſſimum & induſtrię ad circuli vſum retuliſſe, cuius & capiendi & dimetiendi artem mirè deperibant. Helices autem ſua tornatili complicatione viſum primum delinierunt, ſurſum deorſumque oculis occurrentes: ſcilicet in cælis perpetuis motibus deſcriptæ, in aquis commotis gyris explicatæ: in terris, floribus diſtributę, tum à natura ad artem ornatus gratia tranſlatæ: vnde tandem ſubtilior humanæ mentis indago concita, quid hæc figura portenderet, ratione duce perueſtigauit. Fœlici labori fauſta ſucceſſit induſtria, qua nimirum multa arcana detecta ampliſſimam theorematum ac problematum ſegetem Geometris protulere, quæ ſcientiam eorum maxima ex parte complent: Vt ſi
Laërtius in Thalete. *non immerito Thales Mileſius cum trianguli in circulo inſcriptionem inueniſſet, bouem Dijs immolauerit, vt & Pythagoras ob detectam quadratorum ſuper lateribus angulum rectum continentibus in rectangulo triangulo deſcriptorum* τῶν ἀπὸ τῆς τὴν ὀρ-
Proclus lib. 4. in Elem. θὴν γωνίαν ὑποτεινούσης *æqualitatem*, (καὶ βουθυτεῖν λέγουσιν αὐτὸν ἐπὶ τῇ εὑρέσει, *inquit Proclus) non inconcinne Perſeus ſimiliter ob helicum inuentionem dæmonas propitiauerit. Certè helices, nimirum gyri qui in ſeipſos non recurrunt, nomen dederunt cœleſti*
Odyſſ. ι. *illi plauſtro* (ἣν καὶ ἄμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσι, *inquit Homerus) & illis Stellis quæ ſeptenario numero ita ſunt circa Arcticum polum diſpoſitæ, vt vrſæ figuram referre videantur.*

Ovid. 1. de triſt. Eſſe duas Arctos, quarum Cynoſura notetur:
Sidonijs Helicem Graia carina notet.

Duæ quidem ſunt ſimili ordine Helices, Caliſto & Cynoſura, quæ non longè euagatæ à Polo nauigantibus per inuia maria viam monſtrant, & horas connotant. Sidonij & Tyrij omnium antiquiſſimi nautæ minorem, Græci maiorem in mari itineris ducem habuere. Et quamquam Vlyſſes alias quoque ſtellas reſpiciat.

Odyſſ. ι. Πληϊάδας τ' ἐσορῶντι, καὶ ὀψὲ δύοντα Βοώτην,
Ἄρκτον θ'.

Nihilominus in Vrſam potiſſimum oculos intendebat, quia Polo propiùs hoc aſtrum ſeptentrionem certiùs commōſtrat, & deinde reliquas mundi regiones, fœliciúſque iter regit quam cætera ſydera. Hinc Græci ἑλικῶπες *dicti ſunt olim qui* τὴν ἑλίκην ὁ-πλοντες *nauigabant. Imo ſunt qui rationem nominis Helices petant* ἀπὸ τοῦ ἑλίσσειν, *à conuertendo in ſe nautarum oculos: Malo tamen à conuerſionibus, non quidem ſolum quas hoc ſydus circa verum punctum poli ſingulis diebus emetitur, hæ ſiquidem in ſeipſas recurrunt, aut ſaltem viſus non percipit, quo diſtet finis à principio at verò quibus ſpatio aliquot ſeculorum circa Polum gyratur ad eum nunc accedens, nunc vero ab eo recedens vt phænomena detegunt, & quidem intuitu teſte, oculíſque conſcijs. Porro cœlum non ſolis Vrſæ helicibus ornatur: Verùm Sol ipſe luminum fons & Aſtrorum Princeps, non aliter quam Helicibus, quas indeſinenter ab altero Æquinoctio ad alterum percurrens deſcribit, lumina, luces, calores, denique ſimul omnium bonorum vbertates diſpartitur. Spirales circuli, quos lapis in ſubiectam aquam demiſſus in ſuperiori ipſius ſuperficie inducit, quiq; frequēti motitatione figurarū ſpecies interturbant, nobis exemplar referunt cōmoti aëris linguæ flabello: quippe vox palam prodiens ambientē trudit aërē, & ſpiritus propiorem iſſus remotiorē ferit in gyrū, ita vt tremulus vndiquaq; infinitus ſpiris, aures pulſet circumſtantium, pro diſtantiæ & elati clamoris ratione.*

Num igitur primi ſenſus helicibus vtuntur? Quin imo & reliqui, inductis gyris obie- Plinius l. 37 c. 10. & 11.
cta concipiunt, vt non malè καπνῖτιν plurimus ſpiris fumidam vocet Plinius: Flores quippe omnes, & quæcumque odorem proijciunt,

Ambroſiæque comæ diuinum à vertice odorem
Spirauêre. Virgil. 1. Æneid.

Et à ſpiris ſpiratio eſt, ſiue attrahentis ſpiritum, ſiue vaporem exhalantis. Equidem præcipui flores ſpiris folia ſua concinnunt, nec ſuauiter ſpirant niſi ſpiris exculti. Hederæ ſuam helicem habent, folia quidem minora habentem, ſed differentijs maximis diſcretã, paruitate humiliorem, ſed foliorum ordine concinniorem, εὐρυθμότερα inquit Theophraſtus, Latini clauiculam & pampinum & capreolum dicunt: imo vitis ipſa natiuis ſpi- Hiſt. plant. cap. 18.
ris intorta, & quaſi vieta ex lentitiæ & ingenitæ flexibilitatis cauſis, non propagatur niſi pampinorum, ſeu duraminum aut dactylum inflexione, vt helicem vbique referat. Quid guſtus? nonne & ſpiras ſuas habet, genera operis piſtorij, quas & Cato placen- Feſtus.
tas vocat, confectionémque docet: nec placent niſi ſpiris. quinetiam in reliquis guſtus diffluentes varijs helicibus per ſubſtantiam palati, ſapores percipit: nec larynx tantum ſua quadam voluta cartilagine conſiſtit, ſed guttur ipſum gyris ac mæandris deducitur. Tactus in animalibus, neruis toto corpore ſerpit: qui in perpetuos orbes contracti, tactilem potentiam membris indunt. Et hoc in ijs, puta in ſerpentibus, maxime percipitur, quæ imperfecta cum ſint, & vix alia quam tangendi facultate prædita, motus quoſque in gyros exerunt. Cæterum natura non tot helicibus luxuriat, quin Ars ſuis quoque volutis diffluat. In matronarum ornamentis quæ potiſſimum comi ſtudent, ſpiræ iam ab antiquis temporibus notatę ſunt, & nodi in orbem cõtracti, caputque aliquoties ambientes, ac in turbinis figuram faſtigiati decenti & gratioſo comptui habiti ſunt. Quid Plinius l. 9. cap. 35.
cetera perſequar? nulla ars ſine volutarum decore. Architectura omnium nobiliſſima, helicibus ſua præcipua dicam, ornamenta refert, cum ordines Ionicus & compoſitus perfectiſſimi ſine volutis indecora ſint: quę ſi indiligentiùs efformatæ fuerint, vt nec omnibus eas affabrè decircinandi methodus conſtat, poſtquam Vitruuiana perijt, languet totius columnæ ars: Verùm ne tot helicum complicaturis implicemur, experiamur quanta ſcientia Archimedes helicum affectiones & proprietates diſquiſierit, quanta cum vtilitate earum arcana reſerarit, quanta denique voluptate figuram illam nobis patefecerit. Etenim & doctiſſimè, & vtiliſſimè, & iucundiſſimè eiuſmodi negotium ſummus artifex abſoluit.

ARCHIMEDIS DE SPIRALIBVS.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO SALVTEM.

IN ijs quæ ad Cononem miſſa ſunt theorematibus, eorum quidem quorum à me flagitabas aſſiduè demonſtrationes, multorum ab Hercule latas conſcriptas habes: nonnullas rurſus eorumdem in hoc libro ad te ſcriptas mitto. Ne mireris vero, ſi longum tempus conſumpſerimus antequam horum demonſtrationes dederimus. Hoc enim contigit quod cupiuerim priuſquam eas darem, & ipſis inquirere eos qui in mathematicis exercitati ſunt. Quot enim in geometria theoremata viſa primum impoſſibilia, tempore perfectionem capiunt? Conon quidem non ſufficiens tempus ſortitus in eorum diſquiſitione, vitam (cum morte) commutauit, & ea dubia reliquit, quamquam omnia inuenerat, vt & alia

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κώνωνα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξεις ἐπιστέλλεις μοι γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας. Τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. Μὴ θαυμάσῃς δὲ εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. Συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. Ποῖα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρείᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι? Κώνων μὲν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάστευσιν αὐτῶν χρόνον, μετάλλαξεν τὸν βίον, ταῦτα ἄδηλα ἐποίησεν, καίτοι ταῦτα πάντα εὑρών, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρών, καὶ ἐπὶ τὸ

πλεῖον, παράγαγεν γεωμετρίαν. Ἐπιστάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ δὲ τὰν κώνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων, οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον· βούλομαι δὲ καθ᾽ ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι. Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτῷ[a] μὲν κεχωρισμένα. Τέλους δὲ ποτ᾽ ἐσόμενα· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες ἐλέγχωνται, ἅ ποτε ὁμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα· ταῦτα δὲ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων ὧν τὰς ἀποδείξεις ἔχεις ἀπεσταλμένας· Καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζοντες δοκιμάζοντες ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. Ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τῆς σφαίρας βιβλίου. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ· δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαίραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τέμνειν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς ποτ᾽ ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν· ὥστε τὰ τμή-

multa, quibus plurimum geometriam adauxit. Scimus quippè in illo fuiſſe non vulgarem mathematicarum artium peritiam, laboriſque ſupra modum tolerantiam. Poſt obitum verò Cononis multi exacti ſunt anni, quibus à nemine, quod nouerimus, vllum ſit horum problematum tentatum. Volo autem eorum ſingula perſequi. Etenim contigit duo quædam eorum, quæ apud Cononem erant, hoc libro inſerta fuiſſe finem tandem conſequutura: vt qui prædicant omnia ſe inuenire, demonſtrationem verò eorum nullam proferentes, ſophiſticè agunt, ea aliquando ſpondere videantur reperiiſſe, quæ ſunt impoſſibilia. Quotquot itaque ſunt huiuſmodi problematum, tum quorumdam quorum demonſtrationes miſſas habes, denique cæterorũ, quas in hoc libro latas probamus, tibi declarabo. Primùm itaque fuerat: ſphæra data planum ſpatium reperire æquale ſuperficiei ſphæræ. Quod quidem primum factum eſt manifeſtum, dato de ſphæra libro. Cùm enim illic[a] demõſtratum fuerit, quod *omnis ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt maximi circuli eorum qui ſunt in ſphæra*, manifeſtè poſſibile eſt, ſpatium planum inuenire æquale ſuperficiei ſphæræ. Secundum verò: *Cono*[b] *dato vel cylindro inuenire ſphæram ipſi cono, vel cylindro parem.* Tertium autem: *Datam*[c] *ſphærã plano ſecare, ita vt ſegmenta ipſius inter ſe ordinatã rationem habeant.* Adhæc quartum[d]: *Datã ſphærã plano ſecare: ita vt ſu-*

[a] *locus hic totus luxatus eſt: ſenſus tamen ſic in artus redire poteſt:* κεχωρισμένα περὶ πάντα τυγχάνειν, ὑπὸ τῶν *& inſerta antequam finem conſequerentur ab eis. Porrò hic* δύο τινὰ *inquit, cùm tamen tria deinceps enumeret.*

[a] *propoſ. 31. l. 1.*

[b] *prop. 1. l. 2. de ſphær. & cyl.*

[c] *prop. 4. eiuſdem l. 2.*

[d] *prop. 3 eiuſdem.*

perficiei portiones ordinatam rationem inter ſe habeant. Præterea quintum: *Datum ſphęrę ſegmentum, dato ſphæræ ſegmento aſsimilari.* Tandem ſextum[a]: *Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſiue eiuſdem, ſiue diuerſa, inuenire ſegmentum ſphæræ, quod ſit quidem ſimile alteri ſegmentorum, ſuperficiem verò habeat æqualem ſuperficiei alteris.* Denique ſeptimum fuerat[b]: *A data ſphæra ſegmentum reſecare plano*, ita vt ſegmentum ad conum baſim habentem eandem cum ſegmento, & altitudinem æqualem ordinatam rationem habeat non minorem ea, quàm habent tria ad duo. Horum quidem omnium demonſtrationes Hercules tulit. Quod verò ab ipſis ſeiungebatur, falſum erat. Eſt autem huiuſmodi. Si ſphæra plano ſecatur in inæqualia, maius ſegmētum ad minus, duplam habebit rationem eius, quam habet maior ſuperficies ad minorem. Quod verò iſtud falſum ſit, per ea quæ priùs miſſa ſunt, manifeſtum eſt. Diſtinguebatur enim, & hoc in ipſis. Si ſphæra plano ſecatur in inæqualia, ad rectos angulos cuidam diametro eorum quæ ſunt in ſphæra, maius ſegmentum ad minus eandem habebit rationem, quam portio diametri maior ad minorem. Segmentum[c] enim ſphæræ maius, ad minus minorem quidem rationem habet dupla eius, quam habet maior ſuperficies ad minorem: maiorem verò quàm ſeſquialteram. Erat rurſus, & extremum ſeparatorum problematum falſum:

[a] prop 6. eiuſdem.
[b] prop. 7. eiuſdem.
[c] per 8. li. eiuſdem 2.

ματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ᾽ ἄλλαλα. Πέμπτον δὲ· τὸ δοθὲν τμῆμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δὲ· δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας, εὑρεῖν τι τμῆμα σφαίρας ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμήματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμῆμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὸ β. Τούτων μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον, ψεῦδος ἦν. Ἐστὶ δέ. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι· κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Εἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα, πρὸς ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμῆμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον· ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος·

Ὅτι εἴκα σφαίρας τινὸς ἡ διάμετρος τμηθῇ, ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, καὶ διὰ τοῦ σημείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, τέμνει τὴν σφαῖραν τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμῆμα, μέγιστον ἐστι τῶν ἄλλων τμημάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστον ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμημάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Εἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῇ, ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον· τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ· παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμῆμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον· κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμηθῇ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται δῆλον· ὅτι δὲ ἀποτμηθὲν τμῆμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ εἴκα τοῦ κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμηθέωντι ἐπι-

Nempè ſi diameter alicuius ſphæræ ſecatur, ita vt quadratum quod fit à maiori portione, triplum ſit quadrati, quod à minore fit portione, & per ſectionis punctum planum agatur rectum ad diametrum, ipſum ſphæram ſecare in talem ſpecie figuram, quale eſt maius ſphæræ ſegmentum, maximum ſcilicet ſegmentorum æqualem habẽtium ſuperficiem. Quod verò ſit hoc falſum, apparet ex præmiſsis ad te theorematibus. Demonſtratum enim eſt [a], quod hemiſphærium maximum eſt comprehenſorum ſub æquali ſuperficie ſphęræ ſegmentorum. Poſt autem iſta de cono, hæc etiam proponebantur. Si [b] rectanguli coni ſectio, manente diametro circumuoluatur, ita vt ſit diameter axis: deſcripta figura à ſectione rectanguli coni, conois, ſiue conoides appelletur. Tum ſi conoideam figuram planum quodpiam tetigerit, tangenti verò plano aliud planum ductum ſecuerit aliquam conoidis portionem: reſectæ portionis baſis quidem vocetur [c] ipſum planum ſecans. Vertex [d] verò punctum quo alterum planum conoidem tangit. Porrò ſi dicta figura plano ſecatur recto ad axem, manifeſtum eſt [e] ſectionem fore circulum: Quod autem reſecta portio ſeſquialtera ſit [f] coni baſim habentis eandem, quam portio, & altitudinem æqualem, demonſtrare oportet. Ac ſi conoidis duæ portiones reſecentur planis, quo-

[a] per 9. & vltima eiuſdem 2. l.

[b] definit. 1. li. de conoidib. & ſph.

[c] defin. 4. eiuſdem.

[d] defin. 5.

[e] per 12. lib. eiuſdem.

[f] demõſtratur 23 prop. eiuſdem.

modocumque ductis, fore vt a per 13. fiant * acutiangulorum conorum ſectiones, patet. Cæterum ſi ſecantia plana non recta fuerint ad axem, ſegmenta ad ſe b per 26. inuicem eādem habere ratio-nem, quàm potentia inter ſe habent lineæ à verticibus eorum axi æquidiſtanter ductæ, vſque ad ſecantia plana, etiam eſt demonſtrandum. Horum autem demonſtrationes ſimiliter ad te mittuntur. Poſt iſta verò hæc de ſpirali propoſita ſunt, quæ aliud longéque diuerſum problematum genus redolent, nihil commune habens cum prædictis. Horum porrò demonſtrationes in hoc libro tibi reſcripſimus. Res autem ita ſe habet.

πέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις· Ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον. Εἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα, ὅτι δὲ τὰ τμήματα ποτ' ἄλληλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχωντι δυνάμει ποτ' ἀλλήλας, αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι τὰ ἐπίπεδα τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις οὕτω σοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος τῶν προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοίνων ἔοντα τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδείξιας γεγραφήκαμέν σοι. Ἐστὶ δὲ τάδε.

DEFINITIONES.

I.

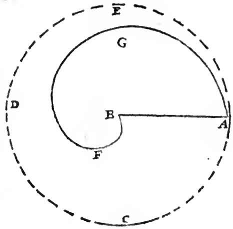
Si in plano recta linea altero termino manente, æquali celeritate circumlata redeat deinceps eò, vnde profecta eſt: ſimul verò cum linea circumuoluta feratur punctum pari velocitate ſibi ipſi, ſecundum rectam lineam ducto, motus initio ab immobili termino: iſtud punctum lineam ſpiralem in plano deſcribet.

ΟΡΟΙ.

Α.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος· τὸ σημεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

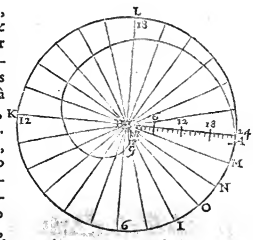
ΣΧΟΛΙΟΝ A.



Exponatur linea A.B. quæ circa immobile punctum B. circumuoluatur, ita vt deſcribat circulum A. C. D. E. Temporis verò interuallo, quo linea B. A. perficiet circulum, imaginemur punctum quodpiam ſuper eadem linea B. A. incipiens moueri à B. æquali ſibi ipſi velocitate, hanc percurriſſe lineam B. A. & in ſpatio circuli tramitem ſui motus reliquiſſe, cuiuſmodi eſt voluta linea B. F. G. A. Etenim Archimedes hunc puncti mouentis tramitem ſpiralem ſeu ἕλικα appellat. Cæterum eandem ſpiralis lineæ deformationem tradit antiquus Pappus ad 19. lib. 4.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spiralem deſcribere.



Excipiatur linea A. B. tantæ longitudinis, quanti requiritur interualli linea ſpiralis: & centro B. ac interuallo B. A. deſcribatur circulus A. I. K. L. cuius circumferentia diuidatur [a] in multas partes æquales: quò plures eo conducibiliùs propoſito negotio. Tùm à centro B. ad ſectionum puncta radij agantur, cuiuſmodi ſunt B. M, B. N, B. O. & reliqui. Præterea diuidatur [b] B. A. in totidem partes, & harum partium vna capiatur in proximo radio B. M, duæ in ſequenti B. N, tres in quarto, & ita conſequenter aucto ſemper in ſequenti partium numero, vnitate. Hoc pacto vltima pars recidet in extremum primi radij, quem ponimus eſſe aſſumptam lineam. Tandem per hæc excepra puncta B. C. D. E. G. & alia tranſeat obuoluta linea.

[a] per 30. 13
[b] per 10. 6

ΣΥΜΠΕ. Hæc enim ſpiralis erit.

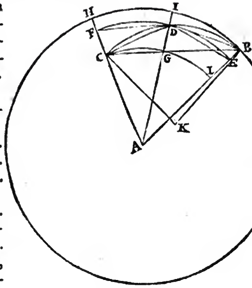
ΑΠΟΔ. Cùm enim linea B A. æquali ponatur ſibi ipſi celeritate ferri, temporibus æqualibus, æquales circumferentiæ partes deſcribet, nec maiori tempore decurret interuallum A. M, quàm aliud M. N. & aliquod aliud ſequentium. Verùm punctus quoque currens deſcribit æquales particulas lineæ B. A. æqualibus temporibus, quibus radius A. B. inambulat pares arcus circuli. Ergo pari fertur celeritate, & per notata puncta tranſit. Acta proinde linea per huiuſmodi puncta ſpiralis eſt, qualem Archimedes definiuit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Poſſumus vnicuique ſcalpro, ſeu parti ſpatii baſim, vel arcum volutæ reſpondentem deſcribere, ducta linea à radio ad radium, & ſuper ea deſcripto iſoſcele triangulo, cuius quodlibet æqualium laterum ſit par minori radio. Apice enim trianguli facto centro circuli, & æquali latere interuallo, arcus deſcribitur. Nihilominus ne quis ſic exactè ſingulos arcus volutæ deſcribi putet. Nulla enim ſui parte ἕλιξ εἰς κύκλον κάμπτεται: & falſum eſt ducta linea à principio volutæ in medium huiuſce arcus æquo interuallo ſuperari à radio ſe proximè maiori, ei quo radium ſe proximè minorem ſuperet.

ΥΠΟΘΕ. Sint enim duo quilibet radij A. B. & A. C. qui iungantur linea C. B. ſuper qua triangulus Iſoſceles conſtituatur, [c] C. K. B. cuius latera æqualia C. K, K. B. ſingu-

[c] per coroll. 1. 1.



la æquentur minori radio C. A. Tum centro k.& interuallo K.C. arcus deſcribatur C. D. B. qui cenſeatur pars ordinandæ ſpiralis. Secetur [a] autem bifariam iſte arcus puncto D. & ducatur A. D. I.

[a] per 30.1.3

ΣΥΜΠ. Dico A.D. non æqua parte ſuperari ab A.B. qua ſuperat A.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro A.& interuallis A.D. & A C. deſcribantur arcus F.D.E,& C. G. L. ducanturque lineæ D.F, D.C, D. E, D.B.

ΑΠΟΔ. Etenim D.I. eſt pars qua A.B. ſuperat A. D. Tum F. C. pars eſt ſimiliter qua D.A. vincit A.C. Has verò D.I. & F.C. ſi aduerſarius ſtatuerit æquales, fateatur oportet arcus B.I, I.H. eſſe æquales, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆς ἕλικος. Atqui ſi B.I, I.H. ſunt pares, etiam F.D, D.E. pares ſunt, cùm circuli ſint ex eodem centro. Et propterea vt C.D, D.B. ſunt [b] æquales, ſunt [b] quoque F.D, D.E. æquales, propterea trianguli D.F.C. latera æquantur lateribus trianguli D.E.B. Et præterea angulus D.F.C. eſt [c] æqualis angulo D.E.B. Atqui D. A. E. triangulus eſt Iſoſceles, cuius quiſque angulorum qui ad baſim, minor eſt [d] recto: Proinde D.E.B. eſt maior recto. Maior ergo recto eſt angulus D.F.C. Sed illi eſt æqualis F.D.A. quod eſt impoſſibile [b], ne tres anguli trianguli duos rectos excedant. Abſurdè idcirco dicitur F.C. & D I. eſſe æquales, vel partes ſpiralis curuari in circulum. Ita vt viam nobis non aperuerit Ioſephus Scaliger decircinandæ [e] volutæ ordinatæ, vt nec forſan delumbatæ. Fatebor quidem in minimis arcubus, differentiam viſum effugere, ſed ipſa clam mente eſſe non poteſt. In hoc itaque negotio ſuaſerim circumferentiam aſſumpti circuli, veluti illius A.I.K.L, in tot ſectores partiri, vt ſingulorum ſcalprorum baſes, quæ tandem volutam complecturæ ſunt, vix à recta diſtent, faciléque ſit ſola manu ductrice, indicantibus tamen radiorum punctulis eas deſignare. Etenim cum Sporo Niceno viam depingendatum volutarium abſolutum deprehendi, minimè cenſeo. Architecti varias deſculpendæ Ionicæ volutæ tradiderunt. Verùm omnium ſubtiliſſima mihi viſa eſt ea, quę eſt [f] Andreæ Palladij. Reliquas nihil moror, eaſdem aliquando mechanicorum opere perpenſurus.

[b] per 29.1.3

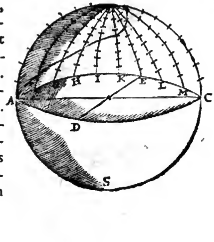
[c] per 6.1.1.

[d] per 32.1.1.

[e] prop 1. Cyclometrices Elementi primi.

[f] c.16 lib.1. Architect.

Porrò huiuſcè deſcriptionis vberior nobis producetur ratio ex 12. propoſitione huius: qua fertur, quod ſi ad ſpiralem lineam in vna circulatione deſcriptam à principio ipſius, quotlibet rectæ lineam ducantur, quæ æquales angulos ad inuicem efficiant, ipſæ ſeſe æqualiter excedunt. Omnes quippè exceſſus, quibus punctus currens lõgiùs recedit à centro in ſequenti radio, quàm in præcedenti, totam perficiunt lineam B.A. Tempore verò quo punctus currit hos exceſſus linea B.A. circumferentiam circuli abſoluit. Ergo exceſſibus æqualibus curſus puncti, reſpondebit pares exceſſus curſus lineæ. Verùm radij qui diſtingunt æquales arcus, æquales angulos ad centrum continent. In illis ergo radijs exceſſus fuerunt aſſumendi æquales, per quos ſpiralis linea exararetur.



Porrò non tantum in plano helix deſcribitur, ſed in globoſa quoque ſuperficie; nec ratione multum diſpari. Exponatur ſphæra A.B.C.S. cuius ſit maximus circulus A.E.C.D. Poli ſint B & S. quibus applicetur ſemicirculus, qui his punctis B. & S. defixus ſuis extremis, circa ſphęram reuoluatur æquali ſibi celeritate. Interim verò punctus à polo B. ad polum S. in huiuſmodi ſemicircunferentia decurrat pari, & vniformi velocitate. Non enim hemicyclium ſphæræ circumuoluerit, quin punctus decurrens helicem deſcripſerit. Et ſi ambo curſuum

ſuum tempora ita fuerint inter ſe, vt curſus ſimul linea & puncti abſoluantur, linea deſcribetur à polo ad polum: Si verò curſus puncti fuerit tardior, ſpiralis non abſoluetur: ſi demum fuerit celerior, non inuoluet ſpiralis totam ſphæram.

ΚΑΤΑΣ. Diuide itaque circulum maximum A.E.C.D, in tot partes quot potueris æquales, & à polo ad polum per ſectionum puncta, qualia ſunt A.F.G.H.I.K.L.M. age arcus maximorum circulorum, quos ſi in æquales partes vt numero prioribus pares ſecueris, lineamque exaraueris per ſectiones aucto ſemper interuallo vna parte, à polo B. lineam ſpiralem habebis, cuiuſmodi eſt B,N.O.P.Q.R.A. Cuius item reliqua pars faciei ſphæræ nobis obuerſa, latet. Demonſtrationem pete [a] ex Pappo. Hoc artificio in conica & cylindrica ſuperficie ſpiralem quoque deſcribes. Cæterum partes arcuum, qui à polo ad polum ducuntur, ſunt ſubduplæ partium, in quas circulum A.E.C.D. partimur, celeritaſque motus ſemicirculi tunc eſſet dupla velocitatis motus puncti in ſemicirculo. Si verò Helicem deſideraueris in ſolo hemiſphærio, partire ſemicirculum in partes ſubquadruplas partium circuli A.E.C.D. Sic etenim ſemicirculus mediam partem ſui curſus abſoluerit, quando punctus quartam duntaxat particulam ſemicirculi perfecerit: ita vt ſemicirculo ad metas perueniente, punctus hemiſphærium tantum compleuerit. Hoc pacto ſpiralem deſcribemus, quæ bis, ter, quater, vel pluries ſphæram conuoluet. Cæterum lineas Conchoides præſenti negotio pervtiles antea [b] deſcripſimus.

[a] propoſ. 30 l. 4. collect. Mathemat.

[b] ad 1. li. 2. de ſphæra & cyl.

ΟΡΟΣ. Β.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

DEFIN. II.

Vocetur igitur hoc quidem manens punctum rectæ lineæ quæ circumuoluitur, principium Helicis.

ΟΡΟΣ. Γ.

Α δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ᾽ ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

DEFIN. III.

Poſitio verò lineæ, à qua incipit recta circumferri, principium circulationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrammate primæ definitionis punctus B. appellatur [a] principium ſpiralis: ſitus verò lineæ B.A. cùm incipit in girum moueri, hoc eſt ipſamet linea B.A. principium circulationis, ſeu circumuolutionis dicitur [b].

[a] defin. 2.
[b] defin. 3.

ΟΡΟΣ. Δ.

Εὐθεῖα ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

DEFIN. IV.

Linea porrò quam quidem in prima reuolutione pertranſierit punctum latum ſecũdum rectam, prima vocetur: quam verò in ſecunda giratione idem punctum perambulauerit, ſecunda: atque de alijs ſimiliter quę circũuolutionibus proportionaliter denominentur.

ΟΡΟΣ. ϛ.

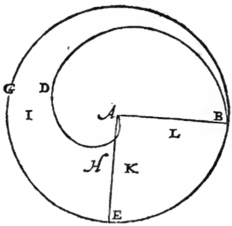
Καὶ εἴκα ἀπὸ τοῦ σαμείου ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῆ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἁ περιφορὰ γίνηται, προαγούμενα καλείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἑπόμενα.

DEFINIT. VI.

Atque ſi à puncto quod eſt principium Helicis, agatur aliqua linea recta: ea quæ ſunt ad eaſdem huius rectæ partes, ad quas circumuolutio fertur, antecedentia vocentur: quę verò in contraria, conſequentia.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit ſpiralis A.D.B. à cuius principio A. linea ducatur vtcumque A.C.E. Voluta enim C.D.B. tum ſpatium H.I.B. quod eſt ad eaſdem lineæ A.E. partes, in quas reuolutio fertur, antecedentium nomine dantur. Oppoſita verò voluta, quæ eſt à parte k.L. tum ſpatium quod deinceps eſt eiuſdem lineæ A.E, nempè E. k.L. conſequentium appellatione ſignificantur. Rurſus ſi centro A.& interuallo lineæ ſpiralis nempè A.B. deſcribatur circulus, qui ſit B.E.G. arcus E.G.B. antecedens appellabitur, oppoſitus verò E.B.G.cóſequens denominatur. Hæc autem antecedentia & conſequentia contraria omnino ſunt antecedentibus & conſequentibus aſtronomicis. In cóſequentia etenim fertur planeta, quæ à principio zodiaci verſus finem progreditur, ſeu ab Ariete in Taurum, Capricornum & Piſces: contra verò in antecedentia regreditur, qui à Piſcibus verſus Arietem tendit.



ΟΡΟΣ. Ζ.

Ὁ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ ὅ ἐστιν ἀρχὰ τῆς ἕλικος· διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

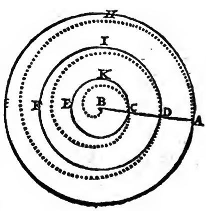
DEFIN. VII.

Deſcriptus autem circulus centro quidem puncto, quod eſt principium ſpiralis, interuallo verò hac recta quæ eſt prima, primus appelletur: Deſcriptus verò centro quidem eodem, interuallo verò dupla recta, ſecundus dicatur: & alij deinceps eodem modo denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint Helices prima, ſecunda, tertia, vel pluribus circumuolutionibus deſcriptæ, ſitque B. principium ipſarum, & deſcribatur circulus E.k.C. centro B. & interuallo primæ lineæ B. C. Hic primus circulus appellatur. Alius verò F.I.D. eodem centro B. ductus, & interuallo linea B.D. dupla a primæ B.C. appellatur ſecundus.

Tertius eſt circulus G.H.A. eodem centro B. deſcriptus, & interuallo B.A. tripla ipſius B.C. & ita ſit de reliquis. Quotuplicitas enim interualli circuli ſupra lineam primam circulo denominationem impertitur.



a per χόλον definit. 4. huius.

Porrò has definitiones tradit Archimedes non proœmio operis, ſed ante duodecimam propoſitionem huius: vnde illas huc tamquam in commodiorem locum aduximus. Deinde proponit author in textu præcipua theoremata, quæ hoc opere demonſtraturus eſt: quæ tranſcrſbere omiſimus, quia vel omnia hic proponenda fuiſſent, vel operis decurſu expectanda. Si tamen aues ſcire quæ hic præmitterentur, lege propoſitiones 24. 18. 27. & 28. Illic enim perficit quæ promiſerat his verbis, τίνων δὴ μὲν περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξιες ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Cæterum tandem ſubiungit.

Præmittuntur verò, vt fit in alijs Geometricis, quæ quaſdam vtilitates habent ad illorum demonſtrationes. Aſſumo præterea vt rata Lemmata, quæ in alijs libris iam euulgatis habentur, cuiuſmodi eſt.

Πρόκεινται δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων τὰς χρείας ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε.

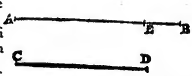
LEMMA I.

Inæqualium linearum, & inæqualium ſpatiorum exceſſum, quo excedit maior minorem ſibi ipſi coadditum, poſſibile eſſe excedere quamcumque earum, quæ inter ſe comparantur, quantitatum.

ΛΗΜΜΑ Α.

Τᾶν ἀνισᾶν γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτὰ συντιθεμέναν· δυνατόν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ᾽ ἄλλαλα λεγομένων.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A.B. maior, & C.D. minor, ſitque exceſſus E.B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Aſſumit Euclides exceſſum E.B. ſibi ipſi toties addi poſſe, vt frequenti ſui ipſius repetitione, tandem in lineæ molem abeat, quæ vel A. B, vel C.D. excedat.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A.B. & C.D. ſunt quantitates eiuſdem ſpeciei: inter ſe enim quantitates diuerſarum ſpecierum, quæ rationem nullam habent, comparari non poſſunt. Ergo quoque exceſſus E.B. eiuſdem eſt ſpeciei cum qualibet propoſitarum. Atqui ea eſt a homogenearum quantitatum natura, vt aliquoties repetita altera alteram ſuperare poſſit. Ergo exceſſus E.B. aliquoties repetitus ſuperabit quamlibet propoſitarum, & inter ſe collatarum, quod vult lemma: Idem concludemus de ſuperficiebus, vel etiam de corporibus. Valet enim in omnibus ratio.

a per 5. de fin. l. 5.

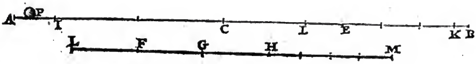
PROPOSITIO I.

Si ſecundum aliquam rectam feratur quoddam punctum æquè velociter ſibi ipſi latum, & ſumantur in ipſa duæ lineæ: ſumptæ eandem habebunt rationem inter ſe quam tempora, in quibus punctum iſtas lineas pertranſierit.

ΠΡΟΤ. Α.

Εἴκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν τοὶ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

Υποθ. Spatietur punctus P. ſuper linea A.B. vniformi ſemper velocitate, & in ipſa A.B. ſumantur duæ partes C.D, D. E. quas inambulauerit P. in temporibus F. G, G.H.



ΣΥΜΠ. Dico eſſe C.D.ad D.E.vt F.G.tempus ad tempus G.H.

ΚΑΤΑ. Quoniam quatuor magnitudinum prima C.D.confertur ad ſecundam D.E. & tertia F.G.ad quartam G.H.ſumantur primæ C.D,& tertiæ F.G. æquemultiplices quantitates I.C. & L. F. tùm ſecundæ D.E. & quartæ G. H. æquemultiplices E. K, & H.M.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.G. tempus eſt quo P. cucurrit C D. Et quoties eſt C.D.in I.C. toties eſt F G.in L F.ſequitur, quia motus puncti P. eſt vniformis, eſſe L.F. tempus, quo eadem celeritate punctus P.decurrerit I.C. Eadem ratione eſt H.M.tempus,quo inambulauerit idem P.ſpatium E.k. Proinde ſi I.C. ſuperauerit E.k,ſimiliter L.F. ſuperabit H.M. Et ſi I.C.defecerit ab E.K deficiet quoque L.F, ab H.M. Demum ſi æqualis fuerit I.C. alteri multiplici I.K, etiam L.F. æquabitur tempori H.M. Eſt[a] propterea C.D,ad D.E, vt F.G. ad G.H. vt proponebatur. [a] per 5. deſinit. l. 5.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

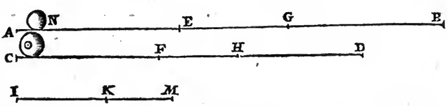
Idem omnino concludetur, de linea circulari. Etenim ſi punctus P. circuli periferiam percurrerit: vt ſe habebit tempus quo arcum tranſierit, ad tempus quo alium arcum abſoluerit, ſic erit arcus ad arcum, eadem plane de cauſa.

ΠΡΟΤΑ. Β.

Εἴκα δύο σημείων ἑκατέρου κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ ἴσας αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, αἵτε περαίνονται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὲρ τῶν σαμείων διανυέσθων, καὶ αἱ δεύτεραι τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

PROPO. II.

Si duorum punctorum vnoquoque pariformiter ſecundum rectam lineam lato, non quidem æquali ſimul celeritate; capiantur in vnaquaque linearum duæ lineæ, quæ primæ in æqualibus temporibus ſub punctis diſcurrentibus, teritur, & item ſecundæ, eandem habent inter ſe rationem acceptæ lineæ.



ΥΠΟΘ. Diſcurrãt puncta N. & O. vniformiter quidem vnũquodque ſibi ipſi: ſint tamen velocitates amborum curſuum inæquales, & quidem celeriùs ſit N. quàm O.ita vt eo tempore quo N.diſcurrerit A E. perfecerit O. tantùm C.F. Tum quo ſpatio N.tranſierit E.G.abſoluerit duntaxat O.iter F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur eſſe A.E.ad E.G, vt C.F.ad F.H.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam ſpatia A.E, C.F.permeantur à punctis N.& O. eodem tempore, ſit illud tempus I.k. Tum quia feruntur E.G.& F.H.etiam pari tempore, iſtud tempus ſit k.M.

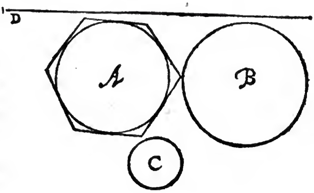
ΑΠΟΔ. Eſt[a] A.E ad E.G vt I.k.ad k M. Atqui etiam C.F.eſt ad F.H.vt I.k ad k.M. Ergo vt[b] A.E.ad E.G.ſic C.F.ad F.H.quod fuit probandum. [a] per 1. huius. [b] per 11. l. 5.

PROPO. III. / ΠΡΟΤΑ. Γ.

PROBLEMA I. / ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

Circulis quotlibet datis: poſſibile eſt rectam ſumere, quæ ſit maior circulorum datorum periferiis.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει· δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα οὖσαν ταῖς τῶν κύκλων περιφερείαις.



ΥΠΟΘΕ. Dentur circuli quotlibet A.B.C.

ΚΑΤΑ. Circa circulum A. deſcribatur [a] Hexagonum, quindecagonum, aut aliud polygonum, cuius ambitui æqualis fiat linea D. Deinde circa alios circulos polygona quoque deſcribantur, quorum periferijs augeatur eadem linea D.

a per coroll. 15. & 16. l. 4.

ΣΥΜΠΕ. Dico D. lineam rectam maiorem eſſe circulorum datorum circumferentijs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ambitus poylgonorum circumſcriptorum maior eſt [b] periferijs circulorum: Atqui linea D. illi omnium polygonorum ambitui facta eſt æqualis. Ergo ipſa quoque D. maior eſt circulorum omnium expoſitorum circumferentijs, quod fuit demonſtrandum.

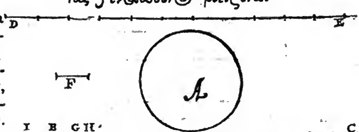
b per 3 hypothe. lib. 1. de ſphæra & cyl.

PROP. IV. / ΠΡΟΤ. Δ.

PROBL. II. / ΠΡΟΒΛ. Β.

Duabus datis lineis inæqualibus, recta, & circuli circumferentia, poſſibile eſt ſumere rectam, maiore quidem linearum datarum minorem, minore verò maiorem.

Δύο γραμμῶν δοθεισῶν ἀνίσων, εὐθείας τε, καὶ κύκλου περιφερείας· δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τῆς μὲν μείζονος τῶν δοθεισῶν γραμμῶν ἐλάσσονα, τῆς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.



ΥΠΟΘ. Dentur periferia circuli A. & recta B.C. Sitque B.C maior exceſſu F.

ΚΑΤΑΣ. Toties multiplicetur F. vt fiat D.E. maior, maiore datarũ B.C. Et quoties F. fuerit aggregata in D.E. in tot partes diuidatur [a] B.C. ſuarumque partium vna ſit B.G. Et quoniam D.E. maior eſt quàm B.G. erit [b] quoque pars ipſius D.E. æqualis exceſſui F. maior quàm B.G. applicetur itaque F. ipſi B.C. & excurrat à B. in H. nempè ſit B.H. æqualis ipſi F.

a per 10. l. 6
b per 15. l. 5.

ΣΥΜΠΕ. Dico G.C. lineam eſſe maiorem periferia circuli A. & minorem ipſa B.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam B.C. excedit περιφέρειαν circuli quantitate F. ſequitur H.C. æqualem eſſe, eidem circuli periferiæ. Atqui G.C. maior eſt quàm H.C. Ergo quoque G.C. maior eſt circumferentia circuli. Sed eadem G.C. minor eſt tota B.C. Ergo G.C. linea eſt quæ quæritur.

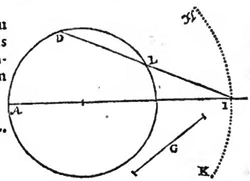
Cæterum ſi ponatur περιφέρεια circuli maior recta B. C. ipſi B. C. addatur B. I. æqualis vni parti B. G. reliquis vt prius ſtantibus.

ΑΠΟΔ. Quoniam ambitus circuli excedit B. C. quantitate F. Et vero F. maior quã B. I. manet adhuc I. C. minor maiore datarum, nempe circumferentia circuli A. Verum eadem I. C. maior eſt datarum minore B. C. Ergo I. C. linea eſt quæ poſtulatur.

ΛΗΜΜΑ.

A puncto D. circuli dati A. B. C. D. ducere lineam in productam diametrum, quæ circulum ſecet, ita vt pars exterior comprehenſa inter periferiam circuli & productam diametrum, æqualis ſit lineæ datæ G.

ΚΑΤΑΣ. Circulo D. A. B. C. & centro ſeu polo D. ac interuallo G. deſcribatur [a] conchois H. I. K. & à puncto D. ducatur linea ad punctum, quo producta diameter in conchoidem incidit, vt in I.



[a] per ea quæ diximus ad 1. lib. 2. de ſph. & cylind. lem. 1.

ΑΠΟΔ. Etenim ex natura conchoidis erit L. I. æqualis lineæ G.

ΠΡΟΤ. Ε.
ΠΡΟΒΛ. Γ.

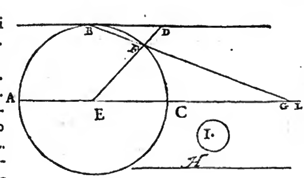
Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσης τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

PROP. V.
PROBL. III.

Circulo dato & linea recta tangente circulum: poſſibile eſt à centro circuli ducere rectam ad tangentem, ita vt quæ recta fuerit inter tangentem & circuli circumferentiam, ad radium circuli minorem rationem habeat, quàm circumferentia circuli, quæ eſt inter contactum & productam ad datam cuiuſcumque circuli circumferentiam.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A.B.C. qui tangatur linea B. D. in puncto B. Detur adhuc circulus I.

ΚΑΤΑΣ. Agatur [b] per centrum E. linea A. E. L. æquidiſtans ipſi B. D. Et capiatur [c] H. linea recta maior circumferentia circuli I. Tum à puncto B. traijciatur [d] B. F. G. linea in A. L. ita vt pars F. G. quæ eſt extra circulum, æqualis ſit ipſi H. Denique à cẽtro E. per F. egrediatur linea E. F. D. incidens in tangentem.



[b] per 31. l. 1.
[c] per 3. huius.
[d] per lemma præcedens.

ΣΥΜΠ. Dico lineam D. F. inter tangentem & circuli periferiam eſſe ad radium F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad circumferentiam circuli I.

ΑΠΟΔ. Anguli ad F. κατὰ κορυφὴν ſunt [a] æquales. Tum anguli ἐναλλάξ [b] ad B. & G. pares. Proinde æquianguli ſunt [c] trianguli B. F. G. & E. F. G. lateráque proportionalia habent [d]: Ita vt D. F. ſit ad F. B. vt E. F. ad F. G. & viciſſim [e] D. F. ad F. E. vt B. F. ad F. G. Habet [f] autem B. F. ad F. G. minorem rationem quam arcus B. F. ad eandem F. G. quia recta minor eſt [g] arcu. Ergo D. F. eſt ad F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad F. G. ſeu ad H. æqualem. Atqui H. maior eſt [h] periferia circuli I. Et ex conſequenti arcus B. F. adhuc maiorem habet [f] rationem ad circumferentiam circuli dati I. quàm D. F. ad F. E. quod fuerat probandum.

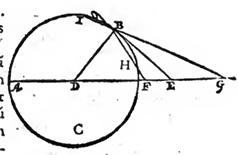
a per 15. l. 1.
b per 29. l. 1.
c per 32. l. 1.
d per 4. l. 6.
e per 16. l. 5.
f per 8. l. 5.
g per 2. hypotheſim l. 1 de ſph. & cylind.
h per ſabr.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lineare eſt hoc problema, nec verè geometricè ſoluitur, ſed quidem mechanicè: Verum hoc viſum eſt eſſe ſatis Archimedi: cum non in ſequentibus hoc problemate aliud problema habeat ſoluendum, ſed ſibi tantum opus ſit in quibuſdam theorematibus demonſtrandis, in quibus rem eſſe poſſe, demonſtraſſe ſufficit, eſſe autem poſſibile facere lineam F. G. æqualem propoſitæ H. liquido conſtat cũ tandem aliquo modo perficiatur.

ΛΗΜΜΑ

Si circulum tetigerit quæpiam linea: impoſſibile eſt ducere aliam lineam à puncto contactus quæ circulum non ſecet ab ea parte, qua angulum minorem recto efficit cum radio ducto à centro ad punctum contactus.



ΥΠΟΘ. Tangat circulum A. B. C. linea B. E. in puncto B. ad quem à centro D. agatur radius D. B.

ΣΥΜΠΕ. Dico non poſſe vllam aliam duci lineã ſiue ſit F. B. ſiue B. G. à puncto B. quæ circulum non ſecet: ſcilicet F. B. in H. à parte qua facit angulum D. B. F. minorem [l] recto [m] D. B. E. Tũ G. B. in I. à parte rurſus qua conſtituit angulum I. B. D. recto minorem, [n] cum ſit [l] G. B. D. obtuſus.

l per 9. cõmun. ſent.
m per 18. l. 3.
n per 13. l. 1
o per 16. l. 3.

ΑΠΟΔ. Quoniam angulus I. B. D. eſt acutus minor eſt [o] angulo mixto O. B. D. & propterea ingreditur circulum B. I. eumque ſecat. Eadem ratione angulus D. B. F. minor eſt [o] mixto D. B. H. & B. F. ingreditur ac ſecat circulum, quod fuit probandum.

PROP. VI.

PROBL. IIII.

Circulo dato, & in circulo linea minore, diametro: poſſibile eſt à centro circuli ad periferiam ipſius eiaculari rectam, ſecantem eam quæ in circulo data eſt, lineam: ita vt

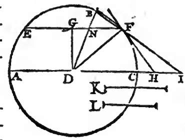
ΠΡΟΤ. ϛ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβάλλειν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπο-

λαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον μέρος τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

comprehenſa recta inter periferiam & rectam in circulo datam ad coniunctam à termino eiaculatæ, qui eſt in circumferentia ad alteram partem eius rectæ, quæ in circulo data eſt, ordinatam rationem habeat: modo tamen vt data ratio minor ſit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipſam ducitur.



ΥΠΟΘ. Detur in circulo A. B. C. linea E.F. minor diametro circuli, ſcilicet non acta per centrum D. In eam incidat perpendicularis D.G. Detur item ratio K. ad L. minor eius quæ eſt F. G. dimidiæ [a] datæ E. F. ad perpendicularem D. G. *a per 3 l. 3.*

ΚΑΤΑΣ. Producatur [a] infinito diameter A.C. æquidiſtanter datæ E.F. & iũgatur D.F. & à puncto F. perpendicularis erigatur [b] F.H. occurrens diametro in H. & tãgens circulum: Tum vt K. eſt ad L. ita fiat [c] D. F. ad aliquam lineam. Illa quidem quæpiam linea maior erit tangente F. H. Nam triangulorum G. D. F. & D. F. H. anguli ad G. & F. ſunt recti, tum alterni G. F. D. & F. D. C. ſunt [d] æquales; & proinde ſunt trianguli ęquianguli, & vt eſt [e] F. G. ad G. D. ſic eſt D. F. ad F. H. Atqui G. F. ad G. D. maior eſt [f] ratio quam K. ad L. Ergo quoque D. F. maiorem habet rationem ad F. H. quam K. ad L. Et proinde D. F. ad lineam non niſi maiorem quam ſit F. H. habebit rationem quam habet K. ad L. ipſa ſit F. I. quę ita ſubtendat obtuſum F. H. I. efficiatque obtuſum I. F. D. & quæ proinde vlterius educta ſecet [g] circulum tota parte F. B. Tandem ducatur D. B. quæ datam ſecet in puncto N.

a per 31. l. 1
b per 11. l. 1.
c per 12. l. 6.
d per 29. l. 1
e per 4 l. 6.
f per hypo.
g per lemma præcedens

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam N. B. partem eductæ D. B. inter datam & circumferentiam eſſe ad B. F. iungentem terminos eductæ & datæ, [d] vt eſt k. ad L.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli B. F. N. & F. I. D. ſunt æquales: angulus B. communis eſt. Ergo trianguli B. F. N. & B. I. D. ſunt [e] homologorum laterum. Et vt N.B. ad B.F. ſic D.B. ſeu D. F. ad B. I. hoc eſt, ſic k. ad L. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΠΡΟΒΛ. Ε.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐκ τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβε-

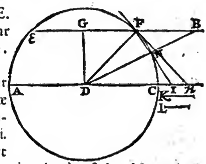
PROP. VII.

PROBL. V.

Iiſdem datis & recta data extra circulum porrecta: poſſibile eſt à centro, lineam, eiaculari ad extra porrectam ita vt quæ fuerit inter circumferentiam & porrectam ad li-

neam iunctam à termino eiaculatæ ad terminum porrectæ, ordinatam rationem habeat: dummodo tamen data ratio maior fuerit, ea quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipſam agitur.

βλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποτὶ τὸ πέρας τῆς ἐκβεβλημένης τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.



ΥΠΟΘ. Detur idem circulus A. E. F. C. & linea E. F. quæ extra circulum porrigatur infinitè: ordinetur rurſus ratio k. ad L. maior ratione quæ eſt F. G. ad G. D.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur D. F. cui perpendicularis erigatur F. H. occurrens diametro A. C. in H. parallelo datæ E. F. qua conſtituatur triangulus D. F. H. æquiangulus alterius G. D. F. cum ſint anguli ad G. & F. recti. Tum duo H. D. F. & D. F. G. alterni[a] æquales, ita vt ſit[b] D. F. ad F. H. vt G. F. ad G. D. hoc eſt in ratione minori quàm ſit k. ad L. Habeat[c] autem D. F. ad N. I. eandem rationem quam k. ad L. hoc eſt maiorem ea quam eadem D. F. habet ad F. H. & ſit[d] proinde N. I. minor. Demum ab F. incidat[e] in diametrum infra F. H. linea, ita vt pars N. I. maneat intra circumferentiam & D. H. quod fiet per conchoidem polo F. & interuallo N. I. deſcriptam. Tandem eiaculemur lineam D. N B.

a per 29. l. 1. b per 4. l. 6. c per 12. l. 6. d per 8. l. 5. e per deſcriptionem cōchoidis circularis.

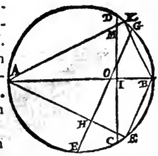
ΣΥΜΠ. Dico N. B. partem eiaculatæ, inter circumferentiam & porrectam, eſſe ad B. F. iungentem terminos B. eiaculatæ & F. porrectæ vt k. ad L.

ΑΠΟΔ. Anguli F. N. B. & D. N. I. ſunt[c] æquales: tum alterni F. B. D. & B. D. H. quoque ſunt[d] pares, & proinde trianguli D. N. I. & F. N. B. ſunt[d] æquianguli eſt[e] que N. B. ad B. F. vt D. N. ſeu D. F. ad N. I. hoc eſt vt k. ad L. quod fuit demonſtrandum.

c per 15. l. 1. d per 32. l. 1. e per 4. l. 6.

ΛΗΜΜΑ Λ.

Si recta in circulo ab alia recta bifariam ſecatur & ad angulos rectos: impoſſibile eſt, ab eodem puncto à quo ſecans ducitur, aliam ſecantem agere in ſectam, ita vt partes inter ſectam & periferiam circuli æquales ſint: quod tamen fieri poteſt, ſi ſecta linea non bifariam dirimitur.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In circulo A. C. B. D. ſecet linea A. B. aliam D. C. bifariam & ad normam. Alia vero linea A. E. ſecet quidem ad normam F. G. ſed inæqualiter in puncto H.

ΣΥΜΠ. Dico à puncto A. duci non poſſe vllam lineam in D. C. cuius pars comprehenſa inter D. C. & periferiam circuli ſit æqualis parti I. B. Poſſe vero ab eodem A. duci in G. F. lineam, cuius pars inter G. F. & circuli circumferentiam par ſit ipſi H. E.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur quomodocumque A. k. ſecans C. D. in M. iunganturque B. k. & B. E.

f per 19. & 47. l. 1.

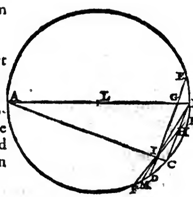
ΑΠΟΔ. In triangulo A. I. M. hypotenuſa A. M. maior eſt[f] baſi A. I. & proinde cū A. B. ſit diameter, & maior[f] linea A. k. vt ſubtendens rectum A. k. B. remanet I. B. maiorem eſſe parte M. k. Idem erit de quibuſcumque lineis ductis ab A. in C. D. Iam ve-

ro in triangulis A. H. O. & A. E. B. quia anguli ad H. & ad E. ſunt recti, lineæ O. H. & B. E. ſunt [a] parallelæ, & proinde ſunt [b] trianguli æquianguli lateribúſque ὁμόλογα. Et vt eſt A. O. ad A. H. ſic eſt A. B. ad A. E. & diuidendo [c] ſic eſt O. B. ad H. E. Atqui ſubtendens A. O. rectum A. H. O. maior eſt [d] baſi A. H. Ergo O. B. maior eſt ipſa H. E. Ponantur autem A. E. & A. k. æquales, vt fieri poteſt: poſſunt [e] enim accommodari in circulo æquales B. E. & B. k. reſecantes arcus æquales [f], ita vt maneant anguli A. B. k. & A. B. E. in ſectionibus æqualibus, & inde [g] æquales. Tum anguli A. k. B. & A. E. B. ſunt [h] recti. Vnde fit [i] vt trianguli A. k. B. & A. E. B. ſint æquianguli & laterum proportionalium: Nempe ſit B. A. ad A. k. vt idem B. A. ad A. E. ſic eas ſignificans [l] æquales. Exiſtentibus vero binis A. E. & A. k. paribus, ſequitur L. k. minorem eſſe parte H. E. Nam in triangulo rectangulo A. H. L. maior eſt A. L. quam A. H. Cum itaque habeamus O. B. maiorem quam H. E. & L. k. minorem quam eadem H. E. in quantitatibus vero eiuſdem ſpeciei non fiat progreſſus à maiori ad minorem, niſi per mediam: ſequitur poſſibile eſſe à puncto A. ducere aliquam lineam intra A. B. & A. k, ſecans G. F. cuius pars intra G. F. & circumferentiam circuli ſit æqualis ipſi H. E. quod fuit probandum. Ad praxim vero hanc poſſibilitatem reducetur per lineam cōchoidem cuius deſcriptionem ſuperius [m] tradidimus.

[a] per 28 l. 1. [b] per 4 l. 6. [c] per 17. l. 5. [d] per 19. & 47. l. 1. [e] per 1. l. 4. [f] per 28. l. 3. [g] per 27. l. 3 [h] per 31. l. 3. [i] per 32. l. 1. & 4. l. 6. [l] per 7. l. 5. [m] Lemmate 1. ad l. 2. de ſpir.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si linea A. C. ſecat lineam D. E. ad rectos angulos: diameter à puncto A. educta ſecat neceſſario lineam D. E. nec poteſt linea D. E. integra cadere in ſemicirculum A. D. B.



ΥΡΟΘ. Incidat ſecta ſi poſſit tota in ſemicirculum A. D. B. & ipſa ſit F. I. k. vel M. I. B.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur C. B. quæ neceſſario ſecet F. k. vt in H. vel concurrat cum M. B. in B.

ΑΓΟΔ. Nam angulus A. C. B. eſt [n] rectus: Sed quoque ſupponitur rectus A. I. H. vel A. I. B. Et proinde externus eſſet æqualis interno ſibi oppoſito, quod Geometriæ repugnat [o]. Non ergo ſecta incidit tota in ſemicirculum A. D. B.

[n] per 31. l. 3. [o] per 16. l. 1.

ΠΡΟΤ. Η.

ΓΡΟΒΛ. ϛ.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου παρὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς

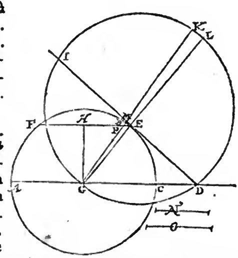
PROP. VIII.

PROBL. VI.

Circulo dato, & in circulo linea minore ipſa, diametro & alia tangente circulum in termino lineæ in circulo datæ; poſſibile eſt à centro circuli eiaculari aliquam rectam ad ad rectam datam, ita vt pars ipſius contenta inter periferiā

circuli & datam lineam in circulo ad partem comprehenſam à tangente ordinatam rationem habeat: ſi modo data ratio ſit minor ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro circuli perpendiculariter in ipſam ducitur.

ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμὰς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Εἴκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἔστι τοῦ ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.



ΥΠΟΘ. In circulo A. B. C. detur linea F. E. à cuius termino E. tangat circulum linea I, E. D. Sit vero E. F. minor diametro A. C. eidem E. F. parallela. In datam F. E. cadat à centro G. perpendicularis G. H. Deturque ratio N. ad O. minor quidem quam ſit ea quæ eſt dimidiæ[a] E. H. ad H. G.

a per 3. l. 3.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur G. E. Et producatur A. C. donec concurrat cum tangente in D. vt fiat[b] triangulus G. E. D. æqualium angulorum, & homologorum laterum cum triangulo H. G. E. ita vt G. E. ſit ad E. D. vt E. H. ad H. G. ſcilicet in maiori ratione quam ſit N. ad O. Fiat[c] autem G. E. ad E. I. vt N. ad O. Vt nimirum habeat G. E. ad E. D. maiorem rationem quam ad E. I. ſitque[d] proinde E. I. maior quam E. D. Tum per tria puncta D. G. I. tranſeat[e] circumferentia circuli D. G, I. L. ad quam producatur G. E. eamque attingat in L. A. Puncto autem G ducatur G. M. k. ita vt M. k. ſit æqualis ipſi E. L. Hoc fiet conchoide deſcripta polo G. & ſagitta E, L. ſuper linea normali I. D. Quod poſſibile eſt[f], cum I. D. linea in æqualia ſecetur puncto E à linea G. E. L. & ad rectos angulos. Conchois etenim duobus neceſſario locis ſecabit circumferentiam circuli, ſcilicet in k. & L.

b per 29. & 32. l. 1. & 4 l. 6.
c per 12. l. 6.
d per 8. l. 5.
e per 5. l. 4.
f per lemma 1. praced.

ΣΥΜΠ. Dico partem eiaculatæ B. P. conceptam circumferentia circuli & linea in circulo data, eſſe ad partem E. M. tangentis vt eſt N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli M. G. D. latera M. G, M. D. baſi parallela P. E. ſecantur: proinde eſt[g] M. P. ad P. G. vt M. E. ad E. D. & coniungendo[h] G. M. ad G. P. vt D. M. ad D. E. Et idcirco rectangulum ſub G. M, D. E, eſt[i] æquale rectangulo ſub G. P, D. M. Etiam quod fit ſub I. M, M. D. æquale eſt[l] ei quod continetur ſub G. M, M. k. Tum illud ſub I. M, M. D. eſt[m] ad aliud quod fieret ſub G. P, M. D. ſicut baſis I. M. ad baſim G. P. quia vtrique communis eſt altitudo M. D. Ergo rectangulum ſub G. M, M. k. æquale primo ſub I. M, M. D. eſt[n] ad rectangulum ſub G. M, E. D. æquale ſecundo ſub G. P, M. D. ſicut I. M. ad G. P. Atqui idem ſub G. M, M. k. eſt[m] rurſus ad aliud ſub G. M, E. D. vt k. M. vel vt L. E. æqualis ad E. D. Igitur vt I. M. ad G. P. ſic L. E. ad E. D. Verum quia quod fit ſub L. E, E. G. eſt[l] æquale ei quod fit ſub I. E, E. D. Eſt[n] L. E. ad E. D. ſicut I. E. ad G. E. ſeu ad G. B. Et proinde vt tota I. E. ad totam G. B. ſic ablata I. M. ad ablatam G. P. & ſic igitur[o] reliqua M. E. ad reliquam P. B. vt tota I. E. ad totam G. B. ſeu ad totam G. E. & inuerſim[p] P. B. eſt ad M. E. vt G. E. ad E. I. hoc eſt, vt N. ad O. quod fuit probandum.

g per 2. l. 6.
h per 18. l. 5.
i per 16. l. 6.
l per 35. l. 3.
m per 1. l. 6.
n per 11. l. 5.
o per 19. l. 5.
p per coroll. 4. l. 5.

ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Θ.

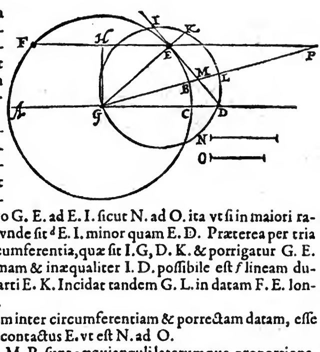
ΠΡΟΒΛ. Ζ.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ἐκβεβλημένης, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημένην εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν, τὸν ἐπιταχθέντα λόγον ἔχειν. Εἴκα ὁ δοθεὶς λόγος μείζονα τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δοδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

PROP. IX.

PROBL. VII.

His ipſis datis, & in circulo data linea vltra porrecta: poſſibile eſt à centro circuli eiaculari rectam in datam porrectam, ita vt pars inter circumferentiam & porrectam ad conceptam in tangente à puncto contactus, ordinatam rationem habeat. Si modo data ratio maior fuerit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipſam ducitur.



ΥΠΟΘ. Sit circulus A. F. E. C. in quo linea detur F. E. minor diametro A. C. eidémque parallela. Circulũ rangat [a] I. D. pũcto E. & habeat N. ad O. maiorem rationem quam dimidia datæ E. H. ad perpendicularem G. H. *a per 31. l. 3.*

ΚΑΤΑΣ. Agatur G. E. Et concurrat I. D. cum diametro A. C. producto, vt fiat [b] ob triangulorum ſimilitudinem G. E. ad E. D. ſicut E. H. ad H. G. ſeu in minori ratione quàm ſit N. ad O. Ponatur [c] vero G. E. ad E. I. ſicut N. ad O. ita vt ſi in maiori ratione G. E. ad E. I. quam ad E. D. vnde ſit [d] E. I. minor quam E. D. Præterea per tria puncta G. I. D. agatur [e] circuli circumferentia, quæ ſit I. G, D. K. & porrigatur G. E. in K. Tum quia G. K. ſecat ad normam & inæqualiter I. D. poſſibile eſt [f] lineam ducere G. L. ita vt M. L. ſit æqualis parti E. K. Incidat tandem G. L. in datam F. E. longiùs porrectam, & ſit incidentia P.

b per 4. l. 6.
c per 12. l. 6.
d per 8. l. 5.
e per 5. l. 4.
f per 1. lemma ad 8 huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico P. B. comprehenſam inter circumferentiam & porrectam datam, eſſe ad P. E. partem porrectæ à puncto contactus E. vt eſt N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli G. M. D, & E. M. P. ſunt [g] æquianguli laterumque proportionalium: ita vt ſit G. M. ad M. D. vt P. M. ad M. E. & componendo [h] G. P. eſt ad E. D. vt G. M. ad M. D. Et ſub exrremis G. P, M. D. comprehenſum rectangulum æquale eſt; contento ſub medijs E. D, G. M. Atqui duo rectangula ſub I. M, M. D. & ſub G. M, M. L. ſunr quoque æqualia [l]. Çum itaque quod fit ſub I. M, M. D. Sit [m] ad rectangulum ſub G. P, M. D. vt baſis I. M. ad baſim G. P. horum loco ſumamus æqualia ipſis & dicamus rectang. ſub G. M, M. L. eſſe ad rectang. ſub G. M, E. D. vt I. M. ad G. P. Verum eadẽ rectang. ſunt [m] rurſus inter ſe vt M. L. vel vt k. E. æqualis ad E. D. Ergo I. M. eſt ad G. P. vt K. E. ad E. D. hoc eſt [i] vt I. E. ad E. G. vel ad G. B. Vt itaque tota I. M. eſt ad totam G. P. ſic pars I. E. ad partem G. B. Et reliqua E. M. eſt [n] ad reliquã

g per 15. 29. & 32. l. 1. ac per 4. l. 6.
h per 18. l. 5.
i per 16. l. 6
l per 35. l. 3.
m per 1 l. 6.
n per 19. l. 5

B. P. ſicut I. E. ad G. B. ſeu ad G. E. Et inuertendo[a] reliqua B. P. eſt ad reliquam M. E. vt G. E. ad E. I. hoc eſt vt N. ad O. quod fuit probandum.

[a] per coroll. 4 l 5.

PROP. X.

THEOR. III.

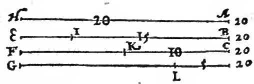
Si lineæ deinceps ponantur quotcumque, ęquali ſeſe inuicem excedentes; fuerit vero exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ lineæ ponantur numero quidem æquales illis, magnitudine vero ſingulæ, pares maximæ; quadrata ab æqualibus maximæ, comprehenſa, & quod fit à maxima quadratum, & quod comprehenditur ſub minima & linea æquali omnibus æqualiter ſeſe excedentes, tripla erunt omnium quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium.

ΠΡΟΤ. Ι.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Εἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι· ᾖ δ᾽ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάσται τᾷ μεγίστᾳ· τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτιλαμβάνοντα, τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις, τριπλάσια ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ΥΠΟΘ. Exponantur quatuor lineæ A.H, B.I, C.k, D.L. in progreſſione arithmetica, & inæquales pari exceſſu qui earum minimæ D.L. ſit æqualis. Tum aliæ proponantur quatuor æquales inter ſe & ſingulæ pares illarum maximæ A. H. ſintque A. H, B. E, C. F, D. G.



ΣΥΜΠ. Dico quadrata harum quatuor ęqualium cum quadrato maximę illarum nempè A. H. tum rectangulo comprehenſo ſub minima D. L. & linea æquali quatuor primis inæqualibus, eſſe tripla quadratorum quatuor primum expoſitarum inæqualium.

ΚΑΤΑΣ. Fiat E. I. æqualis ipſi D. L. tum F. k. par ſecundæ C. k. Demum G. L. æqualis ponatur tertię B. I. Vt ſic euadant totæ D. G, C.F, B. E. & A. H. æquales. Etenim A. H. ſuperat tantum B. I. prima D. L. Ita vt B. I. & I. E. æqualis ipſi D. L. faciant maximam A. H. Tum C. k. continet bis D. L. At A. H. ſuperat C. k. duobus, exceſſibus hoc eſt binis D. L. & proinde exceſſus maximæ A. H. ſupra C. k. eſt æqualis ipſi C. k. Et igitur tota C. F. æqualis eſt ipſi A. H. Denique A. H. excedit D. L. tribus exceſſibus, nempè tribus D. L. Sed B. I. continet quoque ter D. L. Ergo L. G. æqualis ipſi B. I. iuncta minimæ L. D. facit D. G. parem maximæ A. H. Verum itaque eſt has quatuor ſingulas æquales eſſe maximæ A. H. & inter ſe.

ΑΠΟΔ. Quadratum B. E. eſt[b] æquale duobus quadratis ex B. I. & I. E. & duobus rectangulis ſub B. I. & I. E. Etiam quadratum C. F. par eſt duobus quadr. ex C. k. & k. F. eſt duobus rectangulis ſub C. k, k. F. Demum quadr. G. D. æquatur duobus quad. ex D. L. & L. G. & duobus rectangulis ſub D. L. & L. G. comprehenſis. Atqui quad. E. I. eſt æquale quadrato D. L. Deinde quadratum F. k. par eſt quadrato C. k. & demum quadratum G. L. quadrato I. B. eſt æquale: Hoc pacto tria quadrata trium E. I, F. k, G. L. æquantur tribus D. L, C. k, B. I. Iam ergo in tribus

[b] per 4. l. 2.

æqualibus B. E, C. F, G. D. iam bis reperiuntur quadrata trium inæqualium D. L, C. k, B. I. Ergo ſi addiderimus quadratum quartæ A. H. & rurſus ſemel idem quadratum A. H. tanquam maximæ quatuor inæqualium, vt fert hypotheſis remanebit, quadrata quatuor inęqualium linearum iam reperta eſſe in quadratis quatuor æqualium linearum bis, cum quadrato maximæ inæqualium: ſupereſt ergo oſtendamus reliqua ſex præcedentia rectangula cum eo quod continetur ſub D. L. & linea æquali omnibus inæqualibus, adhuc ſemel complecti quatuor quadrata, linearum quatuor inæqualium. Itaque quia D. L. quater continetur in A. H. eſt[a] quadratum A. H. ſedecuplum quadrati D. L. Tum quia D. L. ter eſt in B. I. quadratum B. I. nouies continet[a] quadratum D. L. Adhuc C. k. bis habens in ſe D. L. eandem quater poteſt[a]. Proinde ſi tribus quadratis ex A. H, B. I. & C. k. iungatur quod fit ex D. L. poterunt ſimul trigeſies quadratum D. L. Eſt[b] autem quoque illorum rectangulorum communis menſura quadr. D. L. Nam linea D. L. metitur eorum latera: Et quia D. L. ter eſt in B. I. rectang. ſub B. I, I. E. ter continet[c] quadr. D. L. duoque huiuſmodi rectang. idem quadratum D. L. ſexies complent. Similiter cum ſit C. k. dupla ipſius D. L. rectangulum ſub C. k, k. F. hoc eſt quadratum C. k. quater continet[a] quadratum D. L. duoque talia rectangula octies quadratum D. L. complectuntur. Denique eadem qua ſupra ratione duo rectangula ſub D. L, L. G. ſexies continent quadratum D. L. Ergo in his ſex rectangulis iam inuenimus vigeſies quadratum D. L. Cæterum linea æqualis quatuor inæqualibus expoſitis decies æquatur minimæ D. L. ita vt rectangulum ſub D. L. & illa æquali dictis quatuor expoſitis inæqualibus ducuplum ſit[c] quadrati ex D. L. quod proinde iunctum illis ſex præcedentibus rectangulis perficiet 30. quadrata ex D. L. Vnde ſequitur hæc ſeptem rectangula æqualia eſſe quatuor quadratis quatuor expoſitarum inæqualium. Tandem proinde aſſequuti ſumus quadrata 4. propoſitarum ęqualium, quadrato maximæ A. & rectangulo ſub minima inæqualium, & linea omnibus inæqualibus æquali ter complecti quadrata quatuor inæqualium, quod fuerat probandum.

a per 20. l. 6.
b per 9. l. 10.
c per 1. l. 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vtitur Archimedes pluribus numero lineis quam expoſuerimus: verum cum ſit propoſitio vniuerſalis, de quocumque linearum numero oſtenditur: quem minorem ſelegimus vt clarior fieret demonſtratio, nec tot lineis perplexa videretur. Paulo vero alia eſt eiuſdem ratiocinatio, verum in noſtrum tandem fundamentum recidit, quod ſcilicet minima D. L. omnes tum æquales quam inæquales lineas metiatur.

ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint duæ quantitates eiuſdem ſpeciei in aliqua ratione; antecedentiſque pars ſit ad partem conſequentis in minori ratione quàm tota ad totam: reliquum antecedentis erit ad reliquum conſequentis in maiori ratione quàm tota ad totam.

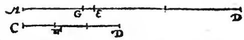
ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. B. ad C. D. in aliqua ratione maiori quam ſit A. G. ad C. F.

ΣΥΜΠ. Dico reliquam G. B. eſſe ad F. D. in maiori ratione quam ſit A. B. ad C. D.

ΚΑΤΑΣ. Secetur[d] A. B. in E. ita vt quemadmodum eſt A. B. ad C. D. ita ſit A. E ad C. F. hoc eſt ſit[e] A. E. ad C. F. in maiori ratione, quam ſit A. G. ad eandem C. F. & propterea A. E. ſit[f] maior quam A. G.

d per 10. l. 6.
e per 8. l. 5.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam eſt vt A. B. ad



a per 19 l. 3. C. D. ſic A. E. ad C. F. reliqua E. B. eſt [a] ad F. D. vt A. B. ad C. F. Atqui G. B. eſt ma-
b per 8 l. 5. ior quàm E. B. Ergo maiorem habet [b] G. B. rationem ad F. D. quàm E. B. ad eandem F. D. Et ergo maiorem quàm tota A. B. ad totam C. D. quod fuit probandum.

MANIFESTVM I.

Inde igitur patet quòd quadrata omnia quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, eorum quadratorum quæ ab ęquali ſeſe inuicem excedentibus fiunt, minora ſint quàm tripla.

ΦΑΝΕ. Α.

Ἐκ τούτου οὖν φανερὸν ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾶ μεγίστα, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια.

ΑΠΟΔ. Vt enim illa horum tripla fiant, aſſumunt quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum quod continetur ſub inæqualium minima, & linea æquali omnibus in-
c per 8. l 5. æqualibus: quibus proinde ſublatis remanent [c] quadrata æqualium minora quàm tripla quadratorum inæqualium, vt patet.

MANIF. II.

Reliquorum verò ſublato maximę quadrato, maiora ſunt quam tripla.

ΦΑΝΕ. Β.

Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια.

ΚΑΤΑΣ. Refetat nobis A. B. quadrata omnium æqualium maximæ inæqualium, cum quadrato illius maximæ inæqualium



& rectangulo ſub inæqualium minima, & linea omnibus inæqualibus æquali contento.
d per praecedentem. Tum ſit C. D. loco quadratorum omnium æqualiter inæqualium: nempè ſit [d] A. B. tripla ipſius C. D. Sit præterea A. E. nobis portio, quæ referat quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum ſub minima inæqualium & linea æquali omnibus inæqualibus. Sic enim erit E. B. pro quadratis omnium æqualium. Demum faciamus C. F. quadratum eſſe maximæ inæqualium, tum F. D. quadrata contineat reliquarum inæqualium poſt maximam.

ΣΥΜΠ. Etenim A. E. B. habebit maiorem rationem ad F. D. quàm A. B. ad C. D. hoc eſt, maiorem quam triplam.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. E. æquiparatur & quadrato quod refert etiam C. F. & rectangulo: Eſt autem rectangulum iſtud minus quàm duplum illius quadrati. Etenim re-
e vt oſtend. praecedenti demonſtr. ctangulum eſt [e] tantum decuplum quadrati minimæ inæqualium, quadratum vero maximæ inæqualium eſt ſedecuplum eiuſdem quadrati minimæ inæqualium: ita vt rectangulum non ſit æquale quadrati, tantum abeſt vt duplum ſit. Proinde A. E. eſt ad
f per lemma proxim. C. F. in minori ratione quam tripla. Et ex conſequenti E. B. eſt [f] ad F. D. hoc eſt, quadrata omnium æqualium linearum, ad quadrata inæqualium reliquarum poſt demptā maximam, in maiori ratione quam in tripla, quod fuit probandum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια εἴδεα ἀναγεγραφθέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀπότε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ μὲν ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια· εἰ δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος μείζονα ἢ τριπλάσια.

MANIF. III.

Propterea ſi ſimiles figuræ deſcribantur ab omnibus quæ ſeſe æquali inuicem ſuperant, & ab ijs quæ ſunt illarum maximæ æquales: quæ ſane fiunt ab æqualibus maximæ, eorum quæ fiunt ab ijs quæ ſeſe æqualiter excedunt, minora ſunt quàm tripla: Sublata vero figura quæ deſcribitur à maxima reliquarum ſunt pluſquam tripla.

ΑΠΟΔ. Demonſtrationem ſubiungit huiuſmodi Archimedes, τὸ γὰρ αὐτὸ δεικνύντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις. quod etiam tanquam corollarium ex 20.& 31.lib. ſexti τῶν στοιχείων neceſſario deducitur.

ΛΗΜΜΑ

Si magnitudo in duas ſecatur partes,quarum alterius minus ſit quam tripla, alterius eſt pluſquam ſeſquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. minor quàm tripla ſuæ partis A.C.



ΣΥΜΠΕ. Dico maiorem eſſe quam ſeſquialteram reliquæ partis C. B.

ΚΑΤΑΣ. Sit [a] A. D. tertia pars totius A. B. [a] per 9. l. 6.

ΑΠΟΔ. Cum A. D. ſit tertia pars ipſius A. B. eſt D. B. duæ tertiæ eiuſdem A. B. Et quia A. B. minorem rationem habet ad A. C. quam ad A. D. eſt [b] A. D. minor quam [b] per 8. l. 5. A. C. & ex conſequenti C. B. minor eſt quam D. B. Ad hanc igitur C. B. eadem A. B. maiorem habet [b] rationem quàm ad D. B. At vero eſt A. B. ſeſquialtera ipſius D.B. Ergo A. B. eſt pluſquam ſeſquialtera reliquæ partis C. B. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

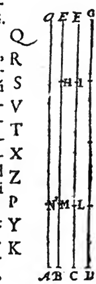
Εἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ

PROP. XI.
THEOR. IIII.

Si lineæ deinceps quotlibet ponantur, æqualiter ſeſe mutuo excedentes, & aliæ lineæ conſtituantur,multitudine quidem vna pauciores quam ſint illæ æqualiter ſeſe inuicem excedentes, magnitudine vero ſingulę æquales illarum maximæ, quadrata omnia quæ ab

æqualibus maximæ, ad quadrata quæ ſeſe æqualiter mutuo excedunt, fiunt, ſine minima, minorem rationem habent, quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus, ſcilicet comprehenſo ſub maxima & minima, & tertiæ parti quadrati exceſſus quo maxima minimam ſuperat: ad quadrata autem quæ fiunt ab æqualiter ſeſe inuicem excedentibus, ſine eo quadrato quod fit ab omnium maxima, hac ipſa ratione maiorem habent.

ταῖν ἴσαιν τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ ταῖν τῶν ἴσων ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τῆς ἐλαχίστης, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνω ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ ταῖν τῶν ἴσων ἀλλάλων ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

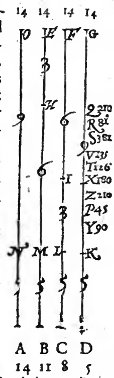


ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. O, B.H, C. I, D. K. æqualiter inæquales: maxima ſit A. O. minima D. K. Sint aliæ tres B. E, C. F, D.G. ſingulæ pares maximæ A. O.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadrata trium æqualium maximę, nempe trium B.E, C. F, D. G. habere minorem rationem ad quadrata inæqualium, maxima excepta, hoc eſt trium B. H, C. I, D. K. quam habeat quadratũ A. O. ad quadratum æquale tùm rectangulo ſub A. O. & D. K. maxima & minima inæqualium comprehenſo, tum tertiæ parti quadrati lineæ qua A. O. maxima ſuperat D. K. minimam. Verum eadem quadrata prima æqualium maiorem habere rationem ad ſecunda inæqualium, maxima dempta, quàm ſit illa eadem ratio quadrati A. O. ad quadratum quod ſit par rectangulo ſub A. O. & D. K. & tertię parti quadrati lineæ exceſſus quo A. O. ſuperat D. K.

ΚΑΤΑΣ. Sit E. H. exceſſus quo A. O. ſuperat B. H. Eidem E. H. ſit F. I. dupla, tum G. K. tripla, vt ſic fiant ſingulæ trium B. E, C. F, G. D. æquales maximæ A. O. Deinde ab æqualibus quatuor reſecentur partes, ſingulæ pares exceſſui quo ſeſe inæquales ſuperant, quæ ſint D. K, C. L, B. M, A. N. exiſtente ſcilicet illo exceſſu linea D. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quæ eſt ratio quadrati lineæ O. A. ad rectangulum ſub A. O. & A. N. & tertiam partem quadrati O. N. eandem habet quadratum lineæ E. B. ad rectangulum ſub E. B, B. M. & tertiam partem quadrati E. M. Et eandem rurſum habet quadratum lineæ C. F. ad rectangulum ſub F. C, C. L. & tertiam partem quadrati L. F. Eandem denique habet quadratum D. G. ad rectangulum ſub G. D, D. K. & tertiam partem quadrati K. G. Sunt enim omnes lineæ æquales.
a per 12. l. 5. Ergo quadrata linearum E. B, C. F, D. G. ſimul ſunt a ad rectangula ſub E. B, B. M.
b per 1. l. 6. ſub F. C, C. L. & ſub G. D, D. K. vel b certè ei quod contineretur ſub D. K. & linea æquali tribus B. E, C. F, G. D. (quod deinceps appellabimus Q.) & ad tertias partes quadratorum E. M, F. L, G. K. (quas in poſterum appellabimus R.) ſicuti eſt quadratum ex vna, putà ex A. O. ad vnum rectangulum, videlicet ſub A. O, O. N. & vnam tertiam quadrati O. N.



Atqui Q. eſt ᵃ æquale quadratis linearum M.B, L.C, K.D. & rectangulo contento ſub N.A, & linea æquali tribus E.M, F.L, G k. quod rectangulum dicemus V. Tum quadrata inæqualium, minima excepta, quæ notamus per S. ſunt ᵇ æqualia quadratis N.A, M.B, L.C. & tribus ex O.N, H.M. & I.L. quæ nuncupamus T. & rectangulis bis contentis ſub partibus linearum, ſeu ᶜ ei quod fieret ſub N.A. & linea æquali duplo iſtarum O.N, H M, & I.L. quod denominatur in ſequentibus X. Ergo ſi contulerimus Q. & R. ſimul vni S. inueniemus quadrata linearum M.B, L.C, k.D. æqualia quadratis ex N. A, M.B, L.C. Reijciamus ergo vtraque hinc inde, vt quid maius ſit ex alterutro latere pareat: hinc enim vis demonſtrationis dependet. Supererit ergo ex Q. & R. id quod nominauimus R. & V. Tùm ex S. reliquum erit T. & X. Eſt ᶜ autem V. minus quàm X. Nam licet vtrumque pari ſit altitudine, tamen baſes ſunt inæquales. Eſt enim dupla linearum N.O, H.M, & I.L, quæ eſt baſis X. maior æquali lineis E.M, F.L, & G.k. quæ eſt baſis ipſius V. Quia licet binæ F.L, G.k. duplum lineæ O.N. compleant, tamen reliqua E.M. æquiparatur tantum binis H.M, I.L. cùm ſit exceſſus I.L. exceſſui H.E. æqualis. Adhuc R. eſt minus quàm T. Sunt enim lineæ æqualiter inæquales O.N, H.M, & I.L, & tres aliæ æquales ſingulę maximæ illarum, quæ ſunt M E, F.L, G.K. Proinde quadrata ęqualium minora ſunt ᵈ quàm tripla quadratorum inæqualium, & ex conſequenti tertia pars quadratorum ęqualium, hoc eſt R. minus eſt quadratis inęqualium, hoc eſt T. Vnde tandem ſequitur Q. & R. ſimul, multo minora eſſe quantitate S. Atqui eadem Q. & R. maiora ſunt ſimul quadratis inæqualium dempta maxima: ſcilicet quadratis linearum H.B, I.C, K.D. quę breuitatis ergo ſignamus charactere Z. Nam hæc quadrata H.B, I.C, K.D. ſeu Z. ſunt ęqualia quadratis M.B, L.C, K.D. & duobus H.M, & I.L. notatis P. Atque rectangulo ſub vna ex illis vt M.B. & linea dupla duabus H.M, I.L. notato Y. Vndiquaque ſunt quadrata ex M.B, L.C, K D. ea ergo tollamus. Siquidem ſupererunt R. & V. ex parte Q & R. Ex parte verò Z. relinquentur P. & Y. Verùm R. excedit ᵃ Y. Nam licet vtriuſque par ſit altitudo: tamen baſis R. videlicet æqualis ipſis E.M, F.L, G k maior eſt baſe P. æquali duplo duarum H.M, & I.L, quæ deficiunt à præcedentibus tota G.k. Tum R. ſuperat P. Quandoquidem potentiæ trium ęqualium E.M, F.L, G.K ſunt pluſquam triplę quadratorum inęqualium dempta maxima, ſcilicet reliquarum H.M, I.L. Et ex conſequenti tertia pars illorum nempè R. maior eſt his quadratis videlicet, P. Igitur Q. & R. ſimul maiora ſunt quàm Z Hinc nobis propoſitionis eruenda concluſio eſt. Primum oſtenſum eſt quadrata trium linearum æqualium B.E, C.F, D.G. eſſe ad Q. & R. ſimul in eadem ratione, quā quadratum A.O. ad rectangulum ex A.O, & A.N, & tertiæ parti quadrati ex N.O. Cùm ergo Q. & R. ſint ᵉ minora quàm S, ſequitur quadrata illarum æqualium B.E, C. F, D G. eſſe ad S hoc eſt ad quadrata inæqualium dempta minima, in minori ratione, quàm eadem illa quadrata ſint ad Q. & R. vel quàm quadratum ex A.O. inęqualium maxima ſit ad rectangulum ex A.O. maxima eſt A.N. minimæ æquali & tertiæ parti, quadrati ex O.N. differentiæ, qua maxima inæqualium minimam ſuperat: quæ eſt prima pars concluſionis.

Porrò ſunt ᶠ Q. & R. maiora quàm Z. Quadrata ergo æqualium maiorem rationem habent ad Z. hoc eſt ad quadrata inæqualium dempta maxima, quam habeant eadem ad Q. & R. Vel quàm quadratum A.O. maximæ inęqualium habeat ad rectangulum, quod fit ſub maxima & minima, & tertię parti quadrati differentiæ ambarum, quod fuerat ſecundo loco probandum.

ᵃ per 1. l. 2.
ᵇ per 4. l. 2.
ᶜ per 1. l. 6.
ᵈ per 1. manifeſt. huius
ᵉ vt primo probauimus
ᶠ vt ſecundo probauimus

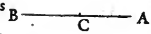
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hypotheſis huius propoſitionis latior eſt hypotheſi decimæ ſuperioris : nam ſiue exceſſus æqualis ſit inæqualium minimæ, ſiue ſit ipſi impar, concluſio veriſſimè ſequitur: dummodo exceſſus deinceps ſit omnium idem. In ſuperiori verò requirebatur vt minima exceſſum conſtitueret, qui rurſus idem eſſet in omnibus. Vt hanc hypotheſeων differentiam innueremus, numeros diagrammati adiunximus, qui diſcrimen minimæ & exceſſus notarent. Hinc autem hoc corollarium deducimus.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus, quod ſi exceſſus maximæ ſupra minimam fuerit minimæ æqualis, fore vt ratio quadrati maximæ ad rectangulum ſub maxima & minima, cum tertia parte quadrati exceſſus maximæ ſupra minimam, ſit vt 12. ad 7.

ΥΠΟΘΕΣ. Sit enim maxima A. B. minima B. C. cui ſit æqualis exceſſus C. A.



ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam exceſſus C. A. eſt æqualis minimæ B. C. eſt minima ſemiſſis maximæ, & rectangulum ſub B. A. & B. C. eſt [a] dimidium quadrati B. A. ita vt qualium fuerit quadratum B. A. 12. talium ſit rectangulum 6. Tum quia exceſſus C. A. eſt ſubduplus maximæ B. A, eius quadratum eſt [b] quarta pars illius quadrati B. A, & eſt ideò illarum partium 3. quarum tertia pars nempè 1. iuncta ſenario, ſeptenarium conſtituit. Et ideò ratio eſt vt 7. ad 12. quod concluſeramus.

[a] per 1.16.

[b] per 20. li. 6.

ΦΑΝΕΡΟΝ Δ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος, ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας, καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

MANIFESTVM IV.

Idcirco ſi ſimiles figuræ deſcribantur ab omnibus, tum ab ijs quæ ſeſe mutuo æqualiter excedunt, tum ab æqualibus maximæ: figuræ omnes ab æqualibus maximæ deſcriptæ ad eas quæ ab iis quæ mutuo ſeſe æqualiter excedunt, ſine ea quæ à minima ſit figura, minorem rationem habebunt quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus tam ei, quod comprehenditur à maxima & minima, & tertiæ parti eius, quod ab exceſſu fit, quo maxima minimam ſuperat: ad eas verò quæ ab iiſdem lineis fiunt figuris, ſine ea quæ à maxima deſcribitur eadem illa ratione maiorem.

ΑΠΟΔ. Pro demonſtratione ſubiungit Archimedes: τῷ αὐτῷ γὰρ ἕξοντι λόγῳ τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις. Cùm enim figuræ ſimiles duplam habeant [a] rationem ſuorum laterum, ſicuti

quadrata quæ ab iiſdem lateribus fiunt: ſequitur omnia ſimilia polygona eſſe inter ſe, ſicuti quadrata à lineis iiſdem deſcripta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

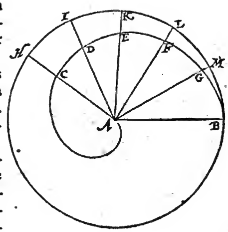
Contextui huius manifeſti addidimus hæc verba, ὅσα ταῦτα τὰ ἀπὸ τᾶς ἴσας τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ τὰ ταῦτα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσω, quamuis ne in manuſcripto quidem eſſent: verum ſine ijs ſenſus non conſtat. Cæterum hic Archimedes definitiones tranſtulerat, quas conuenientiori, vt videtur, loco reſtituimus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ. PROPO. XII.

ΘΕΩΡ. Ε. THEOR. V.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν μὲν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν, ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποιαιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Si in ſpiralem vna quidem circumuolutione deſcriptam, à principio ſpiralis, rectæ quotlibet cadant, quæ æquales inter ſe angulos contineant, ſeſe mutuo æqualiter excedent.



ΥΠΟΘ. In ſpiralem A.C.D.B. cuius principium eſt A. & prima linea A.B. à puncto A. incidant lineæ A.C, A.D, A.E, A.F, A.G, & A.B. quæ inter ſe angulos capiant æquales ad A.

ΣΥΜΠ. Dico illas lineas in ſpiralem cadentes ſeſe mutuo pari exceſſu ſuperare, nempè lineam A.B. vincere aliam A.G. pari quantitate, qua A.G. ſibi proximam A.E. excedit: & ita de reliquis.

ΚΑΤΑΣ. Centro A. & interuallo A.B. deſcribatur circulus B. K. H. ad cuius periferiam vſque producantur præcedentes lineæ, quæ ipſi occurrant in punctis H.I.k.L.M. quibus arcus notentur [a] æquales, cùm ſint anguli in centro A. pares. a per 33. l. 6.

ΑΠΟΔ. Quoniam in generatione [b] ſpiralis eo tempore quo linea A.B. decurrerit arcum H.I. decurret, & reliquorum æqualium arcuum ſingulos: Tum illis æqualibus temporibus punctus decurrens in linea A.B. pares ipſius lineæ pertranſit [c] portiones. Portiones autem illæ ſunt exceſſus, quibus ſe inuicem lineæ illæ cadentes ſuperant. Videlicet portio quam punctus deſcribit in linea A.B. tempore quo A.B. linea ambulat arcum H.I. eſt quantitas, qua A.C. ſuperatur ab A.B. Tum portio quam punctus exarat in linea A.B. interſtitio quo linea A.B. pertranſit arcum I.k. eſt differentia lineæ A.E. ſupra lineam A.D. & ita de reliquis. Lineæ ergo in ſpiralem incidentes, & angulis diſtinctæ æqualibus, paribus interuallis differunt, quod fuit probandum.

b per defi-nit. 1. huius.
c per 1. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonſtrat [d] Pappus in collectionibus Mathematicis. d in 20 l. 4.

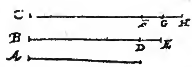
ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc conſtat: quod ſi ſpatium omne quod eſt circa A.punctum, & principium ſpiralis in partes diſtribuatur æquales, lineis in ſpiralem incidentibus, fore vt prima linea ſit omnium linearum exceſſui æqualis. Erit enim prima illa linea incidens, portio lineæ A.B.quam punctus decurrerit eo tempore, quo linea A.B.primum ſpatium pertranſierit: hoc verò eodem tempore abſoluit linea A.B. quodlibet reliquorum æqualium ſpatiorum,& eodem propterea tempore menſurantur omnium linearum in ſpiralem cadentium exceſſus. Cùm ergo æqualibus temporibus reſpondeant [a] æquales portiones curſus puncti in linea A B. ſequitur illas portiones ſeu exceſſus eſſe æquales, & quidem ſingulas primæ cadenti lineæ, quod illinc deducendum fuit. Hinc rurſus conſtat quod iam diximus χρὴν definitionis 4. huius; nempè omnes lineas reuolutionum diuerſarum eſſe æquales, primam,ſecundam,tertiam, & reliquas. Nam omnes pari prorſus tempore decurruntur.

a per 1. huius.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si tres lineæ ordine ſeſe inuicem æquali exceſſu ſuperauerint, maxima & minima ſimul duplæ ſunt mediæ.



ΥΠΟΘ. Sint 3. lineæ A,B.E,C.H. in progreſſione Arithmetica, ita vt B.E.tanto ſuperet A. quanto C.H.excedit B.E.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. & C.H. eſſe duplas mediæ B.E.

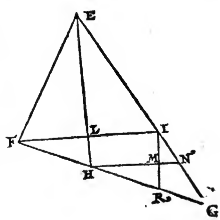
ΚΑΤΑ. Ex B E.reſecetur [b] pars B.D.æqualis ipſi A. Tum ex C.H.pars eidem A. æqualis, vt ſit D.E.exceſſus quo B.E.ſuperat A.& H.F.exceſſus quo C.H.ſuperat B.E. Demum ex C H reſecetur linea æqualis mediæ B.E. quæ ſit C.G.

b per 3. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.C.eſt par primæ A.Tum C.G,æqualis mediæ E.B. Eſt F.G. exceſſus æqualis exceſſui E. D.& G.H. eidem exceſſui D.E. par eſt, quia lineæ æqualiter ſeſe excedunt. Propterea F.H. dupla eſt ipſius D. E. Deinde quia tres A,B.D,C.F. ſunt pares binæ A & C F. ſunt duplæ vnius B.D. Ergo ambæ A. & C.H. ſunt duplæ mediæ B.E, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si à iugo trianguli decidit linea in baſim bifariam diuidens angulum iugi, duo latera angulum hunc continentia maiora ſunt quàm dupla eius quæ à iugo demiſſa linea.



ΥΠΟΘΕ. Sit triangulus primùm F.E.I. Iſoſceles,è cuius apice E linea demittatur E.L. diuidẽs angulum E.bifariam.

ΣΥΜΠ. Dico F.E, E.I.ſimul maiora eſſe quàm dupla E.L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cùm anguli E.F.L, & E.I. L. ſint [c] æquales, tum qui ad E.pares [d], reliqui ad L.non poſſunt [e] eſſe inæquales. Et proinde ſunt [f] hi recti, ita vt quodlibet duorum laterum F.E. & I E. ſit [g] maius catheto E.L. & ex conſequenti bina illa ſimul, maiora ſunt quàm huius dupla.

c per 5. l. 1.
d ex hypot.
e per 32. l. 1.
f per 10 def. l. 1.
g per 47. l. 1.

Sit verò triangulus ſcalenus, qualis eſt E.F.G. & linea bifariam diuidens apicem E.ſit E.H.

ΣΥΜΠ. Dico latera F.E, E.G. maiora eſſe quàm dupla E.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] H.N. parallela ipſi F.I.& I.R. æquidiſtans diuidenti E.H. *a per 31 l. 1.*

ΑΠΟΔ. Linea L.H. eſt [b] ęqualis oppoſitæ I.M. quia H.I. parallelogrammum eſt: tum L.I. hoc eſt F.L. (quia F.L, & L.I. ſunt [c] æquales) & H.M. ſunt [b] pares. Atqui angulus F.L.H. æquus [d] interno L.I.M. eſt [d] quoque æqualis alteri externo H.M.R. Præterea anguli L.F.H. & M.H.R. æquiparantur [d]. Proinde trianguli F.L.H. & M.H.R. ſunt [e] æquianguli, & vt F.L æquale eſt [f] lateri H.M. ſic L.H. par eſt alteri ambienti M.R. Et ex conſequenti tota I.R. dupla eſt ipſius L.H. Atqui cùm ſit angulus M R.H. acutus, qui deinceps eſt M.R.G. eſt [g] obtuſus, & latus I.G. ſubtendit [h] maius quàm ſit I.R. Vnde ſit vt I.G. cognoſcatur maius quàm duplum ipſius L.H. Sunt [i] autem F.E. & E.I. maiora, quàm dupla lineæ E.L. Propterea tota latera E.F, & E.G. ſimul maiora ſunt quàm dupla ſecantis E H. quod fuit probandum.

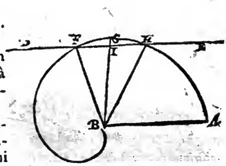
b per 34. l. 1. c per 1. partem huius, & 4. l. 6. d per 29. l. 1. e per 32 l. 1. f per 4. l. 6. g per 13 l. 1. h per 18 l. 1. i per 1. part. huius ratiocinationis.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ. — PROPO. XIII.

ΘΕΩΡ. ϛ. — THEOR. VI.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σημεῖον.

Si recta linea ſpiralem tetigerit, in vno tantum puncto tanget.



ΥΠΟΘΕ. Tangat linea D.E. ſpiralem B.G.A.

ΣΥΜΠΕ. Dicam tangere in vnico puncto.

ΚΑΤΑ. Si non in vnico puncto tangit, ſed in pluribus, tangat ſi poteſt in F. & H. & lineas à principio ſpiræ B ducamus B.F, B.H. angulumque F.B.H. bifariam partiamur [a] linea B.G.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim exceſſus B.G. ſupra B.F. æqualis eſt [b] exceſſui lineæ B.H. ſupra B.G. & proinde binæ F.B, B H. duplæ ſunt [c] lineæ B.G. Atqui ſunt [d] eędem binæ maiores quā duplæ B.I. Proinde B.I. minor eſt quàm B.G, & ideò B.G. tranſit lineam F.H. eamque ſecat vt in I. Vnde patet D.E. lineam ingredi ſpatium ſpiralis, ſpiralemque ſecare. Ponebatur autem duntaxat tangere. In duobus ergo punctis non poteſt tangere quin ſecet, quod fuit probandum.

a per 9. l. 1. b per 12. huius. c per 1. lemma praeced. d per 2 lemma proximum.

ΠΡΟΤ. ΙΔ. — PROP. XIV.

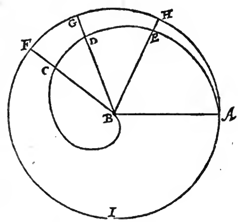
ΘΕΩΡ. Ζ. — THEOR. VII.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἑ-

Si in ſpiralem ex prima reuolutione ortam incidant duæ lineæ à puncto, quod eſt principium ſpiralis, & producantur ad circumferentiam vſque primi circuli: eandem rationem inter ſe habebunt iſtæ

in ſpiralem incidentes, quam arcus circuli medij inter terminum Spiræ & limites linearum productarum in circumferentia factos, ſumptis in conſequentia arcubus à fine ſpiralis.

λικα ποτιπίπτουσαι ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν τᾶν δὲ περιφερειᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.



ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis B.C.D.A. à cuius principio B. cadant in ipſam lineæ B.C, B.D.B.E. tranſeantque in circulum vſque primum A.I.H. ſecantes periferiam punctis F.G.& H.

ΣΥΜΠ. Dico lineas B.C, B.D, B.E. inter ſe affectas eſſe, ac arcus A.I.F, A.I.G. & A.I.H. ſumpti à fine ſpiralis A. in antecedentia [a].

ΑΠΟΔ. Cùm enim ſint [b] in generatione ſpiralis motus tam lineæ A.B. quàm puncti decurrentis in B.A. ſibi ipſis vniformes, eo interuallo quo A.B. tranſierit arcum A.I.F. punctus perfecerit lineam B.C. Tum eo tempore quo A.B percurrerit A.I.G arcum, punctus abſoluerit lineam B.D. Denique qua mora B.A. linea, lata fuerit per arcum A.I.H. punctus fuerit in E. In illis ergo curſibus tempora eadem ſunt. Atqui vt eſt [c] tempus ad tempus, ita arcus ad arcum, vel recta ad rectam. Ergo quoque vt arcus ad arcum, ſic [d] recta ad rectam, quod fuit probandum.

[a] Iuxta 6. defin. huius.
[b] per 1. defi. huius.
[c] per 1. huius, & corol. ipſius.
[d] per 11. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc propoſitionem demonſtrauit [e] quoque Pappus in collectionibus Mathematicis, eodem omnino artificio.

[e] propoſ. 19. l. 4.

PROPO. XV.

THEOR. VIII.

Si in Helicem in ſecunda reuolutione factam lineæ rectæ ceciderint à principio Helicis: eandem rationem huiuſmodi rectæ ad inuicem, quàm dicti arcus cum tota circuli circumferentia ſimul aſſumpta, habebunt.

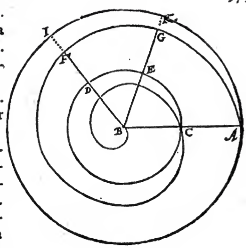
ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. Η.

Εἴ δέ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ᾽ ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ᾽ ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta C.F.G.A. in quam lineæ cadant B.F, B.G, à principio ortus ſpiræ B.

ΣΥΜΠ.



ΣΥΜΠ. Dico lineam B.F. eſſe ad lineam B.G. vt eſt arcus C.H.D. primi circuli cum tota circumferētia ſimul aſſumpta, ad arcum C.H.D.E. cum tota quoque circuli periferia aduocata.

ΚΑΤΑ. Deſcribatur ſecundus circulus A.I.K, & in eius circumferentiam protrudantur lineæ B.F,B.G. quàm ſecent punctis I.& K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ea mora qua B.A. reuolutionem integram abſoluit, & linea B.C. prima deſcribit [a] circulum primum C.H.D.E. tum rurſus qua fertur eadem B.A. per arcum C.H.D. ſeu per arcum A.I. ſecundi circuli, punctus interim percurrit lineam B.F. Deinde alia mora qua B.A. poſt integram reuolutionem pertingit vſque ad E. vel K. eadem punctus peruenit in G. Propterea tempora ſunt æqualia in illis curſibus. Atqui vt ſe habent tempora, ita ſe habent [b] decurſi arcus, vel inambulatæ lineæ. Ergo vt arcus C.H.D. cum tota circumferentia C.H.D.E. ad arcum C.H.E. cum tota circumferentia C. H. D. E. ita eſt [c] B.F. ad B. G. quod fuit probandum.

[a] per 1. definit. huius.
[b] per 1. huius.
[c] per 11. l. 5.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ε.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπέσωντι εὐθεῖαι, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοσαυτάκις λαμβανομένας ὅσος ἐστὶ ὁ ἑνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ εἴκα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

MANIF. V.

Hoc ipſo modo demonſtrabitur, quod ſi in ſpiralem ex tertia reuolutione ortam ceciderint rectæ lineæ, eandem inter ſe rationem habebūt quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia bis accepta. Similiter verò omnes cadentes in alias ſpirales demonſtrantur eandem habere rationem quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia toties aſſumpta, quotus eſt vnitate minor reuolutionum numerus, licet alterutra cadens in finem ſpiralis incidat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc manifeſtum non alia via demonſtratur, quàm præcedens propoſitio. Cùm enim ſit ſemper eadem mora decurſus propoſitorum arcuum cum dictis circumferentijs, quæ decurſus linearum, ſunt arcus inter ſe cum repetitis circumferentiis, ſicuti cadentes lineæ. Cæterum notandum eſt Archimedem non explicare, quorumnam circulorum repetendæ ſint circumferentiæ.

Dicimus itaque repetitionem huiuſmodi integrarum circumferentiarum intelligi de præcedenti circulo. Vt ſi lineæ inciderint in ſpiram ſecundæ reuolutionis, circumferentia repetetur primi

circuli, ſicut egimus in ſuperiori propoſitione: Si in ſpiram tertiæ circumductionis, repetetur periferia ſecundi circuli, & ita de reliquis: quod quidem ex 18. & 19. propoſitionibus ſequentibus apertè colligitur. Verba autem extrema manifeſti, ἢ εἴκα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ: Sic intelligenda ſunt, vt ſi quædam ex incidentibus ceciderit in finem alicuius reuolutionis, tota ſit capienda circumferentia loco arcus. V. g. in diagrammate propoſitionis, ſi A.B. fuerit ex cadentibus, alia verò B.G: Erit circumferentiæ circuli primi C.H.D.E. bis repetita, ad arcum C.H. D.E. cum circumferentia tota circuli, vt B.A. ad B.G. Vel denium ſi cadentium duæ inciderint altera in finem vnius ſpiralis, vt purà B.C. in finem primæ ſpiræ, altera in finem alius, vt B.A. in terminum ſecundæ. Erit linea ad lineam, vt circumferentia vna ad duas circumferentias. Atque etiam eſt B.C. dimidia totius B.A. vt antea diximus.

Si verò B.A. caderet in finem tertiæ ſpiræ, ter repeteretur circumferentia, & eſſet vna ad tres, vt linea ad lineam. Atque ita de cæteris.

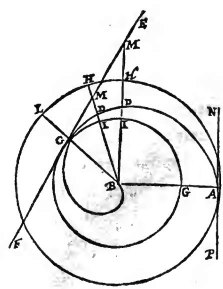
PROPO. XVI. — ΠΡΟΤΑ. Ιϛ.

THEOR. IX. — ΘΕΩΡ. Θ.

Si ſpiralem ex prima reuolutione ortam, recta linea tetigerit, & à contactu recta linea ducta fuerit ad punctum quod principiũ ſit ſpiralis; quos facit angulos tangens cum hac ducta inæquales erunt, & quidem qui in antecedentia vergit, obtuſus eſt, qui in conſequentia, acutus.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σημεῖον ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἄνισοι ἐσσοῦνται, καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Eſto ſpiralis ex prima reuolutione generata B.C.D.A. tacta à linea F.E. puncto C. à quo ducatur linea C.B. ad exordium ſpiralis.



ΣΥΜΠ. Aio inæquales eſſe angulos B.C.E, & B.C.F. & eum quidem qui ad antecedentia tendit, nempè B.C.E. obtuſum eſſe: alium verò qui antecedentia reſpicit, ſcilicet B.C.F. eſſe acutum.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B.C. deſcribatur circulus C.I.G. Hic quidem infra ſpiram deprimitur in antecedentibus, erigitur verò ſupra ſpiram in conſequentibus. Nam nulla linea à puncto B. cadere poteſt in partem ſpiralis C.A. quæ non ſit maior quàm B.C. vt B.D. maior eſt [a] quàm B.C. ea ratione, qua pars helicis B.C.D. maior eſt parte eiuſdem B.C. Atqui radij debent eſſe æquales. Proinde B.D. alicubi incidit in circulum G.C.I. & proinde circulus infra ſpiram eſt.

[a] per 14. huius.

Contra verò nulla linea ducetur in antecedentibus lineæ B.C. à puncto B. in ſpiralem, quæ non ſit minor quàm B.C. quæque non debeat produci longiùs, vt à ſpira attingat circumferentiam circuli, & idcirco illa circumferentia ſupra ſpiram eſt. Linea autem F.E. tangit tantum, non ſecat ſpiram, omnemque ſui partem habet [a] extra ſpiram, & ideò extra circulum in antecedentibus: proindéque maior eſt angulo mixto B.C.I, & ex conſequenti, quotlibet [b] acuto angulo rectilineo, vel ergo rectus eſt vel obtuſus: Si rectus ponatur, tangit [c] E.F. circulum C.I.G. ita vt nihil repugnet quominus ducamus [d] lineam B.M. à centro B. in tangentem E.F, ita vt pars extra circulum I.M, ſit ad radium B.C, vel B.I, in minori ratione quàm arcus I.C. ad datum arcum I.C.G. Tandem deſcribatur circulus primus, in quem cadant lineæ B.M. & B.C. punctis L. & H.

[a] per 13. huius. [b] per 16 l. 3. [c] per coroll. 16 l. 3. [d] per 5. huius.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea M.I. minorem rationem habet [e] ad I.B. quàm arcus I.C, ad arcum I.C.G, componendo [f] tota M.B eſt in minori ratione ad I.B, quàm totus arcus I.C.G, ad arcum C.G. hoc eſt [g] quàm arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. Verùm vt eſt arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. ſic eſt [h] linea B.D. ad lineam B.C, ſeu ad B.I. Ergo M.B. habet [i] ad I.B. minorem rationem quàm D.B. ad I.B. Propterea B.M. minor eſt [l] quàm B.D. Et ita linea F.E. non ſupra ſpiralem eſt in antecedentibus, ſed infra, quod eſt abſurdum, vt oſtendimus. Ergo E.C.F. non tangit circulum C.G I. nec eſt angulus B.C.M. rectus, ſed obtuſus. Et ex conſequenti qui deinceps eſt B.C.F. acutus eſt [m], quod fuit probandum.

[e] per fabricam [f] per 18 l. 5. [g] per coroll. 33. l. 6 ex Clauio. [h] per 14. huius. [i] per 11. l. 5. [l] per 8 l. 5. [m] per 13. l. 1

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Age lineam B.M. quocumque modo, & ex hypotheſi ſuppone M.I. habere minorem rationem ad I.B. quàm arcus ad arcum; quoniam hoc fieri nihil impedit à parte naturæ cum aliquo modo fiat [n]: Poſito verò poſſibili, abſurdi nihil ſequitur: At numquid apertiſſimè propoſitio concluditur? Equidem hic ſe problema agendum offerretur, omnia eſſent geometricè exequenda, & ἀποδεικτικῶς: verum res tantum cognoſcenda proponitur, in cuius veritatis inueſtigatione ſi ratiocinando aliquid poſſibile aſſumpſero, ſyllogiſmus propterea ἀλογισμοῖς vitij argui nequaquam poteſt.

[n] per 5. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ϛ. — MANIFEST. VI.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

Similiter verò demonſtrabitur, quod ſi tangens ſpiralem in fine ipſius tetigerit, idem omnino ſequetur.

Eſto linea quæ ſpiralem tangat in termino ſpiræ.

ΑΠΟΔ. Eadem concluſio ſequetur, eritque angulus B.A.P. obtuſus: & alius B.A.N. acutus: quod producto paululum motu ſpiræ, eadem prorſus ratiocinatione demonſtrabitur.

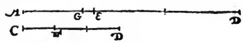
ΠΡΟΤΑ. ΙΖ. — PROPO. XVII.

ΘΕΩΡ. Ι. — THEOR. X.

Καὶ τοίνυν εἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα· τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

Quinimò ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione natam recta linea tetigerit, idem accidet.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam eſt vt A. B. ad C. D. ſic A. E. ad C. F. reliqua E. B. eſt [a] ad F. D. vt A. B. ad C. F. Atqui G. B. eſt maior quàm E. B. Ergo maiorem habet [b] G. B. rationem ad F. D. quàm E. B. ad eandem F. D. Et ergo maiorem quàm tota A. B. ad totam C. D. quod fuit probandum.



a per 19. l. 5.

b per 8. l. 5.

MANIFESTVM I.

Inde igitur patet quòd quadrata omnia quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, eorum quadratorum quæ ab ęquali ſeſe inuicem excedentibus fiunt, minora ſint quàm tripla.

ΦΑΝΕ. Α.

Ἐκ τούτου οὖν φανερὸν ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾶ μεγίστα, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονα ἐστὶν ἢ τριπλάσια.

ΑΠΟΔ. Vt enim illa horum tripla fiant, aſſumunt quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum quod continetur ſub inæqualium minima, & linea æquali omnibus inæqualibus: quibus proinde ſublatis remanent [c] quadrata æqualium minora quàm tripla quadratorum inæqualium, vt patet.

c per 8. l. 5.

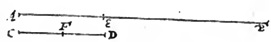
MANIF. II.

Reliquorum verò ſublato maximę quadrato, maiora ſunt quam tripla.

ΦΑΝΕ. Β.

Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια.

ΚΑΤΑΣ. Referat nobis A. B. quadrata omnium æqualium maximæ inæqualium, cum quadrato illius maximæ inæqualium & rectangulo ſub inæqualium minima, & linea omnibus inæqualibus æquali contento. Tum ſit C. D. loco quadratorum omnium æqualiter inæqualium: nempè ſit [d] A. B. tripla ipſius C. D. Sit præterea A. E. nobis portio, quæ referat quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum ſub minima inæqualium & linea æquali omnibus inæqualibus. Sic enim erit E. B. pro quadratis omnium æqualium. Demum faciamus C. F. quadratum eſſe maximæ inæqualium, tum F. D. quadrata contineat reliquarum inæqualium poſt maximam.



d per præcedentem.

ΣΥΜΠ. Etenim A. E. B. habebit maiorem rationem ad F. D. quàm A. B. ad C. D. hoc eſt, maiorem quam triplam.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. E. æquiparatur & quadrato quod refert etiam C. F. & rectangulo: Eſt autem rectangulum iſtud minus quàm duplum illius quadrati. Etenim rectangulum eſt [e] tantum decuplum quadrati minimæ inæqualium, quadratum vero maximæ inæqualium eſt ſedecuplum eiuſdem quadrati minimæ inæqualium: ita vt rectangulum non ſit æquale quadrati, tantum abeſt vt duplum ſit. Proinde A. E. eſt ad C. F. in minori ratione quam tripla. Et ex conſequenti E. B. eſt [f] ad F. D. hoc eſt, quadrata omnium æqualium linearum, ad quadrata inæqualium reliquarum poſt demptã maximam, in maiori ratione quam in tripla, quod fuit probandum.

e vt oſtend. præcedenti demonſtr.

f per lemma proxim.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια εἴδεα ἀναγραφθέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε ταῖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ ταῖν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ μὲν ἀπὸ ταῖν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια· εἰ δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος μείζονα ἢ τριπλάσια.

MANIF. III.

Propterea ſi ſimiles figuræ deſcribantur ab omnibus quæ ſeſe æquali inuicem ſuperant, & ab ijs quæ ſunt illarum maximæ æquales: quæ ſane fiunt ab æqualibus maximæ, eorum quæ fiunt ab ijs quæ ſeſe æqualiter excedunt, minora ſunt quàm tripla: Sublata vero figura quæ deſcribitur à maxima reliquarum ſunt pluſquam tripla.

ΑΠΟΔ. Demonſtrationem ſubiungit huiuſmodi Archimedes, τῶν γὰρ αὐτῶν ἐκείνων λόγων τὰ ὅμοια εἴδεα ταῖς πλευραῖς. quod etiam tanquam corollarium ex 20.& 31.lib. ſexti τῶν στοιχείων neceſſario deducitur.

ΛΗΜΜΑ

Si magnitudo in duas ſecatur partes, quarum alterius minus ſit quam tripla, alterius eſt pluſquam ſeſquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. minor quàm tripla ſuæ partis A.C.



ΣΥΜΠΕ. Dico maiorem eſſe quam ſeſquialteram reliquæ partis C. B.

ΚΑΤΑΣ. Sit [a] A. D. tertia pars totius A. B. a per 9. l. 6.

ΑΠΟΔ. Cum A. D. ſit tertia pars ipſius A. B. eſt D. B. duæ tertiæ eiuſdem A. B. Et quia A. B. minorem rationem habet ad A. C. quam ad A. D. eſt [b] A. D. minor quam A. C. & ex conſequenti C. B. minor eſt quam D. B. Ad hanc igitur C. B. eadem A. B. maiorem habet [b] rationem quàm ad D. B. At vero eſt A. B. ſeſquialtera ipſius D. B. Ergo A. B. eſt pluſquam ſeſquialtera reliquæ partis C. B. quod fuit probandum. b per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Εἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ταῖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ

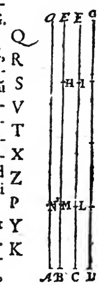
PROP. XI.
THEOR. IIII.

Si lineæ deinceps quotlibet ponantur, æqualiter ſeſe mutuo excedentes, & aliæ lineæ conſtituantur, multitudine quidem vna pauciores quam ſint illæ æqualiter ſeſe inuicem excedentes, magnitudine vero ſingulę æquales illarum maximæ, quadrata omnia quæ ab

æqualibus maximæ, ad quadrata quæ ſeſe æqualiter mutuo excedunt, fiunt, ſine minima, minorem rationem habent, quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus, ſcilicet comprehenſo ſub maxima & minima, & tertiæ parti quadrati exceſſus quo maxima minimam ſuperat: ad quadrata autem quæ fiunt ab æqualiter ſeſe inuicem excedentibus, ſine eo quadrato quod fit ab omnium maxima, hac ipſa ratione maiorem habent.

ταν ἴσαν τᾶ μεγίστᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τῆς ἐλαχίστης, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνῳ ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

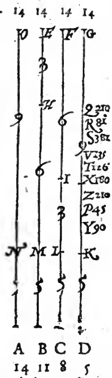
ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. O, B. H, C. I, D. K. æqualiter inæquales: maxima ſit A. O. minima D. K. Sint aliæ tres B. E, C. F, D. G. ſingulæ pares maximæ A. O.



ΣΥΜΠΕ. Dico quadrata trium æqualium maximę, nempe trium B. E, C. F, D. G. habere minorem rationem ad quadrata inæqualium, maxima excepta, hoc eſt trium B. H, C. I, D. K. quam habeat quadratũ A. O. ad quadratum æquale tùm rectangulo ſub A. O. & D. K. maxima & minima inæqualium comprehenſo, tum tertiæ parti quadrati lineæ qua A. O. maxima ſuperat D. K. minimam. Verum eadem quadrata prima æqualium maiorem habere rationem ad ſecunda inæqualium, maxima dempta, quàm ſit illa eadem ratio quadrati A. O. ad quadratum quod ſit par rectangulo ſub A. O. & D. K. & tertię parti quadrati lineæ exceſſus quo A. O. ſuperat D. K.

ΚΑΤΑΣ. Sit E. H. exceſſus quo A. O. ſuperat B. H. Eidem E. H. ſit F. I. dupla, tum G. K. tripla, vt ſic fiant ſingulæ trium B. E, C. F, G. D. æquales maximæ A. O. Deinde ab æqualibus quatuor reſecentur partes, ſingulæ pares exceſſui quo ſeſe inæquales ſuperant, quæ ſint D. K, C. L, B. M, A. N. exiſtente ſcilicet illo exceſſu linea D. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quæ eſt ratio quadrati lineæ O. A. ad rectangulum ſub A. O. & A. N. & tertiam partem quadrati O. N. eandem habet quadratum lineæ E. B. ad rectangulum ſub E. B, B. M. & tertiam partem quadrati E. M. Et eandem rurſum habet quadratum lineæ C. F. ad rectangulum ſub F. C, C. L. & tertiam partem quadrati L. F. Eandem denique habet quadratum D. G. ad rectangulum ſub G. D, D. K. & tertiam partem quadrati K. G. Sunt enim omnes lineæ æquales.
a per 12. l. 5. Ergo quadrata linearum E. B, C. F, D. G. ſimul ſunt a ad rectangula ſub E. B, B. M.
b per 1. l. 6. ſub F. C, C. L. & ſub G. D, D. K. vel b certè ei quod contineretur ſub D. K. & linea æquali tribus B. E, C. F, G. D. (quod deinceps appellabimus Q.) & ad tertias partes quadratorum E. M, F. L, G. K. (quas in poſterum appellabimus R.) ſicuti eſt quadratum ex vna, putà ex A. O. ad vnum rectangulum, videlicet ſub A. O, O. N. & vnam tertiam quadrati O. N.



Atqui Q. eſt [a] æquale quadratis linearum M.B,L.C,K.D. & rectangulo contento ſub N.A,& linea æquali tribus E.M,F.L, G.k. quod rectangulum dicemus V. Tum quadrata inæqualium, minima excepta, quæ notamus per S. ſunt [b] æqualia quadratis N.A,M.B,L.C. & tribus ex O.N,H.M.& I.L. quæ nuncupamus T. & rectangulis bis contentis ſub partibus linearum, ſeu [c] ei quod fieret ſub N.A. & linea æquali duplo iſtarum O.N, H M, & I.L. quod denominatur in ſequentibus X. Ergo ſi contulerimus Q. & R. ſimul vni S. inueniemus quadrata linearum M.B,L.C,k.D. æqualia quadratis ex N. A,M.B,L.C. Reijciamus ergo vtraque hinc inde, vt quid maius ſit ex alterutro latere pateat: hinc enim vis demonſtrationis dependet. Supererit ergo ex Q. & R. id quod nominauimus R. & V. Tùm ex S. reliquum erit T. & X. Eſt [c] autem V. minus quàm X. Nam licet vtrumque pari ſit altitudine, tamen baſes ſunt inæquales. Eſt enim dupla linearum N.O,H.M, & I.L, quæ eſt baſis X. maior æquali lineis E.M,F.L,& G.k. quæ eſt baſis ipſius V. Quia licet binæ F.L,G.k. duplum lineæ O.N. compleant, tamen reliqua E.M. æquiparatur tantum binis H.M, I.L. cùm ſit exceſſus I.L. exceſſui H.E. æqualis. Adhuc R. eſt minus quàm T. Sunt enim lineæ æqualiter inæquales O.N,H.M,& I.L, & tres aliæ æquales ſingulę maximæ illarum, quæ ſunt M E,F.L,G.K. Proinde quadrata ęqualium minora ſunt [d] quàm tripla quadratorum inæqualium, & ex conſequenti tertia pars quadratorum ęqualium, hoc eſt R. minus eſt quadratis inęqualium, hoc eſt T. Vnde tandem ſequitur Q. & R. ſimul, multo minora eſſe quantitate S. Atqui eadem Q. & R. maiora ſunt ſimul quadratis inæqualium dempta maxima: ſcilicet quadratis linearum H.B,I.C,K.D. quę breuitatis ergo ſignamus charactere Z. Nam hæc quadrata H.B,I.C, K.D. ſeu Z. ſunt ęqualia quadratis M.B, L.C,K.D. & duobus H.M, & I.L. notatis P. Atque rectangulo ſub vna ex illis vt M.B. & linea dupla duabus H.M,I.L. notato Y. Vndiquaque ſunt quadrata ex M.B,L.C,K D. ea ergo tollamus. Siquidem ſupererunt R. & V. ex parte Q & R. Ex parte verò Z. relinquentur P. & Y. Verùm R. excedit [a] Y. Nam licet vtriuſque par ſit altitudo: tamen baſis R. videlicet æqualis ipſis E.M,F.L,G k maior eſt baſe P. æquali duplo duarum H.M, & I.L, quæ deficiunt à præcedentibus tota G.k. Tum R. ſuperat P. Quandoquidem potentiæ trium ęqualium E.M,F.L,G.K ſunt pluſquam triplę quadratorum inęqualium dempta maxima, ſcilicet reliquarum H.M,I.L. Et ex conſequenti tertia pars illorum nempè R. maior eſt his quadratis videlicet, P. Igitur Q. & R. ſimul maiora ſunt quàm Z Hinc nobis propoſitionis eruenda concluſio eſt. Primum oſtenſum eſt quadrata trium linearum æqualium B.E,C.F,D.G. eſſe ad Q. & R. ſimul in eadem ratione, quã quadratum A.O. ad rectangulum ex A.O, & A.N, & tertiæ parti quadrati ex N.O. Cùm ergo Q. & R. ſint [e] minora quàm S, ſequitur quadrata illarum æqualium B.E,C.F,D G. eſſe ad S hoc eſt ad quadrata inæqualium dempta minima, in minori ratione, quàm eadem illa quadrata ſint ad Q. & R. vel quàm quadratum ex A.O. inęqualium maxima ſit ad rectangulum ex A.O. maxima eſt A.N. minimæ æquali & tertiæ parti, quadrati ex O.N. differentiæ, qua maxima inæqualium minimam ſuperat: quæ eſt prima pars concluſionis.

Porrò ſunt [f] Q. & R. maiora quàm Z. Quadrata ergo æqualium maiorem rationem habent ad Z. hoc eſt ad quadrata inæqualium dempta maxima, quam habeant eadem ad Q. & R. Vel quàm quadratum A.O. maximæ inęqualium habeat ad rectangulum, quod fit ſub maxima & minima, & tertię parti quadrati differentiæ ambarum, quod fuerat ſecundo loco probandum.

a per 1. l. 2.

b per 4. l. 2.

c per 1. l. 6.

d per 1. manifeſt. huius

e vt primo probauimus

f vt ſecundo probauimus

quadrata quæ ab iiſdem lateribus fiunt: ſequitur omnia ſimilia polygona eſſe inter ſe, ſicuti quadrata à lineis iiſdem deſcripta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

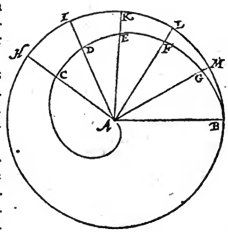
Contextui huius manifeſti addidimus hæc verba, εἶμεν ταῦτα τὰ ἀπὸ τοῦ ἴσου τᾷ μεγίστᾳ, καὶ τὰ ταῦτα τὰ ἀπὸ τοῦ τῷ ἴσου, quamuis ne in manuſcripto quidem eſſent: verum ſine ijs ſenſus non conſtat. Cæterum hic Archimedes definitiones tranſtulerat, quas conuenientiori, vt videtur, loco reſtituimus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ. — PROPO. XII.

ΘΕΩΡ. Ε. — THEOR. V.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν μὲν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν, ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποιαιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Si in ſpiralem vna quidem circumuolutione deſcriptam, à principio ſpiralis, rectæ quotlibet cadant, quæ æquales inter ſe angulos contineant, ſeſe mutuo æqualiter excedent.



ΥΠΟΘ. In ſpiralem A.C.D.B. cuius principium eſt A. & prima linea A.B. à puncto A. incidant lineæ A.C, A.D, A.E, A.F, A.G, & A.B. quæ inter ſe angulos capiant æquales ad A.

ΣΥΜΠ. Dico illas lineas in ſpiralem cadentes ſeſe mutuo pari exceſſu ſuperare, nempè lineam A.B. vincere aliam A.G. pari quantitate, qua A.G. ſibi proximam A.E. excedit: & ita de reliquis.

ΚΑΤΑΣ. Centro A. & interuallo A.B. deſcribatur circulus B. K. H. ad cuius periferiam vſque producantur præcedentes lineæ, quæ ipſi occurrant in punctis H.I.k.L.M. quibus arcus notentur [a] æquales, cùm ſint anguli in centro A. pares. a per 33.l.6.

ΑΠΟΔ. Quoniam in generatione [b] ſpiralis eo tempore quo linea A.B. decurrerit arcum H.I. decurret, & reliquorum æqualium arcuum ſingulos: Tum illis æqualibus temporibus punctus decurrens in linea A.B. pares ipſius lineæ pertranſit [c] portiones. Portiones autem illæ ſunt exceſſus, quibus ſe inuicem lineæ illæ cadentes ſuperant. Videlicet portio quam punctus deſcribit in linea A.B. tempore quo A.B. linea ambulat arcum H.I. eſt quantitas, qua A.C. ſuperatur ab A.B. Tum portio quam punctus exarat in linea A.B. interſtitio quo linea A.B. pertranſit arcum I.k. eſt differentia lineæ A.E. ſupra lineam A.D. & ita de reliquis. Lineæ ergo in ſpiralem incidentes, & angulis diſtinctæ æqualibus, paribus interuallis differunt, quod fuit probandum.

b per definit.1.huius.
c per 1.huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonſtrat [d] Pappus in collectionibus Mathematicis. d in 20 l.4.

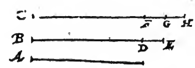
ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc conſtat: quod ſi ſpatium omne quod eſt circa A. punctum, & principium ſpiralis in partes diſtribuatur æquales, lineis in ſpiralem incidentibus, fore vt prima linea ſit omnium linearum exceſſui æqualis. Erit enim prima illa linea incidens, portio lineæ A.B. quam punctus decurrerit eo tempore, quo linea A.B. primum ſpatium pertranſierit: hoc verò eodem tempore abſoluit linea A.B. quodlibet reliquorum ęqualium ſpatiorum, & eodem propterea tempore menſurantur omnium linearum in ſpiralem cadentium exceſſus. Cùm ergo æqualibus temporibus reſpondeant [a] ęquales portiones curſus puncti in linea A B. ſequitur illas portiones ſeu exceſſus eſſe ęquales, & quidem ſingulas primæ cadenti lineæ, quod illinc deducendum fuit. Hinc rurſus conſtat quod iam diximus χρήσ definitionis 4. huius; nempè omnes lineas reuolutionum diuerſarum eſſe æquales, primam, ſecundam, tertiam, & reliquas. Nam omnes pari prorſus tempore decurruntur.

[a] per 1. huius.

ΛΗΜΜΑ Α.

Si tres lineæ ordine ſeſe inuicem æquali exceſſu ſuperauerint, maxima & minima ſimul duplæ ſunt mediæ.



ΥΠΟΘ. Sint 3. lineæ A, B.E, C H. in progreſſione Arithmetica, ita vt B.E. tanto ſuperet A. quanto C H. excedit B.E.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. & C.H. eſſe duplas mediæ B.E.

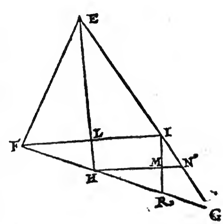
ΚΑΤΑ. Ex B E. reſecetur [b] pars B.D. æqualis ipſi A. Tum ex C.H. pars eidem A. æqualis, vt ſit D.E. exceſſus quo B.E. ſuperat A. & H.F. exceſſus quo C.H. ſuperat B.E. Demum ex C H reſecetur linea ęqualis medię B. E. quę ſit C.G.

[b] per 3. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.C. eſt par primæ A. Tum C.G, æqualis mediæ E;B. Eſt F.G. exceſſus æqualis exceſſui E. D. & G.H. eidem exceſſui D.E. par eſt, quia lineæ æqualiter ſeſe excedunt. Propterea F.H. dupla eſt ipſius D. E. Deinde quia tres A, B.D, C.F. ſunt pares binæ A & C F. ſunt duplæ vnius B.D. Ergo ambæ A. & C.H. ſunt duplæ mediæ B.E, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Β.

Si à iugo trianguli decidit linea in baſim bifariam diuidens angulum iugi, duo latera angulum hunc continentia maiora ſunt quàm dupla eius quæ à iugo demiſſa linea.



ΥΠΟΘΕ. Sit triangulus primùm F.E.I. Iſoſceles, è cuius apice E linea demittatur E.L. diuidẽs angulum E. bifariam.

ΣΥΜΠ. Dico F.E, E.I. ſimul maiora eſſe quàm dupla E.L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cùm anguli E.F.L, & E.I. L. ſint [c] æquales, tum qui ad E. pares [d], reliqui ad L. non poſſunt [e] eſſe inæquales. Et proinde ſunt [f] hi recti, ita vt quodlibet duorum laterum F.E. & I E. ſit [g] maius catheto E.L. & ex conſequenti bina illa ſimul, maiora ſunt quàm huius dupla.

[c] per 5. l. 1. [d] ex hypot. [e] per 12. l 1. [f] per 10 defin l 1. [g] per 47. l. 1.

Sit verò triangulus ſcalenus, qualis eſt E.F.G. & linea bifariam diuidens apicem E.ſit E.H.

ΣΥΜΠ. Dico latera F.E, E.G.maiora eſſe quàm dupla E.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] H.N. parallela ipſi F.I.& I.R. æquidiſtans diuidenti E.H. *a per 31 l 1.*

ΑΠΟΔ. Linea L.H.eſt [b] ęqualis oppoſitæ I.M.quia H.I. parallelogrammum eſt:tum L.I hoc eſt F.L.(quia F.L,& L.I.ſunt [c] æquales) & H.M. ſunt [b] pares. Atqui angulus F.L.H.æquus [d] interno L.I.M.eſt [d] quoque æqualis alteri externo H.M.R.Præterea anguli L.F.H.& M.H.R.æquiparantur [d]. Proinde trianguli F.L.H.& M.H.R. ſunt [e] æquianguli,& vt F.L æquale eſt [f] lateri H.M. ſic L.H.par eſt alteri ambienti M.R. Et ex conſequenti tota I.R.dupla eſt ipſius L.H. Atqui cùm ſit angulus M R.H. acutus, qui deinceps eſt M.R.G. eſt [g] obtuſus,& latus I.G.ſubtendit [h] maius quàm ſit I.R.Vnde fit vt I.G. cognoſcatur maius quàm duplum ipſius L.H. Sunt [i] autem F.E. & E.I. maiora, quàm dupla lineæ E.L. Propterea tota latera E.F, & E.G. ſimul maiora ſunt quàm dupla ſecantis E H.quod fuit probandum.

b per 34.l.1. c per 1.partem huius, & 4.l.6. d per 29.l.1. e per 32 l 1. f per 4.l.6. g per 13 l.1. h per 18 l 1. i per 1.part. huius ratiocinationis.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ. — PROPO. XIII.

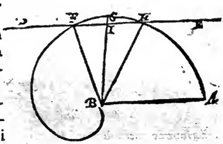
ΘΕΩΡ. ϛ. — THEOR. VI.

Εἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαυσεῖ σημεῖον.

Si recta linea ſpiralem tetigerit, in vno tantum puncto tanget.

ΥΠΟΘΕ. Tangat linea D.E. ſpiralem B.G.A.

ΣΥΜΠΕ. Dicam tangere in vnico puncto.



ΚΑΤΑ. Si non in vnico puncto tangit, ſed in pluribus, tangat ſi poteſt in F. & H. & lineas à principio ſpiræ B ducamus B.F,B.H. angulumque F.B.H.bifariam partiamur [a] linea B.G.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim exceſſus B.G.ſupra B.F.æqualis eſt [b] exceſſui lineæ B.H. ſupra B.G. & proinde binæ F.B,B H.duplæ ſunt [c] lineæ B.G. Atqui ſunt [d] eędem binæ maiores quā̧ duplæ B.I.Proinde B.I. minor eſt quàm B.G, & ideò B.G. tranſit lineam F.H. eamque ſecat vt in I. Vnde patet D.E.lineam ingredi ſpatium ſpiralis,ſpiralemque ſecare. Ponebatur autem duntaxat tangere. In duobus ergo punctis non poteſt tangere quin ſecet, quod fuit probandum.

a per 9.l.1. b per 12. huius. c per 1,lemma praced. d per 2 lemma proximum.

ΠΡΟΤ. ΙΔ. — PROP. XIV.

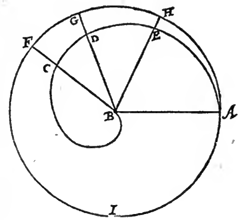
ΘΕΩΡ. Ζ. — THEOR. VII.

Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπέσωντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σημείου ὅ ἐστι ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν· τὸν αὐτὸν ἕξουντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἑ-

Si in ſpiralem ex prima reuolutione ortam incidant duæ lineæ à puncto, quod eſt principium ſpiralis, & producantur ad circumferentiam vſque primi circuli: eandem rationem inter ſe habebunt iſtæ

in ſpiralem incidentes, quam arcus circuli medij inter terminum Spiræ & limites linearum productarum in circumferentia factos, ſumptis in conſequentia arcubus à fine ſpiralis.

λικα ποτιπίπτουσαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν τᾶν δὲ περιφερειᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.



ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis B.C.D.A. à cuius principio B. cadant in ipſam lineæ B.C, B.D.B.E. tranſeantque in circulum vſque primum A.I.H. ſecantes periferiam punctis F.G.& H.

ΣΥΜΠ. Dico lineas B.C, B.D, B.E. inter ſe affectas eſſe, ac arcus A.I.F, A.I.G. & A.I.H. ſumpti à fine ſpiralis A. in antecedentia [a].

ΑΠΟΔ. Cùm enim ſint [b] in generatione ſpiralis motus tam lineæ A.B. quàm puncti decurrentis in B.A. ſibi ipſis vniformes, eo interuallo quo A.B. tranſierit arcum A.I.F. punctus perfecerit lineam B.C. Tum eo tempore quo A.B percurrerit A.I.G arcum, punctus abſoluerit lineam B.D. Denique qua mora B.A. linea, lata fuerit per arcum A.I.H. punctus fuerit in E. In illis ergo curſibus tempora eadem ſunt. Atqui vt eſt [c] tempus ad tempus, ita arcus ad arcum, vel recta ad rectam. Ergo quoque vt arcus ad arcum, ſic [d] recta ad rectam, quod fuit probandum.

a Iuxta 6. deſin. huius.
b per 1. deſi. huius.
c per 1. huius, & corol. ipſius.
d per 11. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

e propoſ. 19. l. 4.

Hanc propoſitionem demonſtrauit [e] quoque Pappus in collectionibus Mathematicis, eodem omnino artificio.

PROPO. XV. — ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

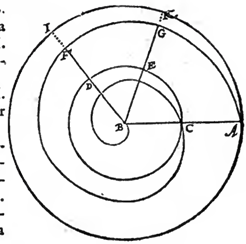
THEOR. VIII. — ΘΕΩΡ. Η.

Si in Helicem in ſecunda reuolutione factam lineæ rectæ ceciderint à principio Helicis: eandem rationem huiuſmodi rectæ ad inuicem, quàm dicti arcus cum tota circuli circumferentia ſimul aſſumpta, habebunt.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μετὰ ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta C.F.G.A. in quam lineæ cadant B.F, B.G, à principio ortus ſpiræ B.

ΣΥΜΠ.



ΣΥΜΠ. Dico lineam B.F. eſſe ad lineam B.G. vt eſt arcus C.H.D. primi circuli cum tota circumferẽtia ſimul aſſumpta, ad arcum C.H.D.E. cum tota quoque circuli periferia aduocata.

ΚΑΤΑ. Deſcribatur ſecundus circulus A.I.K, & in eius circumferentiam protrudantur lineæ B.F,B.G. quàm ſecent punctis I.& K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ea mora qua B.A. reuolutionem integram abſoluit, & linea B.C. prima deſcribit [a] circulum primum C.H.D.E. tum rurſus qua fertur eadem B.A. per arcum C.H.D. ſeu per arcum A.I. ſecundi circuli, punctus interim percurrit lineam B.F. Deinde alia mora qua B.A. poſt integram reuolutionem pertingit vſque ad E. vel K. eadem punctus peruenit in G. Propterea tempora ſunt æqualia in illis curſibus. Atqui vt ſe habent tempora, ita ſe habent [b] decurſi arcus, vel inambulatæ lineæ. Ergo vt arcus C.H.D. cum tota circumferentia C.H.D.E. ad arcum C.H.E. cum tota circumferentia C. H. D. E. ita eſt [c] B.F. ad B. G. quod fuit probandum.

[a] per 1. definit. huius.
[b] per 1. huius.
[c] per 11. l. 5.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ε.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπέσωντι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ομοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοσαυτάκις λαμβανομένας ὅσος ἐστὶ ὁ ἐνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ εἴκα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

MANIF. V.

Hoc ipſo modo demonſtrabitur, quod ſi in ſpiralem ex tertia reuolutione ortam ceciderint rectæ lineæ, eandem inter ſe rationem habebũt quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia bis accepta. Similiter verò omnes cadentes in alias ſpirales demonſtrantur eandem habere rationem quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia toties aſſumpta, quotus eſt vnitate minor reuolutionum numerus, licet alterutra cadens in finem ſpiralis incidat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc manifeſtum non alia via demonſtratur, quàm præcedens propoſitio. Cùm enim ſit ſemper eadem mora decurſus propoſitorum arcuum cum dictis circumferentijs, quæ decurſus linearum, ſunt arcus inter ſe cum repetitis circumferentiis, ſicuti cadentes lineæ. Cæterum notandum eſt Archimedem non explicare, quorumnam circulorum repetendæ ſint circumferentiæ.

Dicimus itaque repetitionem huiuſmodi integrarum circumferentiarum intelligi de præcedenti circulo. Vt ſi lineæ inciderint in ſpiram ſecundæ reuolutionis, circumferentia repetetur primi

circuli, ſicut egimus in ſuperiori propoſitione: Si in ſpiram tertiæ circumductionis, repetetur periferia ſecundi circuli, & ita de reliquis: quod quidem ex 18. & 19. propoſitionibus ſequentibus apertè colligitur. Verba autem extrema manifeſti, ϰ̀ εἴκα ἁ περιφέρεια ἁ ἱκανέα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ: Sic intelligenda ſunt, vt ſi quædam ex incidentibus ceciderit in finem alicuius reuolutionis, tota ſit capienda circumferentia loco arcus. V. g. in diagrammate propoſitionis, ſi A.B. fuerit ex cadentibus, alia verò B.G: Erit circumferentiæ circuli primi C. H. D. E. bis reperita, ad arcum C.H. D.E. cum circumferentia tota circuli, vt B.A. ad B.G. Vel demum ſi cadentium duæ inciderint altera in finem vnius ſpiralis, vt putà B.C. in finem primæ ſpiræ, altera in finem alius, vt B.A. in terminum ſecundæ. Erit linea ad lineam, vt circumferentia vna ad duas circumferentias. Atque etiam eſt B.C. dimidia totius B.A. vt antea diximus.

Si verò B.A. caderet in finem tertiæ ſpiræ, ter repeteretur circumferentia, & eſſet vna ad tres, vt linea ad lineam. Atque ita de cæteris.

PROPO. XVI.

THEOR. IX.

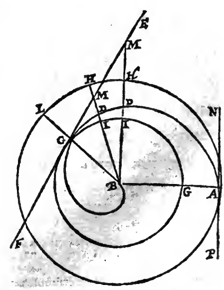
Si ſpiralem ex prima reuolutione ortam, recta linea tetigerit, & à contactu recta linea ducta fuerit ad punctum quod principiũ ſit ſpiralis, quos facit angulos tangens cum hac ducta inæquales erunt, & quidem qui in antecedentia vergit, obtuſus eſt, qui in conſequentia, acutus.

ΠΡΟΤΑ. Iϛ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, ϰ̀ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σημεῖον ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἄνισοι ἐσσοῦνται, ϰ̀ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Eſto ſpiralis ex prima reuolutione generata B.C.D.A. tacta à linea F.E. puncto C. à quo ducatur linea C.B. ad exordium ſpiralis.



ΣΥΜΠ. Aio inæquales eſſe angulos B.C.E, & B.C.F. & eum quidem qui ad antecedentia tendit, nempè B.C.E. obtuſum eſſe: alium verò qui antecedentia reſpicit, ſcilicet B.C.F. eſſe acutum.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B.C. deſcribatur circulus C. I. G. Hic quidem infra ſpiram deprimitur in antecedentibus, erigitur verò ſupra ſpiram in conſequentibus. Nam nulla linea à puncto B. cadere poteſt in partem ſpiralis C.A. quæ non ſit maior quàm B.C. vt B.D. maior eſt a quàm B.C. ea ratione, qua pars helicis B.C. D. maior eſt parte eiuſdem B. C. Atqui radij debent eſſe æquales. Proinde B. D. alicubi incidit in circulum G. C. I. & proinde circulus infra ſpiram eſt.

a per 14. huius.

Contra verò nulla linea ducetur in antecedentibus lineæ B.C. à puncto B. in ſpiralem, quæ non ſit minor quàm B.C. quæque non debeat produci longiùs, vt à ſpira attingat circumferentiam circuli, & idcirco illa circumferentia ſupra ſpiram eſt. Linea autem F.E. tangit tantum, non ſecat ſpiram, omnemque ſui partem habet [a] extra ſpiram, & ideò extra circulum in antecedentibus: proindéque maior eſt angulo mixto B.C.I, & ex conſequenti, quotlibet [b] acuto angulo rectilineo, vel ergo rectus eſt vel obtuſus: Si rectus ponatur, tangit [c] E.F. circulum C.I.G. ita vt nihil repugnet quominus ducamus [d] lineam B.M. à centro B. in tangentem E.F, ita vt pars extra circulum I.M, ſit ad radium B.C, vel B.I, in minori ratione quàm arcus I.C. ad datum arcum I.C.G. Tandem deſcribatur circulus primus, in quem cadant lineæ B.M. & B.C. punctis L. & H.

a per 13. huius. *b per 16 l. 2.* *c per coroll. 16 l. 3.* *d per 5. huius.*

ΑΠΟΔ. Quoniam linea M.I. minorem rationem habet [e] ad I.B. quàm arcus I.C, ad arcum I.C.G, componendo [f] tota M.B. eſt in minori ratione ad I.B, quàm totus arcus I.C.G, ad arcum C.G. hoc eſt [g] quàm arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. Verùm vt eſt arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. ſic eſt [h] linea B.D. ad lineam B.C, ſeu ad B.I. Ergo M.B. habet [i] ad I.B. minorem rationem quàm D.B. ad I.B. Propterea B.M. minor eſt [l] quàm B.D. Et ita linea F.E. non ſupra ſpiralem eſt in antecedentibus, ſed infra, quod eſt abſurdum, vt oſtendimus. Ergo E.C.F. non tangit circulum C.G.I. nec eſt angulus B.C.M. rectus, ſed obtuſus. Et ex conſequenti qui deinceps eſt B.C.F. acutus eſt [m], quod fuit probandum.

e per fabricam *f per 18 l. 5.* *g per coroll. 33. l. 6 ex Clauio.* *h per 14. huius.* *i per 11. l. 5.* *l per 8 l. 5.* *m per 13. l. 1*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Age lineam B.M. quocumque modo, & ex hypotheſi ſuppone M.I. habere minorem rationem ad I.B. quàm arcus ad arcum; quoniam hoc fieri nihil impedit à parte naturæ cum aliquo modo fiat [n]: Poſito verò poſſibili, abſurdi nihil ſequitur: At numquid apertiſſimè propoſitio concluditur? Equidem hic ſe problema agendum offerretur, omnia eſſent geometricè exequenda, & ἀποδεικτικῶς: verùm res tantum cognoſcenda proponitur, in cuius veritatis inueſtigatione ſi ratiocinando aliquid poſſibile aſſumpſero, ſyllogiſmus propterea ἐν λογισμοῖς vitij argui nequaquam poteſt.

n per 5. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ϛ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

MANIFEST. VI.

Similiter verò demonſtrabitur, quod ſi tangens ſpiralem in fine ipſius tetigerit, idem omnino ſequetur.

Eſto linea quæ ſpiralem tangat in termino ſpiræ.

ΑΠΟΔ. Eadem concluſio ſequetur, eritque angulus B.A.P. obtuſus: & alius B.A.N. acutus: quod producto paululum motu ſpiræ, eadem prorſus ratiocinatione demonſtrabitur.

ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

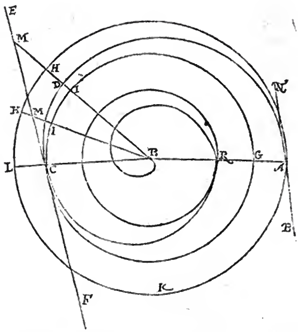
ΘΕΩΡ. Ι.

Καὶ τοίνυν εἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα· τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

PROPO. XVII.

THEOR. X.

Quinimò ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione natam recta linea tetigerit, idem accidet.



ΥΠΟΘΕ. Eſto ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta R. C. A. quã tangat E. F. in puncto C. à quo ducta ſit ad B. linea C.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulum B.C.E. ad antecedentia vergentem, eſſe obtuſum, alium verò B.C.F. acutum.

ΚΑΤΑ. Deſcribatur centro B. & interuallo C.B. circulus C.I.G. & quia circuli arcus C.I. infra ſpiram eſt, & multo magis infra lineam tangentem, quæ eſt ſupra ſpiram, angulus E.C.B. eſt vel rectus, vel recto maior: ſi recto maior, habemus quod quærimus. Si duntaxat rectus, linea E.F. tangit circulum C.I.G. Poſſibile ergo eſt à puncto B. in tangentem lineam ducere, putà B.M. cuius pars extra circulum I.M. minorem rationem habeat ad I.B. quàm arcus I.C. ad arcum I.C.G.

ΑΠΟΔΕΙ. Repete verba præcedentis demonſtrationis, quæ hic accommodari perbellè poſſunt.

MANIF. VII.

Eadem verò accident, & ſi tangens per terminum ſpiralis attingat. Similiter verò demonſtrabitur, quòd ſi ſpiralem ex quacumque (reuolutione) natam recta tetigerit, etiam in fine ipſius, quòd inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium ſpiræ coniungitur: & eum quidem qui fiet in antecedentibus, obtuſum, alium verò in conſequentibus acutum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

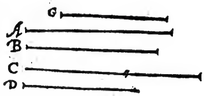
Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ. Ομοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Manifeſtiſſimè patet hoc manifeſtum ex præcedentibus demonſtrationibus, vt non ſit opus in eo immorari diutius.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & ſecunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. Contra verò ſi prima fuerit maior tertia, & ſecunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad ſecundam, quàm tertia ad quartam.



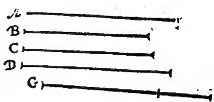
ΥΠΟΘΕ. Sit A. prima minor tertia C. Tum ſecunda B. maior quarta D.

ΣΥΜΠ. Dico A. eſſe ad B. in minori ratione, quàm ſit C. ad D,

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], vt quemadmodum A. minor eſt quã C, ſecundam B. eſſe quoque minorem quarta D. contra hypotheſim. Tum ſi A. maiorem haberet rationem ad B. quàm C. ad D. & poneretur G. eſſe ad B. vt C. ad D. eſſet [b] G. minor quàm A. & multo minor quàm C. Et quia G. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], B. eſſe minorem quàm D. ſicuti G. eſt minor quàm C. quod rurſus eſt contra hypotheſim.

[a] per 14.l.5

[b] per 8.l.5



Eſto nunc A. maior quàm C. & B. minor quàm D.

ΣΥΜΠ. Dicam A. habere maiorem rationem ad B. quàm C. ad D.

ΑΠΟΔ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D feret [a] vt ſicuti A. eſt maior C. ſic B. eſſet maior D. contra hypotheſim. Vel ſi A. ponatur habere minorem rationem ad B. quàm C. ad D. Et eſſe C. ad aliam G. ſicuti A. eſſet ad B. hoc eſt in minori ratione quàm ſit idem C. ad D. ſequeretur [b] G. eſſe maiorem quàm D. & multo maiorem quàm B: tamen cùm ſicut A. ad B. ſic eſſet C. ad G, oporteret vt quemadmodum A. excedit C. ſic B. excederet G. cuius iam contrarium collegimus. Admittendum ergo eſt lemma, ne in abſurda incidamus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.

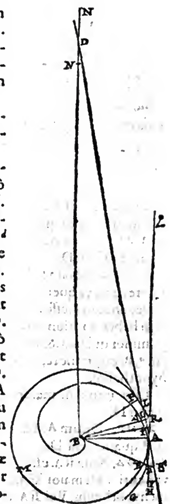
ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐσσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

PROPO. XVIII.

THEOR. XI.

Si ſpiralem ex prima circumvolutione ortam, recta linea tetigerit in termino ſpiræ: A puncto verò quod eſt in principio ſpiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ eſt principium reuolutionis, ducta incidet in tangentem, & ipſius quæ pars media erit inter tangentem, & principium ſpiræ, æqualis erit periferiæ primi circuli.



ΥΠΟΘ. Exponatur ſpiralis è prima reuolutione nata quam
a per 16 vel 6 manifeſt huius. tangat in termino linea F.A.D. angulum conſtituente *a* B.
A.D. acutum: vnde conſequatur vt lineam à puncto B. principio ſpiræ perpendiculariter eductam ad lineam A.B. prin-
b per vltimam cõm. ſent. cipium reuolutionis, incidere *b* in dictam tangentem, vt in puncto D. deformetur rurſus primus circulus A.M.L.

ΣΥΜΠΕ. Dico partem B.D. perpendicularis mediam inter tangentem & ſpiræ principium B. eſſe æqualem circumferentiæ primi circuli A.M.L.

ΚΑΤΑΣ. Neganti lineam D.B. illi circumferentiæ eſſe æqualem, neceſſe eſt fateri maiorem eſſe vel minorem. Primò
c per 4. huius. ponatur linea B.D. minor, & ab ea partem reſecemus *c* B.N.
d vt in 16. oſtendimus minorem quàm B.D. ſed maiorem dicta circuli circumferẽtia. Tum quia angulus D.A.B. acutus eſt, linea tãgens ſecat *d* circuli primi circumferentiam, putà punctis A. & L. Eſtque A.L. minor diametro circuli, quia non agitur per centrum. Nihil propterea impedit, quin à puncto B. perpendicularis ducatur in A. L. quæ ſit B.I. quæque triangulum conſtituat B.A.I. æquiangulum magni B.A.D. Nam anguli ad A.B.D. & B.I.A. ſunt recti, & communis eſt angulus ad A. & ideò
e per 32. l. 1. reliqui manent *e* æquales, lateraque proportionalia *f*. Ita vt
f per 4. l. 6. cùm A.B. habeat *g* ad B.N. maiorem rationem quã ad B.D.
g per 8. l. 5. h per 11. l. 5 Etiam A.B. ſit *h* ad B.N. in maiori ratione quàm A.I. ad I.B. A
i per 7. huius. centro itaque B ducatur *i* linea B.F. in tangentem F.D. ſeu in ſecantem circulum, ita vt F.E. ſit ad iunctã E.A. in eadem ratione quæ eſt data lineæ A.B. ad lineam B.N. hoc eſt maiori, quam ſit ea quæ eſt dimidiæ A.L. datę in circulo, ſeu lineæ A.I. ad perpendicularem B I. à centro eductam. Porrigatur demum ſpira vſque in G. fiatque ſcilicet A.G. ſecundæ reuolutionis. Hanc partem ſpiræ ſecabit neceſſario linea B.F. vt
k per 15. huius. in puncto H. quia primi circuli circumferentia infra hanc partem deprimitur *k*. Tum ſpiralis infra tangentem eſt: alioqui tangens ſecaret ſpiralem nec tantum tangeret.

l per 16 l. 5. ΑΠΟΔ. F.E. facta eſt ad E.A. vt A.B. vel ei æqualis E.B ad B.N. Et viciſſim *l* F.E. eſt ad E.B. vt E.A. ad B.N. Eſt *m* autem E.A. in minori ratione ad B.N. quam ſit arcus A.E.
m per lẽma præſ. ad circumferentiam circuli primi. Eſt enim quatuor magnitudinũ prima E.A. minor quàm tertia arcus E.A. & ſecunda B.N. maior eſt quarta nempè circumferẽtia circuli. Igitur F.E. eſt *b* ad E.B. in ratione minori quàm arcus E.A. ad totam circuli circumferentiam. Et componendo *n* tota F.B. eſt ad E.B. in minori ratione quam arcus A.E. cum
n per 18. l. 5 tota circuli circumferentia ad eandem circuli circumferentiam, hoc eſt *k* quàm B.H. ad B.A. vel ad B.E. Itaque B.F. minorem haberet rationem ad B.E. quàm H.B. ad eãdem B.E. quod eſt *g* abſurdum: maior etenim eſt F.B. quam H.B. Abſurdum ergo quoque eſt lineam D.B. maiorem eſſe circuli circumferentia.

Quod ſi ſecũdo dicatur B D. minor circumferentia circuli. ΚΑΤΑΣ. Sumatur *c* B.N.
o per 31 l. 1. maior quidem quàm B.D. ſed adhuc minor circumferentia circuli. Tũ ducatur *o* A. Q. tangens circulum in A. Et quia ratio A.B. ad vltimam B.N. minor eſt ea, quam eadem A.B. habet ad B. D. etiam minor eſt ea quam habet A.I. ad I.B. ex prędemõſtratis: poſſu-
p per 8 huius. mus à puncto B. lineam B.R. ducere *p* in tangentem A.Q. per datam A.E. in circulo: ita vt pars O.S. inter datam & circuli circumferentiam ſit ad A.R. vt eſt A.B. ad B.N. Hæc
q per 23. l. 1 B.R. ſecet ſpiralem in V. Fiat *q* demum angulus A.B.P. æqualis angulo R.B.A. & à puncto P. tangens ducatur quæ vſpiã incidat in lineam B.R. cùm ſit angulus P.B.R. minor recto. Incidet autem in punctũ R. Nã cùm anguli P.B.R. & R.B.A. ſint æquales, & qui ad A. & P. recti, ſequitur *e* triãgulos eſſe æquiãgulos, & A.B. eſſe *f* ad B.R. vt P.B. ad latus, quod eſt inter B. & incidentiam lineæ tangentis ductę à P. in B.R. ſed ſunt æquales B.A. B.P. Ergo quoque B.R. eſt *r* æqualis illi lateri. Et proinde tãgens ducta à P. incidit in R.
r per 7 l. 5. ſuntque *r* P.R. & R.A. æqualia latera triangulorum æquiangulorum.

ΑΠΟΔ. Quoniam S.O. eſt ad R.A. vt A.B. ad B.N. permutãdo S.O. ad A.B. vt R.A. ad B.N. Verùm A.R. eſt *m* ad B.N. in maiori ratione quam arcus O.A. ad circuli circũferentiam. Magnitudinũ enim 4. prima A.R. eſt maior tertia, nempè arcu O.A. nam li-

nearum P.R.A.& P.O.A.in eãdem partem cauarũ maior eſt [a] P.R.A.includẽs quam incluſus arcus P.O.A.Ergo & medietas A.R. totius P.R.A. maior eſt [b] medietate O.A. arcus P.O.A.Tum ſecũda B.N,eſt minor quarta,ſcilicet circũferentia circuli. Proinde S.O.pars eſt [c] quoque ad A.B.hoc eſt ad totã B.O,in maiori ratione quam arcus O.A, ad totã circũferentiã circuli:Et ex cõſequenti tota B.O,eſt [d] ad reliquam partem B.S, in maiori ratione quam tota circuli circũferentia ad reliquũ arcũ A.M.P.O, hoc eſt [e] quã A.B,ſeu B.O,ad B.V.Sicque eadem B.O,haberet ad B.S,maiorem ſui partem,maiorem rationem quam ad minorem B.V.contra [f] Geometriæ decreta.Abſurdum ergo eſt rurſus B.D,eſſe minorem circumferentia circuli:qua quidem ſi neque maior, neque minor ſit,ſupereſt ei ſit æqualis,quod fuit probandum.

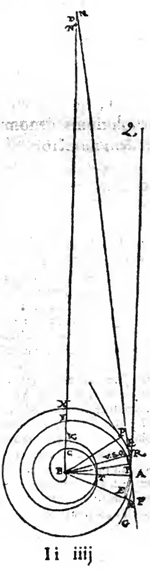
a per 3. hypoth. l.1. de ſphær. & cyl.
b per 15 l 5
c per 11. l 5.
d per 1 lemma ad 32 l. deconoidib. & ſphær.
e per 14. huius.
f per 8 l 5.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.
ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύοι εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX.
THEOR. XII.

At ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione ortam in termino tetigerit recta linea, & à principio ſpiræ ducatur aliqua ad angulos rectos, lineæque ſit initium reuolutionis: ipſa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium ſpiræ dupla circumferentiæ ſecundi circuli.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Eſto ex duplici reuolutione orta voluta T. Y. A. quæ tangatur in termino A. linea F. A. D. primus circulus ſit T. M. K. Secundus A. X. P. Erigatur demum à principio reuolutionum B. perpendiculariter B. D. incidens [a] in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. eſt [b] acutus.

ΣΥΜΠ. Aio lineam B. D. inter tangentem & principium ſpiræ eſſe duplam circumferentię ſecundi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A. D. tangens ſecat ſecundum circulum, (alioqui angulus B. A. D. eſſet [c] rectus) habemus in circulo datam A. L. diametro minorem: in quam ducamus perpendicularem B. I. qua fiat [d] rectangulus triangulus B. A. I. æquiangulus, & laterum homologorum cum triangulo B. A. D. ita vt A. I. ſit ad I. B. vt A. B. ad B. D. Negato verò quod B. D. ſit dupla periferia ſecundi circuli,oportet neceſſario ipſam maiorem eſſe vel minorem quàm duplam. Ponamus [e] primò maiorem eſſe,& fiat B.N.minor quidem P.D. maior vero duplo circumferentiæ circuli ſecundi.Et quia A. B. habet maiorem rationem ad B. N. quam ad B. D. [f] hoc eſt [g] quam A. I. dimidia datæ in circulo, ad B. I. perpendiculare, poſſibile eſt [h] à centro B. in F. A. D. duci lineam B. F. cuius pars F. E. ſit ad iunctam E. A. in ratione data, nempe, vt B. A. ad B. N. Quoniam vero tangens F. A. D. egreditur circulum ab A. verſus F.tangitque dumtaxat ſpiralem, effertur ſupra circulum & ſpiralem,ita vt B. F. vtrumque ſecet, circulum in E. ſpiralem in H. Spitalis enim circulum ſupereminet quia vt eſt arcus A. E. cum tota circumferentia circuli ſecundi ad totam circumferentiam,ita eſt [b] B. H. ad B. A. ſeu ad B. E.

ΑΓΟΔ. Exiſtente F. E. ad E. A. vt A. B. vel E B. ad B. N.

a per vltim. comm ſent.
b per 17. huius.
c per 17. l. 3.
d per prim demonſtr.
e per 4 huius.
f per 8. l. 5.
g per 11. l 5.
h per 7 huius.

a per 16. l. 5. vicisſim [a] F. E. eſt ad E. B. vt E. A. ad B. N. Eſt [b] autem E. A. ad B. N. in minori ratione
b per lemma ad 18 huius. quã arcus A. E. ad duplum circũferentiæ circuli ſecundi A. O. R. Ergo F. E. eſt ad E. B. in minori ratione, quam arcus A. E. ad duplam circuli ſecundi periferiam: & compo-
c per 18. l. 5. nendo [c] F. B. eſt ad B. E. in minori ratione quàm arcus A. E. cum duplici periferia ſe-
d per 15 huius. cundi circuli ad eandem duplicem periferiam, hoc eſt [d] quam B. H. ad B. A. ſeu ad B. E. quod eſt [e] abſurdum: Maior enim ad eandem maiorem habet rationem quam minor.
e per 8. l. 5. Abſurdum ergo quoque eſt B. D. maiorem eſſe duplo circumferentiæ ſecundi circuli. Rurſus abſurdum eſſe dicere B. D. minorem eodem circumferentiæ duplo, probabimus pari artificio quo in præcedenti propoſitione vſi ſumus, quod hic ita conuenit, vt non videatur tranſcribenda.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

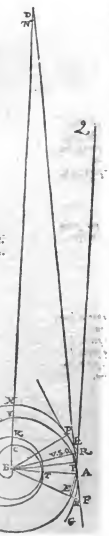
Hinc patet quod monuimus σχολίῳ manifeſti 5. huius: Nam ſi repetitio fieret integrarum circumferentiarum circuli primi non ſecundi, cùm hic arcus A. E. reſpondeat ſpirali A. H. ex tertia reuolutione ortæ, minimè ſequeretur concluſio.

MANIF. VIII.

Hoc ipſo modo demonſtrandum eſt, quod ſi ſpiralem ex quacumque circumuolutione natam tangat quędam recta in termino ſpiræ: tum ab initio ſpiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, totuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus eſt numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

ΦΑΝΕ. Η.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

In contactu ſpiralis à prima reuolutione orta, perpendicularis oſtenſa eſt [f], æqualis circumferentiæ primi circuli. Tum in contactu Helicis ſecundæ reuolutionis perpendicularem demonſtrauimus [g] duplam circumferentiæ ſecundi circuli. Innuit præterea hoc manifeſtum, in contactu ſpiralis tertiæ reuolutionis, perpendicularem ductam à principio reuolutionis ſuper linea quæ eſt ortus circumuolutionis, comprehenſam inter tangentem & ſpiræ principium, eſſe triplam tertij circuli: & ita deinceps. Quod non alio oſtenditur artificio, quàm quo ſuperius vſi ſumus. Porro hinc deduceremus abſolutam ſolutionem quadraturæ circuli, quæ tandiu omnium Geometrarum animos torſit, ſi linea ſpiralis nihil mechanicum redoleret, ſimplicique circini circumductione deformaretur. Hinc etenim ſuppeditaretur nobis linea circumferentiæ circuli æqualis: circuli inquam cuiuſcumque. Faceremus enim principium reuolutionis radium expoſiti circuli. Habita vero recta pari periferiæ datæ circuli, reliquæ quadrationi prima libri dimenſionis circuli propoſitio ſufficeret. Verum iſtæc pampini modo circumductio ſeu proportio motiua lineæ circumuolutæ, & puncti in eadem decurrẽtis, vix in artem cadere poteſt. Nihilominus qui volet defendere Helixographi circini operationem, quæ vnica reuolutione opponet communem διαβήτην materia etiã conſtare, manu duci, oculis videri, ſenſu tangi: nec propterea mechanicas ipſius cenſeri operationes, admitti eas à Geometris: licere propterea mathematicam fidem etiam illi ἑλικογράφῳ præſtare. At compoſitio vni detrahit quod alteri ſimplicitas concedit. Tum circulum mens breuiter concipit, quæ in apprehendenda helica turbatur. Motus ſimplex familiaris eſt, atque hoc circulus conſtat: mixtus vero ſeu compoſitus quo voluta oritur, remotior eſt à communi conceptu, difficiliuſque phantaſiæ inhæret, eoque facilius in errorem eſt præ-

f prop. 18.
g prop. 19.

ceps. At indignum eſt mathematica certitudine quodcumque primo intuitu non patet, vel perſpicua ratiocinatione non elicitur, vel perplexum eſt, vel mixtum, vel compoſitione ſua erroneum. Et nihilominus ſi quid admittendum fuerit extranei artificii, nec omnino ſimplicis in quadrando circulo, nihil artificioſius, nihil ſubtilius, nihil exquiſitius & veritati magis conſentaneum admitti in hoc negotio poteſt, quam ſit hæc ſpiralium linearum circulorum circumferentiis æqualium inuentio: vt ſic quodcumque habeamus de circuli dimenſione magis abſolutum, Archimedi debeatur.

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΓ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθάς· τὰ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεῖσα συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγουμένα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

PROP. XX.

THEOR. XIII.

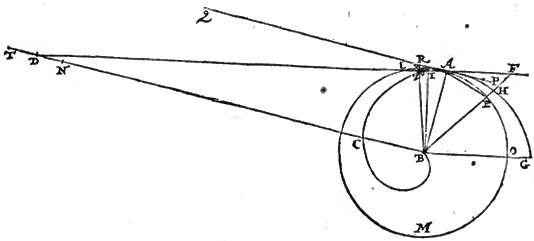
Si ſpiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino ſpiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio ſpiralis, interuallo vero illa iuncta, circulus deſcribatur: à principio præterea ſpiralis agatur aliqua ad rectos angulos: quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concurſum & principium helicis, æqualis arcui deſcripti circuli, qui intercedit inter contactum & ſectionem qua ſecat deſcriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui eſt in principio circumuolutionis.

ΥΠΟΘ. Eſto voluta B. C. A. G. quam tangat F. D. A. non in termino G. ſed vſpiam in A. à quo iungatur linea A. B. ad principium helicis, tum à puncto B. in iunctam A. B. erigatur perpendicularis B. D. demum centro B. & interuallo B. A. circulus deſcribatur A. O. M. L. ſecans principium reuolutionis B. G. in O.

ΣΥΜΠΕ. Aio perpendicularem B. D. incidere in tangentem F. A. D. partemque B. D. mediam inter concurſum D. & principium helicis B. eſſe æqualem arcui O. M. L. A. accepto [a] in antecedentia à puncto O. *a Secundam 6. definit. huius*

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus B. A. D. eſt acutus, incidit [b] B. D. in eam, & eadem B. D. ſecat [c] circulum linea A. D. daturque in circulo linea A. L. diametro minor: quia non *b per vltim. commun. ſent.* *c per 16. l. 3.*

a per prim demonſtr. tranſit per centrum B. Ducatur ergo in A. L. perpendicularis B. quæ reddat a triangulum A. I. B. æquiangulum trianguli B. A. D. laterúmque proportionalium Tum quia neganti B. D. æqualem eſſe arcui O. M. L. A. opus eſt fateri maiorem eſſe vel minorem. b per 4 huius. Ponamus primo maiorem eſſe, & inueniamus b B. N. quæ minor quidem ſit linea B. D. c per 8. l. 5. ſed adhuc maior arcu O. M. L. A. ita vt A. B. ſit c ad B. N. in maiori ratione d per 7. huius. quam ſit ad B. D. vel quam ſit A. I. ad I. B. Tum ducamus d lineas B. F, E. A. ita vt F. E. ſit ad E. A. in data ratione A. B. ad B. N. Si vero minor ponatur B. D. dicto arcu, accipiamus b B. T. minorem adhuc eodem arcu, ſed maiorem ipſa linea B. D. Tum du- e per 30. l. 3. f per 8. huius. camus lineam e P. A. Q. tangentem circulum A. O. M. in puncto A. Tandem per lineam A. L. agamus f lineam A. S. R. ſecans ſpiralem in Z. lineam L. A. in X. & circulum in S. ita vt pars S. X. inter lineam L. A. & circuli circumferentiam ſit ad R. A. vt A. B. ad B. T. hoc eſt, in minori ratione quam ſit A. B. ad B. D. ſeu A. I. ad I. B. nempè media datæ ad perpendicularem.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vt in præcedentibus, ſic oſtendemus primo B. D. non eſſe dicto arcu maiorem. Linea F. B. eſt ad B. E. in minori ratione quam arcus A. E. ad arcum O. M. L. A. hoc eſt quam H. B. ad B. A. ſeu ad B. E. quod eſt c abſurdum. Proinde B. D. non eſt maior arcu O. M. L. A. Nec minor quoque eſt. Nam quia S. X. eſt ad R. A. vt A. g per 16. l. 5 B. ad B. T. permutando g S. X. eſt ad A. B. vel ad totam B. S. vt A. R. ad B. T. Eſt au- h per lemma ad 18. huius. tem h A. R. ad B. T. in maiori ratione quam arcus S. A. ad arcum O. M. L. A. Proinde S. X. pars eſt ad totam B. S. vel B. A. in maiori ratione quam arcus A. S. ad arcum O. i per lemma 1. ad 32. l. de ſph. & conoid. M. L. A. Et ex conſequenti S. B. eſt i ad aliam ſui partem B. X. in maiori ratione quam arcus O. M. L. A. ad alium arcum O. M. L. S. hoc eſt, quam B. A. ſeu B. S. ad B. Z. Arqui B. X. eſt maior quam B. Z. quia linea A. L. D. ſuperminet ſpiralem quam tangit. Ergo eadẽ ad maiorẽ maiorẽ, rationem habet quã ad minorẽ quod eſt c abſurdum. Igitur linea B. D. nec maior nec minor eſt arcu O. M. L. A. ſed ipſi æqualis eſt, quod fuit probandum.

MANIF. IX.

Hoc vero ipſo modo demonſtrabitur, ſi recta ſpiralem ex ſecunda natam reuolutione tetigerit, non in termino ſpiralis, & cætera alia præparentur, quod quæ pars eſt media cadentis in tangentem à prin-

ΦΑΝΕ. Θ.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντι, ἐστὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ποτὶ ταὶ ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσας ἀπὸ τᾶς ἀρ-

χᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας· Καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας περιφορᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τις ἐστὶ τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

cipio ſpiralis, æqualis eſt toti deſcripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta ſimiliter accepto. Et rurſus ſi aliqua linea ſpiralem quacumque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera ſtruantur, quod recta quæ eſt inter dicta puncta, multiplex quædam eſt periferiæ circuli, qui deſcribitur ſecundum numerum (vno) minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui eſt inter dicta puncta ſimiliter ſumpto.

ΥΠΟΘ.

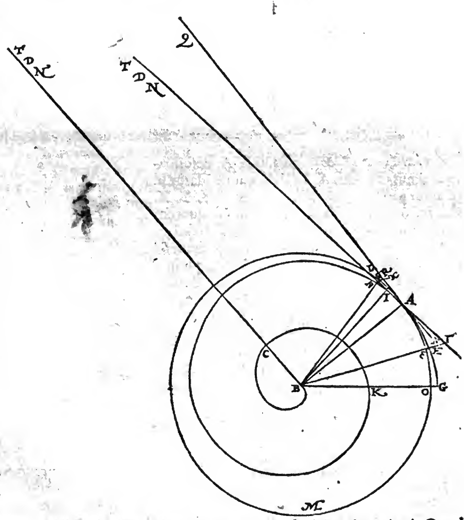
Eſto voluta duplicis reuolutionis B.C.k, Z.I.A.H.G. quæ tãgatur in A à linea F.A.D. cæteráq; ponantur vt ſuperiùs.

ΣΥΜΠ.

Dicitur perpendicularem D B. æqualẽ eſſe circũferẽtię circuli O.M.L.A.O.& præterea arcui O.M.L.A.

ΑΠΟΔ.

omnino eadem eſt ei qua pręcedentem



propoſitionem demonſtrauimus, ſi tamen loco 14. huius, decimaquinta nitaris. Quod ſi voluta fuerit ex triplici reuolutione conſtituta, fuerit itidem perpendicularis B.D.ę-

qualis duplo circumferentiæ circuli, & præterea arcui inter puncta O.& A. in antecedentia comprehenſo. Et ita de reliquis,diminuto ſemper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua ſpiralis oritur. En itaque ſatis eſt diagramma obtuliſſe.

PROP. XXI.

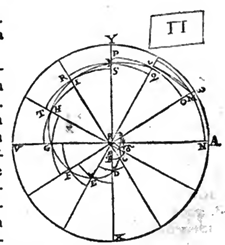
PROBL. VIII.

Circa ſumptum ſpatium comprehenſum ſub helica in prima reuolutione orta,& prima linea quæ principium facit reuolutionis: poſſibile eſt figuram planam deſcribere & aliam eidem inſcribere ex ſimilibus ſectionibus compoſitam , ita vt circumſcripta maior ſit quam inſcripta, quocumque propoſito ſpatio.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΠΡΟΒΛ. Η.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data Γ.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur primus[a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. ſeſe rectò decuſſatim ſecantibus in B. quorum quiſque bifariamdiuidatur[b], tum rurſus bifariam vel trifariam,& ita conſequenter multiplicetur ſectio,quoad ſectorum qui fient in circulo quiſque ſit minor data quantitate Π. Hinc forſan dirimetur[d] in 12. partes æquales lineis quæ ſimul partientur ſpiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D.C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiuſmodi puncta,quibus ſpiralis ſecta eſt, qui arcus incidant in lineas ſibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in accedentia producta, ſub ſpirali erit[e], pars in conſequentia ſpirali ſupereminebit.

a per 7. defi. huius.
b per 9. l. 1.
c per optices Vitell. ioun.
d per 33. l. 6.
e per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Aio in ſpatio ſpirali & linea A. B. contento inſcriptam eſſe figuram,& circa idem aliam eſſe conſcriptam ita vt conſcripta inſcriptam minori ſuperet quantitate quam ſit magnitudo data Γ.

ΑΠΟΔ. Sector N. B. M. inſcriptæ æqualis eſt[a] ſectori L. M. B. circumſcriptæ. Secundum inſcriptæ L. B. O. par eſt tertio circumſcriptæ P. B. L. Tertium inſcriptæ æquiparatur quarto circumſcriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inſcriptæ ρ. B. χ. vltimo & duodecimo circumſcriptæ æqualis. Inſcripta enim figura ſectores habet vno pauciores, quam circumſcripta,quia voluta non attingit ſi-

tum

tum lineæ B. A. ſed ſtatim à principio motus ab eo declinat. Supereſt ergo primus ſector A.B.ω. in circumſcripta, cui nihil æquale eſt in inſcripta. Ita vt circumſcripta inſcriptam excedat illo ſectore primo. Atqui ſectorum circuli quiſque minor eſt magnitudine π. Et ille ſector A.B.ω. vnus illorum eſt: ſequitur igitur circumſcriptam excedere inſcriptam minori quantitate quam ſit data π. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifeſtum eſt, quòd poſſibile eſt circa dictum ſpatium figuram, qualis dicta ſit, ſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio, & quidem quantitate minori quocumque propoſito ſpatio: & rurſus aliam inſcribere, ita vt ſpatium ſimiliter maius ſit inſcripta figura quantitate minori, quocumque propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifeſtiſſimè patet. Etenim circumſcripta figura maior eſt a ſpatio: inſcripta verò ſpatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data eſt, multo minus eadem data magnitudine ſpatium ſuperauerit. Similiter ſi interna figura minor non fuerit, figura externa ſeu circumſcripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à ſpatio eadem propoſita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifeſtum eodem quo ſuperior propoſitio exequitur.

a per 6. hypotheſim 1. ſphær. & cylindr.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

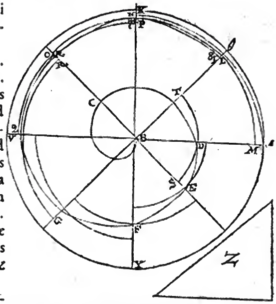
ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

PROBL. IX.

Circa ſumptum ſpatium quod comprehendatur ſub helica ex ſecunda reuolutione deſcripta, & recta linea quæ eſt ſecunda earum quæ principiũ faciunt reuolutionis; poſſibile eſt figuram planam conſcribere ex ſimilibus ſectoribus cõſtantem, & aliam in ipſo inſcribere, ita vt circumſcripta maior ſit inſcripta minori quantitate quam ſit quodcumque propoſitum ſpatium.



ΥΠΟΘ. Exponatur ſpiralis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur ſecundus circulus A. X. V. Y. qui primò quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad

a per 9. l. 1. B. recti bifariam ſecentur[a], & eorum ſemiſſes adhuc bifariam trifaciamve, quoad quiſque ſectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor ſit quantitate propoſita Z. Lineæ porro diuidentes ſecent volutam ſecundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis ſectionum volutæ punctis arcus deſcribantur, qui in laterales radios cadant, cuiuſmodi ſunt M. L. R. & alij.

ΣΥΜΠ. Dico in ſpatio contento ſpirali ſecundæ reuolutionis & ſecunda linea D. A. inſcriptam eſſe figuram, & aliam circumſcriptam ambas ex ſectoribus ſimilibus conſtantes: ita vt circumſcripta minori ſuperet quantitate inſcriptam, quàm ſit magnitudo data Q.

b per 33. l. 6. ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus inſcriptæ M. B. L. eſt[b] æqualis ſecundo circumſcriptæ ſectori L. B. N. Tum inſcriptæ ſecundus tertiæ circumſcriptę par eſt: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inſcriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumſcripta reperitur æqualis. Hic enim inſcripta figura tot ſectores habet quot circumſcripta Circumſcriptæ ergo prima A. B. θ. hic inſcriptæ vltimus comparandus venit: Atqui circulus ex in-

c per 15. l. 5. teruallo B. A. maior eſt circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum ſic[c] ſector A. B. θ. ad ſectorem S. B. D. ſeu D. B. T. quia[b] anguli ad B. ſunt pares. Ergo ſector inſcriptæ vltimus S. B. D. ſeu D. B. T. minor eſt primo illo circũſcriptæ A. B. θ. Proinde figura circumſcripta ſeu externa ſuperat inſcriptam parte tantũ T. D. A. quæ multo minor eſt quam Z. cum totus ſector eodem plano Z. minor factus ſit. Et ex conſequẽti externa internam quidem ſuperat, ſed minori quantitate quam ſit planum Z. quod præſtandum erat.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd poſſibile ſit & circumſcribere figurã circa ſumptum ſpatiũ, quæ maior ſit quãtitate minori, omni propoſito ſpatio, & rurſus ſumptũ ſpatium maius eſſe inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expoſitio præcedentis Manifeſti, hoc etiam manifeſtiſſimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipſo autem modo manifeſtum eſt, quòd poſſibile ſit circa ſumptum ſpatiũ cõprehẽſum ſub ſpirali ex quantacũque reuolutione orta, & recta linea quę ſit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου τοῦ τρόπου φανερόν, διότι δυνατὸν τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conſcribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumſcripta hæc figura maior ſit aſſumpto ſpatio, quantitate minori quolibet propoſito ſpatio, & rurſus inſcribere, ita vt aſſumptum ſpatium maius ſit hac inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque ſpirali ſit, & ex quacumque circumuolutione generetur, præcedenteſq́ rationes valent.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΠΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομένων· δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII.

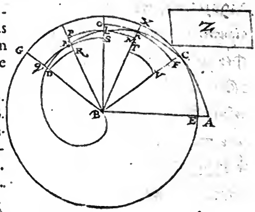
PROBL. X.

Sumpto ſpatio comprehenſo ſub ſpirali, quæ ſit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium ſpiralis, & lineis rectis, quæ à principio ſpiralis ducantur: poſſibile eſt circa huiuſmodi ſpatium figuram planam circumſcribere ex ſimilibus ſectoribus conflatam, & aliam inſcribere, ita vt circumſcripta figura inſcripta ſit maior minori quidem quantitate quam ſit propoſitum ſpatium.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generata B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens terminum B. centrum, ſed coniuncta cum eo lineis B. D. & B.C. Tum aſſumatur ſpatium comprehenſum hac ſpiralis parte, & dictis lineis B. D, B.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus deſcribatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B.D. incidens in G. & diuidatur a angulus G.B.C. bifariã, factiq; anguli ruſ^ bifariã, & ita deinceps quoad ſectores fiãt b minores magnitudine propoſita a per 9. l. 1. b per 1 l. 10.

Z. lineæ porro diuidentes ſecent ſpitam in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus tranſeant in laterales lineas.



ΣΥΜΠΕ. Dico circa ſpatium aſſumptum cõſcriptam, & in eodem inſcriptam eſſe figuras ex ſimilibus ſectoribus conſtantes, quarum maior minorem ſuperat minore magnitudine quam ſit quantitas Z.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector inſcriptæ primus I. B. F. par eſt a ſecundo circumſcriptæ ſectori I. B. O. ſecundus inſcriptæ M. B. L. tertio circumſcriptæ L. B. P. æqualis eſt: tertius adhuc inſcriptæ S. B. N. quarto circumſcriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus inſcriptæ R. B. D. quia minor eſt primo circumſcriptæ C. B. X. ab eo auferendus eſt: ſitque is T. B. V. nempè deſcriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & ſupereſt ſpatium X. T. V. C. quo maior figura minorem ſuperat: cumque totus ſector C. B. X. ſit minor ſpatio Z. multo minus eſt eodem reliquum X. T. V. C. Et ex conſequenti circumſcripta inſcriptam ſuperat multo minori quantitate quam ſit ſpatium Z. quod fuit probandum.

a per 23 16.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propoſitionum planè idem eſt. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur καὶ αὐτῶν τοὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀγμένοι: quæ quidem verba, quia ſenſum propoſitionis non reddunt, ſic reſtitui, καὶ αὐτῶν τοὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγμένοι, hæc enim proponunt clarius. Idem rurſus faciendum nobis eſt propoſitione 26. huius.

MANIF. XIII.	ΦΑΝΕ. ΙΓ.
Hinc igitur manifeſtè patet, quòd poſſibile ſit circa dictum ſpatium planum, quale dictum eſt, conſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio quantitate minori quam ſit propoſitum ſpatium.	Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον, ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

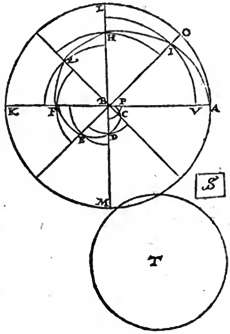
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex præcedentibus vt planius reddi non poſſit. Cæterum altera pars Manifeſti deeſt: nimirum καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.	ΠΡΟΤ. ΚΔ.
THEOR. XIIII.	ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.
Comprehenſum à ſpirali ex	Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τᾶς

τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium eſt reuolutionis ſpatiũ tertia pars eſt primi circuli.

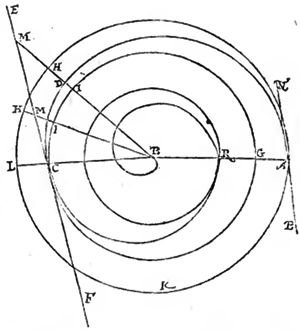


ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit ſpiralis ex prima reuolutione B. F. H. A. principium ipſius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico ſpatium contentum ſpirali & prima linea eſſe tertiam partem primi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem eſſe circuli primi. Etenim illud ſpatium contentum ſpirali & prima linea æquale eſt circulo T. aut inæquale: Si æquale eſt, habemus quod quærimus: Si inæquale, ſit differentia S. Tum circa ſpatium circumſcribamus figuram, aliamque in ipſo inſcribamus [a], ſintque ambæ ita inter ſe vt maior minorem ſeu ſpatium ſuperet minori quantitate quam ſit S. *a per 21 huius & eiuſdem coroll.*

ΑΠΟΔ. Oſtendemus primo ſpatium non eſſe minus circulo T. ſic. Ex figurarum deformatione, linearum numerum habemus inæqualium B. C, B. D, B. E, B. F, B. G, B. H, B. I, B. A. omnes ſeſe æqualiter excedentes, & eſt [b] exceſſus minimæ æqualis. Parem rurſus æqualium numerum habemus, *b per coroll. 1 2. huius.* quarum ſingulę ſunt [c] pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde ſectores *c per 15. definit. l. 1.* ſimiles deſcripti ſunt, quia ſunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. ſe habent [d] inter ſe ſicuti quadrata linearum ſeu *d per 2 l. 12* ſemidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, ſic ſunt [e] ſectores O. B. A. & I. B. V. ſequi- *e per coroll. 33 l. 6.* tur eſſe [f] inter ſe ſectores vt linearum ſeu radiorum quadrata Propterea omnes ſecto- *f per 11. l. 5.* res ab inæqualibus facti, hoc eſt totus circulus A. L. k. M. minores ſunt [g] quam tripli *g per manifeſt. 3 huius* ſectorum ab inęqualibus deſcriptorum, hoc eſt circumſcriptę figurę. Et ex conſequenti figura circumſcripta maior eſt quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. ſeu quam circulus T. Atqui T. ſuperat ſpatium quantitate S. Et circumſcripta figura ſuperat inſcriptam minori quantitate quam ſit S. Ergo & eadem circumſcripta ſuperat ſpatiũ multo minori quantitate quam ſit S. Et proinde circumſcripta figura minor eſt circulo T. & ſic eidem eſt maior ſimul & minor, quod eſt abſurdum. Eadem ſequetur incommoditas, ſi ſpatium poſuerimus maius circulo T. Nam cum inæqualitas ſit quantitatis S. inſcripta figura erit rurſus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus ſectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus ęquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim ſector eſt in inſcripta figura à linea B. A. quæ eſt inæqualium maxima, ſed ſector I. B. X. eſt à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inſcriptam figuram. Proinde circulus eſt g maior quam triplus inſcriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc eſt T. maior eſt quam inſcripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inſcripta figura. Ergo rurſus in præcedens abſurdum incidimus. Vnde tandem ſupereſt ſpatium ipſi T. æquale eſſe, & tertiam eſſe partem circuli, quod erat demonſtrandum.



ΥΠΟΘΕ. Eſto ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta R. C. A. quã tangat E. F. in puncto C. à quo ducta ſit ad B. linea C. B.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulum B. C. E. ad antecedentia vergentem, eſſe obtuſum, alium verò B. C. F. acutum.

ΚΑΤΑ. Deſcribatur centro B. & interuallo C. B. circulus C. I. G. & quia circuli arcus C. I. infra ſpiram eſt, & multo magis infra lineam tangentem, quæ eſt ſupra ſpiram, angulus E. C. B. eſt vel rectus, vel recto maior: ſi recto maior, habemus quod quærimus. Si duntaxat rectus, linea E. F. tangit circulum C. I. G. Poſſibile ergo eſt à puncto B. in tangentem lineam ducere, putà B. M. cuius pars extra circulum I. M. minorem rationem habeat ad I. B. quàm arcus I. C. ad arcum I. C. G.

ΑΠΟΔΕΙ. Repete verba præcedentis demonſtrationis, quæ hic accommodari perbellè poſſunt.

MANIF. VII.

Eadem verò accident, & ſi tangens per terminum ſpiralis attingat. Similiter verò demonſtrabitur, quòd ſi ſpiralem ex quacumque (reuolutione) natam recta tetigerit, etiam in fine ipſius, quòd inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium ſpiræ coniungitur: & eum quidem qui fiet in antecedentibus, obtuſum, alium verò in conſequentibus acutum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

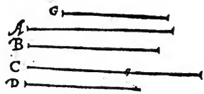
Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιησεῖ τὰς γωνίας ποτὶ ταῖ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθείσαι ἐπὶ ταὶ ἀρχαὶ τᾶς ἕλικος· καὶ ταὶ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, ταὶ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Manifeſtiſſimè patet hoc manifeſtum ex præcedentibus demonſtrationibus, vt non ſit opus in eo immorari diutius.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & ſecunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. Contra verò ſi prima fuerit maior tertia, & ſecunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad ſecundam, quàm tertia ad quartam.



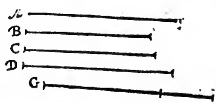
ΥΠΟΘΕ. Sit A. prima minor tertia C. Tum ſecunda B. maior quarta D.

ΣΥΜΠ. Dico A. eſſe ad B. in minori ratione, quàm ſit C. ad D,

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], vt quemadmodum A. minor eſt quã C, ſecundam B. eſſe quoque minorem quarta D. contra hypotheſim. Tum ſi A. maiorem haberet rationem ad B. quàm C. ad D. & poneretur G. eſſe ad B. vt C. ad D. eſſet [b] G. minor quàm A. & multo minor quàm C. Et quia G. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], B. eſſe minorem quàm D. ſicuti G. eſt minor quàm C. quod rurſus eſt contra hypotheſim.

a per 14.l.5

b per 8.l.5



Eſto nunc A. maior quàm C. & B. minor quàm D.

ΣΥΜΠ. Dicam A. habere maiorem rationem ad B. quàm C. ad D.

ΑΠΟΔ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D ferret [a] vt ſicuti A. eſt maior C. ſic B. eſſet maior D. contra hypotheſim. Vel ſi A. ponatur habere minorem rationem ad B. quàm C. ad D. Et eſſe C. ad aliam G. ſicuti A. eſſet ad B. hoc eſt in minori ratione quàm ſit idem C. ad D. ſequeretur [b] G eſſe maiorem quàm D. & multo maiorem quàm B: tamen cùm ſicut A. ad B. ſic eſſet C. ad G, oporteret vt quemadmodum A. excedit C. ſic B. excederet G. cuius iam contrarium collegimus. Admittendum ergo eſt lemma, ne in abſurda incidamus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.

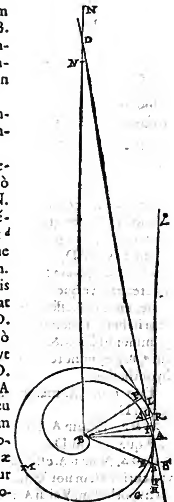
ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσ[illegible]εῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

PROPO. XVIII.

THEOR. XI.

Si ſpiralem ex prima circumuolutione ortam, recta linea tetigerit in termino ſpiræ: A puncto verò quod eſt in principio ſpiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ eſt principium reuolutionis, ducta incidet in tangentem, & ipſius quæ pars media erit inter tangentem, & principium ſpiræ, æqualis erit periferiæ primi circuli.



ΥΠΟΘ. Exponatur ſpiralis è prima reuolutione nata quam
a per 16 vel 6 manifeſt huius. tangat in termino linea F.A.D. angulum conſtituente B.
A.D. acutum: vnde conſequatur vt lineam à puncto B. prin-
cipio ſpiræ perpendiculariter eductam ad lineam A.B. prin-
b per vltimam côm. ſent. cipium reuolutionis, incidere[b] in dictam tangentem, vt in
puncto D. deformetur rurſus primus circulus A.M.L.

ΣΥΜΠΕ. Dico partem B.D. perpendicularis mediam in-
ter tangentem & ſpiræ principium B. eſſe æqualem circum-
ferentiæ primi circuli A.M.L.

ΚΑΤΑΣ. Neganti lineam D.B. illi circumferentiæ eſſe æ-
qualem, neceſſe eſt fateri maiorem eſſe vel minorem. Primò
c per 4. huius. ponatur linea B.D. minor, & ab ea partem reſecemus[c] B.N.
d vt in 16. oſtendimus minorem quàm B.D. ſed maiorem dicta circuli circumferē-
tia. Tum quia angulus D.A.B. acutus eſt, linea tãgens ſecat[d]
circuli primi circumferentiam, putà punctis A. & L. Eſtque
A.L. minor diametro circuli, quia non agitur per centrum.
Nihil propterea impedit, quin à puncto B. perpendicularis
ducatur in A.L. quæ ſit B.I. quæque triangulum conſtituat
B.A.I. æquiangulum magni B.A.D. Nam anguli ad A.B.D.
& B.I.A. ſunt recti, & communis eſt angulus ad A. & ideò
e per 32. l. 1. reliqui manent[e] æquales, lateraque proportionalia[f]. Ita vt
f per 4. l. 6. cùm A.B. habeat[g] ad B.N. maiorem rationem quã ad B.D.
g per 8. l. 5. *h per 11. l. 5* Etiam A.B. ſit[h] ad B.N. in maiori ratione quàm A.I. ad I.B. A
i per 7. huius. centro itaque B ducatur[i] linea B.F. in tangentem F.D. ſeu
in ſecantem circulum, ita vt F.E. ſit ad iunctã E.A. in eadem
ratione quæ eſt data lineæ A.B. ad lineam B.N. hoc eſt maio-
ri, quam ſit ea quæ eſt dimidiæ A.L. datę in circulo, ſeu lineæ
A.I. ad perpendicularem B.I. à centro eductam. Porrigatur
demum ſpira vſque in G. fiatque ſcilicet A.G. ſecundæ reuo-
lutionis. Hanc partem ſpiræ ſecabit neceſſario linea B.F. vt
k per 15. huius. in puncto H. quia primi circuli circumferentia infra hanc partem deprimitur[k]. Tum
ſpiralis infra tangentem eſt: alioqui tangens ſecaret ſpiralem nec tantum tangeret.

l per 16 l. 5. ΑΠΟΔ. F.E. facta eſt ad E.A. vt A.B. vel ei æqualis E.B. ad B.N. Et viciſſim[l] F.E. eſt
ad E.B. vt E.A. ad B.N. Eſt[m] autem E.A. in minori ratione ad B.N. quam ſit arcus A.E.
m per lêma præſ. ad circumferentiam circuli primi. Eſt enim quatuor magnitudinũ prima E.A. minor
quàm tertia arcus E.A. & ſecunda B.N. maior eſt quarta nempè circumferẽtia circuli.
Igitur F.E. eſt[b] ad E.B. in ratione minori quàm arcus E.A. ad totam circuli circumfe-
rentiam. Et componendo[n] tota F.B. eſt ad E.B. in minori ratione quam arcus A.E. cum
n per 18. l. 5 tota circuli circumferentia ad eandem circuli circumferentiam, hoc eſt[k] quàm B.H.
ad B.A. vel ad B.E. Itaque B.F. minorem haberet rationem ad B.E. quàm H.B. ad eãdem
B.E. quod eſt[ç] abſurdum: maior etenim eſt F.B. quam H.B. Abſurdum ergo quoque
eſt lineam D.B. maiorem eſſe circuli circumferentia.

Quod ſi ſecũdo dicatur B.D. minor circumferentia circuli. ΚΑΤΑΣ. Sumatur[c] B.N.
o per 31 l. 1. maior quidem quàm B.D. ſed adhuc minor circumferentia circuli. Tũ ducatur[o] A.Q.
tangens circulum in A. Et quia ratio A.B. ad vltimam B.N. minor eſt ea, quam eadem
A.B. habet ad B.D. etiam minor eſt ea quam habet A.I. ad I.B. ex prędemõſtratis: poſſu-
p per 8 huius. mus à puncto B. lineam B.R. ducere[p] in tangentem A.Q. per datam A.L. in circulo: ita
vt pars O.S. inter datam & circuli circumferentiam ſit ad A.R. vt eſt A.B. ad B.N. Hæc
q per 23. l. 1 B.R. ſecet ſpiralem in V. Fiat[q] demum angulus A.B.P. æqualis angulo R.B.A. & à pun-
cto P. tangens ducatur quæ vſpiã incidat in lineam B.R. cùm ſit angulus P.B.R. minor
recto. Incidet autem in punctũ R. Nã cùm anguli P.B.R. & R.B.A. ſint æquales, & qui
ad A. & P. recti, ſequitur[e] triãgulos eſſe æquiãgulos, & A.B. eſſe[f] ad B.R. vt P.B. ad latus,
quod eſt inter B. & incidentiam lineæ tangentis ductę à P. in B.R. ſed ſunt æquales B.A.
B.P. Ergo quoque B.R. eſt[r] æqualis illi lateri. Et proinde tãgens ducta à P. incidit in R.
r per 7 l. 5. ſuntque[r] P.R. & R.A. æqualia latera triangulorum æquiangulorum.

ΑΠΟΔ. Quoniam S.O. eſt ad R.A. vt A.B. ad B.N. permutãdo S.O. [illegible] ad A.B. vt R.A.
ad B.N. Verùm A.R. eſt[m] ad B.N. in maiori ratione quam arcus O.A. ad circuli circũ-
ferentiam. Magnitudinũ enim 4. prima A.R. eſt maior tertia nempè arcu O.A. nam li-

nearum P.R.A.& P.O.A.in eãdem partem cauarũ maior eſt [a] P.R.A.includẽs quam incluſus arcus P.O.A.Ergo & medietas A.R.totius P.R.A.maior eſt [b] medietate O.A. arcus P.O.A.Tum ſecũda B.N,eſt minor quarta,ſcilicet circũferentia circuli. Proinde S.O.pars eſt [c] quoque ad A.B.hoc eſt ad totã B.O,in maiori ratione quam arcus O.A, ad totã circũferentiã circuli:Et ex cõſequẽti tota B.O,eſt [d] ad reliquam partem B.S, in maiori ratione quam tota circuli circũferentia ad reliquũ arcũ A.M.P.O, hoc eſt [e] quã A.B,ſeu B.O,ad B.V.Sicque eadem B.O,haberet ad B.S,maiorem ſui partem,maiorem rationem quam ad minorem B.V.contra [f] Geometriæ decreta.Abſurdum ergo eſt rurſus B.D,eſſe minorem circumferentia circuli:qua quidem ſi neque maior, neque minor ſit,ſupereſt ei ſit æqualis,quod fuit probandum.

a per 3. hypoth. l.1. de ſphær. & cyl.
b per 15 l 5
c per 11.l.5.
d per 2 lemma ad 32 l. de conoidib. & ſphær.
e per 14. huius.
f per 8 l 5.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

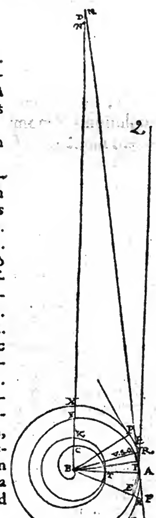
ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύοι εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX.

THEOR. XII.

At ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione ortam in termino tetigerit recta linea, & à principio ſpiræ ducatur aliqua ad angulos rectos, lineæquę ſit initium reuolutionis: ipſa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium ſpiræ dupla circumferentiæ ſecundi circuli.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Eſto ex duplici reuolutione orta voluta T. Y. A. quæ tangatur in termino A. linea F. A. D. primus circulus ſit T. M. K. Secundus A. X. P. Erigatur demum à principio reuolutionum B. perpendiculariter B. D. incidens [a] in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. eſt [b] acutus.

ΣΥΜΠ. Aio lineam B. D. inter tangentem & principium ſpiræ eſſe duplam circumferentię ſecundi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A. D. tangens ſecat ſecundum circulum, (alioqui angulus B. A. D. eſſet [c] rectus) habemus in circulo datam A. L. diametro minorem: in quam ducamus perpendicularem B. I. qua fiat [d] rectangulus triangulus B. A. I. æquiangulus, & laterum homologorum cum triangulo B. A. D. ita vt A. I. ſit ad I. B. vt A. B. ad B. D. Negato verò quod B. D. ſit dupla periferia ſecundi circuli, oportet neceſſario ipſam maiorem eſſe vel minorem quàm duplam. Ponamus [e] primò maiorem eſſe, & fiat B.N.minor quidem P.D. maior vero duplo circumferentiæ circuli ſecundi. Et quia A. B. habet maiorem rationem ad B. N. quam ad B. D. [f] hoc eſt [g] quam A. I. dimidia datæ in circulo, ad B. I. perpendiculare, poſſibile eſt [h] à centro B. in F. A. D. duci lineam B. F. cuius pars F. E. ſit ad iunctam E. A. in ratione data, nempe vt B. A. ad B. N. Quoniam vero tangens F. A. D. egreditur circulum ab A. verſus F. tangitque dumtaxat ſpiralem, effertur ſupra circulum & ſpiralem, ita vt B. F. vtrumque ſecet, circulum in E. ſpiralem in H. Spiralis enim circulum ſupereminet quia vt eſt arcus A. E. cum tota circumferentia circuli ſecundi ad totam circumferentiam, ita eſt [b] B. H. ad B. A. ſeu ad B. E.

ΑΠΟΔ. Exiſtente F. E. ad E. A. vt A. B. vel E B. ad B. N.

a per vltim. comm ſent.
b per 17. huius.
c per 17. l. 3.
d per prim demonſtr.
e per 4 huius.
f per 8. l. 5.
g per 11. l 5.
h per 7 huius.

a per 16. l. 5. b per lemma ad 18 huius. vicissim[a] F. E. eſt ad E. B. vt E. A. ad B. N. Eſt[b] autem E. A. ad B. N. in minori ratione quã arcus A. E. ad duplum circũferentiæ circuli ſecundi A. O. R. Ergo F. E. eſt ad E. B. in minori ratione, quam arcus A. E. ad duplam circuli ſecundi periferiam: & componendo[c] F. B. eſt ad B. E. in minori ratione quàm arcus A. E. cum duplici periferia ſecundi circuli ad eandem duplicem periferiam, hoc eſt[d] quam B. H. ad B. A. ſeu ad B. E. quod eſt[e] abſurdum: Maior enim ad eandem maiorem habet rationem quam minor. Abſurdum ergo quoque eſt B. D. maiorem eſſe duplo circumferentiæ ſecundi circuli. Ruſus abſurdum eſſe dicere B. D. minorem eodem circumferentiæ duplo, probabimus pari artificio quo in præcedenti propoſitione vſi ſumus, quod hic ita conuenit, vt non videatur tranſcribenda.

c per 18. l. 5. d per 15 huius. e per 8. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

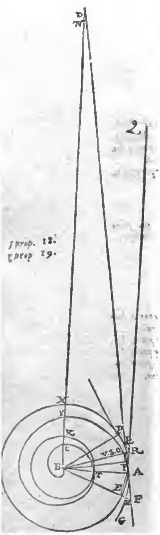
Hinc patet quod monuimus χολίῳ manifeſti 5. huius: Nam ſi repetitio fieret integrarum circumferentiarum circuli primi non ſecundi, cùm hic arcus A. E. reſpondeat ſpirali A. H. ex tertia reuolutione ortæ, minimè ſequeretur concluſio.

MANIF. VIII.

Hoc ipſo modo demonſtrandum eſt, quod ſi ſpiralem ex quacumque circumuolutione natam tangat quędam recta in termino ſpiræ: tum ab initio ſpiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, totuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus eſt numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

ΦΑΝΕ. Η.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

f prop. 18. g prop. 19.

In contactu ſpiralis à prima reũolutione orta, perpendicularis oſtenſa eſt[f], æqualis circumferentiæ primi circuli. Tum in contactu Helicis ſecundæ reuolutionis perpendicularem demonſtrauimus[g] duplam circumferentiæ ſecundi circuli. Innuit præterea hoc manifeſtum, in contactu ſpiralis tertiæ reuolutionis, perpendicularem ductam à principio reuolutionis ſuper linea quæ eſt ortus circumuolutionis, comprehenſam inter tangentem & ſpiræ principium, eſſe triplam tertij circuli: & ita deinceps. Quod non alio oſtenditur artificio, quàm quo ſuperius vſi ſumus. Porro hinc deduceremus abſolutam ſolutionem quadraturæ circuli, quæ tandiu omnium Geometrarum animos torſit, ſi linea ſpiralis nihil mechanicum redoleret, ſimplicique circini circumductione deformaretur. Hinc etenim ſuppeditaretur nobis linea circumferentiæ circuli æqualis: circuli inquam cuiuſcumque. Faceremus enim principium reuolutionis radium expoſiti circuli. Habita vero recta pari periferiæ datæ circuli, reliquæ quadrationi prima libri dimenſionis circuli propoſitio ſufficeret. Verum iſtæc pampini modo circumductio ſeu proportio motiua lineæ circumuolutæ, & puncti in eadem decurrẽtis, vix in artem cadere poteſt. Nihilominus qui volet defendere Helixographi circini operationem, quæ vnica reuolutione opponet communem διαβήτην materia etiã conſtare, manu duci, oculis videri, ſenſu tangi: nec propterea mechanicas ipſius cenſeri operationes, admitti eas à Geometris: licere propterea mathematicam fidem etiam illi ἑλικογράφῳ præſtare. At compoſitio vnii detrahit quod alteri ſimplicitas concedit. Tum circulum mens breuiter concipit, quæ in apprehendenda helica turbatur. Motus ſimplex familiaris eſt, atque hoc circulus conſtat: mixtus vero ſeu compoſitus quo voluta oritur, remotior eſt à communi conceptu, difficiliuſque phantaſiæ inhæret, eoque facilius in errorem eſt præ-

ceps. At indignum eſt mathematica certitudine quodcumque primo intuitu non patet, vel perſpicua ratiocinatione non elicitur, vel perplexum eſt, vel mixtum, vel compoſitione ſua erroneum. Et nihilominus ſi quid admittendum fuerit extranei artificii, nec omnino ſimplicis in quadrando circulo, nihil artificioſius, nihil ſubtilius, nihil exquiſitius & veritati magis conſentaneum admitti in hoc negotio poteſt, quam ſit hæc ſpiralium linearum circulorum circumferentiis æqualium inuentio: vt ſic quodcumque habeamus de circuli dimenſione magis abſolutum, Archimedi debeatur.

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΓ.

Εἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ᾽ ὀρθάς· τὰ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεῖσα συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτωσίας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς τομᾶς, καθ᾽ ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγουμένα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

PROP. XX.

THEOR. XIII.

Si ſpiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino ſpiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio ſpiralis, interuallo vero illa iuncta, circulus deſcribatur: à principio præterea ſpiralis agatur aliqua ad rectos angulos: quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concurſum & principium helicis, æqualis arcui deſcripti circuli, qui intercedit inter contactum & ſectionem qua ſecat deſcriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui eſt in principio circumuolutionis.

ΥΠΟΘ. Eſto voluta B. C. A. G. quam tangat F. D. A. non in termino G. ſed vſpiam in A. à quo iungatur linea A. B. ad principium helicis, tum à puncto B. in iunctam A. B. erigatur perpendicularis B. D. demum centro B. & interuallo B. A. circulus deſcribatur A. O. M. L. ſecans principium reuolutionis B. G. in O.

ΣΥΜΠΕ. Aio perpendicularem B. D. incidere in tangentem F. A. D. partemque B. D. mediam inter concurſum D. & principium helicis B. eſſe æqualem arcui O. M. L. A. accepto [a] in antecedentia à puncto O. [a] Secundam 6. definit. huius

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus B. A. D. eſt acutus, incidit [b] B. D. in eam, & eadem B. D. [b] per vltim. commun. ſent.
ſecat [c] circulum linea A. D. daturque in circulo linea A. L. diametro minor: quia non [c] per 16. l. 3.

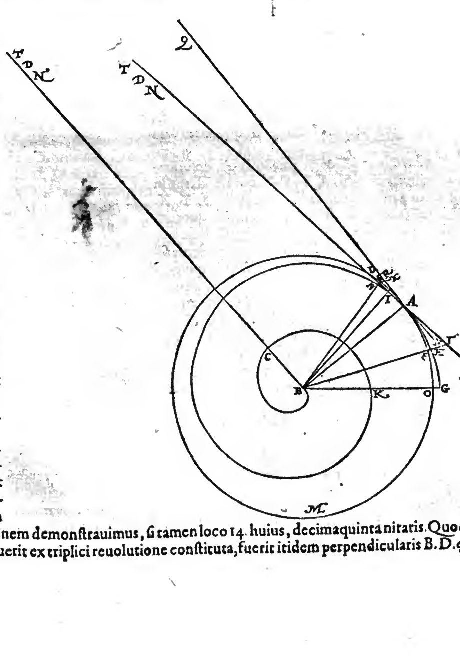
χᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλα τᾶ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας περιφορᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τις ἐστὶ τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν ἐλάσσονα ἀριθμόν, τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

cipio ſpiralis, æqualis eſt toti deſcripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta ſimiliter accepto. Et rurſus ſi aliqua linea ſpiralem quacumque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera ſtruantur, quod recta quæ eſt inter dicta puncta, multiplex quædam eſt periferiæ circuli, qui deſcribitur ſecundum numerum (vno) minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui eſt inter dicta puncta ſimiliter ſumpto.

ΥΠΟΘ. Eſto voluta duplicis reuolutionis B.C.k, Z.I.A.H. G. quæ tãgatur in A à linea F. A. D. ceteráq; ponantur vt ſuperiùs.

ΣΥΜΠ. Dicitur perpendicularem D B. æqualẽ eſſe circũferẽtię circuli O.M. L.A.O.& præterea arcui O. M.L.A.

ΑΠΟΔ. omnino eadem eſt ei qua pręcedentem



propoſitionem demonſtrauimus, ſi tamen loco 14. huius, decimaquinta nitaris. Quod ſi voluta fuerit ex triplici reuolutione conſtituta, fuerit itidem perpendicularis B.D.ę-

qualis duplo circumferentiæ circuli, & prætereaarcui inter puncta O.& A. inantecedentia comprehenſo. Et ita de reliquis,diminuto ſemper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua ſpiralis oritur. En itaque ſatis eſt diagramma obtuliſſe.

PROP. XXI.

PROBL. VIII.

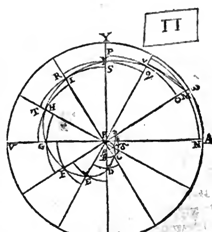
Circa ſumptum ſpatium comprehenſum ſub helica in prima reuolutione orta,& prima linea quæ principium facit reuolutionis: poſſibile eſt figuram planam deſcribere & aliam eidem inſcribere ex ſimilibus ſectionibus compoſitam , ita vt circumſcripta maior ſit quam inſcripta, quocumque propoſito ſpatio.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΠΡΟΒΛ. Η.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data Π.



ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur primus[a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. ſeſe rectò decuſſatim ſecantibus in B. quorum quiſque bifariamdiuidatur[b], tum rurſus bifariam vel trifariam,& ita conſequenter multiplicetur ſectio,quoad ſectorum qui fient in circulo quiſque ſit minor data quantitate Π. Hinc forſan dirimetur[d] in 12. partes æquales lineis quæ ſimul partientur ſpiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D. C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiuſmodi puncta,quibus ſpiralis ſecta eſt, qui arcus incidant in lineas ſibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in accedentia producta, ſub ſpirali erit[e], pars in conſequentia ſpirali ſupereminebit.

a per 7. defi. huius.
b per 9. l. 1.
c per optices Vitell. ioan.
d per 33. l. 6.
e per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Aio in ſpatio ſpirali & linea A. B. contento inſcriptam eſſe figuram,& circa idem aliam eſſe conſcriptam ita vt conſcripta inſcriptam minori ſuperet quantitate quam ſit magnitudo data Π.

ΑΠΟΔ. Sector N. B. M. inſcriptæ æqualis eſt[c] ſectori L. M. B. circumſcriptæ. Secundum inſcriptæ L. B. O. par eſt tertio circumſcriptæ P. B. L. Tertium inſcriptæ æquiparatur quarto circumſcriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inſcriptæ, P. B. X. vltimo & duodecimo circumſcriptæ æqualis. Inſcripta enim figura ſectores habet vno pauciores, quam circumſcripta, quia voluta non attingit ſitum

tum lineæ B. A. ſed ſtatim à principio motus ab eo declinat. Supereſt ergo primus ſector A.B.ω. in circumſcripta, cui nihil æquale eſt in inſcripta. Ita vt circumſcripta inſcriptam excedat illo ſectore primo. Atqui ſectorum circuli quiſque minor eſt magnitudine π. Et ille ſector A. B. ω. vnus illorum eſt: ſequitur igitur circumſcriptam excedere inſcriptam minori quantitate quam ſit data π. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifeſtum eſt, quòd poſſibile eſt circa dictum ſpatium figuram, qualis dicta ſit, ſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio, & quidem quantitate minori quocumque propoſito ſpatio: & rurſus aliam inſcribere, ita vt ſpatium ſimiliter maius ſit inſcripta figura quantitate minori, quocumque propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifeſtiſſimè patet. Etenim circumſcripta figura maior eſt a ſpatio: inſcripta verò ſpatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data eſt, multo minus eadem data magnitudine ſpatium ſuperauerit. Similiter ſi interna figura minor non fuerit, figura externa ſeu circumſcripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à ſpatio eadem propoſita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifeſtum eodem quo ſuperior propoſitio exequitur.

a per 6. hypotheſim 1. ſphær. & cylindr.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

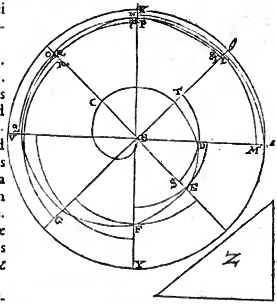
PROBL. IX.

Circa ſumptum ſpatium quod comprehendatur ſub helica ex ſecunda reuolutione deſcripta, & recta linea quæ eſt ſecunda earum quæ principiũ faciunt reuolutionis; poſſibile eſt figuram planam conſcribere ex ſimilibus ſectoribus cõſtantem, & aliam in ipſo inſcribere, ita vt circumſcripta maior ſit inſcripta minori quantitate quam ſit quodcumque propoſitum ſpatium.

ΥΠΟΘ. Exponatur ſpiralis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur ſecundus circulus A. X. V. Y. qui primò quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad B. recti bifariam ſecentur[a], & eorum ſemiſſes adhuc biſariam triſaciamve, quoad quiſque ſectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor ſit quantitate propoſita Z. Lineæ porro diuidentes ſecent volutam ſecundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis ſectionum volutæ punctis arcus deſcribantur, qui in laterales radios cadant, cuiuſmodi ſunt M. L. R. & alij.

a per 9. l. 1.



ΣΥΜΠ. Dico in ſpatio contento ſpirali ſecundæ reuolutionis & ſecunda linea D. A. inſcriptam eſſe figuram, & aliam circumſcriptam ambas ex ſectoribus ſimilibus conſtantes: ita vt circumſcripta minori ſuperet quantitate inſcriptam, quàm ſit magnitudo data Q.

ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus inſcriptæ M. B. L. eſt[b] æqualis ſecundo circumſcriptæ ſectori L. B. N. Tum inſcriptæ ſecundus tertiæ circumſcriptę par eſt: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inſcriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumſcripta reperitur æqualis. Hic enim inſcripta figura tot ſectores habet quot circumſcripta. Circumſcriptæ ergo prima A. B. θ. hic inſcriptæ vltimus comparandus venit: Atqui circulus ex interuallo B. A. maior eſt circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum ſic[c] ſector A. B. θ. ad ſectorem S. B. D. ſeu D. B. T. quia[b] anguli ad B. ſunt pares. Ergo ſector inſcriptæ vltimus S. B. D. ſeu D. B. T. minor eſt primo illo circũſcriptæ A. B. θ. Proinde figura circumſcripta ſeu externa ſuperat inſcriptam parte tantũ T. D. A. quæ multo minor eſt quam Z. cum totus ſector eodem plano Z. minor factus ſit. Et ex conſequẽti externa internam quidem ſuperat, ſed minori quantitate quam ſit planum Z. quod præſtandum erat.

b per 33. l. 6.
c per 15. l. 5.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd poſſibile ſit & circumſcribere figurã circa ſumptum ſpatiũ, quæ maior ſit quãtitate minori, omni propoſito ſpatio, & rurſus ſumptũ ſpatium maius eſſe inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expoſitio præcedentis Manifeſti, hoc etiam manifeſtiſſimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipſo autem modo manifeſtum eſt, quòd poſſibile ſit circa ſumptum ſpatiũ cõprehẽſum ſub ſpirali ex quantacũque reuolutione orta, & recta linea quę ſit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου δῆπου φανερὸν, διότι δυνατὸν τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conſcribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumſcripta hæc figura maior ſit aſſumpto ſpatio, quantitate minori quolibet propoſito ſpatio, & rurſus inſcribere, ita vt aſſumptum ſpatium maius ſit hac inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque ſpirali ſit, & ex quacumque circumuolutione generetur, præcedentes rationes valent.

ΠΡΟΤ. ΚΓ. ΠΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομένων· δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII. PROBL. X.

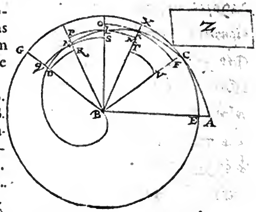
Sumpto ſpatio comprehenſo ſub ſpirali, quæ ſit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium ſpiralis, & lineis rectis, quæ à principio ſpiralis ducantur: poſſibile eſt circa huiuſmodi ſpatium figuram planam circumſcribere ex ſimilibus ſectoribus conflatam, & aliam inſcribere, ita vt circumſcripta figura inſcripta ſit maior minori quidem quantitate quam ſit propoſitum ſpatium.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generata B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens terminum B. centrum, ſed coniuncta cum eo lineis B. D. & B. C. Tum aſſumatur ſpatium comprehenſum hac ſpiralis parte, & dictis lineis B. D, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus deſcribatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B. D. incidens in G. & diuidatur [a] angulus G. B. C. bifariã, factiq; anguli rurſ⁹ bifariã, & ita deinceps quoad ſectores fiãt [b] minores magnitudine propoſita a per 9. l. 1. b per 1 l. 10.

Z. lineæ porro diuidentes ſecent ſpiram in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus tranſeant in laterales lineas.

ΣΥΜΠΕ. Dico circa ſpatium aſſumptum cõſcriptam, & in eodem inſcriptam eſſe figuras ex ſimilibus ſectoribus conſtantes, quarum maior minorem ſuperat minore magnitudine quam ſit quantitas Z.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector inſcriptæ primus I. B. F. par eſt ſecundo circumſcriptæ ſectori I. B. O. ſecundus inſcriptæ M. B. L. tertio circumſcriptæ L. B. P. æqualis eſt: tertius adhuc inſcriptæ S. B. N. quarto circumſcriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus inſcriptæ R. B. D. quia minor eſt primo circumſcriptæ C. B. X. ab eo auferendus eſt: ſitque is T. B. V. nempè deſcriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & ſupereſt ſpatium X. T. V. C. quo maior figura minorem ſuperat: cumque totus ſector C. B. X. ſit minor ſpatio Z. multo minus eſt eodem reliquum X. T. V. C. Et ex conſequenti circumſcripta inſcriptam ſuperat multo minori quantitate quam ſit ſpatium Z. quod fuit probandum.

per 33 16.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propoſitionum planè idem eſt. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur ἢ καὶ διήχθω τις ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀγομένη: quæ quidem verba, quia ſenſum propoſitionis non reddunt, ſic reſtitui, ἢ καὶ διήχθω τις ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἕλικος ἀγομένη, hæc enim proponunt clarius. Idem rurſus faciendum nobis eſt propoſitione 26. huius.

MANIF. XIII.

Hinc igitur manifeſtè patet, quòd poſſibile ſit circa dictum ſpatium planum, quale dictum eſt, conſcribere, ita vt circumſcripta figura maior ſit ſpatio quantitate minori quam ſit propoſitum ſpatium.

ΦΑΝΕ. ΙΓ.

Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον, ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex præcedentibus vt planius reddi non poſſit. Cæterum altera pars Manifeſti deeſt: nimirum ἢ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.

THEOR. XIIII.

Comprehenſum à ſpirali ex

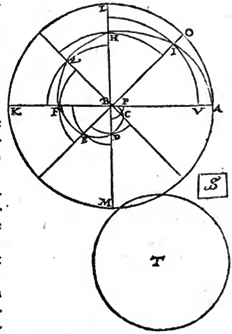
ΠΡΟΤ. ΚΔ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τῆ

τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium eſt reuolutionis ſpatiũ tertia pars eſt primi circuli.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit ſpiralis ex prima reuolutione B. F. H. A. principium ipſius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico ſpatium contentum ſpirali & prima linea eſſe tertiam partem primi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem eſſe circuli primi. Etenim illud ſpatium contentum ſpirali & prima linea æquale eſt circulo T. aut inæquale : Si æquale eſt, habemus quod quærimus: Si inæquale, ſit differentia S. Tum circa ſpatium circumſcribamus figuram, aliamque in ipſo inſcribamus [a], ſintque ambæ ita inter ſe vt maior minorem ſeu ſpatium ſuperet minori quantitate quam ſit S.

[a] per 21 huius & eiuſdem coroll.

ΑΠΟΔ. Oſtendemus primo ſpatium non eſſe minus circulo T. ſic. Ex figurarum deformatione, linearum numerum habemus inæqualium B. C, B. D, B. E, B. F, B. G, B. H, B. I, B. A. omnes ſeſe æqualiter excedentes, & eſt [b] exceſſus minimæ æqualis. Parem rurſus æqualium numerum habemus, quarum ſingułę ſunt [c] pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde ſectores ſimiles deſcripti ſunt, quia ſunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. ſe habent [d] inter ſe ſicuti quadrata linearum ſeu ſemidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, ſic ſunt [e] ſectores O. B. A. & I. B. V. ſequitur eſſe [f] inter ſe ſectores vt linearum ſeu radiorum quadrata Proprerea omnes ſectores ab inæqualibus facti, hoc eſt totus circulus A. L. k. M. minores ſunt [g] quam tripli ſectorum ab inęqualibus deſcriptorum, hoc eſt circumſcriptę figurę. Et ex conſequenti figura circumſcripta maior eſt quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. ſeu quam circulus T. Atqui T. ſuperat ſpatium quantitate S. Et circumſcripta figura ſuperat inſcriptam minori quantitate quam ſit S. Ergo & eadem circumſcripta ſuperat ſpatiũ multo minori quantitate quam ſit S. Et proinde circumſcripta figura minor eſt circulo T. & ſic eidem eſt maior ſimul & minor, quod eſt abſurdum. Eadem ſequetur incommoditas, ſi ſpatium poſuerimus maius circulo T. Nam cum inæqualitas ſit quantitatis S. inſcripta figura erit rurſus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus ſectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus ęquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim ſector eſt in inſcripta figura à linea B. A. quæ eſt inæqualium maxima, ſed ſector I. B. X. eſt à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inſcriptam figuram. Proinde circulus eſt [g] maior quam triplus inſcriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc eſt T. maior eſt quam inſcripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inſcripta figura. Ergo rurſus in præcedens abſurdum incidimus. Vnde tandem ſupereſt ſpatium ipſi T. æquale eſſe, & tertiam eſſe partem circuli, quod erat demonſtrandum.

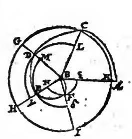
[b] per coroll. 12. huius. [c] per 15. deſinit. l. 1. [d] per 2 l. 12 [e] per coroll. 33 l. 6. [f] per 11. l. 5. [g] per manifeſt. 3 huius

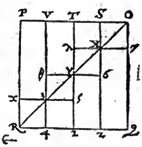
ΕΠΙΦΟΡΑ Α.

Hinc optimè ſequitur, reliquum circuli quod ſupereſt, poſt ſpatium illud ablatum, eſſe duas tertias circuli, ſcilicet ſpatij duplum.

ΕΠΙΦΟΡΑ Β.

Hinc etiam deducimus: quod ſi à principio ſpiralis in ipſam recta linea ducatur, ſpatium contentum ſpirali & hac recta linea tertiam partem eſſe eius partis circuli, qui centro principio ſpiralis & interuallo linea in ſpiralem incidente deſcribitur, contentæ circumferentia huiuſce circuli, & duabus lineis, nẽpe incidente, tum parte eius quę principium eſt reuolutionis, à circulo reſecta.





ΥΠΟΘ. Sit enim ſpiralis ex vna reuolutione B. D. C. A. in quam à principio B. cadat B. C. cuius interuallo circulus ſit deſcriptus K. G. I.

ΣΥΜΠ. Spatium contentum ſpirali B. E. D. C. & linea B. C. tertia pars eſt partis circuli, quæ continetur arcu C. G. H. I. K. & duabus lineis C. B, B. K.

a per 30. l. 3 ΚΑΤΑΣ. Arcus C. H. K. ſecetur a bifariam, & ſemiſſes ambæ
rurſus diuidantur bifariam, iunganturque ad ſectionum puncta
lineæ B. G, B. H, B. I. quæ ſpiralem diuidant in punctis F. E. D.
b per 33 l. 6. anguloſque faciant ad centrum æquales b. Tum centro B. &
interuallis lineis B. F, B. E, & B. D. deſcribantur arcus ι. F. N,
η. E. M, γ. D. L. Sumatur iam quadratum P. Q. vt libet, quod
c per 10. & 1. l. 6. diuidatur c vt arcus C. H. K. ſeu vt ſpatium contentum arcu
C. H. K. & lineis B. C, B. K. Sintque diuidentes lineæ V. 4, T.
2, S. Z. & ducatur diameter O. R. prædictas lineas ſecans punctis 3. Y. X. à quibus perpendiculares ducantur λ. X. 7, θ. Y. 6,
κ. 3. 5. Imaginemur demum quadratum P. Q. reuolui circa axem R. Q. cylindrumque conſtitui compoſitum ex cylindris deformatis à quadrangulis P. 4, V. 2, T. Z, S. Q. nempè contiguis.

d per 14. huius. ΑΠΟΔΕΙ. Vt eſt arcus C. H. k. ad arcum G. H. k. ſic d eſt B. C. ſeu B. G. ad B. D. & ex
e per 19. l. 5 conſequenti e vt arcus C. H. k. ad arcum C. G. ſic B. G. ad G. D. Et adhuc eſt f P.
f per fabr. O. ad S. O. vel S. Z. ad S. X. (vt enim P. O. ad P. R. ſeu ad S. Z. ſic g O. S. ad S. X. &
g per 4. l. 6. viciſſim h vt P. O. ad S. O. ſic S. Z. ad S. X.) & rationis conuerſione i vt G. B. ad B. D.
h per 16 l. 5. ſic eſt S. Z. ad X. Z. vel l vt quadratum G. B. ad quadratum B. D. ſic eſt quadratum
i per coroll. 19. l. 5. S. Z. ad quadratum X. Z. Vt vero quadratum B. G. ad quadratum B. D. ſic eſt m ſector
l per 22. l. 6 G. B. C. ad ſectorem B. D. L. Et vt quadratum S. Z. ad quadratum Z. X. vel vt n cir-
m vt iam probauimus culus ſemidiametro S. Z. deſcriptus ad circulum ſemidiametro Z. X. deſcriptum, ſic
n per 2. l. 12 eſt o cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum paralle-
o per 11. l. 12 logrammo X. Q. cum enim in eadem ſint altitudine Z. Q. ſe habent o inter ſe ſicuti
p per 11 l. 5. baſes. Itaque ſicuti ſector G. B. C. eſt ad ſectorem D. B. L. ſic eſt p cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum parallelogrammo X. Q. Eodem omnino pacto oſtendam ſectorem G. B. H. eſſe ad ſectorem M. B. E. vt eſt cylindrus à parallelogrammo T. Z. deformatus, ad eum qui ex Z. Y. deſcriberetur. Similiter ſectorem H. B. I. eſſe ad ſectorem N. B. F. vt cylindrus ex parallelogrammo V. 2. ad cylindrum ex parallelogrammo 3. 2. Et denique ſector K. B. I. manet abſque parallelo vt
q per 12. l 5. & cylindrus à parallelogrammo R. V. deſcriptus. Omnis itaque cylindrus à toto parallelogrammo P. Q. deformatus ſuper axe R. Q. eſt q ad figuram ex tribus cylindris à parallelogrammis X. Q, Y. Z, 3. 2. deformatis conſtitutam, & inſcriptam cono qui deſcribitur à reuoluto triangulo O. R. Q. circa axem R. Q. ſicuti eſt circuli pars comprehenſa arcu C. H. k. & lineis B. C, B. k. ad figuram circulo inſcriptam.

Simili ratione probabimus totum cylindrum ex parallelogrammo P.Q. deſcriptum eſſe ad figuram ex cylindris à parallelogrammis S.Q., λ.Z, θ.2, κ.4. deformatis, & cono à triangulo R.Q. deformato circumſcriptam, vt eadem dicta circuli pars ad figuram dicto ſpatio circumſcriptam. Vnde tandem ſequitur, cylindrum à P.Q. eſſe ad conum à triangulo O.R.Q. ſicuti eſt pars circuli contenta arcu C.H.K. & lineis C.B, K.B. ad ſpatium comprehenſum ſpirali, & linea B.C. At verò cylindrus à P.Q. eſt [a] triplus coni à triangulo O.R.Q. Eſt igitur etiam pars illa circuli tripla ſpatij ſub ſpirali, & linea B. C. comprehenſi, quod fuit probandum. a per 10. l. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam artificio quo in ſuperiori propoſitione vſus eſt author, hoc etiam corollarium probare potueramus, tamen hoc alio vſi ſumus, quod eſt Pappi, vt directè oſtendere conaremur, quod deductione ad abſurdum demonſtaruit Archimedes. Verùm ſic forſan innuimus Pappum Archimede ſubtiliorem, & vt ita dicam ἀμηχανώτερον, qui quod Archimedes indirectè oſtendit, directè demonſtrat. Abſit tantum crimen. Etenim vt quid ſentiam libenter aperiam, vix mihi videtur admittenda hæc Pappi demonſtratio. Non enim video quomodo geometricè inferat, cylindrum à P.Q. eſſe ad conum à triangulo O.R.Q. ſicuti eſt pars circuli contenta arcu C.H.k. & lineis C.B, k.B. ad ſpatium comprehenſum ſpirali & linea B.C. Quamuis enim totus cylindrus à P.Q. deformatus, ad vtramque ſit figuram ex cylindris conſtantem, & cono à triangulo O.R.Q. accommodatam, ſicuti eſt cylindri pars contenta arcu C.H.k. & lineis B.C, B.k. ad vtramque figuram ex ſectoribus ſimilibus conſtantem, quarum altera circa ſpatium ſub ſpirali, & linea B.C. comprehenſum circumſcribitur, altera eidem inſcribitur: non tamen ſequitur conum à triangulo O.R.Q. diuidere differentiam figurarum ſibi inſcriptæ & circumſcriptæ eadem ratione, qua ſpatium ſpirali & linea B.C. contentum dirimit diſcrimen figurarum ex ſectoribus conſtantium. Sanè neceſſe eſſet vt conſequentia illa valeret. Maluit itaque Archimedes indirectè demonſtrare, ſed abſque ſcrupulo quàm directè, ſed parum apertè oſtendere. Cæterum vtraque methodus docere nos poteſt, quæ ſit ratio inſcriptæ ſpatio figuræ, ad circumſcriptam circa idem ſpatium. Eadem enim illa eſt quæ inſcriptæ cono ad circumſcriptam circa conū: Hæc autem cognoſci poteſt: nam ex inſtituta diuiſione eſt S.Z. ad X.Z. in ratione data: proinde circulus interuallo S.Z. deſcriptus eſt [b] ad circulum interuallo X.Z. deformatum in ratione quoque data, b per 2. l. 12. & 20. l. 6.
in qua rurſus eſt [c] cylindrus à parallelogrammo S.Q. ad cylindrum à parallelog. X.Q. Verùm rurſus λ.2. [d] æqualis ipſi X.Z. eſt in data ratione ad Y.2. Eorumque etiam circuli, in qua ſunt ratione cognoſcuntur, & ex conſequenti cylindri. Idem eſt de cylindris à rectangulis θ.2. & 3.2. deſcriptis. Cognoſcitur demum quæ ſit pars cylindri S.Q. vltimus cylindrus à κ 4. circumſcriptæ, cui nihil reſpondet in inſcripta, & rationem habet vnitatis. Datur ergo tota ratio circumſcriptæ ad inſcriptam. Quam ſi numeris experti fuerimus, inueniemus in expoſito diagrāmate circūſcriptā eſſe ad inſcriptā, vt 30. ad 14. ſeu in ratione dupla ſuperbipartiente decimas quartas. Porrò ſi hanc rationem venari etiā in figuris ſpirali ſpatio accommodatis ſit animus, hac ratiocinatione vtemur. Sector C.B.G. eſt [e] ad ſectorem D.B.L. vt quadratum ex G.B. ad quadratum ex D.B. Eſt [f] autem G.B. ad B.D. in ratione ſeſquitertia. Ergo ſector eſt [g] ad ſectorem in ratione ſuperſeptipartiente nonas. Eadem ratione eſt ſector D. B.γ. ad ſectorem M.E.B. dupla ſeſquiquarta: Rurſus tertium E.B.δ. eſſe, concludemus ad vltimum inſcriptæ N.B.F. in ratione quadrupla. Demum quartus circumſcriptæ F. B.Z. cui nihil in inſcripta reſpondet, rationem habet vnitatis. Proinde redit eadem ratio ſicuti 30. ad 14.

c per 11. l. 12. d per 34. l. 1. e per ea quæ priùs demonſtrauimus. f ex inſtituta diuiſione. g per 20. l. 6.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Χωρίον ὑπὸ δὲ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶς ἐν τᾶς ἀρχᾶς τᾶς περιφορᾶς, ποτὶ τὸν δεύτερον, κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβʹ· ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ

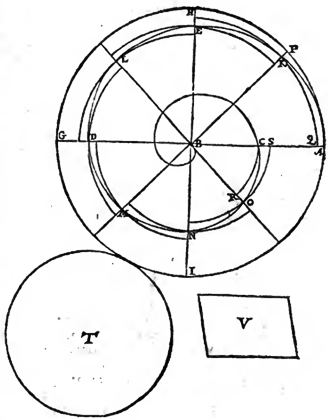
PROP. XXV.

THEOR. XV.

Spatium ſub helica ex ſecunda reuolutione deſcripta, & recta linea, ſecunda eius quæ eſt in principio reuolutionis, ad ſecundum circulum hanc habet rationem, quam habent ſeptem ad 12. quæ eadem eſt

quàm habent hæc duo, nempè quod comprehenditur ſub radico ſecundi circuli, & radio primi circuli, & tertia pars quadrati exceſſus quo excedit radius ſecundi circuli radium primi circuli, ad quadratum à radio ſecundi circuli.

ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου.



ΥΠΟΘ. Sit voluta ex ſecunda reuolutione C.N.D.E.A. linea ſecunda C.A. ſecundus circulus A.I.G.H. radius eius B.A. radius primi circuli B.C.

ΣΥΜΠΕ. Aio ſpatium comprehenſum [a] voluta ſecundæ reuolutionis, & linea ſecunda C.A. eſſe ad ſecundum circulum, vt 7. ad 12. hoc eſt, vt rectangulum comprehenſum ſub B.A. radio ſecundi circuli, & B.C. radio primi circuli cum tertia parte quadrati C.A. exceſſus radij ſecundi ſupra primum ad quadratum B.A.

a ſecundum 5. definit. huius.

ΚΑΤΑΣ. Ponamus circulum T. habere radium qui poſſit rectangulum ſub B A, & B.C, & tertiam partem quadrati C. A. Tum quia ſi negetur circulum T. æqualem eſſe ſpatio prædicto, nempè contento ſub ſpirali ſecundæ circumuolutionis, & ſecunda linea C.A. oportet illi eſſe inæqualem: ſit differentia vtriuſque magnitudo V. Deinde circa, & intra ſpatium figuræ deſcribantur, [b] ita vt maior ſuperet minorem minori quantitate quàm ſit V.

b per 22. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Primò oſtendemus ſpatium non eſſe minus circulo T. Nam ſi minus ponatur in abſurdum incidemus. Etenim numerus eſt linearum inæqualium B.C, B.O, B.N, B.M, B.D, B.L, B.E, B.K, B.A, quarum exceſſus eſt in omnibus æqualis, & minima eſt B.C, maxima verò B.A, eſtque exceſſus maximæ ſupra minimam æqualis minimæ. Alias item habemus lineas inter ſe æquales, & ſingulæ pares maximæ inæqualium, nempè B.A, quæ ſunt B.A, B.P, B,H, & cæteræ. Verùm hæ ſunt vna numero minores quàm inæquales. Ab omnibus autem præterquam à minima inæqualium deſcribuntur ſectores ſimiles qui ſe habent [c] inter ſe ſicuti radiorum ſeu linearum, à quibus deſcribuntur, quadrata. Et proinde ſectores qui fiunt ab æqualibus, hoc eſt, ſecundus circulus, ſe habet [d] ad ſectores qui fiunt ab inæqualibus, præterquam à minima, hoc eſt ad figuram circumſcriptam in minori ratione, quàm ſit quadratum maximæ B.A. ad rectãgulum comprehenſum ſub maxima B.A, & minima B.C, cum tertia parte quadrati C. A. exceſſus nempè quo maxima minimam ſuperat, quique æqualis eſt [e] minimæ B.C, Atqui vt quadratum B.A, eſt ad rectangulum ſub B.A. & B.C, cum tertia parte quadra-

c vt iam oſtendimus multoties.
d per manifeſt. 4. huius.
e per ſecũdam definit. 4. huius

ti B.A, ſic eſt ª ſecundus circulus A.I G.B, ad circulum T. Proinde circulus ſecundus habet ad circulum T. maiorem rationem, quàm ad conſcriptam figuram. Proinde minor eſt ᵇ T. quàm conſcripta figura. Atqui ſpatium ſecunda ſpirali, & linea ſecunda C.A. comprehenſum poſitum eſt minus ipſo T. quo ſanè circulo T. adhuc minor ᶜ eſt figura conſcripta. In abſurdum itaque incidimus. Nec abſurdum vitabimus, ſi ſpatium poſuerimus maius circulo T. Nam ſectores omnium æqualium, hoc eſt idem ſecundus circulus eſt ᵈ ad ſectores omnium inæqualium excepta maxima, ſcilicet ad inſcriptam figuram in maiori ratione quàm quadratum ex B.A. ac rectangulum ſub maxima B.A, & minima B.C. cum tertia parte quadrati exceſſus C.A. hoc eſt quàm circulus ſecundus ſit ad circulum T. Et proinde circulus ſecundus habet maiorem rationem ad inſcriptam figuram, quàm ad circulũ T. & proinde inſcripta figura eſt ᵇ minor circulo T. Atqui inſcripta figura adhuc maior eſt ᶜ circulo T. cum ſpatium ponatur maius eodem circulo T. Ergo rurſus inſcripta figura maior ſimul, & minor eſſet circulo T. quod abhorret ab omni Geometria. Ergo prædictum ſpatium æquale eſt circulo T. & proinde ad ipſum ſpatium circulus ſecundus habet rationem, quæ eſt quadrati radij ſecundi B.A. ad rectangulum ſub radio B.A. ſecundi circuli, & radio B.C. primi circuli, cum tertia parte quadrati C.A. exceſſus, quo radius B.A. excedit radium C.A. Et inuerſim ᵉ ſpatium ſub ſpirali ſecunda, & linea ſecunda C.A. eſt ad circulum ſecundum, vt rectangulum ſub radijs B.A, & B.C. cum tertia parte quadrati B.A. eſt ad quadratum B.A. hoc eſt ᶠ vt 7. ad 12. quod fuit probandum.

a per 2. l. 12.
b per 8. l. 5.
c per manifeſt. 12. huius.
d per manifeſt. 4. huius.
e per coroll. 4. l. 5.
f per coroll. 11. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΔ.

Διὰ δὲ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, ὅτι διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν μὲν ἑνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων, τᾶν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

MANIFEST. XIV.

Hoc ipſomet modo demonſtrabitur, & quod comprehenſum ſpatium ſub ſpirali ex quacumque circumuolutione generata, & recta eodem numero quo reuolutiones denominata, ad circulum eodem rurſus numero ſignificatum, quo circumuolutiones, rationem habet quàm complexum, tum ex eo quod comprehenditur ſub radio ipſiuſmet circuli ſecundum ipſum numerum dicti, & radio circuli ſecundum numerum vnitate minorem, quàm ſit reuolutionum numerus denominati, tum ex tertia parte quadrati quod fit ab exceſſu, quo excedit radius maioris circuli prædictorum, radium minoris circuli prædictorum, habet ad quadratum eius, quæ ducitur à centro maioris circuli prædictorum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Inutiliter repeteretur demonſtratio, quam ex præcedenti propoſitione mutuari poſſumus. Cæterum rationem non addit in numeris, vti ſuperiùs: etenim pro diuerſa circumuolutionum multitudine mutantur rationum termini: qui tamen facillimè exprimi poſſunt, cum ſemper radij amborum circulorum maximi & minimi, communi menſura menſurentur. Intelligas autem oportet quid hic dicatur ſecundum ſpatium, quid primum. Nam aliud eſt loqui de ſecundo ſpatio, quatenus ſimul complectitur primum ſpatium, aut quatenus tantum concipit quod eſt poſt primum. Hic enim per ſecundum ſpatium intelligimus quicquid ſpirali ex ſecunda reuolutione orta, & linea ſecunda comprehenditur: & hoc eſt quod dicimus eſſe ad ſecundum circulum ſicuti 7. ad 12. Alias verò vt propoſitione ſequenti 27. capitur ſecundum ſpatium pro eo quod comprehenditur inter ſpiralem primam & ſecundam, tum ſecunda ac prima lineis terminatur: ita vt ſecundum ſpatium non includar primum. Quod eſt intelligendum de cæteris, hoc eſt, ſuperius ſpatium non complecti inferius.

PROP. XXVI.

THEOR. XVI.

Comprehenſum ſpatium ſub ſpirali, quæ eſt minor ea quæ ex vna reuolutione fit, nec habet terminum principium ſpiralis, & rectis quæ à terminis ipſius in principium ſpiralis ducuntur, ad ſectorem habentem radium æqualem maiori earum, quæ à termino ad principium ſpiralis ducitur: arcum verò qui intercipitur inter ductas rectas ſecundum eaſdem partes ſpiralis; hanc habet rationem, quam habent hæc duo, rectangulum comprehenſum ſub rectis à terminis in principium ſpiralis, ductis, & tertia pars quadrati exceſſus quo maior dictarum linearum ſuperat minorem, ad quadratum maioris linearum à terminis ad ſpiralis principium coniunctarum.

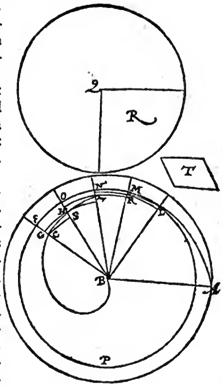
ΠΡΟΤΑ. Κϛ.

ΘΕΩΡ. Ιϛ.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν· τὰν δὲ περιφέρειαν ἅ ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει λόγον ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τῶν εἰρημένων εὐθειῶν τοῦ ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ΤΡΟΘΕ. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generata B. C. D. A. cuius pars ſit C. D. non habens terminum B. principium ſpiralis, ſed puncta C. & D. ad quæ ductis lineis

B.C,B.D. comprehendatur ſpatium ſpirali C.D. in antecedentia ſumpta, & lineis C.B, B.D. Centro autem B.& interuallo B.D. maxima ductarum linearum, circulus deſcribatur D.P.E. ad cuius periferiam protendatur B.C.in E.



ΣΥΜΠΕ. Aio ſpatium prædictum ſpirali C.D. & lineis B.C,B.D. eſſe ad ſectorem D.B.E. vt ſimul ſunt rectangulum ſub B.D, B.C. lineis, & tertia pars quadrati exceſſus, quo B D. ſeu B.E. ſuperat B.C. hoc eſt, lineæ E.C. ad quadratum lineæ B. D.

ΚΑΤΑ. Ponamus quòd radius circuli Q. quadratum habeat [a] æquale, tùm rectangulo ſub B.C, B. D. tùm tertiæ parti quadrati E.C. Deinde ad centrum Q. conſtituamus [b] angulum, qui ſit æqualis angulo D.B.C. ita vt ſector R. habeat [c] eam rationem ad circulum Q. quam habet ſector E.B.D. ad circulum D.P.E. Et viciſſim [d] ſector R. ſit ad ſectorem E.B.D. vt circulus Q. ad circulum D. P. E. Hoc eſt vt quadratum radij circuli Q. ad quadratum radij B.D. vel denique vt rectangulum ſub B. D.& B.C. cum tertia parte exceſſus E.C. ad quadratum radij B.D.& inuerſim [e]. Iam itaque, vel ſector R. prædicto ſpatio æqualis eſt, (& ſic apparet [f] propoſitionis concluſio) vel eſt inæqualis. Si inæqualis fuerit ſuppoſitus, ſit inæqualitas quantitatis T. Atque intra, circaque ſpatium deſcribantur [g] figuræ ex ſimilibus conſtantes ſectoribus, quarum maior minorem ſuperet quantitate minori, quàm ſit magnitudo T.

[a] per 14. l.2. [b] per 23. l.1. [c] per 33. l.6. [d] per 16. l.5. [e] per coroll. 4. l.5. [f] per 7 li.5. [g] per 23. huius.

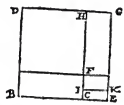
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Poſito ſpatio maiori vel minori ſectore R. incidemus in abſurdum. Et ſiquidem minori: dicemus nos quinque lineas habere inæquales pari ſeſe omnes exceſſu ſuperantes [h], quarum maxima eſt B. minima eſt B. C. Ab his deſcribuntur ſectores ſimiles, præterquam à minima B C. quibus circumſcripta figura componitur. Deinde alias quatuor lineas oſtendemus B.D, B.M, B.N, B.O. (non numeramus B.E. quia nullus ab ea ſector deſcribitur) vna quidem numero pauciores quàm ſint inæquales. Ab his etiam ſimiles fiunt ſectores. Sunt autem omnes tam hi quàm illi ſectores inter ſe, vt quadrata linearum à quibus deſcribuntur. Et proinde ſectores ab æqualibus, hoc eſt, totus ſector E.B.D. eſt [i] ad ſectores ab inæqualibus, excepta minima, in minori ratione, quam habeat quadratum B.D. ad rectangulum ſub B.D, & B.C.& cum tertia parte quadrati exceſſus E.C. hoc eſt quàm habeat idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. Et proinde ſequitur [k] circumſcriptam ſpatio figuram eſſe maiorem ſectore R. Atqui circumſcripta figura excedit [l] ſpatium minori quantitate quàm ſit T. Et idcirco, adhuc minor eſt ſectore R. qui ſpatium exſuperat tota quantitate T. Eſſet ergo circumſcripta figura ſimul eodem ſectore R. maior & minor, quod eſt abſurdum. Verùm in idem abſurdum incidemus, ſi ſpatium ponatur ſectore R. maius. Etenim manentibus iiſdem lineis ſectores habemus ab omnibus inæqualibus, præter quam à maxima, & ij conficiunt inſcriptam figuram. Deinde ſunt rurſus ſectores ab æqualibus, qui ergo ſunt [i] ad illos, hoc eſt, ſector E.B.D, ad inſcriptam figuram, in maiori ratione quàm idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. & proinde inſcripta figura eſt [k] ſectore R. maior. Sed cum inſcripta figura minus diſtet quàm ſector R. à ſpatio, remanet maiorem eſſe ipſam inſcriptã figuram ſectore R. quo proinde eſſet maior & minor. Ergo ſpatium (ne ſequantur tot incommoda) dicendum eſt æquale ipſi ſectori R. & ideò ipſum eſſe ad ſectorem E.B.D. vt rectangulum ſub B.D.& B.C. cum tertia parte quadrati E.C. ad quadratum B.D. quod fuit probandum.

[h] per 12. huius. [i] per manifeſt. 4. huius. [k] per 8.l.5. [l] per manifeſt. 13. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Quadratum lineæ B.D.excedit rectangulum ſub B.C, B.D. cum tertia parte quadrati E.C, quantitate rectanguli ſub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E.

ΥΠΟΘΕ. Sit D.E.quadratum prædictæ lineæ B. D. vel D. E. & ſecetur B.E.in C.vt in præcedenti ſchemate, vel ſit hæc B.C.æqualis illi B.C. tum à puncto C. erigatur [a] perpendicularis C.H.& ſit [b] F.E. quadratum lineæ C.E.



a per 11.l.1. b per 46 l.1 c per 1. deſinit. l.2. d per 3.com ſent. e per 4 l.2.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eſt [c] D.C. rectangulum ſub B.D, & B.C. tùm F.G.eſt id quod continetur ſub B.C, & C.E. Nam cum F.C.ſit ipſi C.E æqualis, relinquitur [d] F.H.æqualis ipſi B.C. Eſt [e] autem quadratum D.E,æquale rectangulis D.C,F.G.& quadrato E.F. Superat proinde rectangulum D.C.ſub B.D. & B.C.& tertiam partem quadrati E.F.quantitate rectanguli ſub B.C,C.E.& duarum tertiarum quadrati C.E. ſeu F.E. quod fuit probandum.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus ſpatium ſub ſpirali C.D.arcu E.D.& linea E.C.eſſe ad ſectorem E.B.D,ſicuti eſt rectangulum ſub B.C,C.E.cum duabus tertijs quadrati C.E. ad quadratum ex B.D. At idem ſpatium eſſe ad prædictum ſub ſpirali C. D, & duabus lineis B.C,B. D.vt rectangulum ſub B.C,C.E.cum duabus tertijs quadrati C.E.ad rectangulum ſub B.C, B.D.& vna tertia quadrati C.E.

f per 10.l.6 g per 1.l 6.

ΚΑΤΑ. Sit [f] C.I.vna tertia lateris C.F. & erigatur perpendicularis I. K. vt ſimul ſit [g] F.K.duæ tertiæ quadrati F.E.& I.E.reliqua tertia.

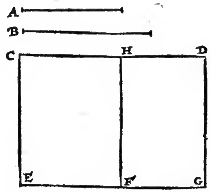
h præcedentis propoſ.

ΑΠΟΔ. Etenim cùm probauerimus [h] ſpatium ſpirali,& lineis B.D,B.C.eſſe ad ſectorem E.B. D.vt rectangulum ſub B.D,B.C, cum tertia parte quadrati E.C.ad quadratum D.B. ſequitur ſpiralem ſecare ſectorem E.B.D. ea ratione, qua lineæ H.I, I.K.ſecant quadratum D.E. Et propterea partes ſectoris B. E. D. ad eundem ſectorem, ſeu ad ſe inuicem, ſe habent ſicuti partes quadrati D.E. ad quadratum, ſeu ad ſe inuicem, quod concluſeramus.

ΛΗΜΜΑ.

Expoſitis tribus lineis inæqualibus, rectangulum ſub maiori & media ſuperat id quod fit à media & minima, quantitate rectanguli ſub media & parte,qua maxima ſuperat minimam comprehenſi.

ΥΠΟΘ. Exponantur tres lineæ A. minima, B.media,& C.D.maxima: rectangulum ſub maxima, & media ſit C.G. differentia, qua maxima ſuperat minimam ſit H.D. ita vt rectangulum ſub media & illo exceſſu ſit H.G. aliud verò ſub media & minima ſit C. F.



ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum C.G.ſuperare rectangulum C.F.illo rectangulo H.G.

a per 1.l.2.

ΑΠΟΔ. Nam his duobus C.F.& H.G æquale eſt [a] C. G. & proinde alterum altero ſuperat.

PROP.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

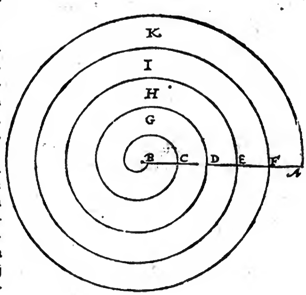
ΘΕΩΡ. ΙΖ.

Τῶν χωρίων τῶν περιλαμβανομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ. τοῦ β. διπλάσιον ἐστὶ, τὸ δὲ δ. τριπλάσιον, τὸ δὲ ε. τετραπλάσιον καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

PROP. XXVII.

THEOR. XVII.

Spatiorum comprehenſorum ſub ſpiralibus, & rectis lineis quæ in circulatione ſunt, tertium quidem ſecundi duplum eſt: quartum verò triplum: quintum autem quadruplum, & ſemper quod ſequitur, ſecundùm numeros qui deinceps ſunt multiplex eſt ſecundi ſpatij. Primum verò ſpatium ſexta pars eſt ſecundi.

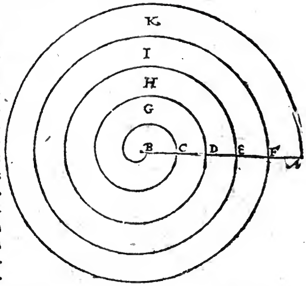


ΥΠΟΘ. Exponatur voluta quædam ex plurimis orta reuolutionibus: cuius principium ſit B. terminus A. principium reuolutionis B. A. primum ſpatium B. contentum ſub ſpirali ex prima reuolutione nata, & linea prima B. C. ſecundum ſpatium ſub ſecunda ſpirali, & linea ſecunda, ſit G. Tertium ſit H. quartum eſto I. & quintum K. & ita deinceps.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſecundum ſpatium G. eſſe ſextuplum primi B. tertium H. eſſe duplum ſecundi G. quartum I. eſſe triplum eiuſdem ſecundi, & adhuc quintum K. eiuſdem eſſe quadruplum, & ita deinceps. Sequentia ſpatia eſſe multiplicia ſecundi ſpatij ſecundum numerum, qui mox præcedens ſpatium denominat.

ΑΠΟΔ. Spatium B. eſt [a] $\frac{1}{3}$ primi circuli interuallo B.C. deſcripti: tum ſpatium G. nempè ſecundum eſt [b] $\frac{7}{12}$ ſecundi circuli deſcripti radio B.D. Atqui primus circulus eſt [c] tantum $\frac{1}{4}$ ſecundi, nam B.D, dupla eſt primæ B.C. ita vt qualium ſecundus circulus eſt 12. talium ſit primus 3. & primum ſpatium 1. Cùm ergo ſecundum ſpatium complectens primum, ſit earumdem partium 7. ſequitur ſublato primo ſpatio à ſecundo, ſecundum relinqui 6. partium, ſeu id quod propriè eſt ſecundi ſine primo: & proinde quod eſt ſecundi ſpatij poſt primum, ſextuplum eſt primi. Tertium autem H. cum primo & ſecundo, eſt [d] ad tertium circulum deſcriptum interuallo B.E. vt rectangulum ſub B.E, & B.D. cum tertia quadrati E.D. ad quadratum B.E. Sint ergo B.C. 3, B.D. 6. & B.E. 9. (ſunt [e] enim commenſurabiles, & ſe habent inter ſe ſicuti numeri.) Rectangulum quippè ſub B.E, & B.D. erit 54. quibus ſi addatur $\frac{1}{3}$ quadrati D.E, quod eſt 9. fient 57. Eſt verò quadratum ex B.E. 81. Tertium igitur ſpatium complectens primum & ſecundum eſt ad tertium circulum, vt 57. ad 81. Verum ex eadem ratiocinatione ſecundum ſpatium cum primo eſt ad ſecundum circulum, vt 21. ad 36.

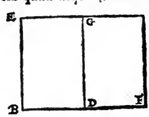
a per 24. huius.
b per 25. huius.
c per 2. l 12
d per manif. 14. huius.
e per χ- ριν 4. defin huius, & coroll. 2 huius.



a per 2.l.12 Tertius porrò circulus eſt a ad ſecundum in ratione duplicata radij B.E. ad radium B.D. quæ eſt $\frac{3}{2}$: Ergo eſt
b per 7.l.10 vt 9. ad 4. ſeu vt 81. ad 36. & ſunt b cõmenſurabiles, tùm inter ſe, tùm cum prædictis ſpatijs. Partium ergo 57. quas efficiebant tria ſimul ſpatia B. G. H. duo priora ſunt 21. & ſolum tertium H. 36. Demum cum ſecundus circulus ſit 36. eiuſque quarta pars ſit a primus circulus, nempè 9. cuius adhuc eſt $\frac{1}{3}$, nempè 3. ſpatium primum: ſublatis 3. à 21. ſupererit ſpatium ſecundum 18. partium, quarum ſunt duplæ 36. Ergo tertium ſpatium ſolum, ſolius ſecundi duplum eſt. Eodem numerorum ratiocinio experiemur. Nam quia B.F. conſtat quatuor lineis, prima, ſecunda, tertia & quarta, partium eſt 12. eiuſque quadratum eſt 144. At rectangulum ſub B.E, & B.F. eſt 108. tum tertia pars quadrati E.F. eſt 3. ita vt hæc duo ſimul ſint 111. Eſt itaque quartus circulus ad ſpatia B.G.H.I. ſicut 144. ad 111. Harum autem partium 111. tria ſpatia B.G.H. conſtituunt 57. Solum ergo I. ſeu quartum eſt earumdem 54. quæ ſunt triplæ partium 18. quarum eſt G. ſpatium ſecundum. Poſtremo inueniemus ſpatium quintum K. eſſe 72. partium, quæ quater continent 18. ita vt tandem quintum ſpatium ſit quadruplum ſecundi.

ΑΛΛΩΣ.

c per 25. huius. Spatia B.G.H.I.K. ſunt c ad circulum ex radio B.A. vt rectangulum ſub B.A, B.F. cum
d per 2.l.12 tertia parte quadrati F.A, ad quadratum B.A. Circulus autem interualli B.A. eſt d ad circulum interualli B.F. vt quadratum ex B.A. ad quadratum ex B.F. Et præterea cir-
e per 22.l.5. culus interualli B.F. eſt e ad ſpatia B.G.H.I. vt quadratum ex B.F. ad rectangulum ex B.F, B.E. cum tertia parte quadrati E.F. Ergo ex æquo ſpatia B.G.H.I.K. ſunt e ad ſpatia B.G.H.I. vt rectangulum ſub B.A, B.F, cum tertia parte quadrati F.A. ad rectangu-
f per 17.l.5 lum ſub B.E, B.F. cum tertia parte quadrati E.F, & diuidendo f K. ſpatium eſt ad ſpatia B.G.H.I, vt exceſſus quo rectangulum ſub B.A, B.F, cum tertia parte quadrati F.A. excedit rectangulum ſub B.E, B.F, cum tertia parte quadrati F.E. ad idem rectang. ſub B.
g nam lineæ ſunt æquales, per cor. 11. huius. E, B F, cum tertia quadrati F.E. parte. Atqui tertia pars quadr. F.A. eſt g eadem quæ tertia pars quadr. F.E. Tollantur ergo iſtæ tertiæ partes vtrinque: erit quippè ille exceſſus, is quo rectang. ſub B.A, B.F. excedit rectang. ſub B.E, B.F, nempè h rectangulũ compre-
h per lemm. præced. henſum ſub B.F, & E.A. Et proinde ſpatium K. eſt ad ſpatia B.G.H.I. vt quod fit ſub B.F, & E.A. ad id quod fit ſub B.F, B.E, cum tertia parte quadrati E.F. Eadem prorſus ratione ſpatium quartum I. eſt ad ſpatia B.G.H. vt rectang. ſub B.E, D.F, ad rectang. ſub
i per 18.l.5. B.E, B.D, cum tertia quadrati D.E. Et ſpatium I. eſt i componendo ad omnia ſpatia B.G.H.I, vt rectang. ſub B.E, D.F, ad rectangula ſub B.E, D.F, & ſub B.E, B.D. cum tertia quadrati D.E. At verò rectangula hæc ſub B.E, D.F, & ſub B.E, B.D, cum tertia parte quadrati D.E. paria ſunt rectangulo ſub B.E, B.F, cum tertia quadrati E.F. Sunt enim duæ lineæ E.B, B.F. quarum altera ſecatur in D. Et ideò



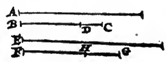
l per 1.l.2. rectangulum E.F, æquale eſt l duobus ſub B.E, B.D. & ſub E.B. ſeu D.G, & D.F. Duæ autem tertiæ quadratorum D.E, & E.F. ſunt æquales, vt lineæ ſunt ſ pares. Idcirco ſpatium I. eſt ad ſpatia B.G, H.I. vt rectangulum ſub B.E, D.F, ad rectang. ſub B.E, B.F, cum tertia parte quadrati E.F. Et inuertendo, ſunt ſpatia B.G.H.I. ad ſpatium I. vt quod fit ſub B.E, B.F, cum tertia parte quadrati E.F, ad id quod fit ſub B.E, D.F.

Habemus ergo ordine in iiſdem rationibus K. ſpatium ad ſpatia B.G.H.I. vt rectangulum ſub B.F, E.A. ad rectangulum ſub B.F, B.E. cum tertia quadrati E.F. Tum ſpatia eadem B.G,H.I. ſunt ad ſpatium I. vt quod fit ſub B.E, B.F, cum tertia quadrati E.F. ad id quod fit ſub B.E,D.F. Ex æquo ergo K. ſpatium eſt [a] ad ſpatiũ I. vt quod fit ſub B.F, E.A. ad rectangulum ſub B.E,D.F. *a per 22. l. 5* Quoniam verò in his duobus rectangulis altitudines E.A. & D.F. ſunt æquales, ſe habent [b] inter ſe rectangula vt baſes, hoc *b per 1. l. 6.* eſt, rectangulum ſub B.F,E.A. eſt ad rectangulum ſub B.E, D.F, vt B.F. baſis ad baſim B.E. Et ideò ſpatium K. eſt [c] ad ſpatium I. vt B.F, ad B. E. *c per 11. l. 5.*

Similiter probabimus ſpatium I. eſſe ad ſpatium H. vt linea B.E, ad lineam B.D. Et adhuc ſpatium H. ad ſpatium G. vt linea B.D. ad lineam B.C. Et proinde ex æquo, K. eſt ad G. vt B.F, ad B.C. hoc eſt, in ratione quadrupla: I. eſt ad G. vt B.E, ad B.D, in ratione nempè tripla. Demum H. eſt ad G. vt B. D, ad B.C. in ratione ſcilicet dupla, quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet duplex ſpatii acceptio, quatenus definitur 5. definitione huius, quam iam monuimus χολίῳ manifeſti huius. Hic enim ſecundum ſpatium oſtenditur eſſe ſextuplum primi. At verò idem ſecundum ſpatium eſt [d] ad ſecundum circulum vt 7. ad 12. Sit ergo circulus ſecundus 12. partium: harum primus circulus fuerit [e] 3. & primum ſpatium 1. [d] *d per 25. huius.* Si ergo ſecundum ſpatium ſumptum fuerit hic vt in vigeſima quinta huius, iam non ſextuplum ſed ſeptuplum erit primi ſpatii. Vel ſi in vigeſima quinta ſumendum fuerit vt hic, iam non erit ad ſecundum circulum vt 7. ad 12. ſed vt 6. ad 12. *e per 2. l. 12 & 20 l. 6.* & in ratione ſubdupla. Cæterum numeri, quibus in prima demonſtratione vſi ſumus, oſtendunt tertium ſpatium æquale ſecundo circulo, & vtrumque partium 36. qualium primum ſpatium eſt 3. quod & aliunde dignoſcere poſſumus, demonſtrato quod ſi A. fuerit ad B.C. vt E. ad F.G. Tum A. ad D.C. vt E. ad H.G. fore vt A. ſit ad B.D. ſicut E. ad F.H. Etenim B.C. & F.G. ſunt [f] in eadem ratione diuiſæ: ita vt quæ pars eſt B.D. ipſius B.C. eadem ſit F.H. quartę F.G. Et proinde cum A ſit ad totam B.C, vt E. ad totam F.G. Erit [g] etiam A. ad partem B. D, vt E, ad partem F.H.



f per lemma 3. ad 3. l. de æquipond.
g per 15. l. 5.

Sit ergo A. quadratum ex B. D, ſuperioris diagrammatis: ſit B. D, rectangulum ſub B.D, B.C. tum D.C. tertia pars quadrati C.D: Rurſus ſit E. ſecundus circulus deſcriptus interuallo B.D: ſit F.H. ſecundum ſpatium G. ſine primo B. & H.G. ſit tandem primum ſpatium, ſeu [h] *h per 24. huius.* tertia pars circuli primi facti ex interuallo B.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A. ſic erit [i] ad B.C. vt E. ad F.G, ſed idem A. eſt [k] etiam ad D.C. vt E. ad H.G. *i per id quod mox prob.* Et proinde A. ſeu quadratum ex B.D. eſt [i] ad B.D. ſeu ad rectangulum ſub B.D, B.C, vt E. ſecundus circulus ad ſpatium G. ſolum ſine primo. Atqui A. eſt [l] duplum ipſius B. D. cum enim altitudines *l per 1. l. 6.* ſint æquales in quadrato & rectangulo, ſunt inter ſe ſicuti baſes. Ergo quoque ſecundus circulus eſt duplus ſecundi ſpatii G. Verùm probauimus [m] tertium ſpatium H. eſſe duplum eiuſdem G. ſpatii ſecundi. *m præced. prop.* Eſt [n] itaque H. ſeu tertium ſpatium ſecundo circulo æquale, quod fuit probandum. En *n per 7. l. 5.* rurſus patet ſpatium ſecundum, quatenus cum ſecundo circulo comparatur, in concluſione propoſitionis 25. huius, includere ſpatium primum, hic verò non?

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ. — PROP. XXVIII.

ΘΕΩΡ. ΙΗ. — THEO. XVIII.

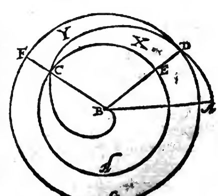
Εἴκα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σημεῖα λαφθέωντι, μὴ τὰ πέρατα· ἀπὸ

Si in Helica ex quacumque reuolutione generata duo puncta ſumantur, quæ non ſint ipſius termini: à ſumptis verò

punctis iungantur rectæ ad principium Helicis, & centro quidem principio ſpiralis, interuallis verò lineis à punctis ad principium ſpiralis ductis, circuli deſcribantur: comprehenſum ſpatium ſub maiori arcuum medio inter ductas lineas, & Helica media inter eaſdem rectas, ac recta linea producta, hanc habebit rationem ad comprehenſum ſpatium ſub minori arcu, & eadem ſpirali, & alia recta coniungente vtriuſque terminos, quam radius minoris circuli cum duabus tertijs exceſſus, quo excedit radius maioris circuli radium minoris, ad radium minoris circuli cum vna tertia parte eiuſdem exceſſus.

δὲ τῶν λαφθέντων σημείων ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήμασι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, κύκλοι γραφέωντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας τοῦτον ἑξοῦντι λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

ΥΠΟΘ. Sit quæcumque ſpiralis B.C. D. A. in qua puncta ſumantur C. & D. ad quæ iungantur lineæ B.C, B.D, à principio ſpiralis B. Tum centro B. & interuallis duabus lineis B.C, B.D. circuli deſcribantur C.H.E, & D.F.G, producaturque B.C. in extimam circumferentiam maioris circuli, cadatque in punctum F.



ΣΥΜΠ. Aio ſpatium comprehenſum arcu F.D. ſpirali C.D, & linea producta C.F. quod deinceps notabimus litera Y. eſſe ad ſpatium conceptum intra arcum C.E. ſpiralem C.D, & lineã E.D. quod inpoſterum appellabimus X. vt eſt linea B C. cum duabus tertijs lineæ C.F. qua B.D. ſuperat B.C, ad B.C. cum reliqua tertia parte exceſſus C.F.

ΑΠΟΔ. Spatium Y. eſt[a] ad ſpatium C.B.D. comprehenſum ſub ſpirali & lineis B.C, B.D, ſicut rectangulum ſub B.C, C.F. cum duabus tertijs quadrati C.F, ad rectangulũ ſub B.D, vel B.F, & B.C. cum tertia parte quadrati C.F. Deinde ſpatium C.B.D. eſt[a] ad ſectorem F.B.D. vt rectangulum ſub B.F, B.C. cum tertia quadrati C.F. ad quadratum ex B.F. Adhuc in primo ordine ſector F. B. D. eſt[b] ad ſectorem C. B. E, vt in ſecundo ordine quadratum ex B. F. ad quadratum ex B. C. Ex æquo ergo[c] ſpatium Y. eſt ad ſectorem C. B. E, vt rectangulum ſub B. C, C. F, cum duabus tertijs quadrati C. F, ad quadratum ex C. B. Et ex conſequenti Y. ſpatium eſt[d] ad ſpatium X. vt rectangulum ſub B. C, C. F. cum duabus tertiis quadrati C. F. eſt ad exceſ-

a per coroll. 29. huius.

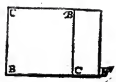
b per 33. l. 6. & 2. l. 12.

c per 22. li. 6

d per 19. l. 5. ſeu per coroll. ipſius.

ſum quo rectangulum ſub B. F, B. C, cum tertia quadrati C. F. ſuperat quadratum ex C. B.

Eſt [a] autẽ exceſſus ille id quod fit ſub B. C, C.F. cũ tertia parte quadrati C.F. Proinde Y. eſt ad X. vt rectangulum ſub B.C, C.F, cum duabus tertijs quadrati C.F. ad rectangulum ex B.C, C.F. cum vna tertia quadrati C.F, hoc eſt [b] vt baſis B.C, cum duabus tertijs baſis C. F, ad baſim C.B. cum vna tertia eiuſdem baſis C.F. quod fuerat probandum.



a per 3 li. 2.

b per 1 16.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huc Archimedis curſus fuit. Porrò hanc 29. propoſitionem addemus ex Pappo [c], quia non iniucundæ eſt contemplationis. Græcè autem ſic legi poteſt.

c collect. mathemat. l. 4 prop 21

ΠΡΟΤΑ. ΚΘ.

ΘΕΩΡ. ΙΘ.

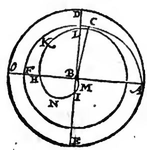
Εἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν μὲν ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐμπεσῆται· τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον πρὸς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ πρώτου μέρους τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ποτιπιπτούσας, ὃν ἔχει ὁ κύβος ὁ ἀπὸ τᾶς εὐθείας πρώτας, πρὸς τὸν κύβον τὸν ἀπὸ τᾶς ποτιπιπτούσας.

PROP. XXIX.

THEOR. XIX.

Si in ſpiralem ex vna reuolutione ortam, & à principio ſpiralis, recta linea ceciderit: ſpatium comprehenſum ſub ſpirali, & linea prima eam rationem habet ad ſpatium contentum ſub prima ſpiralis parte & linea incidente, quam habet cubus primæ lineæ, ad cubum lineæ incidentis.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex vnica circumuolutione generata B. H. C. A. in quam à puncto B. cadat linea B. C.

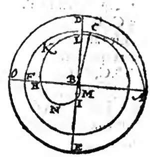


ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Aio ſpatium comprehenſum tota voluta, & linea prima A. B. quod deinceps integrum dicimus, eſſe ad ſpacium conceptum parte ſpiralis B.H.C. & incidente B. C. quod in poſterum truncatum appellabimus ſeu mutilum; vt cubus lineæ B. A. ad cubum lineæ. BC.

ΚΑΤΑΣ. Fiat primus circulus A.D.O.E, & alter minor C.F.G. centro B. & interuallo B.C.

Diuidanturque [a] ambo quadrifariam duobus diametris ſeſe rectò decuſſatim dirimentibus.

a per 33 l. 6



ΑΠΟΔ. Totum ſpatium eſt tertia pars primi circuli A.D. a per 2 cor. eiuſdem 24. O.E. Deinde mutilum ſpatium etiam tertia pars eſt [a] partis circuli C.F.G. contentæ arcu C.F.G, & lineis B.C, B.G. quam deinceps nomine portionis ſignificabimus. Ergo vt circulus primus eſt ad portionem: ſic eſt [b] totum ſpa- b per 15 l.5. tium ad mutilum ſpatium. Inter circulum verò primum c per lemm. 2. ad 3 l.2. de ſphær. & cyl. & portionem, ſi poſuerimus circulum C.F.G. erit [c] ratio primi circuli ad portionem compoſita ex rationibus primi circuli ad circulum C.F.G, & circuli C.F.G. ad portio- d per 2. l.12 nem: hoc eſt [d] ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, & circumferentiæ totius circuli C.F.G, ad arcum C. e per 33.l.6. F.G, vt enim circulus ad ſectorem, ſic [e] periferia circuli ad arcum ſectoris. Verùm vt f per 14. huius. periferia ad arcum, ſic [f] linea B.A. ad lineam B.C. Ergo rurſus ratio primi circuli ad g per 11.l 5. portionem componetur ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, ſeu B.C, & lineæ B.A. ad lineam B.C. Et proinde totum ſpatium eſt [g] etiam ad mutilum in compoſita ratione ex rationibus quadrati A.B. ad quadratum B.C, & lineæ B.A. ad lineam B. h per 20.l.6 C. hoc eſt in ratione tripla [h] lineæ A.B, ad lineam B.C. ſeu [i] vt cubus lineæ A.B. ad cu- i per 33.l.11. bum lineæ B.C. quod fuit probandum.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hoc pacto omne ſpatium comprehenſum parte ſpiralis, & linea incidente in ſpiralem, nouerimus, ſi modo angulus quem incidens facit cum prima linea, cognoſcatur, aut arcus inter vtramque interiectus. Quoniam enim nouimus angulum A B.E. eſſe rectum, eſt B.A, ad B.I. in ratione quadrupla, quia tota circuli periferia eſt arcus A.E. quadruplus: Proinde linea B.I. datur, eiuſque cubus in partibus cubi B.A. Ponatur ergo B.A.4. eius cubus erit 64. Tum erit B.I. vnum, eiuſque cubus 1. Adhuc erit B.H.2. eiuſque cubus 8. demum B.L. erit 3. eiuſque cubus 27. Itaque qualium eſt B.M.I. ſpatium, 1. talium eſt ſpatium ſub ſpirali B.I.H, & linea B.H 8. vel ſpatium ſub ſpirali H.N.I, & lineis B.H, B.I.7. Tum ſpatium ſub H.K.L, & lineis B.H, B.L.19. Denique reliquum ſub L.C.A, & lineis B.L, B.A.37, vt infert Pappus. Porrò ex angulo aut arcu noto, linea incidens dabitur, & ex conſequenti cubus, & tandem contentum ſpatium.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc nobis ſuppeditatur ars qua ingenioſiſſimè ludamus in omnibus quæ ſpiris deducüntur, deformantur, ornantur: ſiue in cœlis ſint, ſiue in aquis, ſiue in terra, ſiue in ædificiis, & rerum ornamentis, denique in difficillimis problematis totius Geometriæ. Admiſſa enim helica, & ritè vt pars ipſius fert fabrefacta, nihil eſt in tota Geometria abſtruſum, & adhuc inuium quod non denudetur, patefiat & aperiatur. Primum cuiuſcumque anguli dati dabitur quæſita pars.

LEMMA.

Si fuerint duo quantitatum inæqualium ordines, in quorum primo ſit prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam, vt in ſecundo prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam: erit in illo differentia primæ & ſecundæ ad differentiam eiuſdem primæ & tertiæ, vt in hoc differentiam, primæ, ſecundæ, ad differentiam, primæ & tertiæ.

ΥΠΟΘ. Sint A.D, A.C, & A.B, inter ſe vt E.H, E.G, & E.F.
ΣΥΜΠΕ. Dico D.C. eſſe ad D.B, vt H.G, ad H.F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. eſt ad A. C. vt E. H. ad E. G. viciſſim[a] A. D. eſt ad E. H. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. & ex conſequenti reliquum D. C. eſt[b] ad reliquum H. G. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. Verum quia A. C. eſt[c] ad A. B. vt E. G. ad a per 16 l. 5. b per 19 l. 5 c per coroll. 4. l. 5.



E. F. viciſſim eſt A. C. ad E. G. vt A. B. ad E. F. & proinde D. C. eſt ad G. H. vt eſt A. B. ad E. F. Atqui cum A. C. ſit ad E. G. vt ablatum A. B. ad ablatum E. F. ſequitur reliquum C. B. eſſe[b] ad reliquum G. F. vt A. B. ad E. F. hoc eſt vt D. C. ad G. H. Quoniam tandem C. D. eſt ad H. G. vt C. B. ad G. F. erit permutando[a] D. C. ad C. B. vt H. G. ad G. F. & inuertendo[c] B. C. ad C. D. vt F. G. ad G. H. & componendo[d] B. D. ad C. D. vt F. H. ad G. H. & inuertendo[c] D. C. etiam primæ & ſecundæ ad D. B. etiã primæ & tertiæ in primo ordine vt H. G. differentiam primæ & ſecundæ ad H. F. differentiam primæ & tertiæ in ſecundo ordine, quod proponebatur. d per 18 l. 5.

PROBLEMA I.

Propoſiti anguli imperatam partem aſſignare.

ΤΡΟΘ. Proponatur angulus D. B. A. ſeu A. B. L. præcedentis figuræ, & iubeamur ab eo nonam partem aſſignare.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur L. D. exceſſus ſcilicet lineæ B. A. ſupra lineam B. L. in nouem partes, & vnam addamus ipſi B. L. vel 8. ex ipſis reſecemus ex B. A. quæ ſint G. A. tum centro B. & interuallo B. G. deſcribamus circulum G. C. F. & à puncto B. ad interſectionem circuli & volutæ C. iungatur B. C.

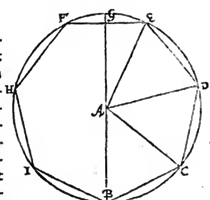
ΣΥΜΠΕ. Dico angulum L. B. C. eſſe nonam partem totius D. B. A.

ΑΠΟΔ. Vt ſe habet linea A. B. ad B. L. ſic[e] ſe habent quatuor recti ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. D. Et rurſus vt eſt B. L. ad B. C. ita ſunt hi tres anguli A. B. E, E. B. O, O. B. D. ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. C. proinde in primo ordine vt exceſſus L. D. primæ ſupra ſecundam ad G. A. exceſſum primæ ſupra tertiam, ita eſt[f] angulus D. B. A. exceſſus nempe primæ quantitatis in ſecundo ordine ad angulum C. B. A. exceſſum item primæ ſupra tertiam. Sed L. D. ſuperat G. A. vna ſui nona parte. Ergo angulus D. B. A. ſuperat angulum C. B. A. vna ſui nona parte: proindeque L. B. C. angulus eſt nona pars propoſiti anguli L. B. A. quæ quęrebatur. e per 14 huius & 33. l. 6. f per lemma præced.

PROBLEMA II.

Omnes figuras quotquot libet laterum in circulo deſcribere.

ὑπόμνησις.



Quoniam omnes figuræ reſoluuntur in triangulos, facere eſt cognoſcere quot rectis æquiualeant anguli cuiuſlibet figuræ propoſitæ: duplicatus enim triangulorum numerus in quot figura diſpeſcitur, rectorum angulorum numerum conſtituit, quibus pares ſunt figuræ anguli: Heptagonũ in quinque triangulos dirimitur, propterea 10. angulos rectos continent heptagoni anguli, & ideo quiſque recto & $\frac{3}{7}$ recti par eſt. Cæterum laterum cuiuſlibet figuræ docēt Geometræ numerum, duplicare & à duplo qua-

ternatium auferre: qui etenim ſupereſt angulos rectos patefacit, qui ſunt in angulis figuræ.

ΥΠΟΘ. Proponatur heptagonum deſcribere in circulo dato, cuius centrum A. diameter B. G.

a per primũ problema. b per 9. l. 1. c per 23. l. 1. d per 1. l. 4.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur a angulus heptagoni qui recto & $\frac{3}{7}$ recti æquiualet: ditimatur b bifariam, & ſemiſſis adponatur c ad diametrum G. B. puncto B. qui ſit A. B. C. altera ſemiſſis ſit A. B. I. ita vt totus angulus heptagoni ſit I. B. C. accommodentur d autem in circulo lineæ C. D, D. E, E. F, F. H, & H. I. ſingulæ æquales vni B. C. tandem ducantur A. C, A. D, A. E.

ΣΥΜΠ. Dico heptagonum deſcribi in circulo æquiangulum & æquilaterum.

e per 32. l. 1. f per 28. l. 3. g per 27. l. 3.

ΑΠΟΔ. quoniam triangulus A. B. C. eſt iſoſceles, & eſt angulus A. B. C. ſemiſſis anguli heptagoni: ambo ad baſin B. & C. æquiualent toti angulo heptagoni hoc eſt $1\frac{3}{7}$ recti, proinde angulus B. A. C. valet e $\frac{4}{7}$ recti. At eſt C. D. æqualis ipſi B. C. ergo arcus C. D. eſt f quoque æqualis arcui B. C. & angulus C. A. D. erit g etiam $\frac{4}{7}$ recti. Idem dicendum de reliquis. Atqui tota circumferentia ſubtendit in centro 4. rectos: quatuor vero recti ſt. diuidantur in 7. partes, quæque pars erit $\frac{4}{7}$ recti, ergo angulus B. A. C. ſuſtinet ſeptimam partem circumferentię circuli, & eſt B. C. latus heptagoni vt & reliquæ lineæ: heptagonum eſt ergo æquilaterum. quod ſit æquiangulum oſtenditur. Nam triangulorum A. B. C, A. C. D, A. D. E. omnia latera ſunt

h per 8. l. 1.

æqualia: ergo ſunt h æqualium angulorum, & ſunt ambo A. C. B. & A. C. D. æquales ambobus A. D. C. & A. D. E. totuſque proinde B. C. D. æqualis toti C. D. E. ita dici poteſt de reliquis. Eſt ergo figura æquiangula, vt & æquilatera, quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

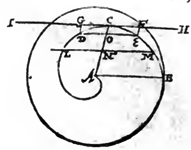
Idem fiet de reliquis figuris, quæ ſi numero laterum pari fuerint, angulus totus ponetur ad diametrum: ſi vero impari, ſemiſſis duntaxat, vt hic in heptagono egimus. Etenim in pari laterum numero fit, vt diameter latus vnum diſpeſcat in duas partes æquales, ſcilicet illud quod medium eſt inter partes numero æquales, vt in heptagono quartum, quod eſt in ſuperiori ſchemate E. F. At vero in pari laterum vel angulorum numero fit vt medietas figuræ tota ſit exactè ad alterum diametri latus, altera ad alterum. Cæterum mediante quoque hac inuentione omnium angulorum ſeu diuiſione eorum qiu dantur in quotlibet partes, etiam inuentio mediarum duarum continuè proportionalium inter duas inæquales datas, facilis redditur, tum duplicandi cubi ratio, vti exemplis doceremus, niſi nos præli vrgerent, & quotidianum ac continuum erga Regem, (cui deeſſe vel momento, nefas) penſum, ab hac contemplatione, quæ tempore & libertate eget, auocaret. Memini me primis adoleſcentiæ meæ annis, cum omnia ſuſque deque in Gallia ferrentur, armis ſtreperent, ferro ac flamma vaſtari cæpiſſent, atque licet admodum iuuenis ne committerem aduerſus legem Solonis quam trabibus Athenis inſculptam memoriæ mandauerat, aduerſus eos qui patria in duas partes diſciſſa neutri adhærerent, nollem Principi meo, quicquid in me operæ eſſet, virium, ſanguinis & vitæ denegare, inter ſtrepitus bellicos, cum etiam aliquando veluti furtim Muſas reuiſerem, incidiſſe in libellum, qui præ ſe titulum ferret, De dupli-

Aul. Gell. l. 2. cap. 12. noct. Att.

catione cubi, authore Beroaldo: quem vt auidiſſimè legiſſem, inueni ac monui ſcriptis, τὸ πᾶν ἐγχείρημα εἰς τὴν τῆς γωνίας τριτομὴν ἀφεστάναι. Equidem hoc addidiſſem, ſi per otium & tempus liceret. Verum habetur præ manibus, & poteſt quiſque experiri mendum præcipuum, quod in hoc hominis ducti conatu ſit, totum eſſe in triſectione anguli, quæ vt artificio helices redditur minus operoſa, ſic inuentum illud non parum erigit. Denique quantum attinet ad quadraturam circuli, quam iam antea diximus plurimum euehi ex artificio helices, ſi modum haberemus quo lineam poſſemus ducere tangentem helicem: hoc de tactu placet hanc proponere coniecturam Geometris qui liberiori & diuturniori otio fruuntur.

DE TACTV HELICES,
coniectura.

Non dubito quin multi tactum helices inquiſiuerint, quo tot linguis decantatum problema, de quadratura circuli ſolui poteſt. Verum adeo variè motus circularis cum recto commiſcetur, in deformanda ſpirali, vt in dignoſcendis ipſius proprietatibus



Geometria cæcutiat. Coniectabar dato puncto in ſpirali puta C. & recta C.A. ducta, capi debere duos arcus hinc inde puncti dati æquales, exempli gratia C. D, C. E. qui iuncti linea D. E. ſecante A. C. in O. ad angulos impares: quia C.E. arcus minus curuatur præcedenti D.C. ex contractiori motu deformato, viam aperirent deducendæ tangentis: Quippe ducta V. F. à puncto C. parallela ipſi D. E. cenſenda fortaſſis eſſet tangens helicem: quia helix à puncto C. incuruatur ad E. nec videtur ſequi lineam C. F. ne fieret recta, quæ perpetuo incuruatur: multo minus aſcendere ſupra C. F. Idem de præcedenti parallelogrãmo C. D. Verum multa obijciuntur: primum non poſſe demonſtrari arcus C. D. & C. E. æquales, licet circino capiantur vt pares. Tum non demonſtratur helicem non ſecari à recta C. F. deinde ſi capiantur alij arcus circini iudicio æquales C. H, C. I. qui iungantur linea H. I. vix probabitur, imo falſum eſt, hanc H.I. parallelam eſſe D. E. & inde ſequitur, aut determinandum eſſe, qui arcus ſint capiendi, quod eſt difficilimũ, aut ducendas eſſe tangentes varijs ad rectam angulis. Hinc ex multis quæ coniecturam hanc obſident, difficultatibus, cenſetur hic tactus Geometris haud facilè inueniendus, dignus tamen, vt arduus, quem ſagaciſſimus artifex aggrediatur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

Nouis demonſtrationibus illuſtrata.

PRÆLVDIVM.

QVI naturam mentis noſtræ contemplati ſunt, modumq; quo rerum notitiam ſibi comparat, vel ſcientiam adipiſcitur, in ea omnes fuere ſententia, vt à ſenſibus artium & ſcientiarum primordia ſint; & quidem ea vi & neceſſitate, vt ſine ſenſibus anima noſtra rem nullam aſſequatur: vtq; cùm varias res varijs ſenſibus excipiat, nec omnes ſingulis ratum ſit, ὅτι εἴ τις αἴσθησις ἐκλέλοιπεν, ἀνάγκη καὶ ἐπιστήμην τινὰ ἐκλελοιπέναι, ἣν ἀδύνατον λαβεῖν, *vt inquit Ariſtoteles: qui naturæ genius hunc tantum ſentiendi in intellectione principatum animaduertens, cauſam nunc reijcit in formas intelligibiles, quas in ſenſibilibus eſſe vult,* ἐν τοῖς εἴδεσι τοῖς αἰσθητοῖς τὰ νοητά ἐστιν, *inquit: nunc in cogitationem ſiue* διανοίας, *& in æſtimationem ſiue* ὑπόληψιν, *quæ in addiſcendo non parum habent operæ, quæque ipſius indicio* οὐ γίγνονται ἄνευ αἰσθήσεως: *nunc in concipiendi ſeu imaginandi vim, qua cum in cognoſcendo anima potiſſimum vtatur* (οὐδέποτε νοεῖ *(ait)* ἄνευ φαντάσματος ἡ ψυχή.) *quæque cum diuerſa ſit à ſenſu mentéque* (φαντασία γὰρ ἕτερον καὶ αἰσθήσεως καὶ διανοίας) *tamen (inquit.)* αὐτή τε οὐ γίγνεται ἄνευ αἰσθήσεως: *nunc in certitudinem, vt ſcilicet abſque vlla errorũ alea ſciendi fieret exordium,* ἡ μὲν γὰρ αἴσθησις τῶν ἰδίων ἀεὶ ἀληθής, διανοεῖσθαι δ' ἐνδέχεται καὶ ψευδῶς. *Et certè cum ſenſus in proprio ſaltem obiecto nuſquam fallatur, poſſimus verò etiam ſummo ratiocinationis initio decipi,*

Cap. 3. l. 1. poſter analit.

Lib. 3. de anima c. 8.

Ibid. c. 3.

Ibid. c. 7.

Cap. 3.

labi, errare, à ſenſibus intelligere cum incipimus, veritatem procul dubio reſpicimus. Verum cum tam certi ſint ſenſus, cur non ducibus perpetuo ſenſibus ad ſcientiam dirigimur? eccur ab ipſis vnquam deflectimus? Ratio eſt ab eodem Stagyrita in promptu, petita & à ſcientia, & à rebus quæ ſciuntur, & ab ipſomet ſenſu. A ſcientia quidem, quæ nimirum demonſtrationibus generatur, & vniuerſalibus conſtat principijs, quæ ſunt indeſinentis veritatis: hæc autem ſenſus non agnoſcit: ἐπεὶ δὲ μὲν ἀπόδειξις καθόλου, ταῦτα δὲ οὐκ ἔστιν αἰσθάνεσθαι· φανερὸν ὅτι οὐδ' ἐπίστασθαι δι' αἰσθήσεως ἔστιν. *Singula vero quæ ſub ſcientiam non cadunt: ſenſus concipere aptus natus eſt,* τῶν γὰρ καθ' ἕκαστον ἡ αἴσθησις· οὐ γὰρ ἐνδέχεται λαβεῖν αὐτῶν τὴν ἐπιστήμην· οὔτε γὰρ ἐκ τῶν καθόλου ἄνευ ἐπαγωγῆς, οὔτε διὰ τῆς ἐπαγωγῆς ἄνευ τῆς αἰσθήσεως, *non altius euebuntur ſenſus, terræ irrepunt & elementis, rebuſque materia concretis, & quidem particulari. Ac demum ſenſus quamquam abſq; errore diſcernit* ἴδιον αἰσθητὸν, περὶ ὃ μὴ ἐνδέχεται ἀπατηθῆναι, *tamen in communibus ſæpiſſimè, in motu, quiete, numero, figura, magnitudine & huiuſmodi turpiter decipitur:* καὶ οὐκ ἀπατᾶται ὅτι χρῶμα οὐδ' ὅτι ψόφος, ἀλλὰ τί τὸ κεχρωσμένον ἢ ποῦ, ἢ τί τὸ ψοφοῦν, ἢ ποῦ. *Incipimus itaque ſcire à ſenſibus, etſi nihil ſcientiæ habeant, haud aliter quam à puncto deducimus quantitates, quamquam punctus nullius ſit quantitatis particeps, & omnino indiuiſibilis ſit. A materia conſtantibus initium ſciendi eſt, licet ſcientia qualibet à materia abſtrahat, & nihil ſciatur, quin à materia primum ſeparetur. Et certè anima quæ ſcit, id quod ſcit, quodammodo eſt, & ſic* ἡ ψυχὴ τὰ ὄντα πώς ἐστι πάντα. *Vt autem anima ſcit res, debent ipſæ fieri intellectuales, & ſicuti illa, immortales, incorruptibiles, vno verbo* σώματα πνευματικά*: at cum materia corporeæ ſunt, perituræ, corrumpendæ: Ergo ſeiungendæ ſunt à principio illo erroris, craſſitiei, mortis, putrefactionis, ſi non re ipſa, ſaltem mentis & cogitationis beneficio. Atque tandem vt ad ſcopum collimemus,* οὕτω τὰ μαθηματικὰ οὐ κεχωρισμένα ὡς κεχωρισμένα νοεῖ, ὅταν νοῇ ἐκεῖνα. *Horum omnium hîc exemplum affabre reſectum ab Archimede intueri par eſt. Flagrabat vehementi deſiderio* τὴν μέτρησιν τοῦ κύκλου*: quam non concedente Deo, cuique non ſufficiente arte, circulares figuras comparauit rectilineis, vt pedetentim ac gradatim in tanta obſcuritate lucis ſcintillam excuteret, qua tandem accenſo ingenio aliquid ſubtilius moliretur. Rem primo intuitu difficilem veritus, & nec à quoquam antea tentatam, ordine ſciendi aggreſſus eſt. Conſultis primum ſenſibus ad opus accinxit ſe, & in materia particulari veritatē propoſitionis expertus eſt (* πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν *inquit)* θεώρημα. *Credidit ea quæ admittenda ſunt* καθόλου, *etiam vera eſſe* καθ' ἕκαστον, *& ex ſingulis ſcientiam fieri vniuerſalem. Atque vti* ἐν τῇ ὕλῃ *rem ſe habere deprehendit, diuidens poſtea & abſtrahens à materia, atque à ſenſu tranſiens ad intellectum, concluſiones primum* μηχανικῶς *determinatas, deinde* ἐπιστημονικῶς *demonſtrauit, & in vniuerſum definiuit,* πᾶν τὸ παραβολὸν ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον. *Qua quidem demonſtratione verè* παράβολον *ſcilicet ex Polybio* καλὸν ἔργον, *& ex Iſocrate* δεινὸν πρᾶγμα καὶ ἐπικίνδυνον ἐτελεύτησε. *Quandoquidem opus fuit ſummis difficultatibus obrutum, ſpiſſis tenebris occluſum, & magnis impedimentis inuium. Verū difficultates ingenij acumine eluit, tenebras mente illuxit, impedimenta arte ſuſtulit, & tandem ſic egit vt hoc arcanum aperiretur, pateſieret, & in promptu eſſet Geometris qui ſequuti ſunt: quibus interim mirum porrexit artificium, quo* προβλήματα *ſaltem quæ eſſent* πρᾶγμα *ſoluerent. Etenim primùm ſenſuum opera vti docuit, & in materia facere periculum: tum ſi ſenſus & materia conſentiant, opus ad examen geometricum reuocare, vt ſcientia compleatur. Cæterùm licet vel ligno, vel aliquo alio corpore rem penſitauerit, eamque ſtatera materiali perpenderit, vti coniectura eſt, tamen omnia ra-*

Cap. 31. l. 1. poſterior. analit.

Cap. 13 l. 1. poſter. anal.

Libro 2. de animo c. 6.

Cap 8 l 3. de animo.

Ibid. c. 7.

Prop. vlt.

tione & interiori iudicio examinata ad nos traduxit, vt videatur addidiſſe ſenſibilibus radijs intellectualem aginam, nec quicquam oculis vel manu detexiſſe, quod ratiocinationis pondere non determinauerit, quinimo hic quod μηχανικὸν vocat, ſcrupulo etiam geometrico additum traditur. Memini me alio loco de mathematica analyſi loquutum eſſe, & hanc aliam ſoluendorum problematum methodum antiquis notiſſimam, vix nobis adumbrata quadam luce obortam monuiſſe. Equidem Archimedes vtriuſque nobis exemplar reliquit: prioris nimirum mechanicæ hîc luculentiſſimum, poſterioris vero analytica plurima, potiſſimũ 2. libro de Sphæra & Cylindro. Vtraque autem methodus multa habet communis artificij. Quandoquidem ex prima numeris, ponderibus, & lineis ac ſuperficiebus ad amuſſim diductis, reſectis, & coniunctis res expiſcatur, & quod oculis deprehenditur poſtea in ratione vniuerſali diſquiritur. Ex ſecunda itidem numeris qui familiares ſunt ſenſibus propoſitum perbellè diducitur ab effectis, qui ex cauſis admiſſis erui poſſunt, dijudicatur: tandem conſequentijs ſtatuuntur, quæ ex alijs quam ex ſuppoſitis principijs non pendebant. Antiqui etenim Philoſophi cauſas rerum indagantes, cum innumeris pene anxietatibus inuolutas vix eas explicarent, effectus adorti ſunt, cumque proprietates & affectiones ab antecedentibus principijs non eruerent, à conſequentibus effectis eas mutuati ſunt. Apud Pappum huiuſmodi analyſes paſſim inuenies: interim Archimedem Mechanicum tum Geometram admittamus, audiamus.

AP-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ.

εὖ πράττειν.

Ἀκούσας Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἐπιλείπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τινὰ δὲ κόνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον εἶμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός· Ἐπροεχειριζάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι γράψαντες ὡς κόνωνι γράφειν ἐγνωκότες εἶμεν γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθέν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησάν τινες γράφειν, ὡς δυνατόν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλου τμήματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον·

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

ARCHIMEDES DOSITHEO

beneagere.

CVM audijſſem defunctũ eſſe Cononẽ, qui nobis reliquus erat in amicitia, tibique admodum fuerat familiaris, putà in Geometria maximè verſatus, virum quidem mortuum amarè planxi, vt amiciſſimum, & hominem in Mathematicis planè mirabilem. Atque tunc derepente ſtatui mittere ad te, ſicuti antea ad Cononem ſolebam, geometricum theorema, quod nemo quidem priùs eſt contemplatus, nunc verò à nobis oſtenditur, mechanicè quidem primo inuentum, deinde & geometricè demonſtratum. Nonnulli ante nos qui Geometriam tractare nouerint, conati ſunt ſcribere quomodo poſſibile eſſet circulo vel circuli ſegmento dato inuenire ęquale rectilineum:

& poſtea tentarunt quadrare ſpatium ſub totius coni ſectione & recta linea comprehenſum, incertæ fidei lemmata aſſumentes, quæque à multis non inuenta, damnata ſunt. Cæterum qui ſtatuerit quadrare portionem rectanguli coni ſectione comprehenſam, neminem ſcimus. Hoc verò à nobis iam tandem inuenitur. Demonſtratur
[a] prop. 17. et 24. huius. [a] enim quod omne ſegmentum comprehenſum ſub recta & rectanguli coni ſectione ſeſquitertium ſit trianguli baſim habentis eandem & æqualem altitudinem cum ſegmento: aſſumpto [b] ſcilicet lemmate ad hoc demonſtrandum: quod poſſibile ſit inæqualium ſpatiorum exceſſum quo maius excedit minus, toties componere, vt ipſum excedat quodcumque propoſitum ſpatium. Vtebantur & illi ſuperiores geometræ eodem lemmate. Etenim per hoc axioma demonſtrarunt [c] omnes circulos rationem habere inter ſe duplicatam ſuarum dimetientium: Et ſphæras [d] habere inter ſe rationem triplicatam ſuarum diametrorum: Adhuc & omnem pyramidem [e] tertiã partem eſſe priſmatis eandem baſim cum pyramide, & æqualem altitudinem habentis. Et præterea [f] omnem conum tertiam partem eſſe cylindri eandem habentis baſim cum cono, & parem altitudinem. Ita hoc aſſumentes lemma, ſcripſerunt. Contigit verò

[b] Hoc demõſtrauimus lemmate 1. libri de lineis ſpiralibus.
[c] prop. 2 l. 12.
[d] prop 18. l. 12.
[e] prop. 7. l. 12.
[f] prop. 10 l. 12.

καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας, τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, ὅπερ αὐτοῖς ὑπὸ τῶν πλείστων οὐχ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθεν. Τὸ δὲ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμῆμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν προτέρων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα. Ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμήματι· λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμέναν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι· Τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων ἀποδεδείκασιν, αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· Καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων. Ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ὁμοίως τῷ προειρημένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγραφον. Συμβαίνει

τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τοῦ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἄρτι δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτου ἀναγομένων τῶν ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδομένων. Αναγράψαντες οὖν αὐτῶν τὰς ἀποδείξεις ἀποστέλλωμεν πρῶτον μὲν ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρεῖαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

vero vt vnumquodque ex his demonſtratis theorematibus, non minus fidei quàm ipſummet lemma, nactum ſit. Nuper vero in ſimilem fidem adduximus ea quæ à nobis data ſunt. Cum itaque huiuſce theorematis demonſtrationes ſcripſiſſemus, mittimus primum quidē quemadmodum mechanicè cognitæ ſint: poſtea verò qua ratione geometricè fuerint oſtenſæ. Præſcribuntur etiam & elementa conica quæ demonſtrando vſui ſunt. Vale.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὡς ἦν ἔτι λείπων ἡμῖν ὁ φίλος, &c. Hoc de loco ad me aliquando reſcribens linguæ Græcæ pater Caſaubonus, vix poſſum (inquiebat) adduci vt ita ſcripſiſſe Archimedem credam: quæ enim iſta lectio eſt? Profecto ne Siculi quidem bubulci ſic loquerentur, nedum hic vir talis ac tantus. Deinde manifeſto corruptum eſt quod ſequitur, ἐπεὶ δὲ Κόνωνος. Vtinam eſſet tam facile verum inuenire quam falſum arguere. Viderem eiuſmodi aliquid ſcripſiſſe ὡς ἦν ἔτι λείπων τῶν ἐν Ἀσίᾳ φίλων ὁ δὲ Κόνωνος, &c. Vel, τῶν ἐν Σάμῳ φίλων, quia Samius hic Conon fuit. Sed hæ coniecturæ admodum incertæ. At ὁ, omnino reſtituendum, & inde pendet tota ſententia. Sunt & alia menda in hoc prooemio. Nam poſt ἀποστεῖλαι, deeſt neceſſarium verbum ἐπὶ. Et pro ὡς Κόνωνι malim ὧν Κόνωνι. Aliquanto poſt ὑφ' αὐτοῖς ἐπὶ τῶν πλείστων οὐχ ὑγιεσθησόμενα ταῦτα κατηγορεῖσθαι, hæc quoque mendoſiſſima ſunt. Nihilominus communem lectionem retinui, quam lector ſagax ſi viderit ex prudentis & in helleniſmo exercitatiſſimi viri coniecturis reſtituet. Nos non tam verba ſcrupuloſè quærimus, quam ſenſum inueſtigamus, & demonſtrationes profitemur. Adhuc variant manuſcripti codices in his verbis vulgaris lectionis, ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τοῦ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων, πεπιστευκέναι, & ſic legunt, ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τῶν ἄνευ τούτου λήμματος, &c. cuius ſenſus eſt: vnumquodque ex his theorematibus non minus fidei eſſe conſequutum, quàm ea quæ ſine hoc lemmate ſunt demonſtrata: quem quidem hic, quia non quadrat, reiecimus, verbaque trita retinuimus. Cæterum hinc modum, viam ac rationem eruemus qua in propoſiti vel problematis vel theorematis cognitionem deueniamus. Veritatem enim propoſitionis, ſi prima fronte non pateat, craſſa primùm Minerua experimur & mechanicè: quam vbi deprehendimus, methodum inueſtigamus rationabilem & ſcientia dignum, nec à Mathematicis abhorrentem, qua eam aliis denuò oſtendamus & perſpicuam faciamus. Vnde rurſus animaduertere eſt Geometras non cauſis rei vti, ſed cauſis quibus res cognoſcitur. Satis enim illis eſt, ſi rem ita eſſe demonſtrarint, nec quo pacto res ſit, quærunt. Integrum itaque artificium perquirendi theorematis obſcuri ac difficillimi, hoc opere perſequamur, μηχανικὸν prius, tum ἀποδεικτικὸν, vt diximus latiùs in proœmio. Ad rem veniamus.

PROP. I.

THEOR. I.

Si fuerit rectanguli coni ſectio, in qua A. B. G. & linea B. D. parallella diametro vel ipſa diameter, tùm linea A. G. parallela ei quæ tangit ſectionem coni in puncto B. æqualis erit A. D. ipſi D. G. & ſi æqualis fuerit A. D. ipſi D. G. parallelæ erunt tùm A. G. tum ea quæ coni ſectionem tangit in B.

ΠΡΟΤ. Α.

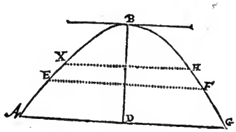
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς ἁ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ἴσα ἔσται ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. καὶ ἂν ἴσον ἦ ἁ δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc propoſitionem non ſolùm demonſtrauit [a] Apollonius, aut potius eius nomine Archimedes: ſed præterea oſtendit lineam B.D. ſecare bifariam quotquot lineas duxeris ordinatim in ſectione, ſeu tangenti parallelas, cuiuſmodi ſunt K. H. & E. F. Porro hæc verba καὶ ἂν ἴσον ἦ ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. deſumpſi ex manuſcripto, quæ deſunt in impreſſo.

[a] prop. 46. l. 1. & 5. l. 2 Conic.



PROP. II.

THEOR. II.

Si fuerit rectanguli coni ſectio A. B. G. fuerit verò recta B. D. vel parallela diametro vel ipſamet diametrus: tum linea A. D. G. parallela lineæ tangenti ſectionem rectanguli coni in puncto B. demum linea E. G. coni ſectionem tetigerit in G. erunt B. D, B. E. æquales.

ΠΡΟΤ. Β.

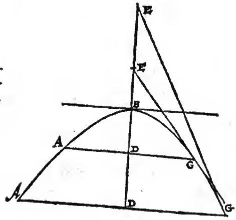
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α. β. γ. ἡ δὲ ἁ μὲν β. δ. παρὰ τὰν μὲν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. δ. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ε. γ. τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ γ. ἐσσοῦνται αἱ β. δ, β. ε. ἴσαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc rurſus non ſolum demonſtratur [a] in conicis elementis, ſed præterea quamcumque lineam quæ tangat parabolem & conueniat cum diametro, aut cum linea diametro parallela, partem æqualem à vertice ſectionis, ei quæ à vertice eſt ad lineam ordinatim ductam intra ſectionem, à puncto contactus.

[a] *prop. 35. l. 1.*



ΠΡΟΤ. Γ.

ΘΕΩΡ. Γ.

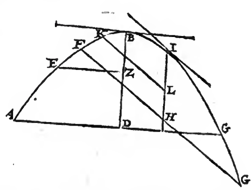
Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἁ διάμετρος, καὶ ἀχθῶσι τινὲς αἱ α. δ, ε. ζ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται ὡς ἁ β. δ. μήκει ποτὶ τὰν β. ζ. οὕτως δυνάμει ἁ α. δ. ποτὶ τὰν ε. ζ.

PROP. III.

THEOR. III.

Si fuerit rectanguli coni ſectio A. B. G. linea vero B. D. vel paralella diametro vel ipſamet diametrus, & ducantur quædam rectæ A. D, E. Z. paralellæ tangenti ſectionem coni in B. erit vt B. D. longitudine ad B. Z. ſic potentia linea A. D. ad lineam E. Z.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



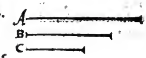
Subiungit Archimedes *ἀποδέδεικται δὲ ταῦτα ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις*, quibus argumentum rurſus præbet opinionis quam antea inueximus, nempe ipſum authorem eſſe conicorum Elementorum. Quoniam enim hæc 3. *θεωρήματα* illo opere demonſtrauerat, ab eorum repetita demonſtratione ſuperſedit. Aliorum autem inuenta eſſe vel præcedentium geometrarum nullo modo ſignificat, quod tamen ſolet vbi antiquiorum demõſtratis initiatur. Quicquid ſit: cum Archimedes aliquot ſeculis Apollonium præceſſerit, liquido patet Elementa conica aut Apollonio vetuſtiora, aut eum non eſſe omnium habendum inuentorem. Porro habetur [b] & hoc theorema demonſtratum in conicis elementis. Nec nos mouere oportet quod illic elementorum hypotheſis ſit duntaxat de diametro ſectionis, non de parallela diametro. Valet enim pro vtraque demonſtratio. Nam etiam parallela diametro, diameter eſt ſuæ ſectionis. Tangat enim expoſitàm ſectionem linea in I. & à puncto I. parallela diametro B. D. demittatur I. H. quæ bifariam diuidat F. G. parallelam tangenti in I. cui rurſus æquidiſtans ſit K. L. Erit [c] paraboles F. I. G. diameter I. H. & F. H. atque K. L. ordinatim applicabuntur, eritque [b] rurſus I. H. ad I. L. longitudine vt F. H. ad K. L. potentia.

[b] *prop. 20. l. 1. Conic.*

[c] *per 10. 12. 16. definit l. 1. Conic.*

ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint tres lineæ, quarum prima ſit ad ſecundam potentia, ſicuti eſt ad tertiam longitudine, erunt tres illę lineæ proportionales.



ΥΠΟΘ. Sit quadratum A. ad quadratum B. vt A. linea eſt ad lineam C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. C. eſſe proportionales.

ΑΠΟΔ. Quoniam quadratum A. eſt ad quadratum B. vt A. eſt ad C. ſequitur [a] A. eſſe ad C. in duplicata ratione eius quam idem A. habet ad B. Sed ratio A. ad C. componitur [b] ex rationibus A. ad B. & B. ad C. cum B. ſit inter A. & C. proinde compoſita ratio eſt dupla alterius componentium, & ſequitur ambas componentes eſſe æquales. Et proinde vt A. eſt ad B. ſic B. eſt ad C. quod vult lemma.

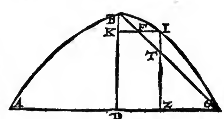
a per 20. l. 6
b per lemma 2. ad 4 l. 2. de ſph. & cylind.

PROP. IV. / ΠΡΟΤ. Δ.

THEOR. IV. / ΘΕΩΡ. Δ.

Sit portio contenta ſub recta & rectanguli coni ſectione, A. B. G. agaturque linea B. D. è medio lineæ A. G. parallela diametro, vel ipſa ſit diametrus tum recta B. G. iuncta producatur: ſiquidem demittatur aliqua alia putà Z. T. parallela ipſi B. D. ſecans vtramque rectarum A. G. & B. G. candem habebit rationem Z. T. ad T. I. quam D. A. ad D. Z.

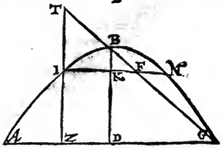
Ἔστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α. β. γ. ἁ δὲ β. δ. ἀπὸ μέσας τᾶς α. γ. παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ β. γ. εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· εἰ δὲ καταχθείη τις ἄλλη ἁ ζ. θ. παρὰ τὰν β. δ. τέμνουσα ἑκατέραν τὰν α. γ. καὶ γ. β. εὐθεῖαν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ζ. θ. ποτὶ τὰν θ. η. ὃν ἁ δ. α. ποτὶ τὰν δ. ζ.



ΥΠΟΘ. Caſus lineæ T. Z. poteſt eſſe duplex: ſcilicet vt ſecet B. G. intra portionem, vel extra.

ΣΥΜΠΕ. Quicumque caſus ſit eſt Z. T. ad T. I. vt A. D. ad D. Z.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea I. K. in diametrum B. D. parallela baſi A. D. quæ ſecet B. G. in F.



ΑΠΟΔ. Vt eſt B. D. ad B. K. longitudine hoc eſt [c] G. B. ad B. F. ſic eſt [d] D. G. ſeu A. D. ad I. k. ſeu [e] ad Z. D. potentia. Atqui vt eſt G. D. ad D. Z. potentia ita eſt [e] G. B. ad B. T. potentia. Ergo vt G. B. ad B. F. longitudine, ſic eſt G. B. ad B. T. potentia: propterea G. B, B. T, B. F. ſunt [f] proportionales. Atque hæc ſunt vtrique accidenti communia, quæ ſequuntur paululum diuerſa ſunt. In primo quidem cum tota G. B. ſit ad totam B. T. vt pars B. T. ad par-

c per 2. & 4 l. 6
d per 20 l. 1. Conic.
e per 34 l. 1
f per præced. lemma.

tem B.F. reliqua G.T. eſt [a] ad reliquam T.F. vt tota G.B. ad totam B.T. In ſecundo verò: quoniam G.B. eſt ad B.T. vt B.T. ad B.F. erit inuertendo [b] B.T. ad B.G, vt B.F. ad B. T. Et componendo [c] tota G.T. erit ad B.G, vt tota F.T. ad B.T. & permutando [d] erit T.G. ad T.F, vt B.G, ad B.T. Atqui vtrobique vt B.G. ad B.T. ita [e] G.D. ad D.Z. Ergo G.T. eſt ad T.F. vt G.D. ad D Z. Sed rurſus vt G.T. ad T.F. ſic eſt [e] Z.T. ad T.I. Ergo vt D.G. vel æqualis A.D. ad D.Z. ſic eſt [f] Z.T. ad T.I. vt vult propoſitio.

a per 19.ii.5 b per coroll. 4 l.5. c per 18 l 5. d per 16 l 5. e per 2. & 4.l 6. f per 11 l 5.

PROP. V.

THEO. V.

Sit portio contenta ſub recta, & rectanguli coni ſectione A. B. G. & à puncto A. ducatur [g] parallela diametro, Z. A. à puncto verò G. [h] tangens coni ſectionem in puncto G. quæ ſit G.Z. Siquidem aliqua recta ducatur in triangulo Z. A. G. parallela ipſi A.Z. In eadem ratione ipſa ducta ſecabitur à ſectione rectanguli coni, ac linea A.G. ab ipſa ducta proportionaliter. Similis verò rationis erit portio lineæ A. G. quæ eſt ad A. portioni ductæ lineæ quæ eſt ab A.

ΠΡΟΤΑ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Ἔστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α. β. γ. καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ α. παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ζ. α. ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἁ γ. ζ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ζ. α. γ. τριγώνῳ παρὰ τὰν α. ζ. τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τμηθήσεται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἁ α. γ. ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας ἀνάλογον. Ὁμόλογον δὲ ἐσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς α. γ. ποτὶ τὸ α. τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τᾷ α.

g per 32.l.1. h per 35 l.1 conic.

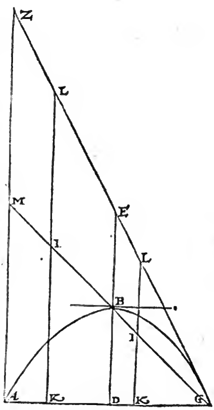
ΥΠΟΘΕ. Linea ergo D.E. è medio lineæ A.G vel K.L. inæqualiter ſecans lineam A.G. erigatur parallela lineæ A.Z. perducaturque vſque ad tangentem G.Z.

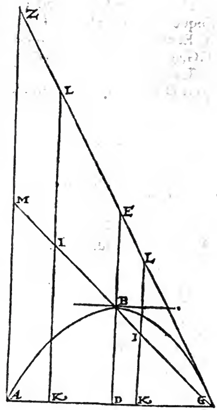
ΣΥΜΠ. Dico eſſe A.D. ad D.G, vt D.B. ad B.E. vel A.K. eſſe ad K.G, vt k.H. ad H. L. & inuerſim.

ΚΑΤΑ. Producatur recta G.B.M. ſecans lineam K.L. vſpiam in I.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.D, D.G ſunt [i] æquales, cùm D.B. vel diameter, vel parallela diametro, tangens ſectionem in B. ipſi A.G. æquidiſtat [l], & propterea ſunt [m] D.B, B.E. æquales: vt eſt A.D. ad D.G. ſic eſt D.B. ad B.E: ita vt pateat propoſitio quando in æqualia fit diuiſio baſis. Alias verò, quoniam binæ D.E, k.L. vni diametro ductæ ſunt æquidiſtantes, inter ſe ſunt [n] parallelæ, & ſunt [o] trianguli L.I.G. & E.B.G. inter ſe, aliique duo L.k.G, & E.D.G. inter ſe æquianguli, laterumque proportionalium, & vt B.E, eſt ad I.L. ſic eſt E.G. ad L.G. hoc eſt [o] G.D. ad G.K, vel D.E ad k.L. & permutando B.E, eſt ad D.E, vt I.L. ad K.L. & diuidendo [p] B.E. eſt ad B.D. vt I.L. ad I.k. Erunt [q] itaque L.I, I.k, vt G.D. ad

i ex hypot. l per 1. huius. m per 2. huius. n per 30.l.1 p per 17.l.5 q per 11.l.5.





a per 18 l.5 D.A.& componendo ᵃ k.L. ad k.I. vt G.A.ad D.
A. & viciſſim k.L.ad A.G. vt k.I.ad D.A. Iam ve-
b per praecedentem. rò eadem k.I. eſt ᵇ ad I.H. vt A.D,ad D.k,& con-
c per coroll. uertendo ᶜ H.k. eſt ad I.k. vt k.A,ad A.D. & in-
19. l.5. uerſim ᵈ k.I. ad k.H, vt A.D. ad A.k. & permuta-
d per coroll. 4.l.5. tim ᵉ k.I.ad A.D,vt k.H,ad A.k. Sed quia iam pro-
e per 16.l.5. bauimus k.L.ad A.G.eſſe ſicuti k.I.ad D.A, eſt ᵇ ſi-
cut k.L. ad A.G. ſic k.H. ad A.k, & proinde ſic e-
f per 19.l.5. tiam eſt ᶠ reliqua H.L.ad reliquam k.G, & tandem
permutando ᵉ k.H. ad H.L. eſſe patet, vt eſt A.k.
ad k.G. quod fuit demonſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

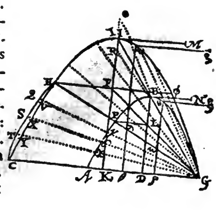
g per coroll. 4.l.5. Addere poſſumus,& inuertendo ᵍ L.H.eſt ad H.k. vt G.k. ad k,A. & componendo L.k. eſt ad H.k. vt A.G. ad A.k.

COROLL. I.

Hinc etiam deducere poſſumus punctum I. quod eſt extra ſectionem,eſſe verticem portionis contentæ ſub recta & rectanguli coni ſectione, quæ educeretur à puncto G. communi cum portione G.B.A, & perficeretur quouſque baſin nanciſceretur lineam G.A. productam verſus A. vltra punctum k. quantum eſt G.k. vt ſic haberet diametrum ſeu axem I.k. Quod vt apertius fiat, præmittatur hoc
h ad 10.l.2 de inſident. aqua. lemma,quod à Commandino ʰ mutuati ferè ſumus.

LEMMA.

Si duæ portiones ſimiles punctum vnum in extremo angulo commune habuerint, baſeſque in eadem recta linea, & deſcribantur ita vt altera alteram includat: quæcumque lineæ ducentur à puncto communi ſecantes minorem portionem,& eductæ vſque ad ambitum maioris,omnes ſecentur à minori in eadem ratione,& erit ſicuti vna ad ſui partem portionibus incluſum, ſic ſingulæ reliquarum ad ſingulas ſui partes ſimiliter incluſas.



ΥΠΟΘ. Repetatur portio A.B.G, cuius axis B. D. quæ includatur maiori ſed ſimili portione B.I. C. habente cum priori punctum G. commune, & baſim G. C.cum baſi G.A,in eadem recta. Sit autem maioris axis I.k,& à puncto G. educantur lineæ G.B,I.per verticem B.ad verticem I. (hoc enim fiet. Nam portiones ſunt ſimiles,& propterea diametri B.D, & I.k. æqualibus angulis cadunt ⁱ in baſes, & ſunt paralleli:
i per σχόλιον ad 18. defin.lib. de conoid. & ſpher. Tum eſt I k axis,ad baſim C.G, vel ad ordinatam G.K. vt axis B.D.ad ordinatam D.G,& proinde rectam eſſe G.B.I,fateri oportet,vt abſurdum vitetur ˡ) & G.
l contra 2, & 4.l.6. P.H.quà libuerit, ſecantes minorem portionem, & latæ ad maiorem vſque.

ΣΥΜΠ. Dico lineas G.I, G.H, G.C. & quotquot fuerint ſimiliter eductæ, ſecari in eadem ratione totius ad partem incluſam, nempè G.I. eſſe ad I.B, vt G.H, ad H.P, & G.C, ad C.A.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur[a] à puncto H. in I.K. ordinatim linea H.F, & à puncto F. linea F.G. ſecans B.D. axem in L. & iungatur L.P. demum ſint[b] recta latera ambarum portionum B.N, & I.M. *a per 11.1. b per 11.1. conic.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eſt[c] vt I.G. ad B.G. ita G.K, ad G.D, & I.K. ad B.D. Similiter ex ſimilitudine triangulorum, vt I.G, ad B.G. hoc eſt, vt I.K, ad B.D, vel G.K. ad G.D. vel vt earum duplæ G.C. ad G.A. ſic[d] G.F. ad G.L, & I.F, ad B.L. Atqui vt I.K. ad B.D. ita[d] G.k. ad G.D. vel k.C. ad D.A. & permutando[e] vt I.k, ad k.C. ita B.D. ad D.A. Tum quod poteſt C.k. æquale eſt[b] rectangulo ſub k.I, I.M, & quod poteſt D.A. par eſt ei quod comprehenditur ſub D.B, B.N. Proinde I.k, k.C, & I.M. ſunt[f] proportionales: item aliæ tres B.D, D.A. & B.N. etiam inter ſe ἀνάλογως ſe habent.[f] Verùm vt I.k. ad k.C. in primis, ſic B.D, ad D.A. in ſecundis: eſt igitur quoque in illis k.C. ad I.M. vt D.A. ad B.N. Et ex æquo[g] vt I.k. ad I.M. ſic D.B, ad B.N, & ἐναλλάξ[e], vt I.k. ad D.B. hoc eſt, vt I.F. ad B.L. ex mox demonſtratis, ſic I.M. ad B.N. & viciſſim[e] vt F.I, ad I.M. ſic L.B. ad B.N. Cæterum H.F. poteſt[b] comprehenſum ſub F.I, I.M, & item L.P. poteſt[b] contentum ſub L.B, B.N. proinde ſunt[f] illic tres I.F, F.H, & I.M. proportionales, hîc quoque tres[f] B.L, L.P, & B.N. proportionales. Proinde in primis vt I.F, ad I.M. ſic quadratum I.F. ad quadratum F.H, & in ſecundis, vt B.L. ad B.N, ſic quadratum B.L. ad quadratum L.B. Atqui mox dicebamus, vt F.I, ad I.M. ſic L.B. ad B.N. Ergo vt quadratum I.F. ad quadratum F.H. ſic quadratum B.L. ad quadratum L.P, & ex conſequenti[h] vt linea I.F, ad lineam F.H, ſic B.L, ad L.P, & permutando,[e] vt I.F, ad B.L. hoc eſt vt F.G, ad L.G, hoc eſt vt C.G, ad G.A, vel vt I.G, ad B.G, ſic eſt F.H. ad L.P. Et proinde linea G.H, tranſit[i] neceſſario per punctum P. & eſt igitur adhuc G.H, ad P.G, vt G.C, ad G.A, vel vt G.I, ad G.B. Et ex conſequenti[l] vt G.I, ad I.B, reliquam, ſic H.G. ad reliquam & incluſam H.P, & G.C, ad C.A. quod fuit probandum.

c per 2. l.6. d per 4.l.6. & per 15. l.5. e per 16. l.5. f per 17. l.6. g per 22. l.5. h per 11. l.5. i contra 2. & 4. l.6. l per 19. l.5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet apertè propoſitum corollarium. Etenim ſi quis aduerſarius dixerit portionem ſimilem à G. primo eductam, quouſque incidat in baſim duplam baſis G.k. non tranſire per punctum I. oportet fateatur eandem tranſire, vel infra I, vt in R. vel ſupra I. vt in O. & inde ſequetur ductis lineis B.O, vel B.R. rectas eſſe G.B.O. vel G.B.R. contra quam iam demonſtrauimus. Imò hinc deducimus hoc problema.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Data ſectione, maiorem vel minorem ſimilem ſuper eadem recta baſi extenſa, & à puncto communi initio ſcilicet baſis, deſcribere, quouis axe dato, vel qualibet baſe propoſita.

ΥΠΟΘ. Detur portio G.B.A.

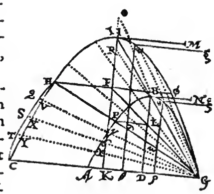
ΣΥΜΠΕ. Dico poſſe dari ſuper eadem G.A, baſi producta, & à puncto communi G. maiorem & ſimilem portionem, tùm minorem, quouis dato axe, vel quauis baſi propoſita.

ΚΑΤΑ. Offeratur portio G.B.A, cuius axis B.D, & baſi G.A, & propoſito quouis axe, nempè k.I, vel quauis baſe G.C. (etenim vel tantum baſis debet proponi, vel duntaxat axis, aut ſimul quidem, ſed in ratione quæ eſt baſis ad diametrum portionis.) Oblato axe producatur G.B, & fiat[m] vt D.B. axis ad axem propoſitum, ſic G.B, ad G.I. Etenim demiſſus ille axis à puncto I. παραλλήλως ipſi B.D, cadet in G.A. alicubi, ne peccetur contra 6. *m per 12.l.*

Geometriam. Aut ſi baſis datur verbi gratia c c. fiat vt G.A, ad G.C, ſic G.B, ad G.I. & à puncto G educantur, quotquot libuerit lineæ, vt punctis apparet in ſchemate, quarum partes incluſæ intra portionem ſint ad totas, vt G.A, ad G.C, vel vt B.D, ad I.K, & tandem iungantur linea curua extremitates eductarum: deſcribetur enim portio ſimilis datæ. Quod ſi negetur & dicatur eijci portionem v.g. ab H. ad C. per puncta Q. S.T, educantur lineæ G.Q, G.S. & G.T.

a proximo lemmate. ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ex demonſtratis *a* prius Q.G, eſt ad γ G, vt G.C, ad G.A, vel G.Q, ad Q.γ, vt G.C, ad C.A. Atqui vt G.C, ad G.A, ſic fecimus G.V, ad G.γ: vel G.V, ad V.γ, vt G.A, ad A.C. Ergo inæquales Q.G, & V.G, eandem habent rationem ad eandem γ.G, vel ad vnam V.γ. contra Geometriæ decreta. Idem concludetur de reliquis G.S, & G.T, ad δ.G, κ G, vel ad X.δ, & Y.κ, ac de alijs quibuſlibet. Non poteſt ergo tranſire portio, niſi per ductas extremitates; Cæterum ſi minor fuerit deſcribenda, vt data portione C.I.G, quæratur A.B.G, ſuper baſi A.G: ductis à puncto G. lineis, quæ ſunt in figura, & omnibus ſectis, vt eſt G.A, ad A.C, his ſectionibus tranſibit neceſſario poſita portio quæ quærebatur.

COROLLARIVM II.



Hinc quoque deducitur, quamlibet lineam eductam à puncto G. ſecare, à portionibus propoſitis, ſimiles portiones: ſcilicet lineam G.P.H, reſecare portionem G.ν.P, in minori, ſimilem portioni G.ω.H, in maiori.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ductis harum portionum diametris π.ν, & λ.ω, nempè totis D.B, & k.I, parallelis. Tum facto quod *b* ſicuti eſt quadratum G.ρ, ad quadratum G.π, ſit ita B.N, ad H.E, & quemadmodum eſt quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, ita ſit I.M, ad ω.ζ, vt ſint ω.ζ, & ν.ξ, lineæ, iuxta quam poſſunt, quæ in portionibus G ν.P, & G.ω.H, ordinatim ducuntur, ſic argumentamur.

b ex corol. 1 lemma 2. ad 4. de conoidib. & ſphær.

c per 4. & 22. l. 6. ΑΠΟΔ. Ex triangulorum G.ϖ.ρ, & G.λ.θ, ſimilitudine *c*, vt eſt quadratum G.ρ, ad G.π,
d per 15. l. 5 ſic eſt quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, ſcilicet ſic eſt I.M, ad ω.ζ, ſicut B.N. ad ν.ξ. Atqui ex mox demonſtratis, eſt G.H, ad G.P, vt G.C, ad G.A. Semiſſis itaque *d* G.λ, eſt
e per 16. l. 5 ad ſemiſſem G.π, vt dimidia C.k, ad dimidiam A.D, & viciſſim *e* G.λ, ad C.k, vt G.ϖ, ad
f in lemmate prox. A.D. Atqui oſtendimus *f* C.K, eſſe ad I.M, vt A.D, ad B.N. Tum fecimus I.M, ad ω.ζ,
g per 22. l. 5 vt B.N, ad ν.ξ. Ex æquo *g* ergo in primis eſt G.λ ad ω.ζ, ſicuti in ſecundis G.π, ad ν.ξ. Ve-
h per 11. l. 1 conic & 17 l. 6. Elem. rum ſunt proportionales *h* tres ω.λ, λ.G, & ω.ζ. Tum tres proportionales ν.π, π.G, & ν.ξ. *h* Ergo quia G.λ, eſt ad ω ζ vt G.π, ad ν.ξ, eſt quoque prima ſeu diameter ω.λ, ad λ.G. hoc eſt ad totam baſim H.G, vt prima ſeu axis ν π, ad ſecundam π.G, ſeu ad totam baſim P.G
i per 29. l. 1 & anguli quos diametri cum baſibus efficiunt, ſunt *i* æquales. Quare portiones H.I.G, & P.H.G, ſunt ſimiles. *l*

l ex Apoll. ad definit. 17 & 18 de conoid. & ſphær.

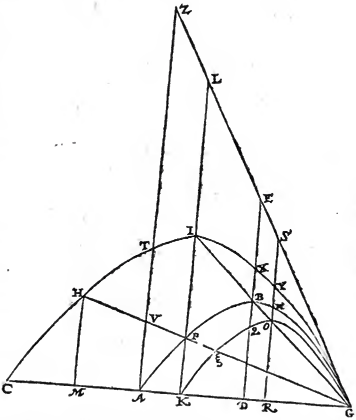
COROLL. III.

Repetito rurſus diagrammate propoſitionis 5. præcedentis, & deſcripta *m* portione ſimili portioni A.B.G, axe dato I.k, quæ ſit C.I.G, extra portionem datam A.B.G, tum
m per problema præc. alia *m* ſuper baſi G.k, ſimili quoque datæ, & intra eandem datam A.B.G, hoc concludimus.

ΣΥΜΠ. Nempè L.I. eſſe ad I.P. vt G.A, ad A.C. & rurſus I.P. eſſe ad P.k. vel X.B. ad B.Q, vel Y.N, ad N.O. & quotquot ducentur inter portiones maiorem & minorem,

parallelæ axi I.k, dirimi à media portione, in ratione compoſita ex ea quam habet A.C. ad C.G. & ex ea quæ eſt baſis G.k, ad partem K.A.

ΚΑΤΑ. Sint ergo deſcriptæ portiones C. I. G. maior, & K.O.G. minor, ſimiles ambæ datæ A. B. G, & manente tangente G. Z. lineiſque A.Z, K.L, & D.E. producatur R.O.S. in qua eſt O.R. diameter minoris portionis parallela neceſſario diametris præcedentibus K.I, & D.B, ob ſimilitudinem [a] portionum. Demum ductis lineis I.G. trãſeunte neceſſario per B. & O. [b] Tum G.P.H. & perpendiculari [c] H.M. ſic ratiocinamur.



ΑΠΟΔ. Linea G.Z. tangit ex hypotheſi propoſitionis 5. præcedentis portionem G.B.A. imò etiam reliquas. Nam quoniam lineæ K. L, E.D, & S.R. ſunt parallelę, trianguli G.B.D, & G.I.K, ſunt ſimiles [d], itemque duo G.B.E, & G.I.L. aſſimilantur: [b] Quare vt D.B, ad k.I. ſic eſt G.B, ad G.I, & vt G.B, ad G.I, ſic quoque eſt B.E. ad I.L. Ex æquo itaque vt D.B, ad k.I. ſic eſt [e] B.E. ad I.L, & viciſſim D.B, ad B.E, vt k.I, ad I.L, ſcilicet vt k.I. eſt [f] æqualis ipſi I.L. ſic D.B. par eſt alteri B.E. Idem oſtendetur de R.O, O.S. Et ex conſequenti linea G.Z, *tangit [g] has tres portiones*. Quoniam itaque ex triangulorum G.P k, & G.H.M, vt G.P, ad G.k, ſic G.H. ad G.M, & viciſſim vt G.P. ad G.H, ſic G.k. ad G. M, & rurſus vt G.P, ad G.H, ſic [h] G.A, ad G.C. eſt vt tota G. A. ad totum G.C. ſic pars G.k. ad partem G.M. & proinde rurſus eſt reliqua k. A. ad reliquam [i] M.C. vt tota G.A. ad totam G.C, vel vt ablata G.k, ad ablatam G. M. & viciſſim k. A. ad G. k, vt M. C. ad G.M. vel inuertendo [l] G.k, ad k.A, vt G.M. ad M. C. Verùm ex præcedenti 5. propoſitione eſt L.P, ad P.k, vt G.k, ad k.A. Eſt itaque rurſus L.P, ad P k, vt G.M, ad M.C. Atque ex eadem vt L.I, ad I.k, ſic G.k, ad k.C. Habemus ergo duas lineas C.G. & L.k, in quibus vt G. k, ad k.C. ita L.I, ad I.k. & rurſus vt G.M, ad M.C. ita L.P, ad P.k. & proinde vt antecedens G.C. ad conſequentes G. k. & M.C. ſic [m] antecedens L k, ad omnes conſequentes L.I, & P.k, & proinde eſt [g] G. C. ad reliquum k.M. vt L.k. ad reliquum I.P, vel eſt ſemiſſis G.k, ad k.M. hoc eſt [b] G.P. ad G.H, hoc eſt [h] G.A, ad A.C, vt ſemiſſis L.I. ad I.P, quod prius fuerat concluſum.

Iam eodem prorſus artificio oſtendam E.X. eſſe ad X.B, vel S.Y, ad Y.N, vt G.k. ad k A. Ita vt quod probetur de illis, itidem de his conſequatur. Quoniam verò eſt L. I. ad I.P, vt G.A, ad A.C. coniungendo eſt [n] L.P, ad I.P, vt G.C. ad A.C. & conuertendo [l] eſt I.P, ad L.P, vt A.C, ad C.G, ſed rurſus eſt [o] L.P, ad P.k, vt G k, ad k.A. Eſt ergo I.P, ex æquo [e] ad P.k, vt C.A, ad A.k. Ratio autem I.P, ad P.k, componitur [p] ex ratione I.P, ad P.L, & ratione L.P, ad P.k, nempè ratio extremorum ex rationibus intermediorum. Ergo componitur quoque ex æqualibus alijs rationibus, nimirum ex ea quam habet C.A, ad C.G, & ex ea in qua eſt G.k, ad k A. Quod ſecundo concludebatur.

Hoc autem etiam demonſtratum cenſetur de X.B, ad B.Q, & Y.N, ad N.O, & quibuſlibet alijs ſimilibus, quòd paribus rationibus componantur, vt vult corollarium:

a ad 17. & 18. definit. de conoidib. & ſphær.

b vt lemmate præced. oſtendimus.

c per 12. l. 1.

d per 2. & 4. l. 6.

e per 22. l. 5.

f per 35 li. 1. conic.

g per 33. eiuſdem l. 1. conic.

h per lemma præced.

i per 19 l. 5.

l per corell. 4. l. 5.

m per 1. l. 5.

n per 18. l. 5

o per 5. prop. præced.

p ex definit. l 6 oſtenditur à Regiomontano l 1. μηχανικῶν συμμίξεως, & à nobis lemm. 2. ad 4. l 2. de ſphæra & cyl.

nempè lineas omnes ductas inter maiorem & minorem ſectiones, parallelas axi K.I. diuidi à media in paribus rationibus, compoſitis nimirum ex duabus C.A. ad C.G. & G.K. ad K.A.

Ὑπόμνησις.

Meminiſſe hinc foret vſui has 2. concluſiones.

I.

Rectam lineam plures ſimul tangere poſſe ſimiles ſectiones ab eodem puncto eductas, & quarum baſes abeunt in rectam lineam.

Tangit enim G.Z. tres propoſitas ſectiones parabolicas ſimiles.

II.

Si duarum linearum ſectarum quælibet fuerit tota ad aliquam, vel aliquot ſui partes, vt tota alia ad aliquam, vel aliquot ſui partes, fore quoque ad reliquam ſui partem, vt alia eſt ad reliquum ſui.

Etenim hoc concluſimus de lineis C.G, & K.L. ſimiliter ſectis in punctis M. & K. cum P. & I.

PROP. VI.

THEO. VI.

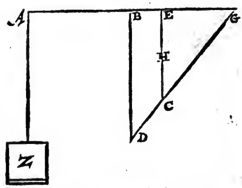
Intelligatur verò quod eſt, hoc vnum iam contemplandum & conſpiciendum in ſtatu recto ad horizontem, & in linea A.B. Poſtea quæ ſunt ad partes D. ſupponantur deorſum, quæ verò in oppoſitum tendunt, ſurſum. Triangulum verò B.D.G. ſit rectangulum rectum, habens ad B. angulum, & latus B.G. æqualem dimidio ſtateræ. Manifeſtum, quòd exiſtente A.B. æquali ipſi B.G. ſi ſuſpendatur triangulum à punctis B.G. ſuſpendatur verò & aliud ſpatium Z. ab altera parte ſtateræ iuxta A. & æquiponderet ſpatium Z. à puncto A. ſuſpenſum, cum triangulo P.G.D. ſic exiſtente vt nunc iacebat: Dico ſpatium Z. trianguli B.G.D. tertiam partem eſſe.

ΠΡΟΤΑ. ϛ.

ΘΕΩΡ. ϛ.

Νοείσθω δὲ ὅτι ἐστὶν, τὸ ἐν τῇ θεωρείᾳ προκείμενον ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καὶ τὰς α.β. γραμμᾶς· Ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ δ. κάτω νοείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ β.δ.γ. τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὰν β. γωνίαν, καὶ τὰν β.γ. πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. Δῆλον ὅτι ἴσης οὔσης τᾶς α.β. τῇ β.γ. κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν β.γ. σημείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ ζ. ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. κρεμάμενον τῷ β.γ.δ. τριγώνῳ οὕτως ἔοντι ὡς νῦν κεῖται, φαμὶ δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ β.δ.γ. τριγώνου μέρος τρίτον εἶναι.

ΥΠΟ.



ΠΡΟΘ. Sit iugum ſtateræ A. G. cuius ſemiſſem B.G. occupet latus trianguli B.D.G. ſtet verò B.G. rectum ad Horizontem,& cætera ponantur,vt proponitur.

ΚΑΤΑ. Secetur[a] B. G. in E. ita vt ſit E. G. dupla B.E, vel B.E. tertia pars radij B.G. vel A.B. & ducatur[b] E.C. ipſi B.D. parallela, ſeceturque[c] bifariam in H. quod ſit[d] centrum grauitatis trianguli B.D.G.

ΑΠΟΔ. Quoniam triangulus B. D.G. toti radio B.G. affixus æquiponderat cum Z. idem appenſus à puncto E. è puncto H. cum eodem Z. æquiponderabit.[e] Et proinde ſe habet[f] ad pondus Z. vt A.B. radius ad B.E. radium, hoc eſt, triplus eſt ſpatij Z. quod fuit probandum.

[a] per 9. l. 6.
[b] per 31. l. 1.
[c] per 10. l. 1.
[d] per 2. lemma ad 15. l. 1. de æquip.
[e] per theorema quod ad finem l. 1 de æquipõd.
[f] per 6. vel 7. lib. 1. de æquipond.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

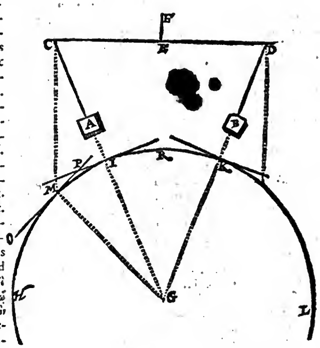
Concludere etiam poſſumus exiſtente Z. tertia parte trianguli B. D. G. vice verſa æquiponderare, ſi ſteterint vti aſſumptum eſt.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non æquiponderant, inclinentur ad Z. & à Z. auferatur exceſſus, quò reſtituatur æquipondium.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Tunc reliquum quod æquiſtat in æquilibratione tertia pars eſt trianguli B.D.G, ſed & totum Z. etiam tertia pars eſt eiuſdem trianguli. Sic ergo pars eſt æqualis toti. Quod ſi inclinatio fiat ad triangulum, addatur aliquid ad Z. vt fiat æquamentum, & ſit totum compoſitum Z. tertia pars trianguli. Sic rurſus continget abſurdum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in demonſtratione huius propoſitionis hæc verba habet, ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων ἐξ ὧν σαμείων καταστᾶθεν μένει ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμάστου, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου, ac ſi quod ſuſpẽderetur, numquam mouere deſiſteret, quoad in eadem perpendiculari conſtituerentur punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis rei ſuſpenſæ. Perpendicularem autem illam, vel interpretari poſſumus ad iugum ſtateræ, vel ad lineam tangentem ſuperficiem terræ in puncto, per quod ipſa tendens ad centrum terræ, terram primùm attingit. Sit v.g. trutina C.D. à qua appendantur pondera A. & B. quæ tendant ad centrum terræ G. Sit autem ſuperficies telluris H. I. k. L. lineæ verò ſecundum quas grauia deorſum feruntur, ſint C. I. G, & D.k.G. Ipſæ quidem lineæ perpendiculares ſunt[a] ad eas quæ terram tangunt in I. & k. ſed non ad trutinam C. D. ne trianguli C.G.D. tres anguli maiores ſint[b] duobus rectis. Ad trutinam ergo C.D. perpendiculares ponantur C. M. & D.N. Non parum verò intereſt de vtriſnam harum perpendicularium loquatur Archimedes. Nam ſi de primis illis C.I. & D.k. illi ſermo ſit, eius axioma conſtare poteſt. In ipſis etenim reperiuntur, & ſuſpenſionum puncta C. & D. & centra grauitatum ponderum A. & B. Verùm ſi de alijs loquitur, nempè rectis ad C.D. quas & ad Horizontem rectas adſeuerat: ῥέποντι δὲ (inquit) ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾷ α. γ. ἐν ταῖς ὀρθαῖς ἐπιπέδοις ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα: quorum vtriuſque ſunt quæ decoquant fidem.[c] Etenim neque puncta ſuſpenſionum & grauitatum centra reperi-



tione & interiori iudicio examinata ad nos traduxit, vt videatur addidiſſe ſenſibilibus radijs intellectualem aginam, nec quicquam oculis vel manu detexiſſe, quod ratiocinationis pondere non determinauerit, quinimo hic quod μηχανικὸν *vocat, ſcrupulo etiam geometrico additum traditur. Memini me alio loco de mathematica analyſi loquutum eſſe, & hanc aliam ſoluendorum problematum methodum antiquis notiſsimam, vix nobis adumbrata quadam luce obortam monuiſſe. Equidem Archimedes vtriuſque nobis exemplar reliquit: prioris nimirum mechanicæ hîc luculentiſsimum, poſterioris vero analyticæ plurima, potiſsimũ 2. libro de Sphæra & Cylindro. Vtraque autem methodus multa habet communis artificij. Quandoquidem ex prima numeris, ponderibus, & lineis ac ſuperficiebus ad amuſsim diductis, reſectis, & coniunctis res expiſcatur, & quod oculis deprehenditur poſtea in ratione vniuerſali diſquiritur. Ex ſecunda itidem numeris qui familiares ſunt ſenſibus propoſitum perbellè diducitur ab effectis, qui ex cauſis admiſsis erui poſſunt, dijudicatur: tandem conſequentijs ſtatuuntur, quæ ex alijs quam ex ſuppoſitis principijs non pendebant. Antiqui etenim Philoſophi cauſas rerum indagantes, cum innumeris pene anxietatibus inuolutas vix eas explicarent, effectus adorti ſunt, cumque proprietates & affectiones ab antecedentibus principijs non eruerent, à conſequentibus effectis eas mutuati ſunt. Apud Pappum huiuſmodi analyſes paſsim inuenies: interim Archimedem Mechanicum tum Geometram admittamus, audiamus.*

AP-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ.

εὖ πράττειν.

Ἀκέσας Κώνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι λείπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τινὰ δὲ Κώνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι, καὶ γεωμετρείας οἰκεῖον εἶμεν, τῶ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλου τῶ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός. Ἐπεχειξάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι γράψαντες ὡς Κώνωνι γράφειν ἐγνωκότες εἶμεν γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρείαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλου τμήματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον·

ARCHIMEDES DOSITHEO

beneagere.

CVM audiiſſem defunctũ eſſe Cononẽ, qui nobis reliquus erat in amicitia, tibique admodum fuerat familiaris, putà in Geometria maximè verſatus, virum quidem mortuum amarè planxi, vt amiciſſimum, & hominem in Mathematicis planè mirabilem. Atque tunc derepente ſtatui mittere ad te, ſicuti antea ad Cononem ſolebam, geometricum theorema, quod nemo quidem priùs eſt contemplatus, nunc verò à nobis oſtenditur, mechanicè quidem primo inuentum, deinde & geometricè demonſtratum. Nonnulli ante nos qui Geometriam tractare nouerint, conati ſunt ſcribere quomodo poſſibile eſſet circulo vel circuli ſegmento dato inuenire ęquale rectilineum:

& poſtea tentarunt quadrare ſpatium ſub totius coni ſectione & recta linea comprehenſum, incertæ fidei lemmata aſſumentes, quæque à multis non inuenta, damnata ſunt. Cæterum qui ſtatuerit quadrare portionem rectanguli coni ſectione comprehenſam, neminem ſcimus. Hoc verò à nobis iam tandem inuenitur. Demonſtratur [a] enim quod omne ſegmentum comprehenſum ſub recta & rectanguli coni ſectione ſeſquitertium ſit trianguli baſim habentis eandem & æqualem altitudinem cum ſegmento: aſſumpto [b] ſcilicet lemmate ad hoc demonſtrandum: quod poſſibile ſit inæqualium ſpatiorum exceſſum quo maius excedit minus, toties componere, vt ipſum excedat quodcumque propoſitum ſpatium. Vtebantur & illi ſuperiores geometræ eodem lemmate. Etenim per hoc axioma demonſtrarunt [c] omnes circulos rationem habere inter ſe duplicatam ſuarum dimetientium: Et ſphæras [d] habere inter ſe rationem triplicatam ſuarum diametrorum: Adhuc & omnem pyramidem [e] tertiã partem eſſe priſmatis eandem baſim cum pyramide, & æqualem altitudinem habentis. Et præterea [f] omnem conum tertiam partem eſſe cylindri eandem habentis baſim cum cono, & parem altitudinem. Ita hoc aſſumentes lemma, ſcripſerunt. Contigit verò

[a] prop. 17. & 24. huius.

[b] Hoc demonſtrauimus lemmate 1. libri de lineis ſpiralibus.

[c] prop. 2. l. 12.

[d] prop 18. l. 12.

[e] prop. 7. l. 12.

[f] prop. 10 l. 12.

καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας, τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, ὅπερ αὐτοῖς ὑπὸ τῶν πλείστων οὐχ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθεν. Τὸ δὲ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμῆμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν προτέρων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα. Ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμήματι· λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμέναν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου· Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι· Τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν, αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· Καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς ἀλλήλους τῶν διαμέτρων. Ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ὁμοίως τῷ προειρημένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγραφον. Συμβαίνει

τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τῷ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἄρτι δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτου ἀναγομένων τῶν ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδομένων. Ἀναγράψαντες οὖν αὐτῶ τὰς ἀποδείξεις ἀποστέλλωμεν πρᾶτον μὲν ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρείαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

vero vt vnumquodque ex his demonſtratis theorematibus, non minus fidei quàm ipſummet lemma, nactum ſit. Nuper vero in ſimilem fidem adduximus ea quæ à nobis data ſunt. Cum itaque huiuſce theorematis demonſtrationes ſcripſiſſemus, mittimus primum quidẽ quemadmodum mechanicè cognitæ ſint: poſtea verò qua ratione geometricè fuerint oſtenſæ. Prǽſcribuntur etiam & elementa conica quæ demonſtrando vſui ſunt. Vale.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὡς ἦν ἔτι λείπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, &c. Hoc de loco ad me aliquando reſcribens linguæ Græcæ pater Caſaubonus, vix poſſum (inquiebat) adduci vt ita ſcripſiſſe Archimedem credam: quæ enim iſta lectio eſt? Profecto ne Siculi quidem bubulci ſic loquerentur, nedum hic vir talis ac tantus. Deinde manifeſto corruptum eſt quod ſequitur, ἐνὰ δὲ Κόνωνος. Vtinam eſſet tam facile verum inuenire quam falſum arguere. Viderem eiuſmodi aliquid ſcripſiſſe ὃς ἂν ἔτι λείπων τῶν ἐν Ἀσίᾳ φίλων σὺ δὲ Κόνωνος, &c. Vel, τῶν ἐν Σάμῳ φίλων, quia Samius hic Conon fuit. Sed hæ coniecturæ admodum incertæ. At σὺ, omnino reſtituendum, & inde pendet tota ſententia. Sunt & alia menda in hoc proœmio. Nam poſt ἀποστεῖλαι, deeſt neceſſarium verbum ἐστι. Et pro ὡς Κόνωνι malim ἂν Κόνωνι. Aliquanto poſt ὑφ' αὐτοῖς ἐπὶ τῶν πλείστων οὐχ ἐνεστακόμενα ταῦτα κατηγοροῦσιν, hæc quoque mendoſiſſima ſunt. Nihilominus communem lectionem retinui, quam lector ſagax ſi viderit ex prudentis & in helleniſmo exercitatiſſimi viri coniecturis reſtituet. Nos non tam verba ſcrupuloſè quærimus, quam ſenſum inueſtigamus, & demonſtrationes profitemur. Adhuc variant manuſcripti codices in his verbis vulgaris lectionis, ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τῷ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων, πεπιστευκέναι, & ſic legunt, ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τῶν ἄνευ τούτου λήμματος, &c. cuius ſenſus eſt: vnumquodque ex his theorematibus non minus fidei eſſe conſequutum, quàm ea quæ ſine hoc lemmate ſunt demonſtrata: quem quidem hic, quia non quadrat, reiecimus, verbaque trita retinuimus. Cæterum hinc modum, viam ac rationem eruemus qua in propoſiti vel problematis vel theorematis cognitionem deueniamus. Veritatem enim propoſitionis, ſi prima fronte non pateat, craſſa primùm Minerua experimur & mechanicè: quam vbi deprehendimus, methodum inueſtigamus rationabilem & ſcientia dignum, nec à Mathematicis abhorrentem, qua eam aliis denuò oſtendamus & perſpicuam faciamus. Vnde rurſus animaduertere eſt Geometras non cauſis rei vti, ſed cauſis quibus res cognoſcitur. Satis enim illis eſt, ſi rem ita eſſe demonſtrarint, nec quo pacto res ſit, quærunt. Integrum itaque artificium perquirendi theorematis obſcuri ac difficillimi, hoc opere perſequamur, μηχανικὸν prius, tum ἀποδεικτικόν, vt diximus latiùs in procœmio. Ad rem veniamus.

PROP. I.

THEOR. I.

Si fuerit rectanguli coni ſectio, in qua A. B. G. & linea B. D. paralella diametro vel ipſa diameter, tùm linea A. G. parallela ei quæ tangit ſectionem coni in puncto B. æqualis erit A. D. ipſi D. G. & ſi æqualis fuerit A. D. ipſi D. G. parallelæ erunt tùm A. G. tum ea quæ coni ſectionem tangit in B.

ΠΡΟΤ. Α.

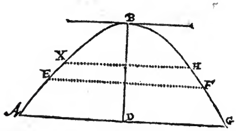
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἐφ' ἇς ἁ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ἴσα ἔσται ἁ α. δ. τᾷ δ. γ. κἂν ᾖ ἴση ἡ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅτε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ·

Hanc propoſitionem non ſolùm demonſtrauit [a] Apollonius, aut potius eius nomine Archimedes: ſed præterea oſtendit lineam B.D. ſecare bifariam quotquot lineas duxeris ordinatim in ſectione, ſeu tangenti parallelas, cuiuſmodi ſunt K. H. & E. F. Porro hæc verba κἂν ᾖ ἴση ἡ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅτε α. γ. καὶ ἁ κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. deſumpſi ex manuſcripto, quæ deſunt in impreſſo.

[a] prop. 46. l. 1. & 5. l. 2 Conic.



PROP. II.

THEOR. II.

Si fuerit rectanguli coni ſectio A. B. G. fuerit verò recta B. D. vel parallela diametro vel ipſamet diameterus: tum linea A. D. G. parallela lineæ tangenti ſectionem rectanguli coni in puncto B. demum linea E. G. coni ſectionem tetigerit in G. erunt B. D, B. E. æquales.

ΠΡΟΤ. Β.

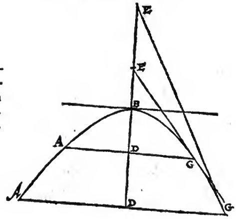
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α. β. γ. ἡ δὲ ἁ μὲν β. δ. παρὰ τὰν μὲν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἁ δὲ α. δ. γ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ε. γ. τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ γ. ἐσσοῦνται αἱ β. δ, β. ε. ἴσαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc rurſus non ſolum demonſtratur [a] in conicis elementis, ſed prætcrea quamcumque lineam quæ tangat parabolem & conueniat cum diametro, aut cum linea diametro parallela, partem æqualem à vertice ſectionis, ei quæ à vertice eſt ad lineam ordinatim ductam intra ſectionem, à puncto contactus.

[a] prop. 35. l. 1.



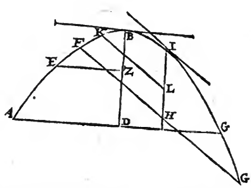
ΠΡΟΤ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΩΡ. Γ. — THEOR. III.

Εἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ α.β.γ. ἡ δὲ β.δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἁ διάμετρος, καὶ ἀχθῶντι τινὲς αἱ α.δ, ε.ζ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται ὡς ἁ β.δ. μήκει ποτὶ τὰν β.ζ. οὕτως δυνάμει ἁ α.δ. ποτὶ τὰν ε.ζ.

Si fuerit rectanguli coni ſectio A. B. G. linea vero B. D. vel paralella diametro vel ipſamet diametrus, & ducantur quædam rectæ A. D, E. Z. paralellæ tangenti ſectionem coni in B. erit vt B. D. longitudine ad B. Z. ſic potentia linea A. D. ad lineam E. Z.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



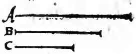
Subiungit Archimedes ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις, quibus argumentum rurſus præbet opinionis quam antea inueximus, nempe ipſum authorem eſſe conicorum Elementorum. Quoniam enim hæc 3. θεωρήματα illo opere demonſtrauerat, ab eorum repetita demonſtratione ſuperſedit. Aliorum autem inuenta eſſe vel præcedentium geometrarum nullo modo ſignificat, quod tamen ſolet vbi antiquiorum demõſtratis initiatur. Quicquid ſit: cum Archimedes aliquot ſeculis Apollonium præceſſerit, liquido patet Elementa conica aut Apollonio vetuſtiora, aut eum non eſſe omnium habendum inuentorem. Porro habetur [b] & hoc theorema demonſtratum in conicis elementis. Nec nos mouere oportet quod illic elementorum hypotheſis ſit duntaxat de diametro ſectionis, non de parallela diametro. Valet enim pro vtraque demonſtratio. Nam etiam parallela diametro, diameter eſt ſuæ ſectionis. Tangat enim expoſitam ſectionem linea in I. & à puncto I. parallela diametro B, D. demittatur I.H. quæ bifariam diuidat F. G. parallelam tangenti in I. cui rurſus æquidiſtans ſit K. L. Erit [c] paraboles F. I. G. diameter I.H. & F.H. atque K. L. ordinatim applicabuntur, eritque [b] rurſus I.H. ad I.L. longitudine vt F. H. ad K. L. potentia.

[b] prop. 20. l. 1. Conic.

[c] per 10. 12. 16. definit l. 1. Conic.

ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint tres lineæ, quarum prima ſit ad ſecundam potentia, ſicuti eſt ad tertiam longitudine, erunt tres illę lineæ proportionales.



ΥΠΟΘ. Sit quadratum A. ad quadratum B. vt A. linea eſt ad lineam C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. C. eſſe proportionales.

ΑΠΟΔ. Quoniam quadratum A. eſt ad quadratum B. vt A. eſt ad C. ſequitur [a] A. eſſe ad C. in duplicata ratione eius quam idem A. habet ad B. Sed ratio A. ad C. componitur [b] ex rationibus A. ad B. & B. ad C. cum B. ſit inter A. & C. proinde compoſita ratio eſt dupla alterius componentium, & ſequitur ambas componentes eſſe æquales. Et proinde vt A. eſt ad B. ſic B. eſt ad C. quod vult lemma.

a per 20. l. 6
b per lemma 2. ad 4 l. 2. de ſph. & cylind.

PROP. IV.

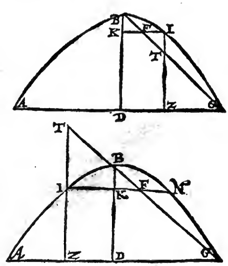
THEOR. IV.

Sit portio contenta ſub recta & rectanguli coni ſectione, A. B. G. agaturque linea B. D. è medio lineæ A. G. parallela diametro, vel ipſa ſit diametrus tum recta B. G. iuncta producatur: ſiquidem demittatur aliqua alia purà Z. T. parallela ipſi B. D. ſecans vtramque rectarum A. G. & B. G. candem habebit rationem Z. T. ad T. I. quam D. A. ad D. Z.

ΠΡΟΤ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Εςω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α. β. γ. ἁ δὲ β. δ. ἀπὸ μέσας τᾶς α. γ. παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ β. γ. εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· εἰ δὲ καταχθείη τις ἄλλη ἁ ζ. θ. παρὰ τὰν β. δ. τέμνουσα ἑκατέραν τὰν α. γ. καὶ γ. β. εὐθεῖαν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ζ. θ. ποτὶ τὰν θ. η. ὃν ἁ δ. α. ποτὶ τὰν δ. ζ.



ΥΠΟΘ. Caſus lineæ T. Z. poteſt eſſe duplex: ſcilicet vt ſecet B. G. intra portionem, vel extra.

ΣΥΜΠΕ. Quicumque caſus ſit eſt Z. T. ad T. I. vt A. D. ad D. Z.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea I. K. in diametrum B. D. parallela baſi A. D. quæ ſecet B. G. in F.

ΑΠΟΔ. Vt eſt B. D. ad B. K. longitudine hoc eſt [c] G. B. ad B. F. ſic eſt [d] D. G. ſeu A. D. ad I. k. ſeu [e] ad Z. D. potentia. Atqui vt eſt G. D. ad D. Z. potentia ita eſt [e] G. B. ad B. T. potentia. Ergo vt G. B. ad B. F. longitudine, ſic eſt G. B. ad B. T. potentia: propterea G. B, B. T, B. F. ſunt [f] proportionales. Atque hæc ſunt vtrique accidenti communia, quæ ſequuntur paululum diuerſa ſunt. In primo quidem cum tota G. B. ſit ad totam B. T. vt pars B. T. ad par-

c per 2. & 4 l. 6
d per 20 l. 1. Conic.
e per 34 l. 1
f per præced. lemma.

tem B.F. reliqua G.T.eſt[a] ad reliquam T.F.vt tota G.B.ad totam B.T. In ſecundo verò:quoniam G.B.eſt ad B.T. vt B.T.ad B.F. erit inuertendo[b] B.T.ad B.G, vt B.F.ad B.T. Et componendo[c] tota G.T.erit ad B.G, vt tota F.T.ad B.T. & permutando[d] erit T.G.ad T.F,vt B.G,ad B.T. Atqui vtrobique vt B.G.ad B.T.ita[e] G.D.ad D.Z. Ergo G.T.eſt ad T.F.vt G.D.ad D Z. Sed rurſus vt G.T. ad T.F.ſic eſt[e] Z.T.ad T.I. Ergo vt D.G.vel æqualis A.D.ad D.Z.ſic eſt[f] Z.T.ad T.I..vt vult propoſitio.

a per 19.li.5
b per coroll. 4 l.5.
c per 18 l 5.
d per 16 l 5.
e per 2. & 4.l 6.
f per 11 l 5.

PROP. V.

THEO. V.

Sit portio contenta ſub recta, & rectanguli coni ſectione A.B.G. & à puncto A. ducatur[g] parallela diametro, Z.A. à puncto verò G.[h] tangens coni ſectionem in puncto G. quæ ſit G.Z. Siquidem aliqua recta ducatur in triangulo Z.A.G. parallela ipſi A.Z. In eadem ratione ipſa ducta ſecabitur à ſectione rectanguli coni, ac linea A.G.ab ipſa ducta proportionaliter. Similis verò rationis erit portio lineæ A.G quæ eſt ad A.portioni ductæ lineæ quæ eſt ab A.

ΠΡΟΤΑ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Ἔστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ α.β.γ. καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ α. παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ζ.α. ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἁ γ.ζ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ζ.α.γ. τριγώνῳ παρὰ τὰν α.ζ. τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τμηθήσεται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἁ α.γ. ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας ἀνάλογον. Ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς α.γ. ποτὶ τὸ α. τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ α.

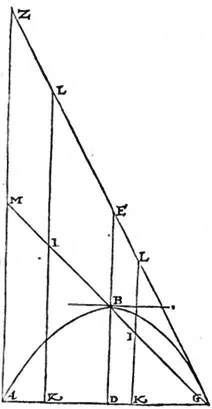
g per 31.l.1.
h per 35 l.1 conic.

ΥΠΟΘΕ. Linea ergo D.E. è medio lineæ A.G vel K.L.inæqualiter ſecans lineam A.G.erigatur parallela lineæ A.Z.perducaturque vſque ad tangentem G.Z.

ΣΥΜΠ. Dico eſſe A.D. ad D.G, vt D.B. ad B.E. vel A.K. eſſe ad K.G, vt k.H. ad H.L. & inuerſim.

ΚΑΤΑ. Producatur recta G.B.M. ſecans lineam K.L.vſpiam in I.

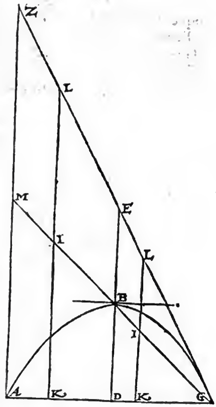
ΑΠΟΔ. Quoniam A.D,D.G.ſunt[i] æquales, tùm D.B. vel diameter, vel parallela diametro, tangens ſectionem in B.ipſi A.G.æquidiſtat[l], & propterea ſunt[m] D.B,B.E. æquales: vt eſt A.D. ad D.G. ſic eſt D.B.ad B.E: ita vt pateat propoſitio quando in æqualia ſit diuiſio baſis. Alias verò, quoniam binæ D.E,k.L. vni diametro ductæ ſunt æquidiſtantes, inter ſe ſunt[n] parallelæ,& ſunt[o] trianguli L.I.G.& E.B.G.inter ſe,aliique duo L.k.G,& E.D.G. inter ſe æquianguli,laterumque proportionalium, & vt B.E,eſt ad I.L. ſic eſt E.G.ad L.G. hoc eſt[o] G.D. ad G.K,vel D.E ad k.L. & permutando B.E,eſt ad D.E,vt I.L.ad K.L. & diuidendo[p] B.E.eſt ad B.D. vt I.L.ad I.k. Erunt[q] itaque L.I,I.k, vt G.D.ad



i ex hypot.
l per 1. huius.
m per 2. huius.
n per 30.l.1
p per 17.l.5
q per 11.l.5.

D.A.& componendo [a] k.L. ad k.I. vt G.A.ad D. A. & viciſſim k.L.ad A.G. vt k.I.ad D.A. Iam verò eadem k.I. eſt [b] ad I.H. vt A.D,ad D.k, & conuertendo [c] H.k. eſt ad I.k. vt k.A,ad A.D. & inuerſim [d] k.I. ad k.H, vt A.D. ad A.k. & permutatim [e] k.I.ad A.D,vt k.H,ad A.k. Sed quia iam probauimus k.L.ad A.G.eſſe ſicuti k.I.ad D.A, eſt [b] ſicut k.L. ad A.G. ſic k.H. ad A.k, & proinde ſic etiam eſt [f] reliqua H.L.ad reliquam k.G, & tandem permutando [e] k.H. ad H.L. eſſe patet, vt eſt A.k. ad k.G. quod fuit demonſtrandum.

a per 18 l. 5. b per præcedentem. c per coroll. 19. l. 5. d per coroll. 4. l. 5. e per 16. l. 5. f per 19. l. 5.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Addere poſſumus, & inuertendo [g] L.H. eſt ad H.k. vt G.k. ad k.A. & componendo L.k. eſt ad H.k. vt A.G. ad A.k.

g per coroll. 4. l. 5.

COROLL. I.

Hinc etiam deducere poſſumus punctum I. quod eſt extra ſectionem, eſſe verticem portionis contentæ ſub recta & rectanguli coni ſectione, quæ educeretur à puncto G. communi cum portione G.B.A, & perficeretur quouſque baſin nanciſceretur lineam G.A. productam verſus A. vltra punctum k. quantum eſt G.k. vt ſic haberet diametrum ſeu axem I.k. Quod vt apertius fiat, præmittatur hoc lemma, quod à Commandino [h] mutuati ferè ſumus.

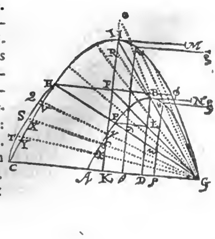
h ad 10. l. 2 de inſident. aqua.

LEMMA.

Si duæ portiones ſimiles punctum vnum in extremo angulo commune habuerint, baſeſque in eadem recta linea, & deſcribantur ita vt altera alteram includat: quæcumque lineæ ducentur à puncto communi ſecantes minorem portionem, & eductæ vſque ad ambitum maioris, omnes ſecentur à minori in eadem ratione, & erit ſicuti vna ad ſui partem portionibus incluſum, ſic ſingulæ reliquarum ad ſingulas ſui partes ſimiliter incluſas.

ΥΠΟΘ. Repetatur portio A.B.G, cuius axis B.D. quæ includatur maiori ſed ſimili portione B.I. C. habente cum priori punctum G. commune, & baſim G. C. cum baſi G.A, in eadem recta. Sit autem maioris axis I.k, & à puncto G. educantur lineæ G.B,I. per verticem B. ad verticem I. (hoc enim fiet. Nam portiones ſunt ſimiles, & propterea diametri B.D, & I.k. æqualibus angulis cadunt [i] in baſes, & ſunt paralleli: Tum eſt I k axis, ad baſim C.G, vel ad ordinatam G. K. vt axis B.D. ad ordinatam D.G, & proinde rectam eſſe G.B.I, fateri oportet, vt abſurdum vitetur [l]): & G. P.H. quà libuerit, ſecantes minorem portionem, & latæ ad maiorem vſque.

i per χόλιον ad 18. defin. lib. de conoid. & ſpher. l contra 2, & 4. l. 6.



ΣΥΜΠ. Dico lineas G.I, G.H, G.C. & quotquot fuerint ſimiliter eductæ, ſecari in eadem ratione totius ad partem incluſam, nempè G.I. eſſe ad I.B, vt G.H, ad H.P, & G.C, ad C.A.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] à puncto H. in I.K. ordinatim linea H.F, & à puncto F. linea F.G. ſecans B.D. axem in L. & iungatur L.P. demum ſint [b] recta latera ambarum portionum B.N, & I.M. *a per 11. l. 1. b per 11. l. 1. conic.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eſt [c] vt I.G. ad B.G. ita G.K, ad G.D, & I.K. ad B.D. Similiter ex ſimilitudine triangulorum, vt I.G, ad B.G. hoc eſt, vt I.K, ad B.D, vel G.K. ad G.D. vel vt earum duplæ G.C. ad G.A. ſic [d] G.F. ad G.L, & I.F, ad B.L. Atqui vt I.K. ad B.D. ita [d] G.k. ad G.D. vel k.C. ad D.A. & permutando [e] vt I.k, ad k.C. ita B.D. ad D.A. Tum quod poteſt C.k. æquale eſt [b] rectangulo ſub k.I, I.M, & quod poteſt D.A. par eſt ei quod comprehenditur ſub D.B, B.N. Proinde I.k, k.C, & I.M. ſunt [f] proportionales: item aliæ tres B.D, D.A. & B.N. etiam inter ſe ἀναλόγως ſe habent. [f] Verùm vt I.k. ad k.C. in primis, ſic B.D, ad D.A. in ſecundis: eſt igitur quoque in illis k.C. ad I.M. vt D.A. ad B.N. Et ex æquo [g] vt I.k. ad I.M. ſic D.B, ad B.N, [g] ἐναλλὰξ [e], vt I.k. ad D.B. hoc eſt, vt I.F. ad B.L. ex mox demonſtratis, ſic I.M. ad B.N. & viciſſim [e] vt F.I, ad I.M. ſic L.B. ad B.N. Cæterum H.F. poteſt [b] comprehenſum ſub F.I, I.M, & item L.P. poteſt [b] contentum ſub L.B, B.N. proinde ſunt [f] illic tres I.F, F.H, & I.M. proportionales, hîc quoque tres [f] B.L, L.P, & B.N. proportionales. Proinde in primis vt I.F, ad I.M. ſic quadratum I.F. ad quadratum F.H, & in ſecundis, vt B.L. ad B.N, ſic quadratum B.L. ad quadratum L.B. Atqui mox dicebamus, vt F.I, ad I.M. ſic L.B. ad B.N. Ergo vt quadratum I.F. ad quadratum F.H. ſic quadratum B.L. ad quadratum L.P, & ex conſequenti [h] vt linea I.F, ad lineam F.H, ſic B.L, ad L.P, & permutando, [e] vt I.F, ad B.L. hoc eſt vt F.G, ad L.G, hoc eſt vt C.G, ad G.A, vel vt I.G, ad B.G, ſic eſt F.H. ad L.P. Et proinde linea G.H, tranſit [i] neceſſario per punctum P. & eſt igitur adhuc G.H, ad P.G, vt G.C, ad G.A, vel vt G.I, ad G.B. Et ex conſequenti [l] vt G.I, ad I.B, reliquam, ſic H.G. ad reliquam & incluſam H.P, & G.C, ad C.A. quod fuit probandum. *c per 2. l. 6. d per 4. l. 6. & per 15. l. 5. e per 16. l. 5. f per 17. l. 6. g per 22. l. 5. h per 11. l. 5. i contra 2. & 4. l. 6. l per 19. l. 5.*

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet apertè propoſitum corollarium. Etenim ſi quis aduerſarius dixerit portionem ſimilem à G. primo eductam, quouſque incidat in baſim duplam baſis G.k. non tranſire per punctum I. oportet fateatur eandem tranſire, vel infra I, vt in R. vel ſupra I. vt in O. & inde ſequetur ductis lineis B.O, vel B.R. rectas eſſe G.B.O. vel G.B.R. contra quam iam demonſtrauimus. Imò hinc deducimus hoc problema.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Data ſectione, maiorem vel minorem ſimilem ſuper eadem recta baſi extenſa, & à puncto communi initio ſcilicet baſis, deſcribere, quouis axe dato, vel qualibet baſe propoſita.

ΥΠΟΘ. Detur portio G.B.A.

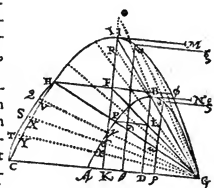
ΣΥΜΠΕ. Dico poſſe dari ſuper eadem G.A, baſi producta, & à puncto communi G. maiorem & ſimilem portionem, tùm minorem, quouis dato axe, vel quauis baſi propoſita.

ΚΑΤΑ. Offeratur portio G.B.A, cuius axis B.D, & baſi G.A, & propoſito quouis axe, nempè k.I, vel quauis baſe G.C. (etenim vel tantum baſis debet proponi, vel duntaxat axis, aut ſimul quidem, ſed in ratione quæ eſt baſis ad diametrum portionis.) Oblato axe producatur G.B, & fiat [m] vt D.B. axis ad axem propoſitum, ſic G.B, ad G.I. Etenim demiſſus ille axis à puncto I. παραλλήλως ipſi B.D, cadet in G.A. alicubi, ne peccetur contra *m per 12. l. 6.*

Geometriam. Aut ſi baſis datur verbi gratia G C. fiat vt G.A, ad G.C, ſic G.B, ad G.I. & à puncto G educantur, quotquot libuerit lineæ, vt punctis apparet in ſchemate, quarum partes incluſæ intra portionem ſint ad totas, vt G.A, ad G.C, vel vt B.D, ad I.K, & tandem iungantur linea curua extremitates eductarum: deſcribetur enim portio ſimilis datæ. Quod ſi negetur & dicatur eijci portionem v.g. ab H. ad C. per puncta Q. S.T, educantur lineæ G.Q, G.S. & G.T.

a proximo lemmate. ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ex demonſtratis a prius Q.G, eſt ad γ G, vt G.C, ad G.A, vel G.Q, ad Q.γ, vt G.C, ad C.A. Atqui vt G.C, ad G.A, ſic fecimus G.V, ad G.γ: vel G.V, ad V.γ, vt G.A, ad A.C. Ergo inæquales Q.G, & V.G, eandem habent rationem ad eandem γ.G, vel ad vnam V.γ. contra Geometriæ decreta. Idem concludetur de reliquis G.S, & G.T, ad δ.G, κ G, vel ad X.δ, & Y.κ, ac de alijs quibuſlibet. Non poteſt ergo trãſire portio, niſi per ductas extremitates; Cæterum ſi minor fuerit deſcribenda, vt data portione C.I.G, quæratur A.B.G, ſuper baſi A.G: ductis à puncto G. lineis, quæ ſunt in figura, & omnibus ſectis, vt eſt G.A, ad A.C, his ſectionibus tranſibit neceſſario [illegible] portio quæ quærebatur.

COROLLARIVM II.



Hinc quoque deducitur, quamlibet lineam eductam à puncto G. ſecare, à portionibus propoſitis, ſimiles portiones: ſcilicet lineam G.P.H, reſecare portionem G.ν.P, in minori, ſimilem portioni G.ω.H, in maiori.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ductis harum portionum diametris π.ν, & λ.ω, nempè totis D.B, & k.I, parallelis. Tum
b ex corol. 1 lemma 2. ad 4. de conoidib. & ſphær. facto quod b ſicuti eſt quadratum G.ρ, ad quadratum G.π, ſit ita B.N, ad H.E, & quemadmodum eſt quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, ita ſit I.M, ad ω.ζ, vt ſint ω.ζ, & ν ξ, lineæ, iuxta quam poſſunt, quæ in portionibus G ν.P, & G.ω.H, ordinatim ducuntur, ſic argumentamur.

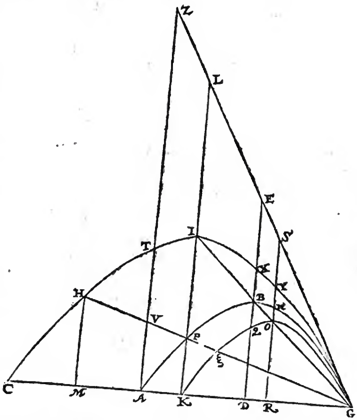
c per 4. & 22. l. 6. ΑΠΟΔ. Ex triangulorum G.ω ρ, & G.λ.θ, ſimilitudine c, vt eſt quadratum G.ρ, ad G.π,
d per 15. l. 5 ſic eſt quadratum G.θ, ad quadratum G.λ, ſcilicet ſic eſt I.M, ad ω.ζ, ſicut B.N. ad ν.ξ. Atqui ex mox demonſtratis, eſt G.H, ad G.P, vt G.C, ad G.A. Semiſſis itaque d G.λ, eſt
e per 16. l. 5 ad ſemiſſem G.π, vt dimidia C.k, ad dimidiam A.D, & viciſſim e G.λ, ad C.k, vt G.ω, ad
f in lemmate prox. A.D. Atqui oſtendimus f C.K, eſſe ad I.M, vt A.D, ad B.N. Tum fecimus I.M, ad ω.ζ,
g per 22. l. 5 vt B.N, ad ν.ξ. Ex æquo g ergo in primis eſt G.λ ad ω.ζ, ſicuti in ſecundis G.π, ad ν.ξ. Ve-
h per 11. l. 1 conic & 17 l. 6. Elem. rum ſunt proportionales h tres ω.λ, λ.G, & ω.ζ. Tum tres proportionales ν.π, π.G, & ν.ξ. h Ergo quia G.λ, eſt ad ω ζ. vt G.π, ad ν.ξ, eſt quoque prima ſeu diameter ω.λ, ad λ.G. hoc eſt ad totam baſim H.G, vt prima ſeu axis ν π, ad ſecundam π.G, ſeu ad totam baſim P.G
i per 29. l. 1 & anguli quos diametri cum baſibus efficiunt, ſunt i æquales. Quare portiones H.I.G,
l ex Apoll. ad definit. 17 & 18 de conoid. & ſphær. & P.H.G, ſunt ſimiles. l

COROLL. III.

Repetito rurſus diagrammate propoſitionis 5. præcedentis, & deſcripta m portione ſimili portioni A.B.G, axe dato I.k; quæ ſit C.I.G, extra portionem datam A.B.G, tum
m per problema præc. alia m ſuper baſi G.k, ſimili quoque datæ, & intra eandem datam A.B.G, hoc concludimus.

ΣΥΜΠ. Nempè L.I. eſſe ad I.P. vt G.A, ad A.C. & rurſus I.P. eſſe ad P.k. vel X.B. ad B.Q, vel Y.N, ad N.O. & quotquot ducentur inter portiones maiorem & minorem,

parallelæ axi I.k,dirimi à media portione,in ratione compoſita ex ea quam habet A.C. ad C.G.& ex ea quæ eſt baſis G.k,ad partem K.A.



ΚΑΤΑ. Sint ergo deſcriptæ portiones C.I.G.maior,& K.O.G.minor, ſimiles ambæ datæ A.B.G, & manente tangente G.Z.lineiſque A.Z,K.L,& D.E. producatur R.O.S. in qua eſt O.R. diameter minoris portionis parallela neceſſario diametris præcedentibus K.I,& D.B,ob ſimilitudinem *a* portionum. Demum ductis lineis I.G. traſeunte neceſſario per B. & O.*b* Tum G.P.H. & perpendiculari *c* H.M.ſic ratiocinamur.

ΑΠΟΔ. Linea G.Z.tangit ex hypotheſi propoſitionis 5. præcedentis portionem G.B.A. imò etiam reliquas. Nam quoniam lineæ K.L, E.D,& S.R. ſunt parallelę, trianguli G.B.D,& G.I.K, ſunt ſimiles *d*, itemque duo G.B.E,& G.I.L.aſſimilantur: *b* Quare vt D.B,ad k.I.ſic eſt G.B,ad G.I,& vt G.B, ad G.I,ſic quoque eſt B.E. ad I.L. Ex æquo itaque vt D.B,ad k.I.ſic eſt *e* B.E. ad I.L, & viciſſim D.B, ad B.E, vt k.I,ad I.L, ſcilicet vt k.I.eſt *f* æqualis ipſi I.L.ſic D.B. par eſt alteri B.E. Idem oſtendetur de R.O,O.S. Et ex conſequenti linea G.Z, *tangit g has tres portiones.* Quoniam itaque ex triangulorum G.P k,& G.H.M, vt G.P,ad G.k,ſic G.H.ad G.M,& viciſſim vt G.P.ad G.H,ſic G.k.ad G.M,& rurſus vt G.P,ad G.H,ſic *h* G.A,ad G.C. eſt vt tota G. A.ad totum G.C. ſic pars G.k.ad partem G.M.& proinde rurſus eſt reliqua k.A.ad reliquam *i* M.C. vt tota G.A.ad totam G.C, vel vt ablata G.k, ad ablatam G.M. & viciſſim k.A. ad G.k, vt M.C. ad G.M.vel inuertendo *l* G.k, ad k.A, vt G.M.ad M. C. Verùm ex præcedenti 5.propoſitione eſt L.P, ad P.k, vt G.k, ad k.A. Eſt itaque rurſus L.P,ad P k,vt G.M,ad M.C. Atque ex eadem vt L.I,ad I.k,ſic G.k,ad k.C. Habemus ergo duas lineas C.G.& L.k, in quibus vt G.k.ad k.C.ita L.I,ad I.k. & rurſus vt G.M,ad M.C.ita L.P, ad P.k. & proinde vt antecedens G.C.ad conſequentes G. k.& M.C.ſic *m* antecedens L k,ad omnes conſequentes L.I,& P.k,& proinde eſt *g* G. C.ad reliquum k.M.vt L.k.ad reliquum I.P,vel eſt ſemiſſis G.k,ad k.M.hoc eſt *b* G.P. ad G.H, hoc eſt *h* G.A, ad A.C, vt ſemiſſis L.I. ad I.P, quod prius fuerat concluſum.

a ad 17. & 18. definit. de conoidib. & ſphær.
b vt lemmate præced. oſtendimus.
c per 12.l.1.
d per 2. & 4.l.6.
e per 22.l.5.
f per 35.li.1. conic
g per 33. eiuſdem l.1. conic.
h per lemma præced.
i per 19 l.5.
l per coroll. 4.l.5.
m per 1.l.5.

Iam eodem prorſus artificio oſtendam E.X.eſſe ad X.B, vel S.Y, ad Y.N, vt G.k. ad k A. Ita vt quod probetur de illis,itidem de his conſequatur. Quoniam verò eſt L. I.ad I.P, vt G.A, ad A.C. coniungendo eſt *n* L.P, ad I.P, vt G.C.ad A.C. & conuertendo *o* eſt I.P, ad L.P, vt A.C.ad C.G, ſed rurſus eſt *o* L.P, ad P.k, vt G k, ad k.A. Eſt ergo I.P,ex æquo *e* ad P.k,vt C.A,ad A.k. Ratio autem I.P,ad P.k,componitur *p* ex ratione I.P,ad P.L, & ratione L.P, ad P.k, nempè ratio extremorum ex rationibus intermediorum. Ergo componitur quoque ex æqualibus alijs rationibus, nimirum ex ea quam habet C.A, ad C.G, & ex ea in qua eſt G.k, ad k A. Quod ſecundo concludebatur.

Hoc autem etiam demonſtratum cenſetur de X.B,ad B.Q, & Y.N,ad N.O, & quibuſlibet alijs ſimilibus, quòd paribus rationibus componantur, vt vult corollarium:

n per 18.l.5
o per 5.prop. præced.
p ex definit. l 6 oſtenditur à Regiomontano l 1. μεγάλης συντάξεως, & à nobis lemm. 2.ad 4.l 2. de ſphæra & cyl.

nempè lineas omnes ductas inter maiorem & minorem ſectiones, parallelas axi K.I. diuidi à media in paribus rationibus, compoſitis nimirum ex duabus C.A. ad C.G. & G.K. ad K.A.

Ὑπόμνησις.

Meminiſſe hinc foret vſui has 2. concluſiones.

I.

Rectam lineam plures ſimul tangere poſſe ſimiles ſectiones ab eodem puncto eductas, & quarum baſes abeunt in rectam lineam.

Tangit enim G.Z. tres propoſitas ſectiones parabolicas ſimiles.

II.

Si duarum linearum ſectarum qualibet fuerit tota ad aliquam, vel aliquot ſui partes, vt tota alia ad aliquam, vel aliquot ſui partes, fore quoque ad reliquam ſui partem, vt alia eſt ad reliquum ſui.

Etenim hoc concluſimus de lineis C.G, & K.L. ſimiliter ſectis in punctis M.& K. tum P.& I.

PROP. VI.

THEO. VI.

Intelligatur verò quod eſt, hoc vnum iam contemplandum & conſpiciendum in ſtatu recto ad horizontem, & in linea A.B. Poſtea quæ ſunt ad partes D. ſupponantur deorſum, quæ verò in oppoſitum tendunt, ſurſum. Triangulum verò B.D.G. ſit rectangulum rectum, habens ad B. angulum, & latus B.G. æqualem dimidio ſtateræ. Manifeſtum, quòd exiſtente A.B. æquali ipſi B.G. ſi ſuſpendatur triangulum à punctis B.G. ſuſpendatur verò & aliud ſpatium Z. ab altera parte ſtateræ iuxta A. & æquiponderet ſpatium Z. à puncto A. ſuſpenſum, cum triangulo P.G.D. ſic exiſtente vt nunc iacebat: Dico ſpatium Z. trianguli B.G.D. tertiam partem eſſe.

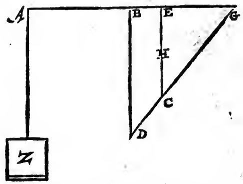
ΠΡΟΤΑ. ϛ.

ΘΕΩΡ. ϛ.

Νοείσθω δὲ ὅτι ἐστίν, τὸ ἐν τῇ θεωρείᾳ προκείμενον ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθὸν ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καὶ τᾶς α.β. γραμμᾶς· Ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ δ. κάτω νοείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ β.δ.γ. τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὰν β. γωνίαν, καὶ τὰν β.γ. πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. Δῆλον ὅτι ἴσης οὔσης τᾶς α.β. τῇ β.γ. κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν β.γ. σημείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ ζ. ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. κρεμάμενον τῷ β.γ.δ. τριγώνῳ οὕτως ἔοντι ὡς νῦν κεῖται, φαμὶ δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ β.δ.γ. τριγώνου μέρος τρίτον εἶναι.

ΥΠΟ.

ΥΠΟΘ. Sit iugum ſtateræ A. G. cuius ſemiſſem B.G. occupet latus trianguli B.D.G. ſtet verò B.G. rectum ad Horizontem, & cætera ponantur, vt proponitur.



ΚΑΤΑ. Secetur[a] B. G. in E. ita vt ſit E. G. dupla B.E, vel B.E. tertia pars radij B.G. vel A.B. & ducatur[b] E.C. ipſi B.D. parallela, ſeceturque[c] bifariam in H. quod ſit[d] centrum grauitatis trianguli B.D.G.

ΑΠΟΔ. Quoniam triangulus B. D.G. toti radio B.G. affixus æquiponderat cum Z. idem appenſus à puncto E. è puncto H. cum eodem Z. æquiponderabit.[e] Et proinde ſe habet[f] ad pondus Z. vt A.B. radius ad B.E. radium, hoc eſt, triplus eſt ſpatij Z. quod fuit probandum.

a per 9. l. 6.
b per 31. l. 1.
c per 10 l. 1
d per 2 lemma ad 15. l. 1. de æquip.
e per theorema quod ad finem l. 1 de æquipōd.
f per 6. vel 7. lib. 1. de æquipond.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

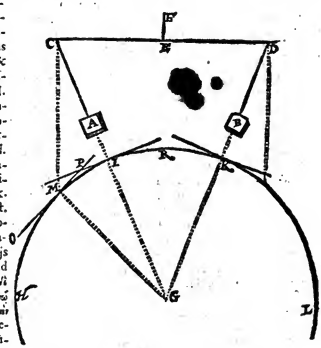
Concludere etiam poſſumus exiſtente Z. tertia parte trianguli B. D. G. vice verſa æquiponderare, ſi ſteterint vti aſſumptum eſt.

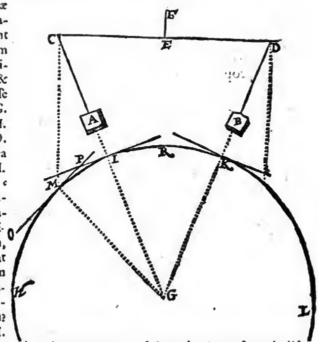
ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non æquiponderant, inclinentur ad Z. & à Z. auferatur exceſſus, quò reſtituatur æquipondium.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Tunc reliquum quod æquiſtat in æquilibratione tertia pars eſt trianguli B.D.G, ſed & totum Z. etiam tertia pars eſt eiuſdem trianguli. Sic ergo pars eſt æqualis toti. Quod ſi inclinatio fiat ad triangulum, addatur aliquid ad Z. vt fiat æquamentum, & ſit totum compoſitum Z. tertia pars trianguli. Sic rurſus continget abſurdum.

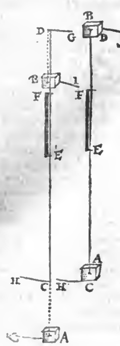
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in demonſtratione huius propoſitionis hæc verba habet, ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων ἐξ ὁ σαμεῖν καταστάθησεται μένειν ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμάστου, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένων, ac ſi quod ſuſpēderetur, numquam mouere deſiſteret, quoad in eadem perpendiculari conſtituerentur punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis rei ſuſpenſæ. Perpendicularem autem illam, vel interpretari poſſumus ad iugum ſtateræ, vel ad lineam tangentem ſuperficiem terræ in puncto, per quod ipſa tendens ad centrum terræ, terram primùm attingit. Sit v.g. trutina C.D. à qua appendantur pondera A. & B. quæ tendant ad centrum terræ G. Sit autem ſuperficies telluris H. I. k. L. lineæ verò ſecundum quas grauia deorſum feruntur, ſint C. I. G, & D.k.G. Ipſæ quidem lineæ perpendiculares ſunt[g] ad eas quæ terram tangunt in I. & k. ſed non ad trutinam C. D. ne trianguli C.G.D. tres anguli maiores ſint[h] duobus rectis. Ad trutinam ergo C.D. perpendiculares ponantur C. M. & D. N. Non parum verò intereſt de vtriſnam harum perpendicularium loquatur Archimedes. Nam ſi de primis illis C.I. & D.k. illi ſermo ſit, eius axioma conſtare poteſt. In ipſis etenim reperiuntur, & ſuſpenſionum puncta C. & D. & centra grauitatum ponderum A. & B. Verùm ſi de alijs loquitur, nempè rectis ad C.D. quas & ad Horizontem rectas adſeuerat: ὀρίζονται δὲ (inquit) τὰς ὀρθὰς ἀγόμενας τᾶ α.γ. ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα: quorum vtriuſque ſunt quæ decoquant fidem.[i] Etenim neque puncta ſuſpenſionum & grauitatum centra reperi-





ri poſſunt in lineis C.M D.N, nequæ hæ perpendiculares eſſe ad Horizõtem. Grauia quippè quocumque modo pendeant liberè, ad centrum terię tendunt. Horum ergo centra in lineis C.G. & D.G. reperiũtur in appenſione, non in rectis C. M. & D.N. Deinde ſi C.M. perpendicularis eſſe poteſt ad horizontem O. P. ducatur M.G. Et quoniam ex hypotheſi angulus C. M. P. rectus eſt, tum qui fit ad tangentem O. P. nempè P.M.G. quoque rectus *a*, linea C.M.G. recta eſt, *b* & ita duæ rectæ C.M.
a per 18. l 3 G. & C.I.G. ſpatium comprehendunt. *c*
b per 14 l.1. Verùm rem ſenſibilem ſenſu debere tra-
c contra 12. cõm ſent. ctari opinatus eſt Archimedes. Ipſius itaque axioma, in organo nempè mechanico, non eſt ingenti ſtatera penſitandum, ſed ad aginam & examen viſus duntaxat referendum. Viſus autem nihil quicquam ponit diſcriminis inter vtraſque perpendiculares. Quis enim libram tantam machinabitur, vt hanc differentiam ſentiat? Ponamus enim angulum G. ſeu arcum I. R.k. duorum minutorum vnius ex 360. gradibus, in quos tota terreſtris molis circumferentia diſtribuitur. Erit quippè hic angulus G. recti $\frac{1}{2700}$. Proinde quoniam ſunt *d* ambo G.C.D. & G.D.C. æquales, quiſque eorum diſcrepabit tantum à recto per $\frac{1}{5400}$ partem, quæ eſt omnino inſenſibilis: Et ni-
d per 5 l.1. hilominus trutina k.L. inuenitur ex triangulorum doctrina eſſe 2. min. & 6. ſec. qualiũ radius G.I. eſt 60. gr. Cumque ex recentiorum experimentis radius terræ ſit $1718\frac{2}{7}$ milliariorum noſtrorum, quorum ſingulis ambitus gradibus 50. reſpondent: ſupereſt ſcapum ſeu ζυγὸν C. D. eſſe longitudinis vnius milliaris, & $43\frac{1}{3}$ paſſuum: poſito ſcilicet milliari 3000. paſſuum, vt vulgare Gallicum eſt. At quis tantum ſcapum fabricabit? Si itaque immanis illa ſtatera diſcrimina etiam perpendicularium habeat imperceptibilia ſenſibus: quis communium librilium differentias percipiet? Ne ergo monſtruoſa fingamus, quæ nobis rerum vſum abſtrahant, ſartum tectum ſeruemus ἀξίωμα Archimedis, nimirum res per angulos rectos ad trutinam ponderare, & ſecundum perpendiculares, in quibus & puncta ſuſpenſionum & grauitatum ponderum centra conſtituantur. Cæterum duobus modis centra grauitatum, & ſuſpenſionum in eadem perpendiculari conſtituta pariunt & æquipondium & ponderum ſtatum ac requiem: Primò nempè cum in ſtatera radii ſunt ponderum reciprocè proportionales. Tunc enim perpendiculares, ſecundum quas pondera in ſtatera appenſa grauitant, cum perpendiculari librilis præcipuique puncti ſuſpenſionis, ſunt parallelæ, vti lineæ C.G, & D.G. ſunt parallelæ ſaltem quantũ ad ſenſum ei quæ à puncto ſuſpenſionis E. duceretur ad G. centrum terræ. Hæ autem tres perpendiculares cenſentur, velut vna. Secundò cum põdera ſiue æqualia ſiue inæqualia, & ſiue in reciprocis radiis, ſiue in non reciprocis, ita ſurſum deorſumque feruntur, vt earum perpendiculares ſuſpenſionum, vel quibus grauitant, in vnam conueniunt, quod fit cum ſtateræ trutina veluti C.D. iam non parallelum, ſed perpendiculare fit horizõti, & librili iungitur veluti in lineã, tũque bilancium altera ſupernè eſt, altera verò infernè. In hoc verò ſtatu & æqualia & inæqualia põdera manent, imò in grauiũ inæqualitate, radiorumue nõ reciproca ratione cũ ponderibus, ſt[illegible]t quem põdera imparia quærũt, & in quo perſiſtunt ac immota mane[illegible]mpè grauiori deorſum premente, leuiori contra ſurſum preſſo: quotie[illegible]que verò fit preſſio vel attractio ſecundum rectã lineã perpendicularem ad centrum mũdi, nullus fit nutus vel inclinatio, vt in noſtris mechanicis oſtendemus, tum ex forma nutus qui fit circulariter, tùm ex grauitatione (vt ſic loquar) quæ fit ſecũdũ rectã perpendicularem, quã videlicet vt põdera nauciſcantur, nutãt. Ergo nutus non fit vbi põdera ſunt hãc lineã adepta, alioqui grauia nõ ferrẽtur deorſum, ſed proiicerent ſe vel ſurſũ, vel ad latus, quod eſt in natura incõueniens. Sint præcedẽs librile E.F. & radii ſtateræ ita diſpoſiti, vt alter E.D. ſupernè rectò efferatur, alter E.C. infernè deprimatur, & iam põdera B. & A. grauitẽt ſecundũ eandem perpendicularem D.C. Equidem ipſa non mouebũtur, ſed in illo omnino ſtatu permanebũt. Etenim ſi nutarẽt, fieret nutus circulariter, & ſecũdum arcus D.G, & B.I. vel C. H. & A.k. & ſic pondus B. tenderet non infra, ſed ad latus: imò graue A. ferretur ſurſum per arcus C.H. vel A.k. quod abſonũ eſt in natura. Equidem quod non fiat nutus ſic bilãcibus ſtatutis hoc quoque impedit, quòd radius qui infernè eſt, fiat altero multo maior, vt E. A. longior eſt quã E.B. Etenim toto fune C. A. pondus demiſſius proripit ſe à centro E. contra verò tanto fune pondus B. accedit ad E. Ergo duplo longitudinis funis, radius E. A. fit lõgior radio B.E. Pondus ergo A. fit grauius quã B. vnde nõ dimouebitur A. à caſu, põdere B. in altera ſtatera, in qua radii affiguntur ponderibus abſque funibus, certè non fit ea radiorum inæqualitas: verum centra grauitatũ rectius conſtituuntur in perpendiculari, ita vt quamuis eſſet ponderum inæqualitas, nutus nuſquam fieret.



ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ὁ α.γ. γραμμά, μέσον δὲ αὐτῆς ἔστω τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ γ.δ.η. τρίγωνον· τὸ δὲ γ.δ.η. ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν δ.η. ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ, καὶ κρεμάσθω τὸ δ.γ.η. τρίγωνον ἐκ τῶν β.γ. σαμείων· τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ α. ἰσορροπὲς ἔστω τῷ γ.δ.η. τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ ζ. χωρίον τρίτον μέρος τοῦ γ.δ.η. τριγώνου.

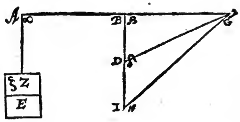
PROP. VII.

THEOR. VII.

[a] Sit rurſus trutina A.G. linea, cuius medium ſit B. & appendatur ſecus B. triangulum G.D.I. Sit verò G.D.I. triangulum amblygonium baſim habens D.I. altitudinem verò lineam æqualem dimidio trutinæ, & appendatur triangulum D.G.I. à punctis B. & G. Rurſus ſpatium Z. appenſum ab A. æquiponderet cum triangulo B.D.I. ſic ſe habente vt nunc iacet. [b] Similiter demonſtrabitur ſpatium Z. tertiam partem eſſe trianguli G.D.I.

a Ὑπόθεσις
b Συμπέρασμα.

ΚΑΤΑΣ. Appendatur cum ſpatio Z. à puncto A. ſpatium E. quod ſit tertia pars trianguli B.D.G.



ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ſpatium E. æquiponderabit [c] triangulo B.D.G. ſed & Z. æquiponderat [d] triangulo D.I.G. Totum ergo Z.E. ſpatium [e] toti B.I.G. triangulo æquiponderat, & eſt [e] eiuſdem trianguli tertia pars. Verùm E. eſt [f] iam acceptum, vt tertia pars trianguli B.D.G. Proinde reliquum E. tertia pars eſt [g] reliqui D.I.G. quod fuerat demonſtrandum.

c per coroll. praced.
d ex hypot.
e per prac.
f per fabricam.
g per 19. l. 5

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Ἔστω ζυγὸς ὁ α.β. [b] μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ γ.δ.ε. τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ε. γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ γ.ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ γ.δ.ε,

PROP. VIII.

THEOR. VIII.

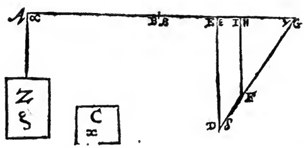
[a] Sit trutina A.B. medium verò ipſius ſit B. & appendatur poſt B. triangulum G.D.E. rectangulum, rectum habens angulum E. & appendatur è trutina ſecus G.E. Verum ſpatium Z. appendatur è puncto A. & æquiponderet cum G.D.E.

a Ὑπόθεσις
b putarem debere legi α.γ. cuius medium eſt c.

ſic ſe habente vt nunc iacet. Quam verò rationem habet A.B. ad B.E. eam habeat G.D.E. triangulum ad ſpatium C. Dico [a] ſpatium Z. triangulo G D.E. minus eſſe, ſpatio verò C. maius.

a συμπ.

οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β. ποτὶ τὰν β.ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ.δ.ε. τρίγωνον ποτὶ τὸ κ. χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ μὲν γ.δ.ε. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ κ. μεῖζον.



ΚΑΤΑ. Inueniatur [b] centrum grauitatis trianguli D.G.E. quod ſit T. per quod agatur perpendicularis I.T.F.

ΑΠΟΔ. Triangulo D.G.E. æquiponderante [c] ſpatio Z. ex puncto I. [d] eſt [e] Z. ad triangulum E.G.D. reciprocè vt I.B. ad B.A. Eſt [f] verò B.I. minor quàm B.A. Vnde conſtat primo E.D.G, triangulo, minus eſſe ſpatium Z. Verùm idem triangulus E.D.G. eſt [i] ad C. vt A.B. ad B.E. Eſtque [g] A.B. ad B.E. in maiori ratione quàm ſit A.B, ad B.I. Proinde triangulus E.G.D. eſt ad C. in maiori ratione, quàm ad Z. & inde Z. cognoſcitur [g] maius quàm C. quod fuerat probandum.

b per problema traditum ad finem lib. 1 de æquipód.
c per hypot.
d per theorema ad finem l. 1. de æquipond. adiectum.
e per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
f per hypot. qua A.B, & B.G. ſunt æquales.
g per 8. li. 5.

PROP. IX. — ΠΡΟΤΑ. Θ.

THEO. IX. — ΘΕΩΡ. Θ.

h ἔκθ.

Sit [h] rurſum trutina A.G. medium verò ipſius B. Tum triangulum G.D.C. amblygonion baſim habens D.C. altitudinem verò E.G. & ſuſpendatur è trutina ad G.E. Spatium verò Z. appendatur ex A. & æquiponderet cum trigono D.G.C. ſic ſe habenti vt iacet: quam verò rationem habet A.B. ad B.E. eam habeat G.D.C. triangulum ad L. Dico [i] Z. maius quidem eſſe quàm L. minus verò D.G.C. triangulo.

i συμπ.

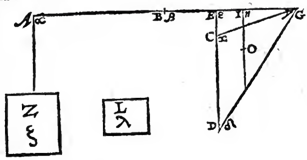
Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ γ.δ.κ. τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν δ.κ. ὕψος δὲ τὰν ε.γ. καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ γ.ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ δ.γ.κ. τριγώνῳ, οὕτως ἐχόντι ὡς νῦν κεῖται· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β. ποτὶ τὰν β.ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ.δ.κ. τρίγωνον ποτὶ τὸ λ. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ δ.γ.κ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur aa centrum grauitatis trianguli G.D.E.quod ſit O.à quo demittatur bb perpendicularis O.P.paralella cc E.D.

aa per problema lib 1. de æquipõd. ad finem traditum
bb per 12.l.1
cc per 28.l.1

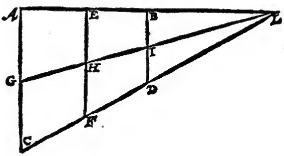
ΑΠΟΔ. Quoniam enim triangulus pendet è P. puncto, & ab eo æquiponderat a cum Z. vt eſt A.B. ad B.P. ſic eſt b G. C.D. triangulus ad Z. ſpatium, ideóque maior eodem ſpatio Z. Quoniam verò triangulus idem eſt a ad ſpatium L.vt A. B.ad B.E. hoc eſt c in maiori ratione quàm ſit A.B,ad B.P. ſeu quàm ſit ipſemet triangulus ad Z. ſequitur c L.minus eſſe ſpatio Q. quod fuit probandum.

a per hypot.
b per 6 vel 7.l.1. de æquipond.
c per 8.l.5.



ΛΗΜΜΑ.

Habeat trapezium A.B.C.D. duo latera A.C, B.D. parallela, & diuidatur quadam linea E.F. etiam parallelis lateribus æquidiſtante. Tum producantur latera non parallela A.B, C.D. quouſque concurrant in L. & à puncto L. cadat recta L.I.H.C. quæ ſecet B. D. bifariam. Dico lineam L. G. diuidere A.C. & E. F. etiam æqualiter, & ipſius partem I. G. diuidi ab E.F. in eadem ratione, in qua ſecatur A.B. eſſe ſcilicet G.H. ad H.I.vt A.E.ad E.B.



ΑΠΟΔ. Hoc conſtat ex lemmate 3. eorum, quæ ad 13. lib. 1. de æquiponderantibus præmiſimus.

ΠΡΟΤΑ. I.

ΘΕΩΡ. I.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν α.β.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ β.δ.η.κ. τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς β.η. σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον· τὰν δὲ κ.δ. πλευρὰν ἐπὶ τὸ γ. νεύουσαν· καὶ ὃν ἔχει λόγον ὁ β.

PROP. X.

THEOR. X.

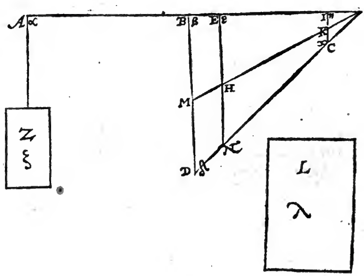
Sit a rurſum A. B. G. trutina, mediumque ipſius B. trapezium verò B.D.I.C. angulos rectos habens in punctis B.I. Latus verò C. D. tendens ad G. & quam habet rationem B.

a [illegible]

A. ad B. I, eandem habeat trapezium B.D.C.I. ad L. Suſpenſum verò fuerit iſtud trapezium B.D.I.C. in trutina, è punctis B.I. Appenſumque itidem fuerit ſpatium Z. è puncto A. & æquiponderet cum trapezio B.D.I.C. ſic habenti vt nunc ſubiacet. Dico [a] ſpatium Z. minus eſſe ipſo L.

α. ποτὶ τὰν β.η. τοῦτον ἐχέτω τὸ β.δ.κ.η. τραπέζειον ποτὶ τὸ λ. κεκρεμάσθω δὲ τὸ β.δ.η.κ. τραπέζειον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τῶν β.η. σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ζ. χωρίον κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ β.δ.η.κ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φημὶ τὸ ζ. χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ λ.

a Συμπέρασμα.



ΚΑΤΑΣ. Vt eſt dupla B.D cum I.C. ad duplam ipſius I.C. cum B.D. ſic fiat [b] I.E. ad E.B. & ducatur [c] E.N. paralella ipſi B.D. & producto C.D. in G. (nam ex hypotheſi illuc tendit) ducatur linea G.M. per k. medium lateris C.I. trapezij B.D.C.I.

ΑΠΟΔ. Linea G.M. partitur [d] E.N. bifariam, vt & B.D. in punctis H. & M. & eſt k.H. ad H.M, vt I.E, ad E.B. Proinde H. eſt [e] centrum grauitatis trapezij B.D.C.G. & cum æquiponderet [f] cum Z. ſpatio, ſuſpenſum è punctis B. & I. idem trapezium cum Z. æquiponderabit [g] ſuſpenſum è puncto E. & ſe habebit [h] trapezium ad Z. vt reciprocè A.B. ad B.E, hoc eſt [i] in maiori ratione quàm A.B, ad B.I. hoc eſt quam trapezium ſit ad ſpatium L. Eſt [i] itaque L maius quàm Z. quod fuit probandum.

b per 10. l. 6. c per 31. l. 1. d per lemm. præced. e per vltimã l. 1. de æquipond. f per hypot. g per theorema adiectum ad finem li. 1. de æquipond. h per 6. vel 7 l. 1. de æquipond. i per 8. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Potuimus per vltimam lib. 1. de æquiponderantibus inuenire centrum H. & perpendicularem ducere E.H.N. & ſic breuiſſimè demonſtrationem abſoluere, omiſſo etiam præcedenti lemmate: ſed eo vſi ſumus, vt quodammodo Archimedis veſtigiis inſiſteremus, eiuſque faueremus artificio.

PROP. XI. THEOR. XI.

[l] Sit rurſum bilanx A.G. & medium ipſius B. Sit verò trapezium C.D.T.R. habens latera C.D. & T.R. ad G. tendentia, reliqua verò D.R. & T.C. perpendicularia ad B.G. Tum D.R. cadat in B. Quam verò rationem habet A.B. ad

l Υπόθεσις.

ΠΡΟΤ. ΙΑ. ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. Τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπέζειον ἔστω, τὰς μὲν κ.δ, τ.ρ. πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ γ. νευούσας, τὰς δὲ δ.ρ, τ.κ. καθέτους ἐπὶ τὰν β.γ. καὶ ἡ δ.ρ. ἐπὶ τὸ β. πιπτέτω· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α.β.

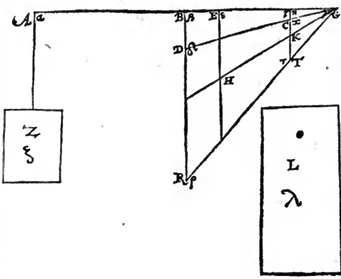
ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. ι. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. τὸ λ. τὸ δὲ δ. κ. ι. ρ. τραπέζιον ἐκκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζύγου κατὰ τὸ β. η. καὶ τὸ ζ. κατὰ τὸ α. καὶ ἰσοῤῥοπείτω τὸ ζ. τῷ δ. κ. ι. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται· ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ ζ. χωρίον τοῦ λ.

ad B.I. eandem habeat trapezium D.C.T.R. ad L. Et quidem trapezium D. C.T.R. ſuſpendatur è libra ſecus puncta B.I. vt & Z. è puncto A. & æquiponderet Z. cum trapezio D. C. T. R. ſic ſe habente vt nunc iacet: Similiter demonſtrabitur [a] vt priùs, minus eſſe Z. ſpatium ipſo L.

a Συμπ.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [b] H. centrum trapezij per quod perpendicularis E. H. acta in B. G. oſtendat [c] E. punctum ſuſpenſionis, à quo ſuſpenſum trapezium C. D. R. T. æquiponderet cum Z.

ΑΠΟΔ. Vt A. B. ad B. E. ſic eſt [d] trapezium C. D. R. T. ad ſpatium Z. Atqui vt A. B. ad B.I. ſic eſt [e] idem trapezium ad L. ſpatium. Ergo quia A. B. maiorem habet [f] rationem ad B. E. quam ad B. I. etiam trapezium maiorem rationem habet ad Z. quàm idem habeat ad L. & proinde Z. eſt [f] maius ſpatio L.



b per vlsim. l. 1. de æquipond.
c per theorema adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
d per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
e per hypotheſim.
f per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ δ. ε. η. κ. τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ε. η. σημείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ κ. δ. ε. η. γραμμὰς ποτὶ τὸ γ. νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ δ. κ. η. ε. τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ ε. η. τὸ δὲ

PROP. XII.

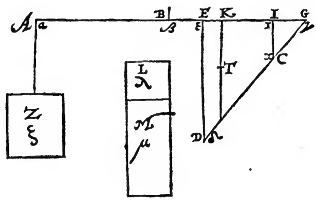
THEOR. XII.

Sit [g] rurſus ſtatera A. G. mediumque ipſius B. ſit verò trapezium D. E. I. C. in punctis quidem E. & I. angulos rectos habens, lateraque C. D. & E. I. ad punctum G. tendentia. Atque quam rationem habet A. B. ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. I. E. ad ſpatium M. Quam vero rationem habet A. B. ad B. E. eandem rationem habeat D. C. I. E. trapezium ad L. Appenſum autem fuerit iſtud trapezium D. C. I. E. ad ſtateram è punctis E. I.

g Υπό.

Sed ſpatium Z. appendatur ab A. Et æquiponderet trapezio ſic ſe habenti vt nunc iacet. Di- a συμπ. co [a] ſpatium Z. ſpatio L. maius eſſe, ſpatio vero M. minus.

ζ. χωρίον ἐκκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.



b per vltim. l. 1. de æquipond. ΚΑΤΑΣ. Trapezij enim E. D. C. I. ſumatur [b] centrum grauitatis, quod ſit T. & ab eo cadat perpendicularis T. K. in ſtateræ radium B. G.

c per theor. adiectum ad finem l. 1. de æquipond. d per 6. vel 7. l. 1. de æquip. e per hypotheſim. f per 8. l. 5. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trapeziũ E. D. C. I. æquiponderans cum Z. è puncto K. [c] eſt [d] ad ipſum Z. vt reciprocè A. B. ad B. K. Atqui idem trapezium eſt [e] ad L. vt A. B. ad B. E. hoc eſt [f] in maiori ratione quàm ſit A. B. ad B. K. vel trapezium ad Z. proinde L. eſt [f] minus ſpatio Z. Rurſus trapezium eſt [e] ad M. vt A. B. ad B. I. ſcilicet [f] in minori ratione quàm A. B. ad B. K. ſeu quam idem trapezium ad Z. Idcirco Z. minus eſt [f] ſpatio M. quod fuit probandum.

PROP. XIII.

THEOR. XIII.

g ὑπόθ. Sit [g] rurſum trutina A. G. cuius medium circa B. ſit vero trapezium C. D. T. R. ita vt latera ipſius C. D. & T. R. tendant ad G. reliqua verò D. T, C. R. perpendicularia ad B. G. Appenſum autem fuerit in ſtatera è punctis E. I. Tum ſpatium Z. ſuſpendatur ad punctum A. & æquiponderet cum trapezio D. C. T. R. ſic ſe habente vt nunc eſt: Et quam rationem habet A. B. ad B. E. eandem habeat D. C. T. R. trapezium ad L. ſpatium. Quam vero rationem habet A. B. ad B. I. eam habeat idem trapezium ad M. Similiter [h] demõſtrabitur vt priùs, ſpatium Z. ſpatio L. maius, ſpatio vero M. minus. h συμπ.

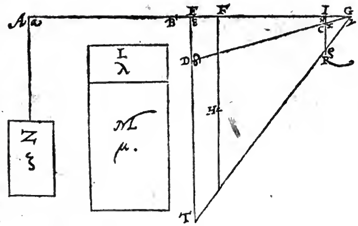
ΠΡΟΤ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Εστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, καὶ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ κ. δ. τ. ρ. τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν κ. δ. τ. ρ. πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ γ. τὰς δὲ δ. τ. κ. ρ. καθέτους ἐπὶ τὰν β. γ. κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ε. η. τὸ δὲ ζ. χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ δ. κ. τ. ρ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. τ. ρ. τραπέζιον ποτὶ τὸ λ. χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inuento [a] trapezij D. T. R. C. centro grauitatis H. & ab eo demiſſa catheto H. F. in B. G.

ΑΠΟΔ. Sequetur [b] trapezium eſſe ad Z. vt A.B. ad B.F. hoc eſt, [c] in maiori ratione quam A.B. ad B.E. ſeu quàm ſit trapezium ad L. & in maiori [d] ratione quam ſit A.B. ad B.I. vel trapezium ad M. Proinde Z. maius eſt [d] ſpatio L. minus vero ſpatio M. quod fuit probandum.



a per probl. additum ad finem l. 1. de æquipond.

b per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
c per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἔστω τμῆμα τὸ β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἔστω δὴ πρῶτον ἁ β. γ. πρὸς ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ β. σαμείου ἁ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἁ γ. δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. ἐσσεῖται δὴ τὸ β. γ. δ. τρίγωνον ὀρθογώνιον, διῃρήσθω δὴ ἁ β. γ. ἐς τὰ τμήματα ὁποσαοῦν τὰ β. ε, ε. ζ, ζ. η, η. ι. καὶ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ε. σ, ζ. τ, η. υ, ι. ξ. ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνουσιν αὗται τὰν τοῦ κώνου τομὴν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ β. δ. γ. τῶν μὲν τραπεζίων τῶν κ. ε, λ. ζ, μ. η, ν. ι. καὶ τοῦ ξ. ι. γ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ζ. φ, η. θ, ι. π, καὶ τοῦ ι. ο. γ. τριγώνου μεῖζον ἐστὶν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV.

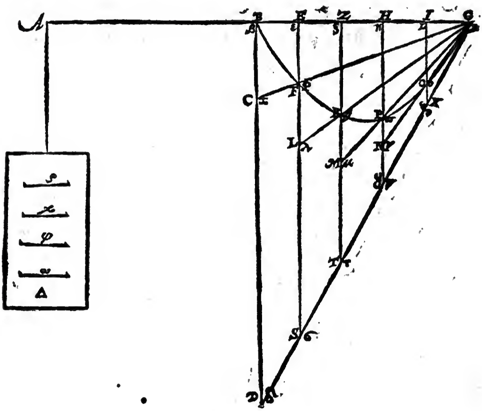
THEOR. XIV.

Sit [e] portio B. k. G. comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione. Sit etiam primum B. G. ad rectos angulos diametro, & educatur à B. puncto linea B. D. parallela diametro: à puncto vero G. linea G. D. tangens ſectionem coni in puncto G. Erit quippe B. G. D. triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B. G. in portiones quotcumque B. E, B. Z, Z. H, H. I. & à ſectionibus huiuſmodi æquidiſtantes diametro ducantur lineæ E. S, Z. T, H. V, I. X. A punctis autem quibus ipſæ ſecant coni ſectionem iungantur lineæ ad G. & vltra producantur. Dico [f] quod triãgulum B. D. G. Trapeziorum quidem C. E, L. Z, M. H, N. I. & trianguli X. I. G. minus ſit quam triplum: Trapeziorum vero Z. F, H. k, I. P. & trianguli I. O. G. maius ſit quàm triplum.

d ὑποθ.

f συμπ.

ΚΑΤ. Producatur G. B. in A. & fiat B. A æqualis ipſi B. G. tum à puncto A. ſuſpendatur ſpatium ρ. æquiponderans trapezio D. E. & reliqua ſpatia χ. ψ. ω. Δ. æquiponderent: reliquis trapezijs S. Z, T. H, V. I. & triangulo X. I. G. denique omnia ſimul ρ. χ. ψ. ω. Δ. maneant in æquipondio cum toto triangulo B. D. G.



ΑΠΟΔ. Triangulus B. D. G. definitur lineis D. G. tangente rectanguli coni aſſum-
a per 4. l. 6. ptam ſectionem D. B. parallela diametro ſectionis, & B. G. altero trutinæ radio. Baſi autem B. D. acta eſt parallela E. S. & propterea vt B. E. ad E. G. ſic eſt [a] E. F. ad F. S. &
b per 18. l. 5 componendo [b] B. G. eſt ad E G. vt E. S. ad S. F. & rationis [c] conuerſione B. G. eſt ad
c per coroll. 19. l. 5. B. E. vt E. S. ad E. F. hoc eſt [d] vt triangulus E. S. G. ad triangulum E. F. G. Verum
d per 1. l. 6. rurſus vt B. G. ad B. E. ſic [a] B. D. ad E. S. & ſic [a] B. C. ad E. F. Et ergo [e] vt B. D. ad E.
e per 11. l. 5. S. ſic B. C. ad E. F. & permutãdo [f] B. D. eſt ad B. C. vt E. S. ad E. F. ſeu [d] triang. B. D.
f per 16. l. 5. G. eſt ad trigonũ B. C. G. vt alter E. S. G. ad alterũ E. F. G. Cũ ergo totus triang. B. D. G. ſit ad totum B. C. G. vt ablatũ E. S. G. ad ablatũ E. F. G. hoc eſt [d] vt E. S. ad E. F. vel
g per coroll. 5. huius. ergo vt [g] B. G. ſeu B. A. ad B. E. erit [h] & reliquum trapezium D. E. ad reliquum trape-
h per 19. l. 5 zium C. E. vt B. A. ad B. E. Simili ratione probabo trapezium S. Z. eſſe ad trapezium L. Z. vt A. B. ad B. Z. Nam vt B. G. ſeu A. B. ad B. Z. ſic eſt [g] Z. T. ad Z. K. ſeu E. S. ad E. L. Atqui vt Z. T. ad Z. K. & E. S. ad S. L. ſic eſt [d] triangulus Z. G. T. ad triangulum Z. G. K. & triangulus E. G. S. ad triangulum E. G. L. Proinde vt A. B. ad B. Z. ſic eſt [e] totus triangulus E. S. G. ad totum E. G. L. tum ſic ablatus Z. T. G. ad ablatum Z. K. G. Et ſic demum itaque eſt reliquum trapezium S. Z. ad reliquum trapezium L Z. Etiam hoc pacto probabo eſſe T. H. ad M. H. vt A. B. ad B. H. Adhuc V. I. ad N. I. vt A. B. ad B I. Et denique triangulus I. X. G. eſt [d] triangulum I. O. G. vt I. X. ad I. O. Atqui vt I. X. ad I. O. ſic eſt [g] B. G ſeu A. B. ad B. I. eſt [e] ergo I. X. G. ad I. O. G. vt A. B. ad B. I. Habemus hoc pacto trapezium D. E. cuius latera D. S. B. E. tendunt ad G. & ex hypotheſi æquiponderat cum ſpatio ρ. Eſtque trapezium D. ad trapezium C. E. vt
i per 10. huius. A. B. ad B. E. Maius eſt [i] ergo trapezium C. E. ipſo ſpatio ρ. Adhuc trapezij S. F. duo latera E. z, S. T. tendunt ad G. & ipſum æquiponderat ſpatio X. eſtque idem S. z. ad
l per 12. huius. L. z. vt A. B. ad B. z. Eſt [l] proinde L. z. maius ſpatio X. Eadem prorſus de cauſa ψ. minus eſt trapezio M H. cum ſpatium ω. minus trapezio N. I. & denique triangulus I. X.
m per 8 huius. G. excedit [m] ſpatium Δ. Itaque omnia ſimul ſpatia ρ. χ. ψ. ω. Δ. minora ſunt trapezijs ſimul C. E, L. z, M. H, N. I. cum triangulo I. x. G. Verum quoniam (vt oſtendimus)

trapezium S. Z. eſt ad trapezium F. Z. vt S. E. ad E. F. hoc eſt [a] vt B. G. ſeu B. A. ad B. E. idem vero S. z. eſt ad L. z. vt A. B. ad B. z. Eſt [b] quidem ſpatium χ. minus trapezio L. z. ſed maius trapezio F. z. Eodemque argumento ſpatium ψ. maius eſt trapezio k. H. tum ω. maius eſt trapezio P. I. Et Δ. [c] triangulo I. O. G. Et proinde ſpatia χ. ψ. ω. Δ. & multo magis totum ρ. χ. ψ. ω. Δ. maiora ſunt trapezijs ſimul F. z, k. H, P. I. cum triangulo I. O. G. Cum autem totum ſpatium ρ. χ. ψ. ω. Δ. æquiponderet [d] toti triangulo B. D. G. ipſius tertiæ parti æquipollet [e]. Propterea triangulus B. D. G. minor eſt quam triplus trapeziorum C. E, L. z, M. H, N. I. & trianguli I. X. G. cum hæc excedant illa ſpatia quæ tertiam trianguli partem conſtituunt: ſed maior quam triplus aliorum F. z, k. H, P. I. & trianguli I. O. G. cum hæc ſunt minora iiſdem ſpatijs quæ vni trianguli tertiæ æquantur, quod fuit probandum.

a per coroll. 5. huius.
b per 12 huius.
c per 8. huius.
d per fabricam.
e per 3. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Ἔστω πάλιν τὸ β.θ.γ. τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ β.γ. μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· ἀναγκαῖον δὴ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ β. σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ τῷ τμήματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ γ. ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν β.γ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ πρὸς τὸ β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ β. ἁ β.δ. καὶ ἀπὸ τοῦ γ. ἁ γ.δ. ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ γ. καὶ διῃρήσθω ἁ β.γ. εἰς τμήματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ β.ε, ε.ζ, ζ.η, η.ι, ι.γ, ἀπὸ δὲ τῶν ε.ζ, η.ι, παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ε.ς, ζ.τ, η.υ, ι.ξ. καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ γ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ β.δ.γ. τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν β.φ, λ.ζ, θ.η, π.ι. καὶ τοῦ γ.ι.ξ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ζ.φ, η.θ, ι.π, καὶ τοῦ γ.ο.ι. τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

PROP. XV.

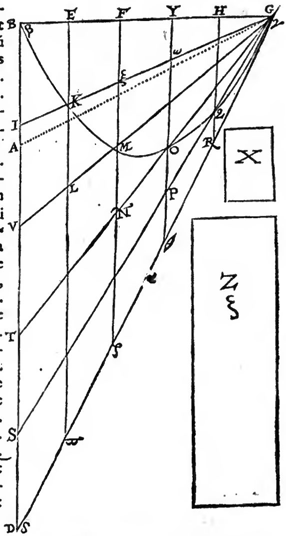
THEOR. XV.

Sit rurſum ſectio B. k. G. cōprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione: linea vero B. G. non ſit ad rectos diametro: neceſſe ſiquidem eſt vel lineam à puncto B. æquidiſtanter diametro ductam ad eaſdem partes ſectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G. obtuſum facere angulum ad B. G. Sit itaq; quæ obtuſum angulum facit ea quæ ad G. B. Et ducatur à puncto B. parallela diametro linea B. D. Et à puncto G. agatur G. D. tangens coni ſectionem in puncto G. Et diuidatur B. G. in quotlibet partes æquales, quæ ſint B. E, E. Z, Z. H, H. I, I. G. Et à punctis E. Z, H. I. parallelæ diametro ducantur E. S, Z. T, H. V, I. X. & à punctis quibus ſecant ipſam coni ſectionem iungantur ad G. & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B. D. G. trapeziorum quidem B. F, L. Z, K. H, P. I. & triāguli G. I. X. minus eſſe quam triplum: aliorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli G. O. I. maius eſſe quàm triplum.

ΚΑΤΑΣ. Si ſpatium Z. non fuerit æquale portioni, ea maius erit vel minus. Sit ergo inæqualitas ambarum magnitudinũ ſparium X. Et ſi fieri poteſt ſupponamus Z. minus portione. Et ſpatio X. quo Z. ſuperar portionem fiat triangulus B. A. G. minor. Tum quia baſis B. A. commẽſurabilis eſt lineæ B. D. vel eidem eſt incommenſurabilis: ſi commenſurabilis fuerit eiuſque menſura, diuidatur B. D. per B. A. Si vero non eſt commenſurabilis, auferatur ex B. D. dimidium, tum ex dimidio dimidium, vel aliæ partes toti commenſurabiles, quoad quælibet ſit [a] minor ipſa B. A. Vna ſit B. I. & reliqua ſectionum puncta V. T. S. ducanrurque lineæ à puncto G. ad huiuſmodi puncta, quæ portionem ſecent in punctis K. M. O. Q. per quæ demum aganrur parallelæ ipſi B. D. quæ partianrur, lineam B. G. in punctis E. F, Y. H. & quidem in partes æquales. Nam vt D. I. ad I. B. ſic ϖ. k. ad K. E. Hoc eſt G. E. ad E. B. Deinde vt D. V. ad V. B. ſic ρ. M. ad M. F. hoc eſt G. F. ad F. B. Adhuc vt D. T. ad T. B. ſic θ. O. ad O. Y. hoc eſt G. Y. ad Y. B. Denique vt D. S. ad S. B. ſic R. Q. ad Q. H. hoc eſt G. H. ad H. B. Et proinde vt B. D. æqualiter diuiditur, ſic G. B. in æqualia ſecatur: ira vt hæc figura redeat ἡ ὑπόθεσις τῆς ΙΔ. προτάσεως.

a per 1. l. 10.

b per 31. l. 1.



ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam Z. & X. portioni æquantur, minora ſunt portione ſimul ſpatium Z. & triangulum B. I. G. Proinde ſi à portione abſtulero quid æquale vel minus triangulo B. I. G. reliquum ſpatio Z. maius erit. Iam quia B. I, I. V. ſunr [d] æquales, & reliqua lineæ B. D. ſegmenta, etiam cuiuſliber aliarum partes ſunt æquales, vt E. K, K. L. & ita de alijs. Et proinde trianguli G. B. I, G. I. V. ſunt pares: vt & E. K. G, G. K. L. & reliqui ſunt æquales, qui ſunt in eadem altitudine. Itaque rrapezia in triangulis æqualibus facta ſint æqualia. Verbi gr. B. K. & K. V. Nam ſi ab æquis triangulis B. I. G. & G. I. V. auferas æquales E. K. G, G. K. L. remanebunt [d] I. E. & V. K. trapezia æqualia. Idem cenſendum de E. ξ, ξ. L, F. ω. M. O, H. ω, O. Q. Quidni ergo dicemus trapezia E. I, ξ. L, M. O, O. Q. & triangulum G. Q. R. æquari triangulo B. I. G. Quando ergo trapezia huiuſmodi & triangulum tora continerentur in portione, auferrẽturque ab ea, quid maius ſupereſſer in ea quam ſit Z. cum ergo ea partim duntaxat in portione comprehendantur (tranſit enim ſectio coni per puncta K. M, O. Q. & ſunt latera B. I, I. k, k. L, L. M, M. N, N. O, O. P, P. Q. extra portionem) illorum partibus comprehenſis, in portione ſublatis ab ipſa portione, ſequerur partem portionis quæ ſuperfuerit multo maiorem eſſe ipſo ſpatio Z. nempe trapezia k. F, M. Y, O. H. & triangulum H. Q. G. At Z. eſt tertia pars trianguli B. D. G. Proprerea triangulus B. D. G. minor eſt quam triplus trapeziorum k. F, M. Y, O. H. & trianguli H. Q. G. quod aduerſatur ijs quæ prius demõſtrauimus. [e] Abſurdum ergo eſt ſpatium Z. eſſe portione minus. Cæterum ponatur eſſe portione maius, & omnibus vt prius conſtantibus: quoniam B. I. G. triangulus eſt minor exceſſu X. ſequitur portionem cum triangulo B. I. G. adhuc minorem eſſe ſpatio Z. Et cum Z. ſit rertia pars rrianguli B. D. G. oporret portionẽm cum triangulo B. I. G. minorem eſſe tertia trianguli B. D. G. parte. Atqui

c per fabricam.

d per 3. com. ſent.

e in 14 huius.

trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. & triangulum H. R. G. minora ſunt portione, cum triangulo B. I. G. Nam trapezia I. E, L. ζ, M. O, O. Q. cum triangulo Q. R. G. æqualia triangulo B. I. G. non ſunt tota extra portionem, ſed partim in ipſa comprehenduntur. Ergo illa trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. cum triangulo H. R. G. multum deficiũt à tertia trianguli B. D. G. parte, ſed & eandem excedi ab illis antea demonſtrauimus.
a in 4 huius. [a] Nec ergo Z. maius eſt portione. Supereſt ergo illi ſit æquale, & ex conſequenti portionem eſſe tertiam trianguli B. D. G. partem conſtanter aſſerimus.

PROP. XVII.

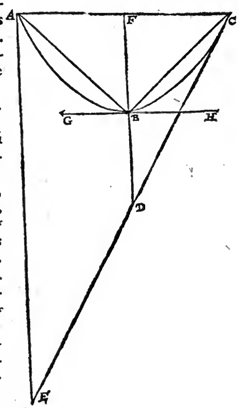
THEOR. XVII.

Hoc demonſtrato, manifeſtum, quod omnis portio comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione, ſeſquitertia eſt trianguli habentis baſim eandem cum ipſa portione, & altitudinem æqualem.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Τούτου δεδειγμένου, φανερὸν ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον.



ΥΠΟΘ. Sit portio comprehenſa ſub recta linea & rectanguli coni ſectione A. B. C. cuius apex B. diameter B. F. diuidens biſariam A. C. parallelam tangenti G. B. H. In portione ſit triãgulus A. B. C. eandem baſim A. C. eandemque altitudinem F. B. cum ipſa portione habens.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem eſſe trianguli A. B. C. ſeſquitertiam.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur ipſi F. D. parallela A. E. Tũ C. E. tangat portionem in C. protrahatur deinde F. B. ad C. E. quam ſecet in D.

b ex definit. diametri. ΑΠΟΔ. Quoniam A. F, F. C. ſunt [b] æquales,
c per 1. l. 6. trianguli A. B. F, F. B. C. ſunt [c] æqui. At F. B,
d per 5. huius. B. D. ſunt [d] etiam pares, & proinde pares ſunt [c] C. F. B. & B. C. D. & ex conſequenti æquales duo A. B. C. & C. F. D. Sunt autem trigoni C. A. E. & C. F. D. ſimiles, quia lineæ A. E, F. D.
e per 2. l. 6. parallelæ ſecant [e] latera C. A. & C. E. proportio-
& 29. l. 1. naliter, & ad angulos æquales. Et proinde ſunt [f]
f per 20. l. 6 ipſi trianguli in quadrupla ratione. Et eſt F. D. C. ſeu A. B. C. quarta pars trianguli A. E. C. cu-
g per præced. ius quidem tertia pars eſt [g] portio A. B. C. Proinde portio A. B. C. eſt ad triangulum A. B. C. ſibi inſcriptum, vt quatuor ad tria, ſeu in ratione ſeſquitertia, vt proponebatur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc eſt μέθοδος μηχανική, qua primum Archimedes accommodatè ſenſui ſcopum collimauit Ipſa quamquam ſit aliquatenus ἀποχειρόβιος, non tamen eſt ἀσυλλογιστική, neque proponit ἀναποδείκτως. Suas demonſtrationes habet certas, quæque tantùm ab amuſſi geometrica deflectunt

quia ſunt ἐργατικῶς. Cæterum in ſequentibus idem probabit διὰ τῶν γεωμετρουμένων & magis intellectui conuenientius. Rationi enim & humano ritui conſentaneum eſt, ea quæ intellectum ſubitura ſunt, priùs ingredi ſenſum. Itaque ſi huc vſque Mechanici fuerimus, iam Geometræ efficiamur.

ΟΡΟΙ. Α.

Α.

Τῶν τμημάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς, βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν.

Β.

Ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν κάθετον ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος.

Γ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα κάθετος ἄγεται.

DEFINITIONES.

I.

Sectionum comprehenſarum ſub recta & curua linea: baſim quidem appello rectam.

II.

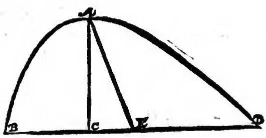
Altitudinem vero maximã perpendicularem, à curua linea decidentem in baſim portionis.

III.

Verticem vero punctum à quo maxima perpendicularis agitur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Portionis B. A. D. comprehenſæ ſub recta B. D. & curua linea B. A. D. baſis eſt a B. D. altitudo b A. C. ſi modo fuerit A. elatiſſimus figuræ punctus, & A. C. perpendicularis in baſim B. D. elatiſſimus autem portionis punctus eſt extremitas diametri in curua linea deſinens, cuiuſmodi eſt A. ſi fuerit diameter E. A. Denique vertex eſt c A. punctus. Hoc vero patet tàm ex definitionibus elementorum conicorum, quàm ex his quæ traditæ ſunt, ad librum de Conoid. & Sphæroid.



a Ex 1. def.
b Ex 2. def.
c Ex 3. def.

ΠΡΟΤ. ΙΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Εἴκα ἐν τμήματι ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον·

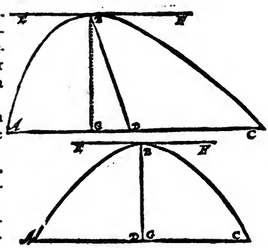
PROP. XVIII.

THEOR. XVIII.

Si in portione quæ comprehenditur ſub recta & rectanguli coni ſectione, à medio baſis ducatur recta parallela diametro, vertex

erit portionis punctum, in quo quę acta eſt parallela diametro, ſecat coni ſectionem.

κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio A.B.C. contenta ſub recta A.C. quæ baſis eſt, a & rectanguli coni ſectione A. B. C. linea curua Medium baſis ſit b D. vnde c erigatur D. B. recta, vel diametro parallela, vel ipſa diametrus.

a per 1 defi. huius.
b per 10. l. 1
c per. 31. l.

ΣΥΜΠΕ. Dico B. punctum in quo recta D. B. ſecat τᾷ τομᾷ καὶ καμπύλᾳ γραμμᾷ, eſſe verticem portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur d à puncto B. linea E.F. ſectionem tangens, & demittatur e è puncto B. perpendicularis B. G.

d per 35 l. 1. vel 49. l. 2. Con.
e per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.D, D.C. ſunt æquales, & ducitur D.B. vel parallela diametro vel ipſamet diametrus, linea E.F. tangens ſectionem in B. parallela eſt f baſi A.C. Et proinde maxima parallela quæ à quocumque ſectionis puncto cadere poteſt in baſim, eſt B. G. & inde eſt g B. vertex portionis, quod proponebatur.

f per 1. huius.
g per 3. defi. huius.

PROP. XIX.

THEOR. XIX.

Si in portione comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media baſi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimidia agitur, longitudine ſeſquitertia erit.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

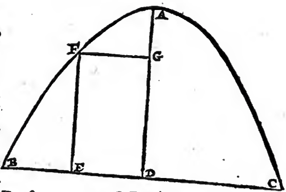
ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ΥΠΟΘ. Sit portio B. A. C. contenta ſub recta baſi B. C. & ſectione B. A. C. Tum à media baſi excitetur h D. A. parallela diametro vel ipſamet diametrus. Et à dimidio dimidiæ B. D. nimirum à puncto E. alia parallela agatur E. F.

h per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico D. A. ſeſquitertiam eſſe alterius E. F.



ΚΑΤΑΣ. Decidat [a] à puncto F. linea F. G parallela baſi B. D. Cum enim A. [b] ſit portionis vertex A. D. eſt maior quam E. F. [a] per 31. l. 1. [b] per præc.

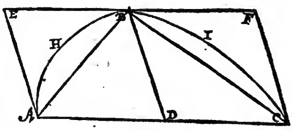
ΑΠΟΔ. Vt B. D. eſt ad F. G. potentia, ita eſt [c] A. D. ad A. G. longitudine. Atqui B. D. quadrupla eſt [d] potentia ipſius F. G. nam E. D. ſemiſſis ipſius B. D. æqualis eſt [e] ipſi F. G. & proinde B. D. duplex eſt ipſius F. G. Ergo A. D. quadrupla eſt longitudine partis A. G. Et qualium A. D. eſt 4. remanet G. D. trium, cum ſit A. G. 1. Verum ſunt [e] G. D, F. E. æquales. Idcirco pariter A. D. eſt ad E. F. vt 4. ad 3. hoc eſt in ſeſquitertia ratione quod fuit probandum. [c] per 3. huius. [d] per 20 l. 6. [e] per 34. l. 1

ΠΡΟΤ. Κ. — PROP. XX.

ΘΕΩΡ. Κ. — THEO. XX.

Εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἐσται τὸ ἐγγραφὲν ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

Si in portione comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione triangulus inſcribatur eandem baſim habens cum portione eandemque altitudinem: maior eſt inſcriptus dimidio portionis.



ΥΠΟΘ. In portione A. B. C. cuius vertex B. inſcribatur triangulus A. B. C. baſim communem habens A. C. paremque cum portione altitudinem.

ΣΥΜΠΕ. Dico triangulum maiorem eſſe dimidio portionis.

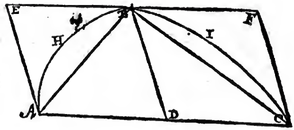
ΚΑΤΑΣ. Per verticem B. ducatur [f] tangens portionem E. F. parallelas ſcilicet baſi A. C. Tum ducatur [h] æquidiſtans diametro D. B. è medio baſis: & perficiantur parallelogramma D. E, D. F. [f] per 35. l. 1. vel 46. lib. 1 Conic. [g] per 1. huius.

ΑΠΟΔ. A. E. & C. F. cadunt extra ſectionem, ne conueniant [i] alicubi cum diametro, cui parallelæ ducantur [l] ſicuti D. B. Proinde parallelogrammum A. F. comprehendit portionem, qua idcirco maius eſt. [m] Atqui parallelogrammi A. F. dimidius eſt [n] triangulus A. B. C. portioni inſcriptus. Idem itaque triangulus maior eſt ſemiſſe portionis: quod vult propoſitio. [h] per 31 l. 1. [i] per 22. l. 1 Conic. [l] per 30. l. 1. [m] per 9. com ſent. [n] per 43. l. 1.

ΦΑΝΕΡ. Α. — MANIF. I.

Δῆλον ὅτι ἐς τοῦτο τὸ τμῆμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμήματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Liquet quod ſic in hac portione poſſibile ſit polygonum inſcribere, ita vt relictæ portiones omni propoſito ſpatio ſint minores.



ΥΠΟΘ. Repetatur ſuperius diagramma.

ΑΠΟΔ. Et in relictis portionibus A.H.B. & B. I. C. deſcribantur rurſus trianguli paribus altitudinibus quam portiones eaſdem habentes c per proximam. baſes: auferetur a enim ab eis plusquam dimidium. Et rurſus in reliquis portionibus deſcribantur alij b per 1.l.10 ſimiles trianguli, & ſic fiat continuo: Tandem enim relictæ partes fient b quolibet ſpatio propoſito minores.

PROP. XXI.

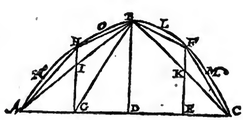
THEOR. XXI.

Si in portione comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione triangulus inſcribatur eandem baſim habens cum portione, & eandem altitudinem: inſcribantur verò & alia trigona eandem baſim habentia cum portionibus, & altitudinem eandem: vniuſcuiuſque triangulorum in reliquis portionibus deſcriptorum, octuplum eſt triangulum quod in tota portione deſcribitur.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Εἴκα εἰς τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμήματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμημάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκτοπλάσιον ἔσσαι τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμῆμα ἐγγραφέν.



ΥΠΟΘ. Exponatur portio A. B. C. cuiuſmodi proponitur: Eius baſis ſit A. C. cuius dimidium D. vnde excitetur c per 18. huius. parallela diametro D. B. ita vt ſit c B. portionis vertex. In portione triangulus habeatur A. B. C. eiuſdem putà altitudinis, & in eadē baſe quam portio, qui relinquat ex portione tota alias d per 10.l.1. e per 31.l.1. f per 2. & 4 l 6. portiones A. H. B. & B. F. C. quarum baſes A. B, B. C. biſariam diuidantur d punctis I. & K. per quæ tranſeant E. F. & G. H. parallelæ e ipſi D.B. quæ proinde notent e vertices portionum H. & F. dirimantque f A. D. & D. C. etiam biſariam. Tandem ducantur A. H, H. B, B. F. & F. C. quæ triangulos abſoluant A. H. B. & B. F. C. Demum ſi requiratur eodem pacto in relictis portionbus ab iſtis triangulis alij trianguli deſcribi intelligantur.

ΣΥΜΠ. Dico triangulum A. B. C. in tota portione deſcriptum octuplum eſſe trianguli A. H. B. vel alius B. F. C. Tum ſi in relictis A. N. H. & H. O. B. alij inſcribantur trianguli, totum A. H. B. alterutrius horum eſſe quoque octuplum. Et ita de alijs.

g per 19. huius. ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea G. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Linea D. B. ſeſquitertia eſt g lineæ G. H. At eadē D. B. eſt f dupla lineæ I. G.

vt B.A. lineæ B.I. Ergo qualiũ partiũ D.B. eſt 4. taliũ G.H.eſt 3.& I.G. 2. Proinde G.I. dupla eſt ipſius I.H.& trianguli H.I.B. æqualis[a] triangulo H.I.A. duplus eſt[a] triang. I. B.G. qui proinde toti A.H.B. æquipolet. Verùm trianguli A.I.G,& B.I.G. ſunt[a] æquales, cum baſes A.I,& I.B. pares exiſtant.[b] Totus ergo A.B.G. duplus eſt trianguli A.B. H. Atqui G.B.D. par eſt[a] conſorti A.B.G. Totus igitur A.B.D. quadruplus eſt trianguli A.H.B. Demum trianguli A.B.D. duplus adhuc eſt[a] totus A.B.C. Et idcircò totus hic A.B.C. illius A.H.B. octuplus eſt, vt proponebatur. Idem omnino intelligendum de triangulo B.C.F. cuius octuplus oſtendetur A.B.C. paribus omnino argumentis.

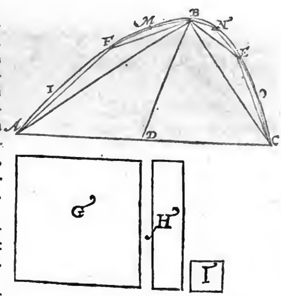
a per 1 li. 6.
b per fabricam.

ΠΡΟΤΑ. ΚΒ. — PROP. XXII.

ΘΕΩΡ. ΚΒ. — THEOR. XXII.

Εἴκα ἡ τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ἦ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ταὐ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσται τοῦ τμήματος.

Si portio comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione, & ſpatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum ſpatiorum æquale triangulo portioni inſcripto eaſdem baſim, & altitudinem habente cum portione: Omnia ſimul ſpatia minora ſunt portione.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio quæ proponitur, in eaque deſcriptus triangulus eadem baſi, & pari altitudine A.B.C. cum in relictis portionibus inſcripti ſint etiam trianguli A.F.B, B.E.C. cum ijſdem baſibus & altitudinibus: Similiter adhuc in reliquis portiunculis habeantur trianguli A.L.F, F.M.B, B.N.E. & E.O.C. & ita in infinitum ſi requiratur. Quot verò inſcriptiones triangulorum factæ fuerint, tot aſſumantur ſpatia ordine in quadrupla ratione G.H.I. quorum primum G. ſit[c] æquum triangulo A.B.C.

c per 24. l. 2

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ſpatijs omnibus G.H.I. quotquot aſſumpta fuerint in ratione quadrupla, portionem A.B.C. eſſe maiorem.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C. quadruplus eſt triangulorum A.B.F, & B.E.C, nam alterutrius octuplus eſt[d]: & ambo rurſus A.F.B, B.E.C. ſunt ſimul quadrupla triangulorum A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. Et ita in infinitum priores ſunt poſteriorum quadrupli, nam alteruter priorum vt A.F.B, ſibi additorum A.L.F, & F.M.B. eſt[d] quadruplus, & vnius octuplus[d]; Et proinde omnes antecedentes ſimul A F.B,& B.E.C. omniũ ſunt[e] conſequentium A.L.F, F.M.B, B N.E, E.O.C. totuplices, quotuplex eſt vnus antecedens A.F.B, vnius conſequentis A.L.F, F.M.B. Atqui his triangulis æqualia ſunt ſpatia G.H.I. quia primum G. eſt æquale triangulo A.B.C, & quam habent inter

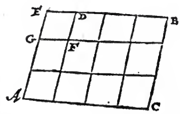
d per prac.
e per 12. l. 5

ſe trianguli rationem eam inter ſe ſpatia retinent: Ergo quam rationem habent triã- guli ad portionem, nempè rationem inæqualitatis, & vt portione minores ſunt, ita portione eadem minora ſunt [a] aſſumpta ſpatia, quod fuit probandum.

a per 7. l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Tertia pars quartæ partis totius, iuncta eidem quartæ, tertiam totius partem efficit.



ΥΠΟΘ. Sit A. B. parallelogrammum, cuius latus A. C. exponatur diuiſum in quatuor æquales partes, & à punctis ſectionum erectæ ſint parallelæ lateri C.B. ita vt totius ſit [b] parallelogrammi quarta pars A.D. Rurſus aliud latus A.E. offeratur ſectum trifariam, punctis quibus parallelæ lateri A.C. ductæ ſint: ita vt adhuc ſit [b] G.B. tertia pars totius A.B. Quoniam verò A. E. in tria ſecatur. Erit G.D. tertia pars ipſius A.D. quæ eſt quarta pars parallelogrammi totius A.B.

b per 1. l. 6

ΣΥΜΠ. Dico G.D. tertiam partem parallelogrammi A.D. quartæ ſcilicet partis totius, additam quartæ eiuſdem totius, efficere totius tertiam.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam parallelogrammum A.B. lineis ſecatur parallelis in parallelogramma diſtribuitur [c]: quorum rurſus cum altitudines & baſes ſint æquales, omnia ſunt [b] inter ſe æqualia. Et proinde A.D. conſtans tribus ex illis, æquatur ipſi F.B. ex totidem conflatum. Eſt ergo F.B. vna quarta totius A B. Atqui G.D. eſt tertia pars quartæ A.D. quæ tertia pars addita ipſi F.B. quartæ parti totius, efficit B.G. tertiam totius partem. Ergo tertia quartæ addita quartæ efficit tertiam totius, vt fert lemma.

c per fabricam.

THEOR. XXIII.

PROP. XXIII.

Si magnitudines ponantur deinceps in quadrupla ratione: omnes eiuſmodi magnitudines, & adhuc minimæ tertia pars in vnum compoſitæ, ſeſquitertiæ erunt maximæ.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

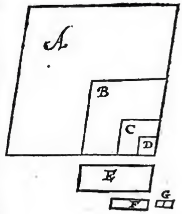
Εἴκα μεγέθεα συντιθέωντι ἑξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθεα, καὶ ἐπὶ τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συντεθὲν, τὰ ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

ΥΠΟΘΕ. Sint magnitudines A.B.C.D. in quadrupla ratione.

ΣΥΜΠ. Dico omnes cum quarta parte minimæ D. ſimul eſſe ad maximam A. in ſeſquitertia ratione.

ΚΑΤΑΣ. Sint magnitudinum B.C.D. tertiæ partes E.F.G.

ΑΠΟΔ. B.eſt quarta pars primæ A. Et proinde B. cum E. eſt [a] tertia pars ipſius A. Tum C. eſt [a] quarta ſecundæ B. & idcirco C. cum F. eſt [a] tertia eiuſdem B. Denique D. cum G. efficit [a] tertiam tertiæ C. Et tandem omnes B.C.D.E.F.G. ſimul ſunt [b] tertiæ partes omniũ A.B.C. Hinc itaque habemus B.C.D. E.F. G. illinc A.B.C. & duarum B.C. ſunt tertiæ partes E.F. Tollamus ergo hinc E. F. illinc B.C. remanebunt enim B. C.D. & G. pro vna tertia maximæ A. Et proinde hæ B. C.D. & G. ſi addantur ipſi A. quatuor fient partes, quarum erant B.C.D.& G. vna, ipſa verò A. tres. Igitur A. B.C.D. omnes propoſitæ magnitudines cum G. ſcilicet tertia parte minimæ expoſitarum, ſunt ad A. in ratione ſeſquitertia, quod fuit probandum.



a per lemm. praeced.

b per 12. l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΚΔ.

ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXIV.

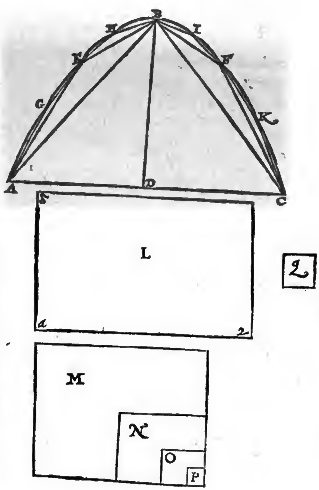
THEOR. XXIV.

Omnis portio comprehenſa ſub recta, & rectanguli coni ſectione ſeſquitertia eſt trianguli eandem baſim habentis cum ipſa, & æqualem altitudinem.

ΠΡΟΘ. Exponatur portio qualis proponitur A.B.C. cui triangulus A.B.C. inſcribatur, eandem habens cum portione baſim, eandemque altitudinem.

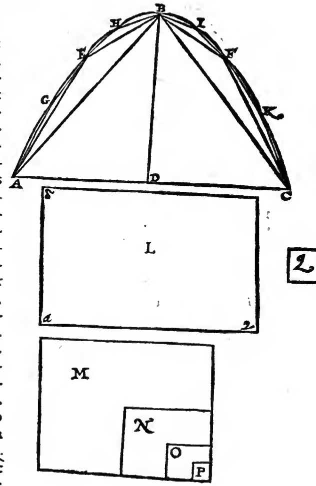
ΣΥΜΠ. Dico huius trianguli portionem eſſe ſeſquitertiam.

ΚΑΤΑ. Hoc niſi fuerit, ponatur L. ſpatium trianguli A.B.C. eſſe ſeſquitertium. Et huic quidem ſpatio L. ſi fuerit portio æqualis, habebimus propoſitum. Si verò fuerit inæqualis: ponatur inæqualitatem eſſe quantitatis Q. Et à portione tollamus toties pluſquam dimidium, triangulorum prædicta [c] inſcriptione, vt relictæ portiones minores ſint quantitate Q. Tum ſumamus parallelogrammum M. æquale triãgulo A.B.C. Et ipſius M. quarta pars ſit N. deinde ipſius N. quarta ſit O. Et demum ipſius O. quarta ſit P. vt ſint M.N.O.P. in ratione quadrupla, ſed toties ſumatur [d] quarta præcedentis, quoties requiritur, vt vltima P. minor ſit ipſa Q.



c demõſtratione 22. huius.

d per 1 l. 10



ΑΠΟΔ. Quoniam inæquales ſunt portio & L. ponatur primò portio maior quantitate L. Et quia portio minùs diſtat à figura ſibi inſcripta triangulorum inſcriptione, quàm diſtet ab L. erit adhuc illa figura maior quantitate L. Atqui illa figura componitur ex triangulis qui ſunt [a] in ratione quadrupla, & omnium maximus eſt A.B.C. Proinde omnes non ſunt [b] maximi A.B.C. ſeſquitertij, niſi cum tertia parte minimæ. Eſt verò L. ſola ſeſquitertia ipſius trianguli A.B.C. Proinde L. maior eſt figura portioni inſcripta. Simul ergo eſſet maior & minor eadem magnitudine, quod eſt abſurdum. Itaque portio non eſt maior magnitudine L. Verùm nec minor eſt. Nam M. N. O. P. cum tertia parte minimæ P. ſunt [b] ſeſquitertiæ maximæ M. hoc eſt trianguli A.B.C. Et proinde ſunt æquales ſpatio L. Sed L. ſuperat [c] portionem maiori quantitate, nempè Q. quàm ſit P. Et eadem L. ſuperat M.N.O.P. tantum tertia parte minimæ P. & minori quàm ſit P. Vnde ſequitur M.N.O.P. maiores eſſe portione: Quod eſt abſurdum ex ante [d] demonſtratis. Neque ergo portio minor eſt magnitudine L. Supereſt ergo illi ſit æqualis, & ex conſequenti trianguli A. B. C. ſeſquitertia, qui fuit probandus totius operis ſcopus.

a demonſtratione 22 huius.
b per 23. & præcedentem huius.
c per fabricam.
d per 22. huius.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spatium parabolicum in quadratum referre.

ΥΠΟΘ. Repetatur diagramma præcedens.

ΚΑΤΑ. Qualium D. B. tres partes continet, talium fiat α.γ. quatuor, & ſit α.δ. ipſi A. D. æqualis, tum perficiatur parallelogrammum L. cui deinde τὸ ἴσον τετράγωνον συστάσθω. [e]

ΣΥΜΠΕ. Dico haberi propoſitum.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim L. eſt [f] ſeſquitertia trianguli A.B.C. & proinde æqualis [g] portionis. Ergo & eidem portioni æquale eſt [h] quadratum, in cuius formam redacta eſt L. quod fuit præſtandum.

e per 14. l. 2.
f per 1. l. 6.
g per proximam.
h per 1. com. ſent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Equidem qui non agnouerit Archimedem ex hoc potiſſimum, vt & ex præcedentibus reſolutis, & demonſtratis problematibus ſubtiliſſimum Geometram, vix mihi in mentem adduce-

rim hominem hunc, vel quicquam ſenſui, aut rationi tradere, vtrique ſucclamanti præſtantiam Archimedei artificij, ipſamque miraculo tribuenti: vel certè quæ præceſſerunt intellexiſſe. Qui enim non intelligit, ille nec laudat, nec ſuſpicit: quinimò vt defectum proprium diluat, nec puſillum ingenium prodat, authorem vel inſcitiæ, vel futilis, & contemnendæ artis inſimulat: quarum vtramque tam longo interuallo Archimedes à ſe propulit, vt ſuperiora ſecula, nec profundioris ſcientiæ, nec ſubtilioris in his ſaltem diſciplinis prudentiæ, agnoſcant. Verùm quid tantopere laboro in homine extollendo, quem omnes, puto, mirificè colunt, & cuius laus nulli vnquam, nec genti, nec ætati deſitura eſt? Sequitur, vt ſi cum in Geometricis cum ſtupore ex magnitudine rerum audierimus, deinceps in Arithmeticis quanta quoque miracula excitarit, intelligamus.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS
ARENARIVS,

NOVIS COMMENTARIIS ILLVSTRATVS.

IRRISI *ſæpiſſimè inſulſam multorum inſcitiam, qui in authorum vel maioris nominis opera incidentes, ea ſtatim vtilitatis examine penſitant, nihilque priùs quærunt, quàm cui negotio vtilia ſint? cuique proſint? quaſi nihil ſit homine dignum, niſi quod vulgaribus & tritis negotijs, vel tractandis, vel dirigendis, vel exequendis conferat, omniaque hominum ſtudia ad ea debeant referri, quæ exterioribus humanæ vitæ mercimonijs conducunt; cætera verò deſidiæ & ſegniori otio eſſe tribuenda, quantopere ſagacis intellectus vigentiſque in nobis rationis argumentum præbeant.* O: *cæcas mentes: Ecquibus quæſo hominum vita conſtat? num neceſſitate, num ornamento? nonne ſunt quæ vrgent? nonne quæ abundant? nonne coacta quædam? nonne alia libera? Quæ verò vt neceſſaria premunt, annon rurſus aliqua abſolute cogunt, aliqua remiſſè adigunt, quædam mitius agunt? Quæ verò ſunt ad libitum, nonne hominem excolunt? nonne comunt? nonne ornatiorem promunt? Et nunquid hæc ſecundum gradus, quibus ab vltima vi recedunt, & ad liberiorem delectum eriguntur, quantò demum attolluntur, tantò nobilitantur? Equidem dignitas additur ex libertate. In Moribus quò magis Spontanea virtus, eò inſignior & laudabilior eſt: in alijs quæ exquiruntur ingenio, vti voluntaria, ſic decora. In ciuilibus agreſtia, ſine quibus non viuimus, inferioris ſortis hominibus demendantur: arma quibus vacare poſſumus, imò quibus vacandum, vt melius & benignius ſimus, à felicioris fortunæ viris tractantur.*

Inter

Inter artes mechanicæ ſunt, & viles eæ quæ coarctiori labore exercentur: aliæ cenſentur magis honeſtæ, quæ liberioris operæ ſunt. Et nihilominus magis vtiles ſunt coquinaria vel textoria, quàm architectoria, ſeu pictura. His occurritur obijcienti: cui vſui proſit Arenarius? quid ſibi velit in his quæ ad vitam pertinent, & cui loco ſit habendus ipſe liber ψαμμίτης? quaſi deſidus ſit, ſi non inertis curæ, inquiſiuiſſe quantus fuerit arenæ numerus, qua totus mundus, vel qui decuplo maior eſſet, impleretur. Sed non inutilem eſſe ſpondeo, ſiue vtilitatem ex neceſſitate menſuremus, ſiue eam ex libertate & honeſtate metiemur. Equidem non vrget iſthæc cognitio, nec vita noſtra huic contemplationi addicta eſt: Abſit Archimedes ſeruilibus operibus operam ſuam contulerit. Verùm vbi neceſſitatis primos aut ſecundos gradus ſubmiſerimus, quibus propter vilitatem hic Arenarius ſe ſubtraxit iam & alijs, vtilitatem ſuam repetet, quibus manum porrigere non dedignatur, licet ſplendidiori humanæ contemplationis cœlo ſeſe maxime permiſerit. Si non ſationibus, putationibus, aut alijs colendæ terræ partibus Arenarius deſeruierit, quibus cœli notitia omnimode requiritur, ſaltem nauticam artem, qua neceſſitas vitæ adornatur miris modis iuuat, cum terræ dimetiendæ, aquæ, cælorum, exquiſitam artem proferat. Non potuit Archimedes numerum arenæ, quo totus mundus conſtaret, definire, niſi priùs mundi quantitatem ſtatuiſſet: hanc autem non præbuit, quin partes eius præfiniuiſſet. Solem menſus eſt exquiſita induſtria, eiuſque rationem ad maximum cœli circulum detexit, cuius ſubinde magnitudinem prodidit, & ex eo totius mundanæ molis: Tum perfectiſſimè ſtatuit de tota cæleſti & elementari machina: vt non ſit nobis ſecurior methodus adeundi vias Cœli, aut marium terrarumue faciendi itinera, ea, quam porrexit Arenarius. Cæterum eo protulit dinumerandi peritiam, vt maximam tantæ facultatis, hominique omnino neceſſariæ, nedum vtilis vim, nobis patefecerit. Dubitabant quidam arenæ quæ circum Siciliam eſſet, numerum exprimi poſſe, adeò immenſum exiſtimarunt: quorum vt inſcitiam retunderet, non quæ circa Siciliam eſſet duntaxat, verùm quę toto mundo decuplo licet maiore contineretur, quanta eſſet, acutiſſimè oſtendit, & in hac multitudine detecta, definita & diſtincta dinumerandi artem præbuit, mirum quidem non tantum ſi aceruum hunc Hercules! ſtupendum ſpectes, verum ſi numerorum ordinem, & eorum exprimendorum rationem, tùm vocabula animaduertas. Non enim ſolum hic mirum eſt, oculis penè lynceis cælorum penetralia reſeraſſe, ſpatia tam longè à conſpectu diſſita perfecta arte menſuraſſe, tantam demum arenam certiſſimis numerorum periodis ſtatuiſſe, ſed claſſium in quas diſtribuit, periodorum quibus diſtinguit, terminorum quibus exprimit numeros, artificium dediſſe. His ſiquidem eò ſuſtulit ἀριθμητικὴν, vt hinc perfectionem ſuam nacta videatur, & ante Archimedem fuiſſe manca & imperfecta. Quanto verò vſui ſit numerorum ars, omnibus ſcientijs, non ſolum ijs quæ ad praxim reuocantur, ſed alijs etiam quæ res inquirunt duntaxat vt ſciantur, nemo ignorat, qui primis eas labijs deguſtarit; aut qui Platonem vt diuinum de numeris diuinè diſſerentem audierit, ὡς εἴπερ (inquit) ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ ἄν ποτέ τι φρόνιμοι γενοίμεθα. Ratio autem eius eſt (huc conueniens vt Arenarij vtilitas percipiatur) quod Anima humana nullas virtutes ſit percepturа, à qua rationem abſtuleris. Animal verò nullum ſit, quod duo & tria par & impar, denique numerum neſciens, ratione potiri, aut rationem de rebus reddere, quantumuis eas ſenſu, & memoria percipiat, poſſit: nec proinde ſapiens eſſe queat. In Epinomide.

Vndetandem concludit, ὅτῳ δ' σοφία μὴ παρεστίη πάσης ἀρετῆς τὸ μέγιστον μέρος, οὐκ ἂν ἔπι τελέως ἀγαθὸς γενόμενος, εὐδαίμων ποτὲ γένοιτο· οὕτως ἀριθμὸν μὲν ἀνάγκη πᾶσα ὑποτίθεσθαι. Quod ſi numerus adeò requiritur in ſapientia nobis perfectè acquirenda, equidem qui nos ad percipiendos numeros promouet, plurimo beneficio deuincit, ſcilicet, vt ad ſapientiam euehit, ſic ad ſummam fœlicitatem extollit. Quid itaque Archimedi debeamus ex hoc nobis ſuppeditato Arenario, conſtat: cùm ſcilicet eo nos ad dignotionem numeri adducat diuino prorſus modo. Quandoquidem authore eodem Platone, vt Deus nobis inderet numerum, quem cæteris animantibus negauerat, & vſum communem edoceret, poſtquam vim inſeuiſſe animabus noſtris, qua in eo, quod oſtenditur numerum intelligeremus, eam voluit aſſiduè nos exerceremus, cælumque obtulit, in quo dici lucem, & noctu tenebras perciperemus, vt cùm diurno lumine res intuiti eſſemus, opacitate deinde nocturna in tam varia ſydera oculos conuertentes diſceremus inceſſanter diſtinguere vnum à duobus. Hinc ait diuinus ille Philoſophus, οὐρανὸς οὐδέποτε παύεται διδάσκων ἀνθρώπους ἕν τε καὶ δύο. Nunquid Archimedes diuina illa methodo nos ἀριθμεῖν edocet, cum nobis primum in cælum conuertat oculos, ſolem intueri iubeat, tum diſtinguere eius magnitudinem & angulum quo videatur partiri à recto, vt quæ pars ſit ipſius dignoſcamus, ſcilicet an vna, vel duæ, vel tres: Tandem conferre partem hanc, vel partes cum toto cæli ambitu, tum cum toto circulo, adhuc cum tota cæleſti machina, imò cum mundana, & denique ea impleta minimis corporibus, quæ in tota natura reperiantur, vt numerus non detur maior corporum, quæ ſitum verum habeant, eorum numerum ad vnguem explicare: vt cum inde miram & diuinam numerandi peritiam eruerimus, nobis via ad ſummam ſapientiam teratur. Sic Archimedes nos fœlices facturus eſt, ſi eum in conſilium ſtudiorum noſtrorum adhibuerimus. Verùm (dixerit quis) non eſt facilè obtutu, qua ratione numerandi peritia nos ad ſapientiam deduxerit: hoc verò patefacere, quod omnium Artificum eſt, mihi non ſuſcipio; ſatis eſt ſi dicam hoc percepturum quemquam vel rudiorem ingenio, qui omnium ſcientiarum pondus totum in enumeratione eſſe, vt eſt, animaduerterit, & ſcire nihil eſſe aliud, quàm diſtinguere, partiri, diuidere, ſeiungere aliud ab alio, & denique intelligere numquid vnum ſit an duo: hoc autem quid aliud quam numerare eſt? Hinc dixere & peritiſſimè nonnulli, numerum datum eſſe humanis mentibus tanquam lumen oculis, quo mediante omnia cognoſcant, & ſine quo nihil intelligant: vt nec ſine lumine oculi quicquam intuentur. In moribus quis eſt prudens qui neſciat diſtinguere bonum à malo, & ſeparare mala à bonis; virtutes à vitijs; licita ab illicitis: quod nullus effecerit qui numerum virtutum, itemque multitudinem vitiorum ritè non cognouerit. Vbi verò numero certo ea ſciuerit, nunquam vitijs ſe dederit, cum vitioſe tantum agamus, quia malum numero boni adſcribimus. Deinde vt ſapiens fit quilibet numero, quantum ad ſe attinet, etiam prudens numero conſtituitur erga alios. Quis enim vel in coercitionibus & in pœnis, vel in muneribus dandis, aut in mercede retribuenda æquus fuerit, qui par & impar ignorauerit? Paritas vel imparitas actionum, vel prauarum, vel ſtudioſarum, pares vel impares pœnas, paria vel imparia præmia merentur: ſi tamen etiam in illa paritate vel imparitate, æqualitatis etiam, vel inæqualitatis dignitatum locorum, perſonarum ratio habeatur. Longum eſſet recenſere quot gradibus nos numerandi artificium ad ſapientiam euehat. Hoc tantum addam, (O! REX SAPIENTIÆ AVIDISSIME) eò ſe proripere numerum,

Ibidem.

vt ipſo diſtinguatur fælicitas Regis optimi maximi, à miſeria perditi tyranni: Etenim illum hunc dulcedine, hunc verò illum amaritudine vitæ ſuperare definiêre ſapientes, numero 729. Et quamquam arcanum hoc longiori ſermone explicare huius non ſit loci, tamen hinc conijciet M A I E S T A S T V A, *quo dignitatis loco ſit ille habendus qui rerum numerum edoceat. Quippè in regia arte ſicuti in cæteris veriſſimum eſt, quod aiebat antiquus Socrates, ijs omnibus ſi quis ſegregauerit numerandi, dimetiendique aut ponderandi peritiam, vile quiddam eſſe quod vniuſcuiuſque ſupereſſet. Hoc autem omne docet Archimedes, vt ſatis ſuperque vtilitas operum ipſius eluceſcat. Verùm audiamus Arenarium.*

Plato lib. 9. de Republ.

In Philebo.

ARCHIMEDIS ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ARENARIVS. ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

a Sic reſtitui ex manuſcripto, cum legeretur vulgo βασιλεὺς γελῶν.
b ſupple ἀριθμὸν, quæ hic intercidit, alioquin nec congruus fuerit helleniſmus.
c vulgo, ſed malè, habetur, ἐν τῷ τις δὲ αὐτὸν ἄπειρον εἶμεν. Tum manuſcriptus legit, τινὲς δὲ αὐτὸν ἄπειρον ἢ ἔτι μὲν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, itidem corruptè.
d hic rurſus intellige ἀριθμόν.

PVtant quidam, O! Rex Gelon, infinitam eſſe arenam multitudine. Dico verò non ſolum eam quæ circa Syracuſas eſt, reliquamue Siciliam, ſed eam quæ omnem regionem, cùm habitabilem, tùm inhabitabilem circumſtat. Nõnulli verò ſunt qui ipſam innumeram quidem non eſſe aſſumunt, ſed negant vllam eſſe nomenclaturam, quæ ipſius exuperet multitudinem. Qui verò ſic ſentiunt, manifeſtum, quod ſi intelligant ex arena tantum compoſitum eſſe acervum, vt eo impleantur, & ſalſura, & terræ concauitates, vorſuræque vſque ad æqualitatem ſupremorum montium, repentè pronuncient deeſſe multo magis numerum qui hanc excedat multitudinem. Ego verò hoc tentabo demonſtra-

Οἴονταί τινες, a βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν b ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε οἰκημέναν, καὶ τὰν ἀοίκητον· c ἐντὶ τινὲς δὲ οἳ αὐτὸν ἄπειρον μὲν οὐκ εἶμεν ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ· Οἱ δὲ οὕτω δοξάζοντες, δῆλον ὡς εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον d ὄγκον συγκείμενον, τὰ μὲν ἁλίκαν ὁ τᾶς γᾶς ὄγκος ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν πελαγέων, πάντων τε τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων πολλαπλασίως μὴ γνουσίν τε μὴ δὴ ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειράσομαι τοῦτο δεικνύειν δι

ἀποδείξεων γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς[a] ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντί τινες οὐ μόνον τὸν ς. τοῦ ψάμμου τοῦ μεγέθεος, ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ μεγέθεος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. κατέχεις δὲ διότι καλεῖται κόσμος[b] ὑπὸ μὲν τῶν πλειόνων ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστι κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον· ἡ δὲ τοῦ κέντρου,[c] τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακρούσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινῶν ἐξέδωκεν γράψας, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου.[d] ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον, μένειν ἀκίνητον· τὰν δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὰν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθη ταλίκαν[e] εἶμεν· ὥστε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν· τοῦτό γ' εὔδηλον, ὡς ἀδύνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τῆς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει[f] μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν[g] οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό.

ſtrare, & quidem geometricis demonſtrationibus, quibus conſequeris, numerorum à nobis recenſitorum, & datorum in libris ad Zeuxippum ſcriptis, aliquos eſſe qui non ſolum & arenæ multitudinem æqualem terræ repletæ, vti diximus, ſed eam quæ haberetur par toti mundo, exuperent. Nõ autem ignoras quod vocetur mundus à multis quidem Aſtrologis, ſphæra cuius centrum eſt centrum terræ, radius verò æqualis rectæ, quæ à centro ſolis media eſt ad centrum terræ. Ea verò quæ habentur ab Aſtronomis ſcripta diſcutiens Ariſtarchus Samius, hypotheſes quaſdam ſcriptis prodidit, ex quibus ſuppoſitis conſequitur mundum multiplicem eſſe eius qui mox præſcriptus eſt. Supponit enim inerrantia ſidera, & ſolem non moueri: Terram verò ferri in gyrum, circa ſolem qui in medio ſtadio iacet. Stellarum autem non errantium ſphæram, circa ipſum ſolis centrum motam, ea eſſe magnitudine, vt circulus in quo terra ferri ſupponitur, eam habeat rationem ad ſtellarum fixarum interuallum, quam habet centrum ſphæræ ad ſuperficiem. Hoc verò manifeſtò impoſſibile eſt. Cùm enim centrum ſphæræ nullam habeat quantitatem, neque rationem vllam habere ipſum ad ſuperficiem ſphæræ ſupponendum eſt.

a Quem librum de numeris ſcripſerit ad Zeuxippũ, hoc ſeculo ignoratur.

b Tãgit hic antiquam mundi circumſcriptionem, à veteribus Aſtronomis ſuppoſitã. Hũc enim nõ vltra ſolarem orbem extẽdebant, centriſque ſolis & terræ radios mundana ſphæra definiebant.

c Hietitabãt corrupti codices tã vulgares, quàm manuſcriptus: ſed ex ſenſu reſtitui, & pro εὐθείᾳ quæ in typico erat, cũ lacuna defectus argumento, lege τᾷ εὐθείᾳ, vt eſſet ſenſus quidam: nõ verò αἱ εὐθεῖαι vt habet manuſcriptus codex, quæ ſenſum non perficiunt.

d Ariſtarchi opinio de mobilitate terræ, circa ſolem in cẽtro mundi ſuppoſitum immobilem. Videtur autem innuere Archimedes eũdem Ariſtarchũ primum huius opinionis fuiſſe authorem.

e Liber vulgaris legit τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, τὸν ὥς τι &c. At manuſcriptus habet μεγέθη τ ταλίκαν εἶμεν ὥστε τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν ὑποτίθεται. Ex vtroque ſenſum reſtitui.

f per 16. defin. l. 11 & 16 l. 1. *g per 5. defin l. 5.*

Admittendum verò, & iſtud quidem intellexiſſe Ariſtarchum. Ex quo enim putamus terram circa mundi centrum conſtitutam, ſtatuendum adſtruxit demonſtrationibus ex apparentijs petitis, quam terra rationem habet ad mundum à nobis dictum, eandem habere analogiam ſphæram, cuius eſt circulus, ſecundum quem terra girari ſupponitur ad ſphæram ſtellarum fixarum. Et maximè videtur orbem, in quo ponit terram moueri,* ſupponi æqualem magnitudine ei quo mundum præſcribi diximus. Dicimus itaque quod ſi ex arena fiat ſphæra mole tanta, quantam Ariſtarchus eſſe inerrantium ſiderum orbem ſupponit, etiam aliquas demonſtrari in principijs numerorum nomenclaturas, multitudinem exprimentes, vincentem multitudinem arenæ, quæ congerie dictam ſtellarum ſphæram adæquet: ſuppoſitis ſcilicet aliquibus. Quorum primum eſt, ambitum terræ eſſe ter mille millium ſtadiorum & amplius, idque ratum eſſe, & ab experimentatis * demonſtrari, ſicut & tu aſſentiris eam ipſam eſſe trecentorum millium ſtadiorum. At ego ſingulatim terræ magnitudinem adaugens, decuplo maiorem pono ipſius ambitum eo, quem primi illi obſeruarunt, nempè ter millies millium ſtadiorum, & ampliùs. Deinde diametrum terræ maiorem eſſe diametro Lunæ. Tum diametrum So-

* ἴσ. ὑποτίθεσθαι.

a ἢ ὑ τινὰς habet vulgaris codex, ſed malè. Ex manuſcripto itaq; mutaui.

* 2.

* ἴσ. ἢ τῶ.

* 3.

ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσαρχον διανοεῖσθαι τόδε. ἐπεὶ δὲ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες, ὡς περὶ μὲν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾗ ἐστὶν ὁ κύκλος, καθ' οὗ τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀστρων σφαῖραν, τὰς ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένου ἐναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσαν ὑποτίθεται * τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲν δὴ καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλίκα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσαρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἀστρων σφαῖραν εἶμεν, ª καὶ οὕτω τινὰς δειχθείσας τῶν ἐν ἀρχαῖς τῶν κατονομασιῶν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ εἰρημένῃ σφαίρᾳ· ὑποκειμένων τῶνδε. Πρῶτον μὲν τὴν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν, * ὡς τῶν μυριάδων σαδίων καὶ μείζων, καὶ περὶ τῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς * καίτοι παρακολουθεῖς ἐοῦσαν αὐτάν, ὡς λ. μυριάδων σαδίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καθεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς δεκαπλασίων τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένων, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, * ὡς τ̄ μμ. σαδίων, καὶ μείζων. Μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁ-

λίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν πρότερον ἀστρολόγων. μετὰ δὲ ταῦτα τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· καὶ περὶ τῶν πρότερον ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν, ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένου· Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος, ὡς δὴ δωδεκαπλασίαν· Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, a ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτὼ καὶ δεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον b ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι· Ἀριστάρχου μὲν εἰρηκότος τοῦ κύκλου τῶν ζωδίων d τὸν ἅλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν. αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ὡς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβεῖ λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι, διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χεῖρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν λαβεῖν ἀξιοπίστως εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι· περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὔκαιρον μακύνειν, ἀλ-

lis maiorem eſſe diametro terræ. Similiter iſta ſumo & conuenienter multis ſuperiorum Aſtrologorum. Præterea diametrum Solis diametri Lunæ eſſe vt trigecuplum & non maiorem: cum inter antiquos Aſtronomos Eudoxo quidem viſus ſit tantum noncuplus: Phidiæ verò Acupatris filio vt dodecuplus. Sed Ariſtarchus nixus ſit oſtendere diametrum Solis maiorem eſſe quam duodeuigintuplum diametri Lunæ, minorem vero quam vigecuplum. Ego vero iſtud excedens, vt hypotheſis remaneat ſine dubio & clarè demonſtrata, ſuppono c diametrum Lunæ vt trigecuplum eſſe, nec maiorem. Præterea diametrum Solis maiorem eſſe latere figuræ mille angulorum inſcriptæ circulo maximo qui ſit in mundo. Hoc verò ſupponimus, cum Ariſtarchus dicat ſolem apparere ac ſi eſſet vigeſima & ſeptingenteſima circuli zodiaci pars. Ipſe enim conſiderauit quomodo inſtrumentis poſſet excipere angulum, quo ſol accommodatur, habentem verticem in oculo. Simile autem quid verè aſſumere non ita in promptu eſt: quoniam neque viſus, neque manus, neque inſtrumenta quibus ſit obſeruatio, digna ſatis ſunt fide ad accuratè demonſtrandum. Verum de his diſputare nunc intempeſtiuum eſt, cum & alias

a nempe pr. 9 libelli de magnit. Solis & Lunæ.

b Vulgaris lectio habet ἀμφίλογον, pro ἀναμφίλογον vt reſtitui, contrario prorſus ſenſu.

c αὔξησις τῆς ὑποθέσεως ad tollendam omnem ambiguitatem.

d Libello Ariſtarchi de magnit. & diſtantijs Solis & Lunæ huiuſmodi φαινόμενον minimè legitur.

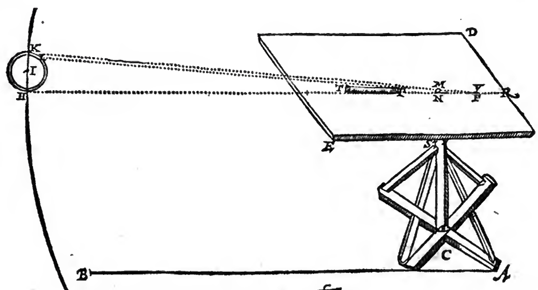
frequentius iſta determinata fuerint. Cæterum ſatis mihi eſt vt propoſitum demonſtrem, angulum ſumere, qui maior ſit angulo cui ſol accommodatur, habeatque verticem in viſu. Et rurſum alium angulum ſumere, qui non minor ſit angulo cui ſol accommodatur, & apicem in viſu habeat. Conſtituta ergo ad normam longa regula

*4. ſuper plano recto in loco iacente, vnde ſol oriens conſpici

a vulgo legitur ἐπίπεδον vna dictione, quam in duas diſtinxi, ſenſus gratia.
b vulgo legitur τὸν ἐπὶ, & male.

quear: Tum paruo cylindro tornatili ſuper regula poſito confeſtim ab aurora & ortu ſolis, poſtquam inceperit eiaculari radios in Horizon-

λως τὲ καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀπόχρη δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν ἅ τις ἐστὶ μείζων τᾶς γωνίας ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, ἅ τις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τῇ ὄψει. * τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πέδον [a] ὀρθὸν ἐν τόπῳ κειμένον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλειν ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος, καὶ τεθέντος [b] ἐπὶ τὸν κανόνα ὄρθρου εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλίου· ἔπειτ᾽ ἰόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὁρί-



tem, potueritque ex oppoſito videri, conuertatur regula ad ſolem. Deinde viſus ſtatuatur in extremo ipſius regulæ. Cylindrus vero in medio admoueatur inter viſum

c Typi habent ἀποχωρίζιμενος. & ſolem, ita vt adumbretur ſoli, tum ſeparetur paulatim cylindrus ab oculo: & vbi inceperit quid minimum ſolis intueri ab vtraque parte

ζοντι, καὶ δυναμένου τοῦ ἀντιβλέπεσθαι, ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς τὸν ἅλιον· καὶ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ· ἀποχωριζομένου [c] τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικροῦ ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ

κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος· εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ᾽ ἑνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθεῖαν [a] ἀχθεῖσαν ἀπ᾽ ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαύουσαν [b] τοῦ κυλίνδρου, ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν, ἐλάσσονι [c] τᾶς γωνίας ἐς ἃν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν, ἐχούσας ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ περιβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. ἐπεὶ δ᾽ αἱ ὄψιες οὐκ ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ἢ ὄψις, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἄχθη [d] ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύουσα τοῦ τε μεγέθεος καὶ τοῦ κυλίνδρου· ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἧς τᾶς γωνίας ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἐχούσας ποτὶ τᾷ ὄψει*. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον

cylindri, ſiſtatur cylindrus. Sic enim accidit vt oculus ab vno puncto intueatur ſub rectis ductis ab extremo regulæ in loco vbi conſtitit viſus, tangentibus cylindrum, & quidem angnlo compreheſo ſub iſtis ductis, minori eo angulo cui ſol accommodatur, habenti verticem in oculo: propterea quod apparet aliquid ſolis vndiquaque cylindri. Porro quoniam viſus non reſpicit ab vno puncto, ſed ab aliqua quantitate, ſumatur aliqua magnitudo teres, non minor viſu, & hoc rotundo corpore collocato in extremitate regulæ vbi oculus ſiſtitur, recta agatur tangens & hoc teres corpus & item cylindrum: etenim qui comprehenditur angulus ſub lineis ductis, minor eſt angulo in quo ſol accommodatur, habente apicem in viſu. Magnitudo autem non minor viſu

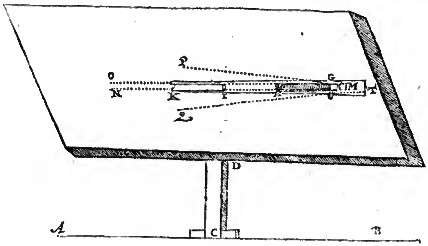
a Crederem locum hunc corruptum, & eſſe legẽdum ὑπὸ τᾶν εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν, quo ſenſu interpretor.

b Similiter legerem ἐπιψαυούσαν.

c Corruptè habet codex vulgatus ἐλάσσονι κα αἱς τᾶς γωνίας αἷς ἂν ὁ ἥλιος.

d Liber Germanus habet ἀχθεῖσα εὐθεῖα manifeſto errore. Demum hæc ſingulis pene lineis codex ille depravatur. Illum huius examine purga.

** ſe*



εὑρίσκεται· δύο κυλίνδρια λαμβάνεται λεπτὰ, ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ οὐχ· καὶ προτίθενται τᾶς ὄψιος τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ᾽ αὐ-

hoc pacto reperietur. Capiantur duo cylindruli leues, æquè craſſi inter ſe, alter quidem albus, alter vero non: præponantur deinde viſui, longiùs

quidem à viſu albus, qui vero non albus eſt, prope oculos, ita vt faciem attingat. Si quidem ergo aſſumpti cylindruli fuerint viſu multo tenuiores, intercipitur à viſu propior cylindrulus, ita vt appareat albus totus eſſe, figura multo exiliori. Si vero non multùm quædam duntaxat albi partes conſpiciuntur, vndiquaque eius qui prope oculum eſt. Sumptis itaque cylindrulis eiuſmodi vt alter ſua craſſitie alterum adumbret, & non ampliori loco talis quidem magnitudo qualis eſt craſſities cylindrulorum hoc efficientium maxime eſt non minor viſu. Verum angulus non minor angulo cui ſol accommodatur, verticem habens in oculo, ſic ſumitur. Remoto ſecus regulam cylindro, ab oculo ita vt applaudat ſeu cõculcet cylindrus totum ſolem, & recta linea à regulæ extremo in quo eſt viſus, educta ſtet tangens cylindrum: comprehenſus angulus à ductis lineis non minor fit angulo in quo ſol accommodatur, verticem habens in oculo. Porro his angulis ſic aſſumptis, dimenſoque angulo recto, fiebat qui in ſigno erat, ſeu maior angulus, minor quam vnius partis earum 164. in quas rectus fuerat diuiſus: minor vero, maior inueniebatur quam vna 200. partium, in quas rectus fuerat diſſectus. Manifeſtum itaque eſt quod angulus cui ſol accommodatur, verticem habens in oculo

a Hic locus non videtur bene ſanus, ſed ſanior eſt manuſcriptus, qui habet, λευκὸν εἰ κοκα παραπολύ, Tum vbique legitur εἰ δέκα μὴ παραπολύ, ſed libentius reciperem εἰ δὲ μὴ παραπολύ.

b Vulgo legitur ἐπισκοτεῖν quod occultare eſt, ſed manuſcripti habent ἐπικροτεῖν quod eſt applaudere & veluti lãbere. Ita enim radios viſus cylindri primo tangentes baſim, in ſolem ferri conuenit, vt ipſum tãgant ſolum, nõ exuperẽt, ſed veluti lambant leniterque attrectent.

τᾶς· τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὅς ἐστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ διϊάνειν τοῦ προσώπου. εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότατα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὄψιος τὸ ἔγγυς κυλίνδριον, καὶ ὁρῆται ὑπὸ αὐτῆς τὸ λευκὸν εἰκόνα [a] παραπολὺ λεπτοτέραν ἔοντι παν. εἰ δέκα μὴ παραπολυμέρεα τινὰ τοῦ λευκοῦ ὁρῶνται ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος· λαφθέντων δὲ τῶν δὲ τῶν κυλίνδρων, ἔπειτα δὴ ὧν πῶς τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ οὐ πλείονι τόπῳ· τὸ δὴ ταλικοῦτον μέγεθος ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλίνδρων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστα πῶς ἐστιν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος· ἁ δὲ γωνία οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. ἀποσταθέντος, ἀπὸ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, οὕτως ὡς ἐπικροτεῖν [b] τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, καὶ ἀχθείσαν εὐθεῖαν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαύουσα τοῦ κυλίνδρου, ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν οὐκ ἐλάττων γίνεται τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ταῖς δὲ γωνίαις ταῖς οὕτω λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγένετο ἁ ἐν σιγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ. ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων· Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν

ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ. τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. τούτων ἓν μέρος. πεπιστευμένων δὲ τούτων, δείκνυται καὶ ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τοῦ ἐν τῷ κόσμῳ· νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν α. β. γ. κύκλον· τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν δ. ε. ζ. τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ς. η. κύκλον· κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ θ. τοῦ δὲ ἁλίου τὸ κ. ὄψις δὲ ἔστω τὸ δ. καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ς.η. κύκλου, ἀπὸ μὲν τοῦ δ. αἱ δ.λ, δ.ξ. ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ ν. καὶ τὸ τ. ἀπὸ δὲ τοῦ θ. αἱ θ. μ. θ. ο. ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ χ. καὶ τὸ ρ. τὸν δὲ α. β. γ. κύκλον τεμνόντων κατὰ τὸ α. καὶ τὸ β. ἐστὶ δὴ μείζων ἁ θ. κ. τᾶς δ. κ. ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας περιεχομένας ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο.* ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρ.ξ. δ. τούτων ἓν μέρος· αὐτὴ b γὰρ ἡ γωνία ἐστὶν ἴση τᾷ γωνίᾳ ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ὥστε ἁ γω-

minor eſt quàm vna pars earum 164. in quas rectus diſtribueretur: maior vero quã vna pars ex 200. in quas rectus diuideretur. His vero perſuaſis, per quæ etiam diameter Solis exiſtit maior latere figuræ mille angulorum, deſcriptæ in maximo circulo qui ſit in mundo: intelligatur planum eductum per centrum terræ, & per viſum, ſtatim ac ſol fuerit ſupra Horizontem. Et quidem traductum planum ſecet mundum ſecundum circulum A. B. G. Terram verò ſecundum D. E. Z. Solem autem iuxta S. H. circulum. Centrum quidem terræ ſit th. ſolis vero C. oculus ſit D. Et ducantur rectæ tangentes circulum S. H. à puncto quidem D. hæ D. L. & D. X. contingentes in N. & T. Sed à puncto th. hæ th. M. & th. O. contingentes in K. & R. & ſecantes circulum A. B. G. in punctis A. & B. Eſt quippe maior th. C. quàm D. C. cum ſupponatur ſol eſſe ſupra horizontem. Ita vt angulus cõprehenſus ſub D. L, D. X. maior ſit angulo comprehenſo ſub th. M, th. O. Qui vero comprehenditur ſub D. L, D. X. maior quidem eſt quàm ducenteſima pars recti, ſed minor parte eiuſdem recti centeſima ſexageſima quarta. Iſte enim angulus eſt æqualis angulo cui ſol accommodatur, verticem habenti in oculo. 8.

(margin: * 7., * 8.)

a Hic crediderim legendum ἢ δὲ τοῦ ἁλίου. cum enim mox agitur de iis quæ expoſitum planum ſecat, de ſole fit quidem mentio, de viſu verò non.

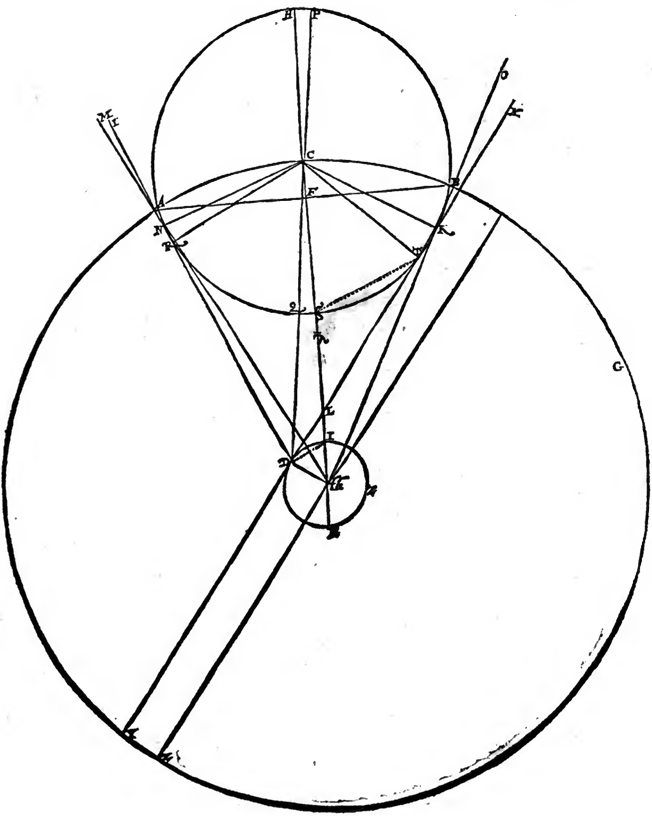
b Vulgo legitur ἐν μέρος ἴσα, γωνίας ἐστὶ τᾷ γωνίᾳ ἇς ἂν ὁ ἅλιος, &c. ubi aſteriſmus errorem notat, quem vt vidi, reſtitui.

Angulus proinde comprehenſus ſub th. M, th. O. minor eſt vna parte recti diuiſi in centum ſexaginta quatuor. Recta vero linea A. B. minor eſt ſubtendente portionem circumferentiæ circuli A. B. G. diuiſæ in 656. partes periferiæ

* 9.

νία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν θ.μ, θ.ο. ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ. τούτων ἓν μέρος. ἁ δὲ α.β. εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ α.β.γ. κύκλου περιφερείας ἐς χνς.

ἁ δὲ



ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγώνου περιμέτρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α.β.γ. κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ μδ. ποτὶ τὰ ζ. διὰ τὸ παντὸς πολυγώνου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν ἢ τὰ μδ. ποτὶ τὰ ζ. ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον [a] ὑφ᾽ ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, [b] μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. ἐλάττονα *οὖν λόγον ἔχει ἁ α.β.α. ποτὶ τὰν θ.κ. ἢ τὰ ια. ποτὶ τὰ α ρ μ η. *ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἁ β.α. τᾶς θ.κ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος· τᾷ δὲ β.α. ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου· *διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ φ.α. ἴσα ἐστὶ τᾷ κ.ρ. ἴσαν γὰρ ἐουσᾶν τᾶν θ.κ. τᾷ θ.α. ἀπὸ τῶν περάτων α.κ. κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰν αὐτὰν γωνίαν· δῆλον οὖν ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς θ.κ. καὶ ἁ ε.θ.υ. διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ σ η. κύκλου ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ δ.ε.ζ. κύκλος τοῦ σ.η. κύκλου. ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ θ.υ, κ.σ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς θ.κ. *ὥστε ἁ θ.κ. ποτὶ τὰν υ.σ. ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϟθ. καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν θ.ρ. ἐλάττων ἐστὶ [d] τᾶς θ.κ. *ἁ δὲ σ.υ. ἐλάττων τᾶς δ.τ. *ἐλάττω ἄρα, καὶ λόγον ἔχει ἁ θ.ρ. ποτὶ τὰν δ.ϑ. ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϟϑ. ἐπὶ τῶν ϑ.κ.ρ.δ.κ.θ. τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν κ.ρ, κ.ϑ. πλευραὶ ἴσαι ἐντί. *αἱ δὲ ϑ.ρ, δ.τ. ἄνισοι. *καὶ μείζων ἁ ϑ. δ.κ. γωνία, περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. θ,

vero huius polygoni ad radium * 10.
circuli A. B. G. minorẽ rationẽ
habet quam 44. ad 7. quia cu-
iuſcumque polygoni inſcripti
circulo diameter ad radium, mi- * 11.
norem rationem habet quã 44.
ad 7. Noſti enim à nobis fuiſſe
demonſtratum, omnem circuli
circumferentiã maiorẽ eſſe quã
triplam diametri, parte minori
quidem ſeptima, maiore vero
decẽ ſeptuageſimis primis. Mi-
norem ergo rationẽ habet linea
A.B. ad th. C. quam 11. ad 1148.
Ita vt minor ſit A.B. quam lineæ
th. C. centeſima pars. Lineæ au-
tem B.A. æqualis eſt diametrus
circuli S.H. Quoniam dimidia * 12.
ipſius, F.A. æqualis eſt radio C. * 13.
R. Æqua enim exiſtente th. C. * 14.
lineæ th. A. à punctis A. & C.
iunctæ perpendiculares ad eun-
dẽ angulum (ſunt æquales) Ma-
nifeſtum ergo eſt quod diame-
ter circuli S. H. minor eſt cente-
ſima parte lineæ th. C. Eſt autẽ
diameter E. th. I. minor diame-
tro circuli S.H. Quia minor eſt
circulus D.E.Z. circulo S.H. Mi-
nores ergo ſunt ambæ th. I. & S.
C. centeſima parte lineæ th. C.
ita vt th. C. minorẽ habeat ratio-
nem ad I.S. quam 100. ad 99. At- * 15.
que cum th. R. minor ſit d quam
th. C. Tum I.S. minor quã D.T.
minorem proinde rationẽ ha- * 16.
bet th. R. ad D. T. quã 100. ad
99. Cum vero trianguli th. C. R. * 17.
& D.C.T. ſint rectang. lateraq;
C. R, C. T. æqualia, alia vero th. * 18.
R, D.T. inæqualia. Et maior an-
gulus T.D.C. cõprehẽſus ſub D.T, * 19.

a prop. 3 lib. περὶ τᾶς μετρήσιος τοῦ κύκλου.

b Locus hic in vulgari deficit, quẽ reſtitui ex 3 l. περὶ μετρήσιος τοῦ κύκλου tũ ex coniectura ſenſus.

c Vulgaris lectio habet ἁ ε.θ.υ. γωνία ſed grauiſſimo errore. Etenim pro γωνία legẽdum διάμετρος.

d per 19. l. 1

D.C.ad angulũ cõprehẽſum ſub
th.R.& th.C.maiorẽ habet ra-
tionẽ quã th.C.ad D.C. minorẽ
* 20. vero quã th.R.ad D.T. Si enim
duorum triang. rectang. altera
quidẽ latera quæ circa angulum
rectum ſunt æqualia fuerint, al-
tera inæqualia: maior quidẽ an-
gulus eorũ qui inæqualibus la-
teribus adhærẽt, ad minorẽ: ma-
iorẽ quidẽ habent rationẽ, quã
maior linea quæ ſubtenditur re-
cto angulo, ad minorẽ: ſed mi-
norẽ quã maior linea quæ circa
rectum angulũ eſt, ad minorẽ:
ita vt angulus cõprehenſus ſub
* 21. D.L, D.X. ad angulum cõtentũ
ſub th.O, th.M. minorẽ rationẽ
habet quam th.R.ad D.T. quæ
ſcilicet minor ratio eſt quã 100.
ad 99. Inde fit vt angulus cõpre-
henſus ſub D.L, D.X. angulum
cõprehenſum ſub illis th.M, th.
O. minorẽ rationẽ habeat quã
100. ad 99. Et quoniã eſt angulus
cõtentus ſub D.L, D.X. maior
ducenteſima recti parte, erit &
angulus cõprehenſus ſub th.M,
* 22. th.O. maior quã partes 99. earũ
viginti milliũ in quas rectus ſe-
caretur. Ita vt maior fuerit quã
vna portio recti diſſecti in 203.
* 23. partes. Igitur B.A. maior eſt
ſubtendẽte portionẽ circumfe-
rentiæ circuli A.B.G. diſtributæ
in 812. Eſt vero lineæ A.B. æqua-
lis ſolis diameter. Manifeſtum
ergo eſt ſolis diametrũ maiorẽ
* 24. eſſe latere figuræ mille angulo-
rum. His ſuppoſitis, hæc quoq;
demõſtratur: Diametrum nem-
pe mundi minorem eſſe decies
millecuplum diametri terræ.

a Suſpicor legendũ eſſe εἴκα γὰρ, vel hic eſſe τμᾶματος

δ. κ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τῶν θ. ρ, θ. κ. μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ θ. κ. ποτὶ τὰν δ. κ. ἐλάττω δὲ ἢ ἁ θ. ρ. ποτὶ τὰν δ. τ. * εἰ γὰρ καὶ δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ ἁ τᾶν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτείνουσα ποτὶ τὰν ἐλάττονα, ἐλάττονα δὲ ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. * ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τῶν θ. ο, θ. μ. ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ ἁ θ. ρ. ποτὶ τὰν δ. τ. ἅ τις ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ςθ. ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ςθ. καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ⁘. εἴκα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δὶς μύρια, τούτων ςθ. μέρος. * ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. καὶ γ. τούτων ἓν μέρος. ἄρα ἁ βα. μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διῃρημένας τᾶς τοῦ α. β. γ. κύκλου περιφερείας ἐς ωιβ. * τᾶ δὲ α. β. ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς. τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται τάδε· ὅτι, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τῆς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλαττών ἐστιν ἢ μυριαπλασίων

καὶ ἔτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν
ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. ἐπεὶ γὰρ
ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μεί-
ζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τῆς δια-
μέτρου τᾶς σελήνας· τὰν δὲ διάμετρον τᾶς
γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σε-
λήνας· δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐ-
λάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς δια-
μέτρου τᾶς γᾶς. πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη ἁ
διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χι-
λιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύ-
κλον ἐγγραφομένου τοῦ ἐν τῷ κόσμῳ, φα-
νερὸν ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰ-
ρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων
τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου· ἁ δὲ διάμετρος τοῦ
ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων
τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς * ὥστε ἁ περίμε-
τρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισ-
μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἐ-
πεὶ οὖν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς
μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ
τρισμυριοπλασίων * τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ
κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται
γάρ τοι διότι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος
ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πο-
λυγώνου περιμέτρου ὃ καὶ εἰς ὃ εθ. πλευ-
ρᾶς ἐὸν * καὶ πολυγώνου ὅτι τοῦ ἑξαγώνου ἐγ-
γεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη· καὶ ἁ δια-
μετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων, ἢ μυριοπλα-
σίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ἁ μὲν οὖν
διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυ-
ριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς [b] ἢ
σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. ἐν τούτου
δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον
τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας
μυριάδας σταδίων εἶμεν· ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλα-

Et adhuc diametrũ mũdi mino-
rẽ eſſe quã ſtadiorũ decies mil- * 25.
lies millenorũ milliũ. Cũ enim
ponatur diametrũ ſolis nõ eſſe
maiorẽ quã trigecuplũ diame-
tri lunę, diametrum verò terræ
maiorẽ eſſe diametro lunæ: ma-
nifeſtum eſt diametrũ ſolis mi-
norẽ eſſe quã trigecuplum dia-
metri terræ. Rurſus vero cũ ſit
oſtẽſus diameter ſolis maior eſ-
ſe latere figuræ mille angulorũ
inſcriptæ circulo qui ſit in mũ-
do maximo: patet ambitum di-
ctæ figuræ mille laterũ, minorẽ
eſſe quã millecuplum diametri
ſolis. Diameter vero ſolis mi-
nor eſt quã trigecuplus diame-
tri terræ. Proinde ambitus dictę
figuræ mille angulorum minor
eſt quam ter decies millecuplus * 26.
diametri terræ. Cum itaq; am-
bitus figuræ mille laterũ ſit mi-
nor quam trigeſies millecuplus
diametri terræ, diametri vero
mũdi maior quã triplus: Siqui-
dẽ demonſtratum eſt, [a] quod
omnis circuli diameter minor
eſt tertia parte cuiuſcumq; po- * 27.
lygoni in eo inſcripti, quod plu-
ribus quã ſex lateribus cõtinea-
tur. Quia id tãtũ eſt Hexagoni
in circulo inſcripti. Sequitur in-
de diametrũ mundi minorẽ eſſe
quã decies millecuplum diame-
tri terræ. Cum igitur diameter
mũdi minor ſit quã decies mil-
lecuplus diametri terræ, nempè
quã decies millies millenorum
milliũ ſtadiorũ. Id ex hoc patet.
Quoniã itaq; ſupponitur ambi-
tũ terræ nõ maiorẽ eſſe quã tre-
cẽties decies milliũ ſtadiorum:
ambit⁹ vero terrę maior eſt tri-

[a] Hoc demonſtramus in commentarijs.

[b] Hic aperto mendo in vulgaribus legitur τοῦ κόσμου pro quo mutandum τᾶς γᾶς.

plo diametri, quia cuiuſlibet circuli circumferẽtia maior eſt quam tripla diametri, patet diametrum terræ minorem eſſe quam ſtadiorum centies decies millium. Itaque cũ mundi diameter minor ſit quam decies millecuplus diametri terræ; manifeſtum quod ipſa mundi diameter minor eſt quam ſtadiorum decies millies millenorum millium. Porro de magnitudinibus & diſtantijs iſta ſuppono. De arena vero hæc. Si aliqua magnitudo conflatur ex arena non maior papauere, numerũ ipſius non maiorem eſſe quàm decem millium: Et diametrum papaueris non minorem eſſe, quàm quadrageſimam partem digiti. Hoc autem ſtatuo quod hoc modo ſum contemplatus. Super plana regula papaueres diſpoſiti ſunt in rectam lineã ſeſe tangentes, occuparuntq; viginti quinque papaueres locũ ampliorem longitudine digiti. Verũ minorẽ ponens diametrũ papaueris, eã ſuppono quadrageſimã tãtũ eſſe digiti partẽ, nec minorẽ: volẽs ita abſq; vlla ambiguitate demõſtrare propoſitũ. Quæ igitur ſuppoſui ſũt hęc. Nunc vtile eſſe puto numerorũ denominationẽ recẽſere, ne errẽt qui nõ inciderũt in alios numeros qui habentur libro [c] ad zeuxippũ ſcripto, cũ de ipſis in hoc etiã volumine nihil dictum fuiſſet. Accidit autẽ numerorũ nomina vſque ad myriadas eſſe data nobis, & ſupra myriadas quidẽ ſufficiẽter nouimꝰ, numerũ myriadũ exprimentes ipſum

a per 3. l. de dimenſ. circuli.

b Nam 1000 000 ſtadia quibus minor eſt diameter terræ ducta in 1000 quoties ſcilicet diameter mundi fere cõtinet diametrum terræ, producentur 10 000 000 000. ſtadia quibus minor erit mundana diametrus.

c Perijt iſte liber cum alijs multis Authoris.

σία τᾶς διαμέτρου, διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν [a] ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ. μυριάδων. Ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον [b] ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι· περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε· εἴκα ἦ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου· ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τὸν τρόπον τοῦτον· Ἐτέθεντο ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν κείμεναι, ἁπτόμεναι ἀλλάλων· καὶ ἀνέλαβον αἱ κε. μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος· ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοστομόριον εἶμεν δακτύλου, καὶ μὴ ἐλάττονα· βουλόμενος, καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατον δείκνυσθαι τὸ προκείμενον· ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα· χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιελύατ * ἐς τὸ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ, μὴ πλανῶνται· διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὰ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα· καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐπιγνώσκομεν μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς

τοῖς ποτὶ τὰς μυριάδας· ἔστω οὖν ἁμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰν μυρίαν μυριάδων πρῶτοι καλούμενοι· τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων καὶ ἀριθμῶν τῶν δευτέρων μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔσται μυρίων μυριάδων. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τῶν τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθω τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔσται μυρίαι μυριάδων· τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· * καὶ ἀεὶ οὕτω προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχοντες * ἔσται μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· ἀποχρέοντι μὲν οὖν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γιγνωσκόμενοι· ἔξεστι δὲ καὶ ἐπιπλέον προάγειν· ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτης περιόδου καλούμενοι· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν· d πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν· ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες τὰ ὀνόματα ἔχοντες τᾶς δευτέρας περιόδου ἔσται μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος καὶ τᾶς δευτέρας περιόδου

ſemper ad myriadas referentes,
a verum numeri qui ad myria-
dem myriadum b vſque protẽ-
duntur, dicãtur nobis primi. Et
horũ quidẽ primorũ numerorũ
myrias myriadũ vocetur vnitas
c ſecundorũ, & ſecũdorum nu-
merorũ vnitates, & ab vnitati-
bus decẽ & cẽteni & milleni &
decies milleni ſint centũ mille-
norũ milliũ. Rurſus myrias my-
riadũ ſecundorũ numerorũ vo-
cetur vnitas tertiorũ numerorũ
Et numerẽtur tertiorũ numero-
rũ vnitates, & ab vnitatibus de-
narij & cẽtenarij & millenarij &
decupli millenarij ſint cẽtũ mil-
lena millia. Atq; hoc modo ter-
tiorũ numerorũ myrias myria-
dũ vnitas appelletur quartorũ
numerorũ. Et quartorũ nume-
rorũ myrias myriadũ vnitas nũ-
cupetur quintorũ numerorũ. Et
ſẽper ſic procedentes erunt nu-
meri nomina habẽtes cẽtũ mil-
lena millia per centum millena * 28.
millia multiplicata. Ex his igi- * 29.
tur cogniti numeri ſat quidem
ſunt: quamuis liceat vlteriùs e-
tiam progredi. Hi ſiquidẽ nunc
recenſiti numeri vocantur pri-
mæ periodi. Extremus vero nu-
merus primæ periodi, vnitas
vocetur ſecũdæ periodi primo-
rum numerorum. Rurſus & cẽ-
tum millena millia ſecundę pe-
riodi ſecũdorũ numerorũ: ſimi-
liter & horum extremus vnitas
vocetur ſecũdę periodi tertiorũ
numerorũ. Et ſẽper ſic numeri
progrediẽtes nomina habentes
ſecũdæ periodi ſunt decies mil-
lies decẽ milliũ numerorum in
centũ millena millia ductorũ.
Rurſũ & vltimus ſecũdę periodi

a Hoc eſt, repetentes nomen myriadum inconcinna quadam repetitione vt vulgari græcorum ritu fit.

b 100 000 000.

c Extremus primorum eſt 1000 000 000. nempe μυρίαι μυριάδες, & hic extremus eſt vnitas ſecundorum numerorum ſeu vt poſtea dicturus eſt ſecundæ periodi.

d Notandũ hic primos numeros vocari primam ſingularum periodorum decadem.

vnitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum. Et ſemper ſic procedentium ſunt decies millies decem millia periodi, aucta per decies millies decem millia numerorum adhuc ductorum per decies millies decem millia. His vero ſic denominatis, ſi fuerint numeri ab vnitate proportionaliter deinceps poſiti: qui autem poſt vnitatem denarius, & ipſi fuerint octo illis cum vnitate eorum erunt qui primi numeri vocantur. Alij vero poſt ipſos octo, ſecundi vocantur. Et item reliqui hoc modo ipſis ſynonymi erunt, diſtantia octadis numerorum à prima octade numerorum. Octauus igitur numerus primæ octadis numerorum eſt millies decem millia. Primus vero ſecundæ octadis, quoniam decuplus eſt præcedentis, erit centum millena millia: hic vero eſt vnitas ſecundorum numerorum. Octauus vero ſecundæ octadis erit millies decem millia ſecundorum numerorum. Rurſus & tertiæ octadis primus, quoniam decuplus eſt præcedentis, erit centies millena millia ſecundorum numerorum. Idemque eſt vnitas tertiorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur plurimas eſſe poſſe octades, vti dictũ eſt. Cæterum vtile eſt & hoc nouiſſe. Quod ſi numeri ab vnitate proportionales fuerint, & aliqui ſeſe mutuò multiplicauerint eorum qui huius proportionalitatis ſunt: quiſq; à ſuo multiplicante ſecũdum proportionalitatem tanto

a Notandũ hic primos numeros vocari primã ſingularum periodorum decadem.

b Nempe numerus hic 100000000000000000000 vltimus tertiæ periodi, & vnitas quartæ.

c Nempe 10 000 000. ſed intellige hic octauum vocari primam vnitatem octaua decadis: ita vt hic deinceps per numeros ſint gradus progreſſionis intelligẽdi, non vltimi numeri qui ſunt eorum primorum octaua decadis decupli, vt fiãt ſequentis octadis vnitates.

d Scilicet 100000000. idem intellige de ſequẽtibus octadibus.

* 30.

μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν. a καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἔσται μυριάκις μυριοστᾶς περιόδου μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες. b Τούτων δὲ οὕτω καλωνομασμένων, εἴκα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἑξῆς κείμενοι. ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκάς, ἢ ὀκτὼ εἶεν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσοῦνται. οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων καλούμενοι, καὶ οἱ ἄλλοι τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσοῦνται, ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Τᾶς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες. c τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ μυρίαι μυριάδες d ἐσσεῖται. οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρίαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δέ ἐστιν ὅτι καὶ πολλαὶ ὀκτάδες ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται. *χρήσιμον δέ ἐστι καὶ τόδε γινωσκόμενον, εἴκα ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζοντές τινες ἀλλάλοις τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὅταν ὁμοίως ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν οὖν τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὁ-

σοῦς ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει. ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, ὡς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος, οἱ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. μονὰς δὲ ἔστω ὁ α. καὶ πολλαπλασιάσθω ὁ δ. τῷ θ. ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ χ. Εἰλήφθω δὴ ὁ θ. λ. τᾶς ἀναλογίας ὁ φ λ. ἀπέχων ἀπὸ τοῦ θ. τοσούτους, ὅσους ὁ δ. ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, δεικτέον ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ χ. τῷ λ. Ἐπεὶ οὖν ἀναλόγων ἐόντων ἴσον ἴσους ἀπέχει ὅ τε δ. ἀπὸ τοῦ α. καὶ ὁ λ. ἀπὸ τοῦ θ. τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ δ, ποτὶ τὸν α, ὃν ὁ λ, ποτὶ τὸν θ. πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ δ. τοῦ α. τῷ δ. πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ λ, *τοῦ θ. τῷ δ. ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ λ. τῷ χ. *Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γενόμενος ἐν τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστιν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσον ἀπέχων, ὅσους ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οἷς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος· οἱ δὲ μὲν γὰρ οἱ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. τοσοῦτοι ἐντί, ὅσους ὁ θ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· οἱ δὲ ι. κ. λ. ἑνὶ ἐλάττονες, ἢ ὅσους ὁ δ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. σὺν γὰρ τῷ θ. τοσοῦτοι ἐντί. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δειχθήσεται· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν, ἢ τεσσαρακοστομόριον δακτύλου· δῆλον, ὡς ἁ σφαι-

abeſt, quanto minor multiplicantium ab vnitate diſtat. Ab vnitate verò aberit vno minus, quàm quantus eſt numerus ex vtriſque conſtans, quibus ſeſe inuicem multiplicantes ab vnitate abſunt. Sint etenim aliqui numeri ab vnitate proportionales A.B.G.D.E.Z.H.T.I.C.L. ſit verò vnitas A.& D. multiplicet T. factuſque ſit Q. Aſſumantur autem proportionalitatis T. L. diſtetque L. à T. tanto quanto D. ab vnitate: Oſtendendum Q. eſſe æqualem ipſi L. Quoniam enim proportionales ſunt, & æquediſtat D. ab A. ac L. à T. eandem rationem habet[a] D. ad A. quàm L. ad T. Verùm D. multiplex eſt ipſius A. per D. multiplex igitur eſt L. ipſius T. per D. Ita vt æquales ſit L. ipſi Q. Manifeſtum igitur eſt quod aliquis factus ex proportionalitate à maiori multiplicantium ſeſe inuicem, æquè diſſitus eſt, ac minor ab vnitate diſſidet. Patet item quod ab vnitate diſtat vno minus, quàm quantus eſt numerus ex vtriſque conflatus, quibus multiplicantes ab vnitate abſunt. Quot enim ſunt hi A. B. G. D. E. Z. I. T. tot diſtat T. ab A. vnitate. Iſti verò I. C. L. vno minus ſunt, quàm quibus D. ab vnitate differt. Etenim cum T. tot ſunt. His autem ſuppoſitis, illis quoque demonſtratis propoſitum oſtendetur. Cùm enim ſupponatur diametrum papaueris, non minorem eſſe quadrageſima digiti parte: Manifeſtum, quòd ſphæra quæ

[a] per 14 l. 7

* 31.

* 32.

digitalem habuerit diametrum, non maior eſt quàm vt contineat plures quam ſexaginta quatuor papauerum millia. Sphæræ quippè habentis diametrum quadrageſimam partem digiti, multiplex eſt ſecundum numerum ductum. De-
* 33. monſtratur etenim quòd ſphæ-
a prop. 18. l. 12. ræ triplam rationem habent eius, quæ eſt diametrorum inter ſe. Poſtquam ergo ſuppoſitum eſt arenam coaceruatam in molem papaueris, non maiorem eſſe numero quàm decem mil-
10000. lium: manifeſtum, quòd ſi arena impleatur ſphæra digitalem habens diametrum, non maior erit arenæ numerus quàm ſex-
* 34. centorum quadraginta mille-
640 000 000. norum millium. Eſt verò huiuſmodi numerus, vnitates (vi-
* 35. delicet 6.) & numerus ſecundorum numerorum; tum pri-
b Ex ſenſu legendum eſt μονάδες. morum quadraginta millena millia. Minor ergo eſt quàm decem vnitates ſecundorum numerorum. Quæ verò centum digitorum diametrum habet ſphæra, multiplex eſt eius
* 36. quæ habet digitalem diame-
1. 1000000. trum ſemel mille millies: quia rationem habet triplicatam diametrorum inter ſe ſphæræ. Si igitur fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt
* 37 ſphæra habens diametrum digitorum centum, patet mino-
* 38. rem fore arenæ numerum, quàm ſit c numerus productus
c nempè 1000 000 0000000 000. ex multiplicatis decem vnitatibus ſecundorum numerorum, per ſemel millena millia. Cùm itaque ſecundorum numerorum decem vnitates decimum conſtituant numerum ab vni-

ρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξάκις μυρίας, καὶ τετράκις χιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρακοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. δέδεικται γὰρ τοι* ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μεῖζον εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μεῖζον κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου, ἢ* μυριάκις τὰ ἑξάκις μύρια, καὶ τετρακισχίλια· ἔστι δέ ἐστιν *ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε, ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες b τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τῶν ρ. δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον* ἔφη ταῖς ρ. μυριάδεσι διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας* τὰν διάμετρον τᾶς σφαίρας. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ.* δῆλον ὡς ἐλάττων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γινομένου* ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθείσαν τᾶν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ. μυριάδεσι. ἐπὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες· δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τε

τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐκτὸς ἐσσεῖται τῶν ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἁ ὅσος ἐστὶν ἐλάττων· συναμφο δὲ οἷς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους τῶν δὲ ἑκκαίδεκα, τῶν ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτὼ, τῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλιαι μυριάδες δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τε ταὶ διάμετρον ρ. δακτύλων ἐχούσῃ, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα ταὶ διάμετρον, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς ἐχούσας ταὶ διάμετρον ρ. δακτύλων ταῖς ρ. μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα ταὶ διάμετρον μυρίων· δακτύλων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου. ἀριθμὸς τοῦ γενομένου πολλαπλασιασθεισᾶν ταῖν χιλίων μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος· ἀναλογίας δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστὸς τῶν ἐκ

tate, in proportionalitate decuplorum laterum; ſemel verò millena millia ſeptimus ſint ab vnitate in eadem progreſſione; manifeſtum quod factus, ſextus erit huius progreſſionis, & ſextus decimus ab vnitate. Demonſtratur enim quod vno minus diſtat ab vnitate, quàm ſit numerus ex vtriſque conflatus, quibus diſtant ab vnitate multiplicantes ſeſe inuicem. Horum porrò ſexdecim, octo priores cum vnitate eorum ſunt qui primi appellati ſunt: Qui verò poſt ipſos, octo, ſecundorum, & vltimus eſt decies millena millia, ſecundorum nempè numerorum. *Secundi 10.000 000 | Primi 00 000 000* Ergo conſtat multitudinem arenæ, magnitudinis mole æqualis ſphærę diametrũ habenti qui ſit centum digitorum, minorem eſſe quàm [a] decies millena millia ſecundorum numerorum. *[a] 10. 000. 000. ſecun.* ** 39.* Rurſus verò, & ſphæra quæ decem millium digitorum habuerit diametrum, multiplex eius eſt quæ fuerit dimetientis centum digitorum millies, millies, ſemel. *1. / 1.000.000.* Si igitur fiat ex arena ſphæra tanta mole, quanta eſt ea, quę habuerit dimetientem decem millium digitorum, patet eam fore minorem, quàm ſit arenæ numerus factus ex multiplicatione decies millenorum millium ſecũdorum numerorum per ſemel millena millia. Cùm ergo ſecũdorum numerorum decies millena millia decimus ſextus ſit numerus ab vnitate; tũ proportionalia ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate in eadem progreſſione: patet factum numerum eſſe vigeſimum ſecundum *100000000000-0000000000-00.*

eorum, qui in hac proportionalitate ſunt ab vnitate. Horum verò viginti duorum, octo quidem primi cum vnitate eorum ſunt qui dicuntur primi: Tum ſequentes octo ſunt eorum qui ſecundi appellantur: reliqui ſunt tertiorum. Atque vltimus eorum eſt centum millia tertiorum numerorum. Patet igitur multitudinem arenæ in molem congeſtæ parem ſphæræ, quæ diametrum habeat decies millium digitorum, eſſe minorem centum millibus tertiorum numerorum. Quoniam autem minor eſt ſphæra habens diametrum vnius ſtadij, ſphæra quæ habuerit diametrum decem millium digitorum: patet multitudinem arenæ cumulatæ in aceruum æqualem ſphæræ dimetientis vnius ſtadij, minorem eſſe quàm centies mille tertiorum numerorum. Adhuc ſphæra quæ habet diametrum centum ſtadiorum, multiplex eſt ſphæræ diametri vnius ſtadij ſemel millies, millies. Si igitur fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt habens diametrum centum ſtadiorum, manifeſtum quod minor erit arenæ numerus eo qui produceretur ex multiplicatis centum millibus tertiorum numerorũ per ſemel millena millia. Et quia centum hæc millia tertiorum numerorum ſunt vigeſimus ſecũdus numerus proportionalitatis ab vnitate: hęc verò ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate eiuſdem proportionalitatis, erit ſanè factus vigeſimus octauus ab vnitate,

τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος, τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τοὺς δευτέρων καλουμένων· οἱ δὲ λοιποὶ ἐκ τῶν τρίτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδιαίαν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν· πάλιν δὲ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̄ σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̄. σταδίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄. μυριάδεσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ̄. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται,

ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ ὀκτωκαιείκοσι, τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρᾶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν· Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ. ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν· πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ. ταῖς ρ. μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν ταῖς ρ. μυριάδεσσιν· ἐπεὶ δὲ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γινόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρᾶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους οἱ ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· καὶ οἱ

iſtius progreſſionis. Porrò horum viginti octo, primi quidem octo cum vnitate ſunt eorum qui primi dicuntur. Qui verò poſt ipſos alij octo, ſecundorum: alij rurſus ſequentes octo, ſunt tertiorum: reliqui demum quatuor eorum ſunt qui dicuntur quarti. Et extremus illorum eſt mille vnitates quartorũ numerorum. Manifeſtum itaque arenæ multitudinem in ſphæram deformatæ diametri centum ſtadiorum, minorem eſſe mille vnitatibus quartorum numerorum. Præterea ſphæra diametri ſtadiorum decem millium, multiplex eſt ſphærę diametri ſtadiorum centum, ſemel millies, millies. Sphæra ergo ſi ex arena fiat tanta mole, vt eam adæquet ſphæram quę habeat diametrum decem millium ſtadiorum: equidem minor erit arenę multitudo eo qui naſceretur numero ex mille vnitatibus quartorum numerorum ductis in ſemel millena millia. Quoniam verò quartorum numerorum mille vnitates faciũt vigeſimum octauum progreſſionis numerum ab vnitate: ſemel verò millena millia ſeptimum eiuſdem progreſſionis ab vnitate: patet quod factus numerus erit ipſius progreſſionis ab vnitate quartus & trigeſimus. Horum verò quatuor & triginta primi octo cum vnitate primorum numerorum ſunt. Qui verò poſt ipſos ſunt octo ſecundorum: Tum qui ſequuntur octo alij, tertiorum, & qui

quarti | tertij
1. 000 | 000 000
ſecundi | pri-
00 | 0 000 000 0 | 00
mi.
000 000.

ſunt deinceps quartorum. Reliqui duo ſunt eorum qui vocantur quinti, & vltimus quidem eorum eſt decem vnitates quintorum numerorum. Clarum itaque eſt multitudinem arenularum ea mole collectarum quæ ſphæræ æqualis ſit habenti diametrum decem millium ſtadiorum, minorem eſſe quàm decem vnitates quintorum numerorum. Adhæc ſphęra habens diametrum ſtadiorum ſemel millenorum millium, ſphæræ diametrum habentis longum decies mille ſtadijs, eſt millies milleeuplus. Si ergo fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt ſphęra habens diametrum ſtadiorum ſemel millenorum millium, conſtat arenę numerum minorem fore eo qui fieret ex ductu decem vnitatum quintorum numerorum, per ſemel millena millia. Atque, quoniam quintorum numerorum decem vnitates conſtituunt trigeſimum quartum proportionalitatis numerum ab vnitate: ſemel verò millena millia, ſeptimum ab vnitate ipſiuſmet progreſſionis: patet quod factus erit eiuſdem proportionalitatis quadrageſimus ab vnitate. Atque horum quadraginta octo quidem primi cum vnitate ſunt primorum numerorum. Secundi octo ſunt ſecundorum: tertij octo ſunt tertiorum: Quarti octo ſunt quartorum, & denique octo poſtremi ſunt quintorum: & vltimus eorum eſt decies millies millia quintorum numerorum.

1000 000.

μετὰ τούτοις ὀκτὼ τῶν τετάρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν ὅτι τοῦ ψάμμιου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων, ἐλάσσων ἐσσεῖται ἢ ι. μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδες πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς ρ. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα, ταλικαῦτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ἑκατὸν μυριάσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος, ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τεσσαρακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους, ὀκτὼ τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φα-

νερὸν

νερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ̄. μυριάδες, ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν· ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυρίας μυριάδας, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ἑκατὸν μυριάδων ταῖς ἑκατὸν μυριάδεσσιν. Εἰ δὲ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίας μυριάδων, φανερὸν ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄. μυριάσι. Ἐπεὶ δ᾽ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες τετρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων οἱ μὲν ὀκτώ, οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τοὺς τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ ι̅. μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων μυρίων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι̅. μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν.

Apparet ergo arenę multitudinem magnitudinem habentem æqualem ſphæræ diametrũ habenti ſemel millenorum milliũ ſtadiorum, nõ attingere decem millena millia quintorũ numerorum. Iam verò ſphæra habens diametrum ſtadiorum centies millies mille, multiplex eſt ſphęræ, cuius diameter ſit ſemel millenorum millium ſtadiorũ, ſemel, millies, millies. Si verò fiat ſphæra ex arena tanta magnitudine, quanta eſt ſphęra quæ diametrum habeat ſtadiorum centies millies mille, patet quod minor erit arenæ numerus producto numero ex decies millenis millibus quintorum numerorum multiplicatis per ſemel millena millia. Quoniam autem quintorum numerorum decies millena millia quadrageſimus eſt ab vnitate proportionalis: at ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate eiuſdem ordinis: cõſtat genitum eſſe quadrageſimum ſextũ ab vnitate. Horum præterea quadraginta ſex, octo quidem primi cum vnitate, eorum ſunt qui primi dicuntur: Octo alij proximi ſunt ſecũdorũ: ſequẽtes octo ſunt tertiorũ: tum poſt tertios alij octo ſunt quartorũ: & qui poſt quartos, ſunt quintorum: reliqui tandẽ ſunt ſextorum: & extremus eorũ eſt centũ millia ſextorum numerorum. Clarum eſt itaque, quod multitudo arenæ ea quãtitate conglobatæ, vt æquetur ſphęrę diametrũ habẽti, ſtadiorum ſemel millies millies millenorum millium, minor eſt quã 100. millia ſextorum numerorũ.

1 000 000 000 000.

100 000.

10.000.000000 Sphæra itidem habens diametrum ſtadiorum decies millies millenorum millium, ſphæræ habentis diametrum ſtadiorum centies millenorum millium, eſt ſemel millies millecupla. Si igitur fiat ex arena globus tantus craſſitie, quanta eſt ſphæra habens diametrum ſtadiorum decies millies millenorum millium: manifeſtum quod arenæ multitudo minor erit numero procreato ex centum millibus ſextorum numerorum ductis in ſemel millena millia. Cùm autem ſextorum numerorum centum millia, ſextus & quadrageſimus ſit ab vnitate proportionis: ſemel verò millena millia ſeptimus ab vnitate in eadem progreſſione: patet quod genitus numerus fuerit quinquageſimus ſecundus ab vnitate eiuſmodi progreſſionis: Horum verò quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum vnitate ſunt eorum qui primi dicuntur, ſecundi, tertij, quarti, quinti, & ſexti. Reliqui verò quatuor ſunt eorum quos ſeptimos dicimus. Et poſtremus eorum eſt mille vnitatum ſeptimorum numerorum. Apparet igitur arenæ multitudinem quæ tantæ molis ſit, vt exęquet ſphęram quę diametro ſit ſtadiorũ decies millies millenorũ milliũ, minorem eſſe mille vnitatibus ſeptimorum numerorũ. Quoniam itaque demonſtratus eſt mundi diameter minor eſſe ſtadiorũ decies millies millenorũ milliũ: manifeſtũ eſt arenę multitudinẽ conformatę in molem mũdo æqualem, minorem eſſe quã ſint mille vnitates ſeptimorũ numerorũ.

ἁ γὰρ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυρίων ταῖς ρ̄. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα, τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. φανερὸν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ῑ. μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν τᾶν ρ̄. μυριάδες. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἀριθμῶν τῶν ἕκτων δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τεσσαρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ̄. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γινόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντηκοστὸς ἀπὸ μονάδος, ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· τῶν γὰρ δυοκαιπεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλούμενοι ἐντί, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ γὰρ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν.

Ὅτι μὲν ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ α̅ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταλικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ α̅ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας· ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασία· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, φανερὸν ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδεσσι ª πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ α̅ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν,

Similiter & multitudo arenæ mole pari ei, quod à multis aſtrologis appellatum eſt mundus, oſtenditur minor quàm ſint mille vnitates ſeptimorum numerorum: Quod etiam multitudo arenæ ſphæricæ molis tantæ, quantam Ariſtarchus ſupponit inerrantium ſiderum ſphæram, minor ſit decem millenis millibus octauorum numerorum demõſtrabitur. Cùm etenim ſupponatur terram eam habere rationem ad hunc dictum à nobis mundum, quam habet rationem dictus mundus ad ſtellarum fixarum ſphæram ab Ariſtarcho poſitam; Et diametri ſphærarum eam ipſam rationem habeant inter * 40 ſe; diameter verò mundi oſtenſus ſit minor quàm decies millecuplus diametri terræ: Sequitur diametrum ſphæræ ſtellarum fixarum minorem eſſe quàm diametri mundi decies millecuplum. Cùm itaque ſit vt ſphæræ habeant inter ſe triplicatam rationem diametrorum, planum eſt, quod inerrantium aſtrorum ſphęra quàm Ariſtarchus ſupponit, minor ſit, quàm ſemel millies, millies, millies, millecuplus mundi. Oſtenditur enim, multitudinem arenæ mundum mole referentis, minorem eſſe, quàm mille vnitatum ſeptimorum numerorum. Patet ergo, quod ſi ſphæra ex arena fiat, tanta magnitudine, quantam Ariſtarchus ſupponit inerrantium eſſe ſiderum ſphæram,

a hic deeſſe puto, vt ſuperius, μυριάδων, vt ſit numerus integer 1 000 000 000 000 qui ſit ex tripla multiplicatione rationis $\frac{1}{10000}$ *quæ nimirum eſt diametro mundi ad diametrum ſphæra ſtellarum. Atque defectus ex ſequentibus apertè indicatur.*

minor erit huius arenæ numerus, quàm qui ſit ex multiplicatione mille vnitatum per ſemel millies, mille, millenaria, millia. Et quoniam iſtæ mille vnitates ſeptimorum numerorum, ſunt progreſſionis quinquageſimus ſecundus ab vnitate: ſemel verò millies, mille millenaria millia decimus tertius ab vnitate eiuſdem proportionalitatis: conſentaneum eſt factum fore eiuſdem progreſſionis quartum ab vnitate, & ſexageſimum. Iſte verò eſt octauorum octauus, & decem millena millia octauorum numerorum. Conſequens ergo eſt quòd arenæ multitudo quę excreuerit in molem æqualem ſphæræ non errantium ſiderum, quam Ariſtarchus ſupponit, minor ſit quàm decem millena millia octauorum numerorum. Hęc autem, O Rex Gelon, multis qui non facti ſunt Mathematicarum artium participes, incredibilia apparere intelligo: ijs verò qui eas deguſtarint, quique meditati ſunt diſtantias, & magnitudines terræ, ſolis, lunę, totiuſque mundi, credibilia ex demonſtratione forent. Propterea exiſtimaui quibuſdam non incongruum videri, iſta contemplari.

ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμός, τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν λ̄ μονάδες δυοκαιπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος· ἀνάλογον δὲ μυριάκις μυρίαι μυριάδες τρεισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γινόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. ἐστὶ δὲ ἐστὶ τῶν ὀγδόων ὄγδοος, καὶ πεντάκις χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. ταῦτα δὲ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων, οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσι, καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ τᾶς σελήνας, καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσι, πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖται. Διόπερ ᾠήθην καί τινας οὐκ ἀνάρμοστον εἴη ἔτι ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

ἡ δὲ εὐλογία, καὶ ἡ εὐχαριστία, καὶ ἡ δόξα τῷ θεῷ αἰῶνα εἰς ἀπέραντον. ἀμήν.

Stellulæ cum ſyphris in margine adiectis, & in contextu Græco adpoſitis lectorem ad commentarios remittunt.

IN ARENARIVM COMMENTARII.

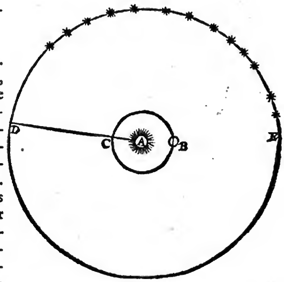
1 Tοῦτο γ' ἀδύνατον ἀδυνάτων. Centrum quod punctus eſt, nullam habere poteſt rationem ad ſuperficiem: Nam infinito auctum additumque ſibi ipſi ſuperficiem numquam adæquare, nedum ſuperare poteſt.[a] Verùm comparatione huius impoſſibilis, Ariſtarchus dat intelligere, circuli quo terra defertur ad firmamentum, nullam eſſe rationem, ipſiuſque reſpectu, puncti ſubire naturam. Quam hypotheſim etiam aſſumit Copernicus,[b] Ariſtarchi opinionem de terræ motu è ſepulchro feliciſſimè exſuſcitans.

[a] per 1. defin. l. 1.

[b] cap. 15 l. 3. reuolut.

Sit centrum mundi A. in quo conſtituatur Sol, iuxta illud Poetæ,

In medio reſidet complectens omnia Phœbus.



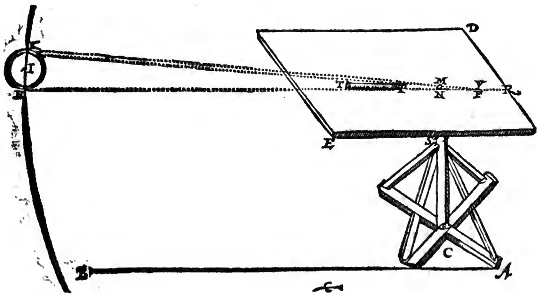
Orbis deferens terram ſit C. B. Terra B. Sphæra inerrantium ſtellarum, ſeu τῶν ἀπλανῶν ἄστρων D. E. Ponitur itaque circulus C. B. (quem Copernicus annuam reuolutionem appellat) ab Ariſtarcho cæteriſque terræ motoribus, imperceptibilis quantitatis, comparatione immenſæ molis circuli D.E. Et radius C.A. nullius longitudinis habita ratione alîus A. D. Hoc autem οἱ κινοῦντες τῆς γῆς coguntur ſupponere, vt ſatisfaciant ijs quæ manifeſto pugnant multis φαινομένοις: Cuiuſmodi ſunt. Semper nobis mediam cœli partem apparere, Horizontem cœlum perpetuo bifariam ſecare, Stellas nobis ſemper eiuſdem apparere magnitudinis, & alia quæ declarari in ſphæricis ſolent. Porrò ſi terram in A. defixeris immobilem, ſolem verò in B. ſtatueris, Mundum illum habebis orbe C.B. definitum, cuius priores Aſtronomi radium è terra in ſolem tantum protendebant: & quem ex apparentijs Ariſtarchus ſtatuendum adſtruxit, habere eam rationem ad orbem D.E. firmamenti, quam terra B. circa centrum mota, habet ad orbem C.B.

2 Ὡς τῶν μυριάδων σταδίων ἢ μείζων. Hic deeſſe literam T. ſuſpicarer, niſi vellemus numerum colligi, & qui hic ponitur indeterminatus, definiri ex ſequentibus. Vbi enim ambitum terræ receptum ὡς λ. μυριάδων σταδίων, ſeu trecentorum millium ſtadiorum (nam μύρια Græcis eſt 10000. quæ per λ hoc eſt 30. multiplicata reddunt 300000.) ſe decuplo augere dixit, ſufficienter ſtatuit eundem terræ circuitum 3 000 000. ſtadiorum.

3 Ὡς τῶν μ. σταδίων ἢ μείζων. In manuſcriptis reperio, ὡς τῶν μ. σταδίων ἢ μὴ μείζων, quod non conuenit, quadratque magis vulgaris lectio. Nam ſumuntur μ. pro 300. cum ſimplex λ. 30. denotet. Tum negatio μὴ, nullatenus admitti debet: Quia quantitatem terræ Archimedes non eam ſtatuit ad amuſſim quam propouit, ſed ex hypotheſi fingit, maiorem ſi lubet accepturus. Imò non illic primò aſſumpſit eum terræ ambitum, qui à ſuperioribus Eudoxo, Eratoſthene, & alijs ponebatur, nempè 252000. ſtadiorum duntaxat: ſed maiorem 48000. ſtadijs, quibus 252000. deficiunt à 300 000. Modos autem & artificia, quibus ambitus ille terrenus deprehenditur, Geographi docent.

4 Τεχνικῶς οὐ μακρὰν τείνοντος ἐπὶ τόδε ἰδεῖν. Artificij quo Archimedes vtitur ad excipiendam quantitatem anguli, cui ſol accommodetur habenti verticem in viſu, eiuſmodi poteſt eſſe ὑποτύπωσις. Horizonti A.B. parallela ſtet menſa F.D. perpendiculari innixa fulcro C.S. & ad ſolem in puncto H. Orientem, conuertatur, noteturque in ipſius extremo F. Tum habeatur cylindrulus P.T. qui ſuper menſa collocetur, & oculo adfixo in F. dirigatur ad ſolem, ita vt radius deductus ab F. rectò ad H. tangat lõgitudinem lateris T.P.

Notetur verò in tabula punctulis, ſemita radij quæ ſit F.N.H. ſecus quam moueatur T.P. cylindrulus accedendo ad oculum, vel recedendo ab oculo, quoad corpus Solis aſſurgentis ſupra finitorem (qui nobis refertur linea F.N.H.) oculo totum oc-

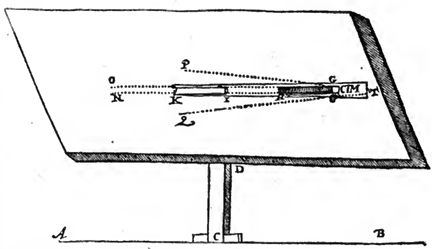


cultetur. Fiat deinde vt vndiquaque cylindri quantulicumque radij oculo emicent: Hoc eſt ſiſtatur cylindrulus T.P. paulo ante totum ſolis exortum: ita vt cum totus aſſurrexerit, locus pateat ab omni parte cylindri, quo aliqui radij ad oculum perueniāt. Ita enim radij ab oculo emiſſi F.H, & V.L. angulum continebunt paulo minorem eo cui ſol accommodatur. Nam quia vndique cylindri aliquid lucis percipitur, fit vt cylindrus longiùs à viſu remoueatur, cadatque humilior radius V.L. Quod ſi fuerit excipiendus alter angulus non minor eo cui ſol accommodari poſſit, cylindrus erit ad oculum propiùs admouendus, vt in N. quo totus ſol primo viſui adumbretur. Ita vt iam radius non cadat in L. punctum corporis ſolaris, ſed in K. & efferatur altiùs quàm prior, fiatque V.M.K. tangens ſphæram ſolis, leniterque lambens, ὑπερ τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, vt habet codex manuſcriptus. Cæterum horum angulorum nondum conſtant apices, quia αἱ ὄψιες ὐκ ἀφ' ἑνὸς σημείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος βλέπει. Corpus enim eſt oculus. Ponatur ergo diameter viſus (quem poſtea docebit venari) F.V. producāturque lineæ H.F, V.L, & V.K. quoad concurrant, vt in R. Tamen primi anguli, & minoris apex paulo longiùs cadet à puncto F. quàm vertex maioris. Erit tamen inſenſibilis diſtinctio vtriuſque caſus. Inuentis hoc pacto exactiſſimè acuminum punctis, deſcribatur propinquiori, ſeu acumine maioris anguli, vt centro circulus, quolibet interuallo, diuidaturque quarta pars circumferentiæ iſtius circuli in 164. partes, deinde eadem ſecetur in 200. Siquidem arcus ſubtenſus prædicto maiori angulo inuenietur minor quàm vna centeſima ſexageſima quarta pars quadrantis, ſed maior quam vna ducenteſima eiuſdem. Et quoniam iſte anguli apex eſt inſtar centri circuli, per quem ſol mouetur: Circulus verò deſcriptus eundem illum circulum ſolaris motus refert, ſequitur corpus ſolis, vt obſeruatione repertum eſt, accommodari non maiori angulo, quàm ſit maior inuentorum, & ipſum corpus Solis minùs occupare quam $\frac{1}{164}$ quadrantis ſui circuli, magis verò quam eiuſdem $\frac{1}{200}$.

Vide Macrobium l.1. in ſomnium Scipio. c.20.

Cæterum hic ſolis angulus exacta temporis obſeruatione, quo ſolis corpus totum ſupra horizontem euehitur capi poteſt: Cteſibius ſua Clepſydra in hoc negotio olim vſus eſt. Eius exemplo habeas arenarium horologium, cuius effluxu exactiſſimè hora compleatur: tum in ſereno diluculo attende diligenter primum momentum, quo ſol oriri cæperit, eoque verte vaſculum, & fluat quamdiu ſolis corpus aſcenderit, quod vbi totum primò intueberis, ſtatim inuerte. In ſolem verò poteris affigere oculos, ſi ipſis bombicinum velamen raris filis contextum obduxeris. Inuerſo ergo vaſculo collige diligenter ambas pulueris partes: qualis enim erit quod effluxerit, particula

totius, talis erit quindecim graduum circuli zodiaci, arcus quem ſolis dimetiens ſubtendet. Sit verbi gratia qui effluxerit puluis $\frac{3}{85}$ totius quo hora menſuratur. Cum etenim integris 85. reſpondeant 15. gradus, quota rrium pars erir 31. min. 46. ſec. fere, iſqueeſt angulus quo Sol videtur. Nec tamen diſſimulandum, horis 24. diei, præter 360. gradus quos Sol percurrit, inambulare præterea arcum reſpondentem ei quem in die proprio moru deſcripſerit. Is arcus ſir 60. min. Ex his iraque ſingulis horis contingent 150. ſec. quibus iunctis cùm 15. gr. ſeu 54000. ſec. reddũtur pro hora 54150. ſec. quæ tandem diuiſæ ſecundum rationem $\frac{3}{85}$ cedent paululo pulueris quo angulus intuitionis Solis deſignatur, 31. min. 51. ſec. Hinc perſpicuum eſt, in his obſeruationibus tantillum temporis eriam ſenſu percipi, nec ſubterfugere calculum. Quinetiam intereſt qua anni tempeſtate obſerues. Hieme arculus ille maior eſt quam ſir æſtate. Quo enim ſol nobis proximior eſt, qualis in bruma, maiores in zodiaco deſcribit arcus, maioréſque dies naturales conſtituir: quò contra longius à terris abeſt, vt in æſtiuo ſolſtitio, minores proſtaphæreſes habet, breuioréſque naturales dies reddit. De hoc Archimedis loco agenti mihi quondam cum illuſtriſſimo, omniumque ſcientiarum miraculo renus ac linguarum peritiſſimo Cardinale Perronio, meminit ſtatim ipſe Clepſydræ Cteſibij. Et qui tunc etiam aderat, ſingulari pietate, maximaque ſacrarũ literarum peritia ornatiſſimus D. de Marneſ, rationum regiarum præfectus Baſilium retulit eundem ſolis angulum metiri itinere quod pari velocitare quis tempore ſolaris aſſurrectionis ſupra finirorem ierit. Idem tandem vmbratili gnomone varijſque alijs modis exequi poſſumus.



5. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ ἐκ ἔλαττον τῆς ὄψιος. Iam inueſtigemus diametrum viſus. Excipiantur duo æquales cylindruli H.G, K. I. qui viſui exponantur ſuper plano ſeu trapezio, vt in figura paret, diſpoſiri in rectam lineam, & alter ſit è regione alterius ſecundum vtriuſque longitudinem. Et quidem remotior ab oculo, vt K. I. exhibeatur albus, alter vero G. H. proximior oculo, fuluior capiatur: ſic enim verius ab oculo diſtinguentur. Diameter viſus primo ſupponatur eſſe C. qui minor ſit diametro baſium cylindrulorum. Tunc enim ſola propior baſis cylindrorum ab oculo cernetur. Radij enim cuiuſmodi ſunt C. G. Q. & C. G. P. proijciuntur ad latus, nec ad quodcumque cylindricæ ſuperficiei punctũ perueniunr: propterea ipſa non videtur. Cõtra ſi pupillæ diamerer fuerit T. maior diamerro G. G. ſtatim ambo cylindruli intercipiẽtur à viſu, vr proiectis in eos radijs, quales ſunt T O, T. N. apparet. Denique ſi viſus fuerit æqualis craſſitiei cylindrulorum, radij emiſſi latera cylindrorum lambent, vt M. N, M. O. qui æquidiſtanter progreſſi quaſdam tantum notulas albicantis ſuperficiei ad oculum referent. His igirur experimenris viſus diamerrum inueſtigabimus, & eo inuenro, habebimus lineam F. V. ſuperioris obſeruationis, qua deinde mediante apex anguli quo ſol videtur, ignorari non poterit. 5.

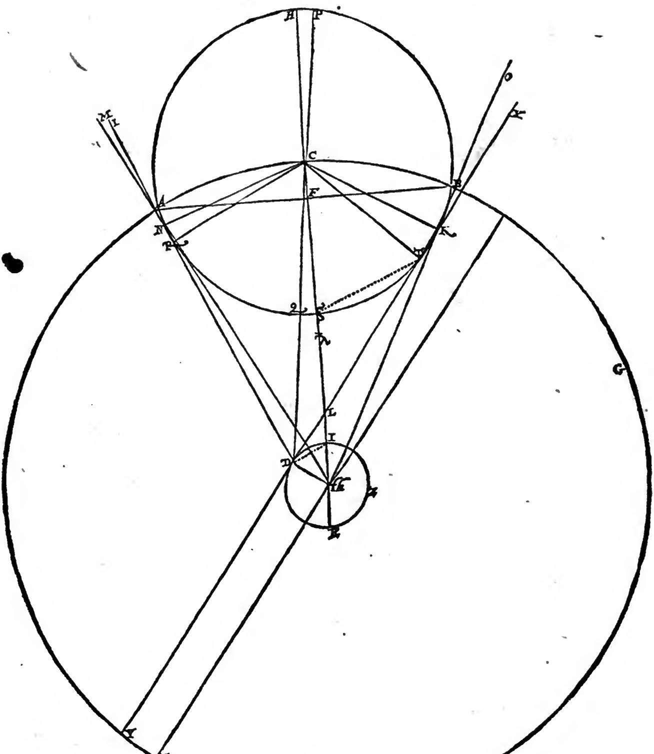
a per 4. axioma optices.

6 Οὐ πλείονι τόπῳ. Hoc eſt, rum demum diametrum viſus inueniſſe putamus, cùm non ampliori ſpatio diſgregantur radij viſus, ſed exactè cylindrulos comprehendunt, eoſq; ὡς παραλλήλως inſequuntur. Quando enim in nullum punctum cylindricæ ſuperficiei feruntur, ſed in immẽſum locũ abeunr, vt C. P, C. Q. tunc maior eſt diamerer baſis cylindri diametro viſus. Deinde cum in apicem deſinunt, comprehenduntque toros cylindros, vr T. V, T. k. maior eſt diameter viſus craſſitie expoſiti cylindri. Duntaxat ergo æquales ſunt ambo diametri, cum radij ducuntur vtrinque paralleli, nec ampliori 6

ſpatio quàm cylindrorum latera à ſe inuicem diſtant.

7 Ἐπεὶ δὴ μείζων ἁ θ.κ. τᾶς δ.κ. Quoniam ponitur, vt inquit Archimedes, ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ὑπάρ linea tangens ſolem D. T. X. ſi producatur ab alia parte circuli in Y. ipſa circulũ Horizontis referet: qui cùm itidem tangat terram in D. ducta th. D. fit a angulus rectus th. D. T. & obtuſus alius th. D. C. quem ſubtendens th. C. maior eſt quàm b D. C. Proinde viſus ſol à puncto D. cernitur maiori angulo L. D. X. quàm ſit M. th. O. quo à remotiori puncto th. ſpectatur, per ea quę demonſtrantur c in opticis.

a per 13 l.3. b per 18.l.1. c 5. & 24. prop optices Euclides.



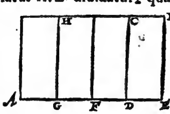
8 ἁ δὲ ὑπεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν δ. λ, δ. ξ. Scilicet per obſeruationes præcedẽtes. Angulus enim L. D. X. is eſt quo ſol è ſuperficie terræ cernitur.

9 ἁ δὲ α. β. διὰ τὰ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας. Nam A.B. linea arcum circuli A.B.G. ſubtendit, quem etiam capit angulus M. th. O. ſeu A. th. B. minor angulo L. D. X. At angulus L. D. X. quo ſol videtur, eſt minor centeſima ſexageſima quarta parte anguli recti, ex obſeruatione: Angulus itaque M. th. O. multo minor eſt quam $\frac{1}{164}$ recti. Vt autem ſe habet hæc recti anguli pars ad 4. rectos, ita ſe habet [a] arcus dicto exceptus angulo, ad totam circuli circumferentiam. Atqui $\frac{1}{164}$ recti eſt $\frac{1}{656}$ pars quatuor rectorum. Ergo arcus dicto exceptus angulo eſt periferiæ totius circuli $\frac{1}{656}$. Vt igitur angulus M. th. O. eſt minor quam $\frac{1}{164}$ recti, eundem minorem fateri poſſumus quàm ſit $\frac{1}{656}$ quatuor rectorum. Ex conſequenti arcus A. C. B. deficit ab vna ſexcenteſima quinquageſima ſexta parte circuli A. C. G. ſeu firmamenti. Hunc vero arcum ſubtendit A.B. Concludamus ergo cum Archimede, τὰν α. ζ. β. ἴσαν ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ὑποτεινούσας ἐν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ α. β. γ. κύκλου περιφερείας εἰς χ. ν. ς. *a per coroll. 33. l. 6.*

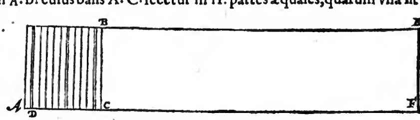
10 ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος, &c. Hoc eſt Polygoni, ſexcentorũ quinquaginta ſex laterum, inſcripti circulo qui ſit in mundo maximus.

11 ἢ τὰ μ. δ. ποτὶ τὰ ζ. Si comparaſſet Archimedes ambitum illius polygoni ad totã diametrum, dixiſſet rationem eſſe minorem ἢ τὰ κ. β. ποτὶ τὰ ζ. At cum ambitum illum conferret tantum cum radio, antecedentem numerum duplicauit. Cum enim tota circũferentia circuli ſit [b] in minori ratione ad totam diametrum, quam 22. ad 7. eadem eſt ad radium ſeu ad ſemiſſem diametri in minori ratione quam 44. ad 7. qualium enim 7. erit radius, talium erit diameter 14. At qualium eſt diameter 14. talium eſt περίμετρα 44. ferè. Porro multangularis figuræ coſtarum 656. inſcriptæ circulo qui ſit in mundo maximo, ambitus minor eſt [c] circuli circumferentia. Multo ergo minorem rationem habet ambitus illius figuræ, ad mundi radium quàm 44. ad 7. vel ad mundi diametrum quam 22. ad 7. *b per 3. lib. de dimenſ. circuli.* *c per 3. hypotheſin li. 1. de ſphær. & cylind.*

12 Ἐλάσσονα ὤν λόγον ἔχει ἁ β. α. ποτὶ τὰν θ. κ. ἢ τὰ ια. ποτὶ τὰ α. ρ. μ. η. Latus enim polygoni 656. coſtarũ, maius eſt latere A. B. vt mox probauimus. Proinde A. B. ad th. C. multo rurſus minorem habet [d] rationem, quàm illius polygoni latus ad eandem th. C. At vero vt 44. ad 7. ita ſunt [e] 656. ad 104 $\frac{4}{11}$ ſeu ad $\frac{1148}{11}$. Ambitus ergo polygoni mille angulorum habet ad th. C. minorem rationem quam 656. ad $\frac{1148}{11}$. Sed vt vnum latus illius chiliagoni ad totum ambitum, ita eſt [f] 1. ad 656. Ergo latus chiliagoni habet ad th. C. minorem rationem quam 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc eſt quam 11. ad 1148. Vt enim eſt integrum ad numerum ruptum, ſic eſt conſequens ſeu denominator rupti ad antecedentem ſeu numeratorẽ v. g. 1. ad $\frac{3}{4}$ eſt vt 4. ad 3. Sit enim rectangulum A. B. cuius latus A. E. diuidatur [g] quadrifariam in punctis G. F. D. à quibus excitentur [h] parallelæ dirimentes quoque A. B. in 4. æquales partes. *d per 8. l. 5.* *e per 19. l. 7* *f per 15. l. 5.* *g per 10. l. 6.* *h per 31. l. 1.*



ΑΠΟΔΕΙ. Eſt A. C. ex diuiſione $\frac{3}{4}$ totius A.B. At A.B. integrum eſt [i] ad A. C. vt A. E. ad A. D. Et A. E. ad A. D. vt 4. ad 3. Ergo 1. eſt ad $\frac{3}{4}$ vt 4. ad 3. Deinde quia qualium A. C. eſt 3. talium eſt A.B. 4. ſi poſuerimus A.C. integrũ, erit A. C. ad A. B. vt 1. ad $\frac{4}{3}$. Sed A. C. eſt [l] ad A. B. vt A. D. ad A.E. hoc eſt, vt 3. ad 4. Ergo 1. eſt ad $\frac{4}{3}$ ſicuti 3. ad 4. Verum καὶ τὸ Ἀρχιμήδης σεσημείωται, ſit rectangulum A. B. cuius baſis A. C. ſecetur in 11. partes æquales, quarum vna ſit A. D. quæ prætere repetatur in C.F. millies, centies & trigeſies ſepties: ita vt ſit tota A.F. 1148. *i per 2. l. 6.* *l per ea quá iam oſtendimus.*



vndecimarum partium lineæ A. C. & demum abſoluatur parallelogrammum A. E.

ΑΠΟΔ. A. C. eſt ad A. F. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc eſt vt 11. ad 1148. Atqui A. B. eſt ad A. E. vt A. C. ad A. F. Vnum ergo A. B. eſt ad A.E. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc eſt vt 11. ad 1148. quod fuit probandum. Porro ſi latus chiliagoni minorem habeat rationem ad th. C. quam 11. ad 1148. multo minorem rationem habet [m] A. B. ad eandem th. C. quam 11. ad 1148. cũ ſit A. B. illo latere minus. *m per 8. l. 5.*

13. Ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ β. α. τᾶς θ. κ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Atqui 11 minorem partem efficiunt quam cẽteſimam numeri 1148. Multo igitur minus erit A. B. quàm pars centeſima radij th. C. Nam centeſima pars numeri 1148. eſt $11\frac{12}{25}$ quæ rurſus eſt ad 1148. in maiori ratione quã 11. ad eadem 1148. Cæterum meliotis notæ Aſtronomi ab hoc calculo non multum ab-
c 15. l. 5. Almag. horrent. Ptolemæus enim inuenit th. C. eſſe 1210. fere partium, qualium vna eſt th. D. Tum A. B. eſſe earumdem $11\frac{2}{3}$. Proinde A.B. Ptolomæo fuit ad th. C. vt 1. ad $108\frac{2}{11}$ hoc
c. 19. l. 4. eſt minor quam vna centeſima ipſius th. C. Copernicus verò qui negotium hoc paulo ſeueriùs inquiſiuit: vbi apparentem Solis diametrum vt A.B. ſuppoſuit 31. min. & 48. ſec. vnius partis, qualium totus circulus A. C. G. eſt 360. Hoc eſt vnam eſſe ſexcenteſimam & octuageſimam ferè partem totius circuli (nec enim ſenſibile diſcrimen eſt inter rectam A. B. & arcum A. C. B.) concluſit th. C. eſſe 1179. p^{m}. qualium vna eſt th. D. Aut qualium A. B. eſt 10. p^{m}. 34. min. Ita vt ſtatuerit A. B. ſeu diametrum Solis eſſe lineæ th. C. ſeu diſtantiæ Solis maximæ à centro terræ vnam centeſimam & vndecimam partem cum ſemiſſe. Manet ergo conſentaneè Archimedi A. B. ſemper minorem eſſe quam centeſimam partem diſtantiæ th. C. Porro plurimum diſſentit veteris Ariſtarchi calculus in libello qui extat de magnitudinibus & diſtantijs Solis & Lunæ. Illic enim diſtantia qua Sol abeſt à terris, ad Lunæ diſtantiam qua nobis apparet,
a per prop. 7 fere eſt ^{a} vt 19. ad 1. Atqui Lunæ diameter minor eſt ^{b} quam duæ quadrageſimæ quin-
b per 11. eiuſdem. tæ partes diſtantiæ ipſius à nobis, maior verò quàm vna trigeſima eiuſdem. Ponatur er-
c per 15. go ipſa $\frac{1}{27}$. Etenim ſic erit Solis diameter eiuſdem diſtantiæ Lunæ à terris $\frac{19}{27}$ cum qualiũ Lunæ diameter eſt 1. talium ſit dimetiens Solis 19. Verùm Solis diameter eſt ^{c} ad terræ
d per 17. diametrum fere vt 19. ad 3. hoc eſt continet terræ diametros fere $6\frac{1}{3}$. Vnde ſequitur illam Lunæ diſtantiam à terris eſſe diametrorum terræ 9. proximè. Vel cum diameter Lunæ ſit ad diametrum terræ in minori ratione quam 43. ad 108. ponatur eſſe proximè vt 41. ad 108. Etenim cum Lunæ diameter ſit $\frac{1}{27}$ diſtantiæ ipſius à terris, erit rurſus eadem diſtantia diametrorum terræ $9\frac{111}{108}$ vt prius: Quæ cum ſit ^{d} paulo maior quam vna vigeſima pars diſtantiæ Solis à terris, ſequitur Solem diſiungi à nobis per 180. duntaxat diametros terræ, ſeu per 360. ſemidiametros terrenos, pœnitendo quidem errore qui ex falſis hypotheſibus Ariſtarcho natus eſt. Nec enim vmbræ latitudo in loco tranſitus
e Quarta hypoth. eſt duarum Lunarum, vt ſupponit ^{e}, ſed potius eſt ad Lunæ diametrum vt $80\frac{3}{4}$ ad 150. vti nos in theoricis planetarum oſtendimus. Tum falſum eſt Lunam ſubtendere quintam
f Quinta hypoth. decimam partem ſigni, vt Ariſtarchus accipit ^{f}, hoc eſt 2. gr. quin potius in infima etiã abſide, qua maxima videtur, ſubtendit ſolùm 35. min. 1. ſec. in ſumma verò abſide 29. min. 30. ſec. Tandem ſecundum Ariſtarchum eſſet A. B. $\frac{1}{18}$ tantum lineæ th. C. non pluſquam $\frac{1}{100}$ vt concludit Archimedes.

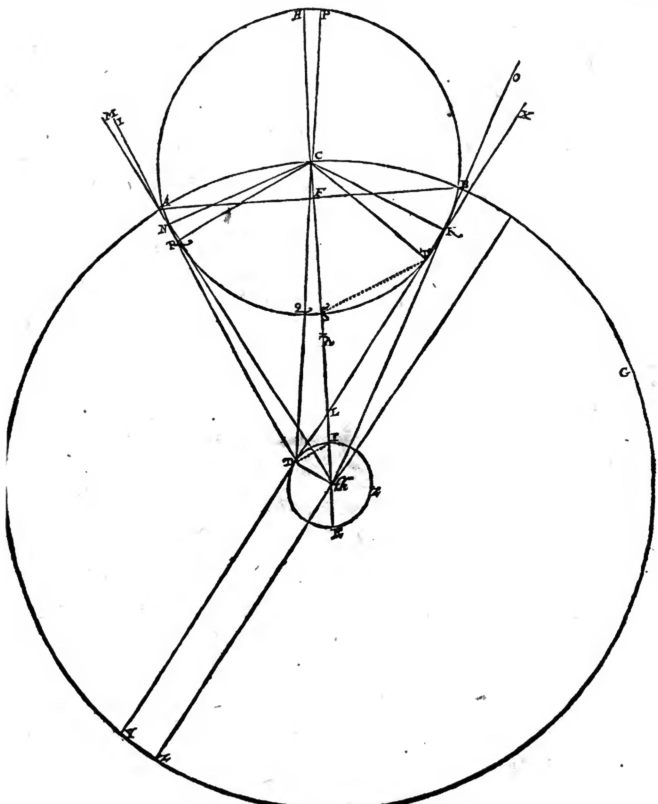
14. Διότι γὰρ ὁμοίως αὐτᾶς ἁ φ. α. ἴσα ἐστὶ τᾷ κ. ρ. Triangulorum A. th. F. & C. th. R. anguli ad F.
g per 3. & 18. l. 3. & R. ſunt ^{g} recti κατὰ τὰν κατασκευάν, angulus vero ad th vtrique communis. Ergo reliquis exiſtentibus æquis, vt th. C. eſt æqualis ipſi th. A. ſic baſis A. F. manet æqualis baſi R. C. ſeu ſemidiametro C. S. Et tota A. B. toti diametro S. H. Qui proinde diameter S. H. minor eſt quam vna centeſima totius th. C.

15. Ὥστε ἁ θ. κ. ποτὶ τὰν ς. ι. ἐλάσσονα, &c. Cum enim C. S. & th. I. non ſint $\frac{1}{100}$ totius th. C. ipſi C. S. iungamus S. λ. vt ſint C. λ. & th. I. vna centeſima ipſius th. C. reliqua vero λ. I. $\frac{99}{100}$. Igitur tota th. C. ad λ. I. erit vt 100. ad 99. Eadem proinde th. C. ad maiorem I. S.
h per 8. l. 5. minorem habebit ^{h} rationem quam 100. ad 99.
i per 13. l. 1 16. Ἀ δὲ ι. ν. ἐλάσσων τᾶς δ. τ. Iungantur πὰρ χρίμαν Archimedis lineæ D. I. & S. T. vt fiant ^{i} an-
l per 31 li 3. m per 19 l. 1 guli D. L. Z. & T. S. Z. obtuſi, cum ſint ^{l} D. I. th. & F. S. T. acuti. Sic enim Z. T. & Z. D. hoc eſt tota D. T. maiores erunt ^{m} duabus Z. S. & Z. I. ſeu tota S. I.

17. Ἐλάσσω ἄρα λόγον ἔχει ἁ θ. ρ. ποτὶ τὰν δ. τ. &c. Linea th. C. ad S. I. minorem habet rationem quam 100. ad 99. Ad eandem ergo S. I. minor th. R. quã ſit th. C. Quia th. R. pars eſt
n per 8. l. 5. totius th. A. æqualis ipſi th. C. minorem multo rationem habebit ^{n} quam 100. ad 99. Eademque th. R. ad D. T. maiorem ipſa S. I. adhuc in minori ratione eſt ^{n} quam 100. ad 99.

18. Αἱ δὲ th. R. D. T. ἄνισοι. Et quidem th. R. maior eſt quam D. T. Nam th R. th. K.
o per penult. l. 3. ſunt ^{o} æquales. Atqui tota D. K. minor eſſet quam th. K. ^{p} quia angulus th. D. K. in
p per 19 & 47. l. 1. contactu rectus eſt. ^{q} Multo ergo minor eſt D. T. quàm th. K. ſeu quam th. R. Verum
q per 18 l 3. quia D. T. producta verſus X. non ad vnguem tranſit per K. illud patebit rurſus hoc modo. Producatur D. C. in P. & quia D. C. minor eſt oſtenſa radio th. C. rectangu-

lum ſub D. P, D. Q. minus eſt rectangulo ſub th. H. & th. S. Ergo quoque quadratum
D. T. minus eſt a quadraro th. R. & D. T. minor quam th. R. Cæterum concludit qui- a per penult. l. 3.
dem Archimedes th. R. minorem habere rationem ad D. T. quam 100. ad 99. At vero
hinc non ſatis liquet th. R. eſſe maiorem quam D. T. Etenim ſi ponatur th. R. 100. ne-
ceſſe eſt D. T. eſſe plus quam 99. vt ad D. T. habeat th. R. rationem minorem quam
100. ad 99. Sed ſi non duntaxat ponamus D. T. eſſe 99. at amplius vt v. gr. 120. rurſus
th. R. habebit b ad D. T. vel ad 120. minorem rationem quam 100. ad 99. oportuit ergo b per 8 l. 5.

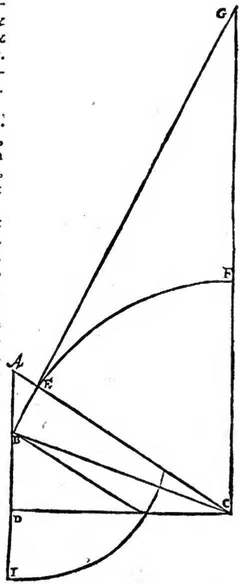


claris oſtendiſſe th. R. eſſe minorem quam D. T. & quidem particella quæ ſit inter $\frac{99}{100}$ & 100. Etenim poſita th. R. 100. erit D. T. pluſquam 99. minus tamen quam 100.

19 Καὶ μείζων ἁ τ. δ. κ. γωνία ἀπεναντίον ὑπὸ τῶν, &c. Angulus enim totus L. D. X. ſeu R. D. T. oſtenſus eſt antea maior toto M. th. O. Ergo primi ſemiſſis T. D. C. maior eſt[a] ſemiſſe ſecundi R. th. C.

a per 15 l. 5.

20 Εἰ γὰρ κ. α. δύω τρίγωνα ὀρθογώνια, &c.



ΥΠΟΘ. Sint trianguli A. D. C, B. D. C. rectanguli, angulumque D. rectum habentes, & circa ipſum D. C. adiunctam communem & in vtroque æqualem, ἑτέρας vero A. D, B. D. inæquales, A. D. maiorem, B. D. minorem, demum hypotenuſarum A. C. maiorem[b], B. C. minorem.

b per 19 l. 1.

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes angulum D. B. C. maiorem[c] imparibus lateribus contentum, eſſe in maiori ratione ad angulum A. minorem inæqualibus quoque comprehenſum lineis, quàm ſit A. C. ad B. C. in minori vero quàm ſit A. D. ad B. D.

c per 16 l. 1.

ΚΑΤΑΣ. Lateri A. D. fiat[d] parallela C. G. Et quoniam C. A. maior eſt[e] quam B. C. fiat C. E. ipſi C. B. par, centroque C. & interuallo C. B. circuli periferia agatur B. E. F. Tum à puncto B. per E. recta ducatur B. E. G. incidens in C. G. lineam puncto G. extra circumferentiam B. E. F. quia cum ſecet eam in puncto E. à parte interna, in externam percurrit. Rurſus à puncto B. lineæ A. C. parallela ponatur[d] B H. centroque B. & interuallo B. H. deſcribatur arcus I. H. K. Qui quoniam latus B. H. ſubtenſum recto maius eſt[b] latere B. D. incidet extra triangulum B D. H. ſed reſecabit triangulum B. H. C. quia B. C. excedit[b] B. H. vt ſubtendens obtuſum angulum B. H. C.

d per 31 l. 1.
e per 15. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli A. E. B, E. C. G. quia anguli ad E. ſunt[e] æquales, tum angulus A.[f] par alterno A. C. G. reliquus reliquo æquatur,[g] & latera habent[h] proportionalia B. E. ad E. A. vt G. E. ad E. C. & viciſſim[i] B E. ad E. G. vt A. E. ad E. C. & componendo[l] B. G. ad E. G. vt A. C. ad E. C. Atqui vt B. G. ad E. G. ſic eſt triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. Vt igitur triangulus ad triangulum, ſic eſt A. C. latus ad E. C. ſeu[m] ad latus æquale B. C. Verum ſector B. C. E. continet triangulum B. E. C. Nam B. E. ingreditur circulum. Igitur ſector B. C. E. maiorem habet[o] rationem ad triangulum E. G. C. quam triangulus B. E. C. ad eundem E. G. C. triangulum. At vero idem ſector B. C. E. ad alium ſectorem E. F. C. maiorem adhuc rationem habet,[o] quàm ad triangulum E. G. C. Ergo multo maiorem habet ſector B. E. C. ad ſectorem E. C. F. rationem, quàm triangulus B. E. C. ad triangulum E. C. G. Et componendo[l] totus ſector B. C. F. ad ſectorem E. C. F. hoc eſt[p] angulus B. C F. ad angulum E. C. F. maiorem rationem habet, quàm totus triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. hoc eſt quam A. C. ad B. C. vt oſtendimus. Atqui angulus B. C. F. eſt[f] angulus D. B. C. tùm altera E. C. F. eſt angulus A. Itaque angulus D. B. C. ad angulum D. A. C. μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ μείζων γράμμα τᾶν περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας, ποτὶ τὰν ἐλάσσονα.

f per 29. l. 1.
g per 32. l. 1.
h per 4. l. 6.
i per 16. l. 5.
l per 18. l. 5.
m per 7. l. 5.
n per 1. l. 3.
o per 8. l. 5.
p per 33 l. 6.
q per 11. l. 5

Altera pars concluſionis ſic patebit. Trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. in maiori ratione eſt, quàm ſector B. H. K. ad eundem B. D. H. trigonum. Atqui ſector ad ſectorem B. I. H. minorem adhuc rationem habet[o] quàm ad trigonum B. D. H. Igitur

trigonus

trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. maiorem habet rationem, quam ſector B. H. K. ad ſectorem B. I. H. Et coniunctim totus B. D. C. ad partem B. D. H. hoc eſt [a] D. C. ad D. H. vel (ob triangulorum A. D. C. & B. D. H. ſimilitudinem quam cauſatur [b] parallela B. H. baſi A. C. A. D. ad B. D. maiorem rationem habet quàm ſector I. B. k. ad ſectorem I. B. H. hoc eſt quàm angulus D. B. K. ad angulum D. B. H. vel ad A. æqualem [c] vt propoſuimus. *a per 1. l. 6. b per 2. & 4 l. 6. c per 29 l 1.*

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducimus angulum maiorem D. B. C. habere ad exceſſum quo ſuperat angulum A. minorem rationem quam A. C. ad exceſſum quo ſuperat B. C. maiorem vero quam A. D. ad exceſſum quo ſuperat B. D. Angulus enim totus D. B. C. in maiori ratione eſt [d] ad angulum A. ſui partem, vt minorem, quam A. C. ad E. C. ſui partem vel ad B. C. Ergo idem D. B. C. minorem habet [e] rationem ad B. C. A. vel C. B. H. angulum ſui reliquum (ſeu quo ſuperat angulum A. quam A. C. ad ſui reliquum A. E. quo nempe ſuperat B. C. Verum quia rurſus idem angulus D. B. C. minorem habet rationem ad A. quàm A. D. ad B. D. ſequitur [d] eum habere rationem maiorem ad exceſſum B. C. A. quam A. D. ad exceſſum A. B. vt vult ἐπιφορά. *d per præcedentem demonſtr. e per 1 lemma ad 31. lib de conoidib & ſphæroid.*

21 Ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν δ. λ, δ. ξ. &c. Concluſit prius triangulorum rectangulorum th. C. R. & D. C. T. angulum T. D. C. ad angulum R. th. C. maiorem habere rationem quàm th. C. ad D. C. quæ ambo ſubtendunt rectos: minorem vero quàm th. R. ad D. T. quę ambo tangunt rectos, illudque oſtendimus [g]. At vero anguli T. D. C. duplus eſt angulus L. D. X. tum alterius R. th C. duplus quoque eſt M. th. O. Proinde duplus ad duplum nempe L. D. X. ad M. th. O. maiorem habet [h] rationem quam th. C. ad D. C. minorem vero quam th. R. ad D. T. ſeu quam 100. ad 99. Ita vt angulus M. th. O. æquiualeat anguli L. D. X. diuiſi in centum partes, pluribus earum quàm 99. *f per 29. l. 1. g Superiori propoſit. h per 15. l. 5*

22 Εἶτα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν θ. μ, θ. ο. μείζων, &c. Quoniam vt 1. eſt ad 200. ita ſunt [i] 100 ad 20000. ſi recti diuiſi in 200 partes, angulus L. D. X. maior quam vna earum fuerit, vt oſtenſum eſt, ſequitur recto itidem diuiſo in 20000. eundem angulum L. D. X. æquiualere pluribus earum quam 100. At angulus M. th. O. pluribus æquiualet partibus quam 99. anguli L. D. X. in 100. diſſecti. Ergo recti itidem diſſecti in 20000. partes multo pluribus quam 99. earum angulus M. th. O. æquiualebit. *i per 19. l. 7.*

23 Ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς, &c. Quo quidem poſito rectè ſequitur angulum M. th. O. multo maiorem eſſe quam vna partium 203. in quas rectus ſecaretur. Nam vt ſunt 99. ad 20000. ita eſt [i] 1. ad $202\frac{2}{99}$. Cum ergo M. th. O. angulus ſit maior partibus 99. earum 20000. in quas rectus diuideretur: ſequitur quod recti diuiſi in $202\frac{2}{99}$ ſit idem angulus M. th. O. maior earum vna. Et ergo citiùs maior erit quam vna 203. partium recti. Et ex conſequenti quam vna octingentarum duodecim in quas 4. recti ſecarentur. Ideo demum ſubtendit maiorem partem circumferentiæ circuli A. B. G. quam octingenteſimam duodecimam. Quem vero arcum ſubtendit angulus M. th O. eundem ſubtendit linea A. B. Igitur linea A. B. ſubtendit arcum maiorem quam ſit $\frac{1}{812}$ circumferentiæ A. B. G.

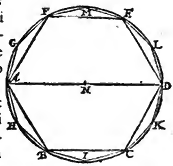
24 Τᾷ δὲ α. β. ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. Non quidem eſt A. B. diameter Solis, quia nec tranſit per centrum corporis ſolaris, nec manet intra limites globi ſolaris. Extra enim ſolem egreditur, vt ad externas lineas th. M. & th O. perueniat. At verò diametro Solis S. H. iam lineã A. B. æqualẽ demõſtrauit. Cæterum ſi A. B. vel diameter ſolis maiorẽ partẽ ſubtendat quã octingenteſimã duodecimã firmamenti, vt mox concluſimus: multo maiorẽ ſubtendet quã eiuſdẽ milleſimã, quæ octingenteſima duodecima minor eſt, & proinde maior erit latere figuræ mille angulorũ in circulo mundi maximo inſcriptæ. Nec vero turberis ſi Solis diametrum cõcluſerit Archimedes ſubtẽdere maiorem partem quam milleſimam, nunc circuli A. B. G. quo ſol defertur, nunc firmamenti à

quo ſol longiſſimè abeſt. Nam de primo abſolutè verum eſt: de ſecundo autem intelligitur: verùm habita ratione loci in quo Sol eſt: & nobis apparet. Oſtendit quidem A. B. maiorem circumferentiæ A. B. G. partem quam milleſimam occupare. Et quia omnium circulorum homocentricorum lineæ à centro eductæ proportionales partes reſecant (iam mittimus eccentricitatem ſolis quæ in his hypotheſeon adauctionibus vix ſentitur) ſequitur videntibus nobis etiam zodiaci circuli, Solem pluſquam milleſimam partem abſcondere: quamquam fatear diametrum ſolis re vera accommodatum circumferentiæ maximi circuli zodiaci ſeu firmamenti, forſan multo breuiorem arcum intendere.

25 Η σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ̄. Hæc verba ſonant decies millies decem millia centies ſumpta: quia ergo 10000 in 10000 ducta reddunt 10 0.00 0.000, hæc per 100 multiplicata, faciunt 10 000 000 000, ſummam ab Archimede ſignificatam.

26 Ὡς ἁ διάμετρος τῶ χιλιαγώνου ἐλάττων, &c. Hoc eſt diameter terræ eſt pluſquam $\frac{1}{10000}$. ambitus figuræ mille angulorum mundo inſcriptæ.

27 Τὰς δὲ διαμέτρου τῶ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων, &c. Sit circulus A. C. D. E. in eoque inſcriptũ hexagonum A. B. C. D. E. F. Quoniam enim latus hexagoni radio circuli æqualis eſt[a] diameter A. D. duobus lateribus A. F, F. E. quæ tertiam perimetri hexagoni complent, par eſt. Reſecentur bifariam arcus[b] quos latera ſubtendunt punctis G. H. I. K. L. M. iunganturque lineæ quæ δωδεκάγωνον conſtituant. Siquidem quæque duo latera dodecagoni maiora erunt[c] quolibet latere hexagoni. Et proinde totus ambitus dodecagoni maior eſt ambitu hexagoni & ergo maior quam triplus diametri circuli. Quod ſi rurſus ſecentur arcus ſubtenſi à lateribus dodecagoni: inſcribaturque circulo figura plurium quam 12. angulorum, adhuc creſcet eius ambitus. Hinc liquido patet quanto maior ſit ambitus figuræ mille angulorum maximo mundi circulo inſcriptæ, quàm mundani diametri triplus. Ergo ponatur iſte ambitus partium eſſo 30. 000. Harum diameter terræ maior eſt vna, diameter verò mundi minor decies millibus. Hinc patet diametrum terræ multo maiorem eſſe vna decem millium partium, in quas mundi dimetiens ſecaretur. Proinde diameter mundi non eſt diametri terræ decies millecuplus.



a per coroll. 15. l. 4.
b per 30. l. 3
c per 20. l. 1.

28 Καὶ ἀεὶ ὑπὸ παραγόντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχοντες, &c. Hic oportet totam Archimedei artificij imaginem adpingere. Notandum itaque eſt antiquos Græcos vocabulum non habuiſſe, quo maiorem numerum exprimerent quàm μύρια, eoque quidem ſignificaſſe 10000. Ipſum tamen repetijſſe vel in obliquis caſibus, vel aduerbialiter, ſi quem abundantiorem denotandum haberent. Sunt nempe loquutiones Græcæ iſtiuſmodi: μυρίαι μυριάδων nempè 100 000 000. δέκας μυριάδων, ſcilicet 100000, ἑκατὸν μύριαι videlicet 1000000. μυριάδων μυριάκις μύριαι hoc eſt 100. 000. 000. 000. & huiuſmodi. Ita vt quinque pręcipuas veluti ſcanſiones numerorum haberẽt, μονάδα δεκάδα ἑκατοντάδα χιλιάδα & μυριάδα quæ quatuor gradus denotarent in decupla proportione. Quæ vero ſummæ gradum μυριάδων exſuperaſſent, ſed intra cancellos μυρίων μυριάδων continerentur, eas repetitione præcedentium graduum expreſſiſſent, vt 10145. Græci dixiſſent πέντε & τεσσαράκοντα χιλιὰν & μύρια. Tum 400 000. illis eſſent τεσσαρακοντάκις μύρια ſeu τεσσαράκοντα μύριαι. Et 1000000 μυριακιχίλιαι ſeu χιλίακις μυρίας, & huiuſmodi. Audiamus Herodotum dies annorum 70. communium præfinientem: ἐνιαυτοὶ ἑβδομήκοντα, inquit, παρέχονται ἡμέρας διηκοσίας & πεντακισχιλίας & δισμυρίας ἐμβολίμου μηνὸς μὴ γινομένου. Eos eſſe diceremus 25200. Quoniam ergo poſt μυριάδα dictio non erat quo cęteri gradus decuplæ progreſſionis exprimerentur, vtendumque erat importuna quadam μυριάδων repetitione, nec ingrata tantùm ſed etiam obſcuriſſima, Archimedes hũc ſcopulum deuitans, octo conſtituit περιόδους, quarum ſingulas octo gradibus compoſuit in decupla proportione: quorum rurſus primum μονάδα quintum μυριάδα vocat ſecundum & ſextum δεκάδα, tertium & ſeptimum ἑκατοντάδα quartum denique & octauum χιλιάδα. In primo μονὰς ſeu vnitas eſt ſimplex: at in quinto χιλιὰς eſt vnitas, ſeu quintus gradus ex Chiliadibus tanquã vnitatibus cõponitur. Μυρίας enim ex decẽ millib. cõſtat, tũ quoq; δεκὰς quæ eſt in ſecũdo gradu, ſimpliciũ eſt vnitatũ: at δεκὰς gradus ſexti eſt myriadũ

& denique vltimæ ἑκατοντὰς καὶ χιλιὰς conſtant ex δεκάκις καὶ ἑκατοντάκις μυριάσι. Ea autem eſt omniũ periodorum coniunctio, vt vltimus numerus & pleniſſimus præcedentis periodi vicem ſubeat vnitaris in ſequenti periodo: non aliter ac fit in ἑκατοντάδι vel χιλιάδι ſimplicibus. Vt enim δεκὰς eſt veluti vnitas ἑκατοντάδος: ſunt enim in Hecatontade ſeu centenario numero decem decades, ſicut in decade ſunt decem vnitates, & in Chiliade ſunt decies centum, ita vt centenarius ſit in millenario loco vnitatis. Sic completa ſecunda χιλιὰς primæ periodi, quæ μυριὰς μυριάδων appellatur, excreſcitque vſque ad 100.000 000. cenſetur eſſe vnitas ſecundæ periodi. Rurſus ſecundæ periodi vltimus & completiſſimus numerus, qui aſcendit ad 10 000 000 000 000 000 pro vnitate tertiæ periodi habetur, & ita deinceps. Character ergo primæ periodi pro reliquis ſuffecerit.

Σχῆμα τῆς πρώτης περιόδου.

Μονὰς	i	α.	Vnum	I.
Δεκὰς	10	ι.	Decem	X.
Ἑκατοντὰς	100	ρ.	Centum	C.
Χιλιὰς	1000	Ạ.	Mille	M.
Μυριὰς	10000	Ị.	Decies mille	XM. vel CCIↃↃ.
Δεκὰς μυριῶν	100000	Ρ̣.	Centies mille	ƆMↃ vel CCCIↃↃↃ.
Ἑκατοντὰς μυριῶν	1000000	Α̤	Millies mille	CQↃ vel CCCCIↃↃↃↃ
Χιλιὰς μυριῶν	10000000	Ι̤.	Decies millies mille	ICQↃI vel CCCCCIↃↃↃↃↃ.

In vltima ergo primæ periodi decade (omnes enim enumerare plane eſſet inane) hi numeri ſunt, 10000000, 20000000, 30000000, 40000000, 50000000, 60000000, 70000000, 80000000, 90000000, 100000000. At hic vltimus eſt μυριὰς μυριάδων, ſcilicet vnitas ſequentis periodi, primamque periodum ſimul claudit, & ſecundæ præbet initium. Ita vt licet in ſingulis periodis ſint duntaxat octo decades, ſeu 8. interualla, tamen vltimus terminus octauæ decadis nouem characteres habet, quorum nonus principium conſtituit ſecundæ periodi. Ita additi 7. alij characteres procurrunt ad initium vltimæ decadis ſecundæ periodi, quam decimus ſeptimus terminat, & ſimul tertiam periodum incipit. Tum vigeſimus quintus character finem tertiæ periodi & principium quartæ facit, trigeſimus tertius quartam complet & quintam initiatur, quadrageſimus primus quintam abſoluit & ſextam principiat: adhæc quadrageſimus nonus finis eſt ſextæ & principium ſeptimæ, demum in quinquageſimo ſeptimo explicit ſeptima & oritur octaua, quæ denique in ſexageſimo quinto integra eſt. Hinc liquido patet omnes octo periodos, (quæ etiam pluribus adaugeri poſſunt) continuam numerorum progreſſionem in decupla proportione conſtituere, ſingulaſque decades ſuis componi numeris. Manifeſtum etiam eſt in exprimendo numero Archimedeo ritu, diſtinguendos eſſe characteres in proprias periodos, nempe octo primos dandos eſſe primæ periodo, ſequentes octo ſecundæ, & ita deinceps, quod exemplo illuſtraſſe operæ pretium eſt. Numeris aliquando luſurus ſoliditatem mundi in gallicis miliaribus inueni ex antea demonſtratis [a] eſſe

2|12. 4880 46|82. 789. 598| 61333332. Huius numeri diuidendi ſunt characteres per octonos, initio ducto à dextra læuam verſus. Nam primi octoni ſunt primæ periodi: ſecundi ſecundæ: tertij tertiæ, & ita conſequenter. Sic igitur Archimedes numerum hunc exprimeret: Duo quartæ periodi, duodecim millena millia, quadringenta octoginta octo millia, quadraginta ſex tertię periodi: Octoginta duo millena millia, ſeptingenta octoginta nouem millia, quingenta nonaginta octo ſecundæ periodi: ſexaginta vnum millena millia, trecenta triginta tria millia, trecenta triginta duo primæ periodi. Verum vt totam exprimendi numeri methodum intelligamus, etiam characteres cuiuſlibet octadis diuidendi ſunt, in quaterniones, ſi Græcè ſit loquendum, in terniones ſi Latinè effari oportet. Diameter terrę in noſtris milliaribus reperitur 343636363. ferè, qui numerus Græcè & Archimedicè ſic diuiſus:

[a] Libro de dimenſione circuli.

3. 4363|6363. exprimitur τρία τῆς δευτέρας περιόδου, τρία καὶ ἑξάκοντα καὶ πεντακόσια καὶ ἑξάκις χίλια, καὶ τρεῖς καὶ ἑξάκοντα καὶ τριακοσίας καὶ τετράκις μυρίας τῆς πρώτας περιόδου. Latinè vero pronunciandus ſic ſecaretur.

3. 43.636.363. Et eſſet, tria ſecundæ periodi: quadraginta tria millena millia, ſexcenta triginta ſex millia, trecenta ſexaginta tria primæ periodi. Illa autem priora tria quæ dicuntur ſecundæ periodi, Græcè ſunt τρεῖς μυριάδες μυριάδων. Eſt enim character in tertio quaternione, qui ſi in quarto eſſet diceretur τρεῖς μυριάδες μυριάδων μυριάκις. Quoti enim quaternionis eſt character exprimendus, toties vulgares Græci nomen μυριάδες repetunt, vno minus: haud aliter atque Latini, qui toties nomen millenarij congerunt vno minus, quoti ternionis eſt character exprimendus. Vt v. gr. illum vltimum characterem ternarij, qui centenarij loco reperitur tertij ternionis, effamur trecenta millena millia. Cæterum Archimedes tàm concinnè octo περιόδους aſſumpſit, vt quæſitus numerus mundanæ arenæ vltimam decadem octauæ periodi, ſecundum ſuppoſita perfectè adæquet: propterea plures numerorum ordines non inſtituit.

29 Ἐστι μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες. Ex his quæ mox diximus colligimus facillimè hũc numerũ eſſe 1|0.000|000.0|00.00|0.0 0 0. Tum quia eſt μυριὰς μυριάδων ſecundæ periodi, & μονὰς proximæ ſequentis periodi, & proinde ex ſedecies decupla proportione ab vnitate producit numerum 17. characterum, & 16. ſyphratum. Tum quia quater repetit myriadem Archimedes: pro qualibet vero quatuor ſyphræ ſunt ſumendæ. Ratio enim eadem eſt expreſſionis vel deſcriptionis numerorum quæ prolationis. Vt ergo antea præcepimus in proferendis Græcè numeris, diuidendos eſſe characteres per quaterniones ratione myriadis: ſic iam idem quaternio ſeruandus eſt in depingendo numero. Cum ergo quater repetatur μυριὰς, ſunt 16. adpingendæ ſyphræ, hoc eſt quater quatuor: poſt quas ſequitur 1. decimo-ſeptimo loco, quæ quintum veluti gradum ſingulis reſtituit. Nam in omni myriade ſunt quinque termini interuallo diſtincti decuplæ progreſſionis: ſed in medijs finis vnius eſt principium alterius, vt hoc ſchemate vides.

1 0 0 0 0 0000 0000 0000

πρῶτ πρῶτ πρῶτ- | | | 1 πρῶτος μονάδων.

δευ δευ δευ- | | | 2 δεύτερος δεκάδων.

τρι τρι τρι- | | 3 τρίτος ἑκατοντάδων.

τετ τετ τετ- | 4 τέταρτος χιλιάδων.

πεμ. πεμ. πεμ- 5 πέμπτος μυριάδων.

Cæterûm hic numerus exſurgit ex 100 000 000. ſeu centum millenis millibus in centum millena millia ductis: vel ex duabus myriadibus multiplicatis per duas myriades. Propterea verti decies millies decem millia per centum millena millia, ducta.

30 Χρήσιμον δ' ἐστὶ καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. εἴκα ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος, &c. Hic Archimedes rationem tradit, qua numerorum productorum ex binis cuiuſvis progreſſionis numeris ſe mutuo multiplicantibus, locum & denominationem cognouerimus: quo etiam compendio numerum inuenerimus quolibet progreſſionis loco conſtituendum. Sint etenim numeri decupla proportione ordinati ab vnitate, & numeris exprimentibus deſignati.

11.
10000000000.
10. L
1000000000.
C

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
A	B	G	D	E	Z	H	T	I
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000

Ex illis multiplicent ſe G. & Z. ait Archimedes produci T. nempe gigni numerum qui tanto interuallo diſtet à maiori multiplicantium, quanto abeſt minor multiplicantium ab vnitate. Tum qui vno minus diſtet ab vnitate quàm ſit numerus compoſitus ex vtriſque quibus ambo multiplicantes ab eadem vnitate abſunt. Verbi gr. numerus exponens G. eſt 3. hoc eſt G. tertio loco eſt ab vnitate incluſiuè. Ita quoque T. tertio loco eſt incluſiuè ab Z. Deinde exponentes amborum multiplicantium ſunt 3 & 6. qui ſimul conſtant 9. numerum ſcilicet qui vno excedit numerum exponentem producti T. Hoc autem ſic probatur. quoniam enim numeri ordinantur decupla proportione, vt eſt A. ad B. ita Z. eſt ad H. & vt B. ad G. ſic H. ad T. & ideo æqua ratione vt A. ad G. ſic [a] Z. ad T. Proinde quod fit ex A. in T. æquale eſt [b] ei quod fit ex G. in Z. ſed quod fit ex A. in T. eſt T. ergo quod fit ex G. in Z. eſt T. Cum igitur naſcatur T. octauo ſcilicet ab vnitate loco, ſequitur ipſius geniti exponentem numerum vno minorem eſſe quam ſimul ambo exponentes ſint binorum G. & Z. Hinc corollarij vice deducitur: Quod ſi ſit numerus progreſſionis v. gr. duodecimus inueniendus, duos numeros eſſe ſumendos quorum exponentes ſimul 13. conſtituant, hoc eſt ſuperent vnitate exponentem numeri qui quæritur, quales ſunt E. & T. quos exponunt 5. & 8. Ductus enim E. in T. numerum procreabit duodecimo loco conſtituendum.

[a] per 14. l. 7 [b] per 19 l. 7

31 Ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Λ. τῷ Χ. Demonſtrauit enim L. multiplicem eſſe ipſius T. per D: hoc eſt, D. multiplicantem T. producere L. Atqui idem D. multiplicans T. produxit ex hypotheſi Q. Ergo Q. & L. optimè concluduntur æquales.

32 Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γινόμενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας, &c. Eſt D. quartus ab A. incluſiuè, vti L. factus quartus eſt incluſiuè à T. maiori multiplicantium ſeſe. Tum quia D. quarto gradu eſt ab A. & T. octauo, numerus ex vtroque gradu conflatus eſt 12. At verò L. eſt tantum vndecimo gradu ab A. Ergo vno minus diſtat ab A. quàm ſit numerus conflatus ex vtriſque gradibus, quibus multiplicantes ſeſe ab vnitate diſtant. Hoc verò incluſiuè numerandum. Nam ſi vnitatem excluſeris, numerus graduum quibus factus numerus ſeiunctus fuerit ab vnitate, æqualis fuerit numero compoſito ex numeris exponentibus amborum multiplicatorum, v. gr. abeſt D. ab A. 3. gradibus ſecluſa vnitate, & T. 7. qui ſimul reddunt 10. Tot vero gradibus L. diſſidetur ab A. excluſa A. Et certè incluſiuè id intelligi, vltimis ſui exempli verbis Archimedes oſtendit.

33 Ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Hoc demonſtratur 18. libro 12 Elementorum. Cæterum ratio $\frac{1}{40}$ triplicata producit rationem $\frac{1}{64000}$ quæ nimirum eſt vnius grani papaueris forma ſphærica, ad ſphæram cuius diameter eſſet digitalis.

34 Η μυριάκις τε ἑξάκις μύρια καὶ τετρακισχίλια. Si igitur ſphæra grani papaueris ponitur non excedere 10000. arenulas: ſphæram verò diametri digitalis non ſuperare 64000. papaueres, ſequitur eandem digitalem ſphæram non eſſe maiorem 640 000 000 arenulis. Nam vt 1. ad 64000. ſic 10000. ad 640 000 000.

35 Οὗτος δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε, ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. &c. Hic παράδειγμα habes Archimedeç numerationis. Exprimens enim hunc numerum 640 000 000. ait eſſe ſex vnitates ſecundorum numerorum, & myriadum quatuor millia primorum numerorum, ſeu quadraginta millena millia.

36 Ταῖς ρ' μυριάδεσι, &c. ratio $\frac{1}{100}$ qualis eſt dimetientis vnius digiti ad dimetiẽtem 100. digitorum, triplicata, fit $\frac{1}{1\,000\,000}$.

37 Δῆλον ὡς ἐλάσσον ἐστὶ, &c. Scilicet minor erit quàm qui produceretur ex numero hoc 1000 000 000 ducto per 1000 000. nempè quàm 1.000.000.000.000.000.

38 Τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαζομένου ταῖς δέκα μονάδεσι, &c. Etenim 10. vnitates ſecundorum numerorum faciunt δεκάδες ſecundæ periodi. Proinde conſtituunt decimum numerum ab vnitate: Tum 1.000 000. faciunt τὰς ἑκατοντάδας τῶν μυριάδων. Ergo ſeptimum proportionalitatis. Qui itaque gignitur numerus decimus ſextus eſt ex ſuperiori regula, nempe ille 10.000.000.000.000.000.

39 Πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυριῶν, &c. Ea quæ deinceps infert Archimedes, ex præcedẽtib.

manifeſtiſſima ſunt. Et ita progreditur, vt ſemper ſphæræ ſequentis ad præcedentem ſit ratio centupla. Cæterum qui numeros characteribus expreſſos quæſierit, videat quis locus vnicuique in proportionalitate aſſignetur. Etenim ſyphræ vna pauciores quàm ſit loci numerus exponens præpoſitæ vnitati, numerum oſtendent. Vt ſi quis quærat vigeſimum ſecundum, præfigat vnitati 21. ſphæras & ſtatim, numerum quæſitum producet.

40 *Καὶ αἱ διάμετροι τοῦ σφαιρέων τὸ αὐτὸν ἔχοντι λόγον.* Hoc eſt diameter terræ eam quoque rationem habet ad diametrum mundi quam hic mundi diameter habet ad dimetientem ſphæræ ſtellarum fixarum. Si enim ſphęræ fuerint proportionales, & dimetientes proportionales erunt, in progreſſione ſcilicet ſubtripla progreſſionis ſphærarum.

NOTÆ AD ΨΑΜΜΙΤΗΝ.

PAG. 450. lin. 25. *μείζων* lege *μεῖζον*, niſi velit quis in Archimede *μείζων* pro *μείζιον* multis locis referri non ad ſubſtantiuum, ſed ad genitiuum præcedentem, vt hic *σταδίων* vel *μυριάδων*. Tum vulgaris codex habet *μείζων*.

Pag. 451. line. 28. *ἐπιγράφη*, lege *ἐπιγράφη*: niſi velis, quia Codices antiqui habent *ἐπιγράφην*, tertiæ perſonæ ſubjungi *ν*. propter vocalem ſequentem in *ἐργασμένοις*.

Pag. 452. lin. 9. *ἔχοντας*, lege *ἐχούσας* lin. 18. *ὁ*, lege *ὁ*. Tum in manuſcripto *αὐτὰ τῷ ἐπιγράφη* legitur *ἐπιγράφη*. Cæterum pro *ἐπιγράφη* quod eſt in vulgari codice, fortaſſe legendum eſſet *ἐπιγραφεῖται*, niſi hoc vocabulum *ἐπιγράφη*, vt & infinita alia quæ ſequuntur, & paſſim reperiuntur in textu Archimedis, vt hic ſequenti linea *κατασπάσθω* pro *καθιστάσθω*, & adhuc ſequenti *ἐλάφθη* ſeu potius *λάφθη* pro *λάφθητι*, & *ἄχθη* pro *ἄχθητι*, & ſimilia ſumenda eſſent imperatiuè vt fuerit in vſu antiquis Siculis.

Eadem lin. 18. *ἄψις* lege *ἁ ὄψις*.

Pag. 453. lin. 11. *αἱ ὄψιες ἐκ ἀφανοῦ σημεῖον*, legendum tum ex ſenſu tum ex ſequentibus *ἀπ' ἀφανοῦς σημείου*, ſicuti *ἀπό τινος μεγίστου* quod ſequitur. lin. 19. *εἰς* videtur delendum.

Pag. 454. lin. 1. *ἐς ἐστι*, lege *ὅ ἐστι*, lin. 8. *ἐστι* lege *ἐὸν τι*.

Pag. 455. lin. 1. & vltima *ἔχοντας*, lege *ἔχοντα*.

Pag. 461. lin. 25. *ἐστι* lege *ἐντί*.

Pag. 462. lin. 3. *ἐστι*, lege *ἔσονται*, lin. 32. *ἐόντων* lege *ἐόντων*.

Pag. 463. lin. 3. & 25. *ἐπὶ ἐλάσσονας ὁ ἴσος*, legendum putarem, *ἴσος ἐλάσσων ὁ ἴσος*: nihilominus quia hoc ſæpius repetitur, reliqui, ſuſpicatus phraſim fuiſſe Siculis.

Pag. 464. lin. 31. *πολλαπλασιάσιον τοῦ* lege *πολλαπλασιασθεισῶν τοῦ*.

Pag. 465. lin. 8. *συνάμφω δὲ ὁ ς*, lege *συνάμφω δὲ ὁ ς*: licet ſit hic locus adeo luxatus vt difficillimum ſit ſenſum ex verbis authoris eruere. Linea præcedenti in libro typico legebatur *μονάδος αοπς* corruptè, ſed reſtitui *ἃ ἴσος ἐστί*.

Pag. 466. lin. 11. *ἐλάσσων*, lege *ἔλασσον*, quia ſubſtantiuum eſt *πλῆθος*: lin. 19. idem error corrigendus: lin. 30. lege *πολλαπλασιασθεισῶν τοῦ*.

Pag. 467. lin. 13. *ἐλάσσονές ἐστι*, lege *ἔλασσόν ἐστι*: lin. 24. *χιλίας* lege, *χιλιᾶν*: demum lin. penultima *μετὰ τοῦτον*, lege *μετὰ τούτους*. Cæterum hac pagina multas lectiones impreſſi Codicis corruptas emendauimus ex manuſcripto, præcipuè lin. 9. mutauimus *χίλιαι μυριάδες* in *χίλιαι μονάδες*.

Pag. 468. lin. 7. *ἐλάσσων*, lege *ἔλασσον*.

Pag. 469. idem eſt error in lineis 4. & penult. Sed lin. 14. *ἐλάσσονι*, lege *ἔλασσον*: lin. 25. lege *καὶ ἐξ*, *τούτων*.

Pag. 470. lin. 10. *ἐλάσσων*, lege *ἔλασσον*: lin. 29. *ἐλάσσονές ἐστι*, lege *ἔλασσόν ἐστι*.

Pag. 471. idem error contingit lineis 4. 10. 22. 28. 31. lin. 30. *τὸ τῶ ψάμμου*, lege *ἔτι τὸ τῶ ψάμμου*.

Pag. 472. lin. 7. *ἀνάλογόν*, lege *ἀνάλογον*.

Alibi ſi erretur, boni conſule. Tandem ſi contulerit quis hoc exemplar cum antiquo Baſileæ excuſo, multa experietur emendata ex manuſcripto & ex ſenſu.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ.

ARCHIMEDIS DE INSIDENTIBVS HVMIDO.

LIBRI DVO.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATI, nouo textu Græco reſtituti, & lacunas repleti.

PROOEMIVM.

QVONIAM mutili erant qui ſequuntur libri, deficiebatque temporum omnia excedentium iniuria, Græcus authoris contextus: (habebatur enim duntaxat latina quædam verſio, etiam multa ex parte arroſa & detrita præ vetuſtate,) nomine fragmentorum videbantur emittendi in publicum, niſi ex ijs quæ eorum ſuperſunt, nunc in artus rediiſſe viderentur, facieque laudabili, vultuque ſano ſeſe legenti offerrent. Græcæ propoſitiones, vt ſuperioribus libris leguntur, Dorica lingua Archimedi familiari à nobis reſtitutæ & affabrè, quantum potuimus, effictæ ad mentem & ſermonem authoris, tum lacunæ antea a Commandino acutiſſimo Geometra, & à nobis recens ſunt repletæ, vt nihil iam ſit diſcriminis, cuius ratione à cæteris operibus diſtinguantur, vel Archimedis operum honore defraudentur. Quin verò Archimedis ſint, nemo dubitauerit, qui vetuſtiſſimos authores legerit, tàm Græcos quàm Latinos: quorum plurimi paſſim hos libros Archimedi tribuunt. Strabo Poſidonium ſtupiditatis inſimulat, quod cùm non eſſet Mathematicus, Archimedis opinioni de humido in libris de inſidentibus, non ſubſcriberet, nempè quòd humidi

a Strabo geogr. lib. 1. *conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica ſit, & quidem eius ſphæræ, cuius centrum idem ſit ac centrum terræ. Verba Strabonis ſunt*[a], οὐδὲ γὰρ ἡδύς ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὤν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. *Ex quibus certo cognoſcitur, & hos libros eſſe Archimedis, quippè nomen Authoris adponitur, & libros quos Archimedes inſcripſit* περὶ τῶν ὀχουμένων, *hos ipſos eſſe, quos habemus præ manibus: citatur enim propoſitio. 2. l. 1. Nec enim alioquin ex hoc titulo ſatis innueretur qui libri eſſent iſti, cum vocabulum ſibi velit potius quæ curru vel equo, quam quæ humido feruntur: At ex ſubiunctione* τῆς προτάσεως, *omnis tollitur* ἀπορία καὶ ἐποχή: *vt minus Vitruuius hos libros arguiſſet, ſi titulo eos deſignaſſet; quàm ſignificauerit cum eandem propoſitionem ſic exſcripſit:*

b cap. 6 l. 8. Architect. Fortaſſe[b] qui Archimedis libros legit, dicet non poſſe fieri veram ex aqua librationem, quod ei placet aquam non eſſe libratam, ſed ſphæroides habere ſchema, & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. *Titulum notat Pappus, nec tamen adeò clarè ac pręcedentes hos libros deſignat, cum innuens Archimedem inter Mechanicos recenſendum vſu loquendi antiquorum, inquit*[c] καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυματουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν ὡς Ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρείων, καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι ὡς Ἥρων αὐτομάτοις καὶ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ᾽ ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. *Etenim quamquam operis huius* ἐπιγραφὴν *integram det, cum addit* ὑφ᾽ ὕδατος: *tamen propoſitionem vllam operis non ſubiungit, vt conijcere integrum relinquat, alios fuiſſe ab ijs quos habemus, libros* περὶ τῶν ὀχουμένων. *Tum miror quod inter Mechanicos recenſendum velit Archimedem, quia de inſidentibus, aut de vectis aqua ſcripſerit, cum ab his multo minus ſit Archimedes dicendus mechanicus, quam ab alijs quæ* πνευματικὰ, & αὐτόματα, & ζύγια *ſcripſit. Porrò ſi non ſuffecerit tantorum virorum authoritas, vt quis credat hos libros eſſe Archimedis, eos ſaltem facie authoris agnoſcat. Quippè Animæ cuiuſque vultus eſt, quo diſtinctiſſimè cognoſcatur. Sermo eſt ſpecies mentis, quibus ab alijs dirimatur. Hîc iſthæc omnia Archimedis eſſe agnoſco. Facies eſt eadem animi, idem proponendi ordo, haud alia demonſtrandi ſubtilitas hîc, quæ fuere in ſuperioribus libris. vt cùm ſit forma penitus ſimilis, prorſus æqua laus ſit, & par omnino gloria: nihilque deſit præter verborum Græcorum contextum, cuius etiam ſpecies ita manſit affabre depicta in verbis Latinis, vt ſi non ex verbo, ſaltem ex voce, & ſono intelligatur, & vel oculis caſſo lumineque orbato dignoſcatur. Equidem ſuperiores libri ſuos habent flores & fructus, vt inſigni ſua præſtantia ingenia noſtra in ſtuporem rapiant: hi verò qui ſequuntur, haud minori ſunt ornamento humanis animis, nec pauciores conferunt vitæ noſtræ prouentus, forſitan plures & maiores, ſi diligenter inſpexerimus, quot & quantæ vtilitates ex humido proueniant, tum quas mens noſtra, ex ijs quæ ad humidi naturam & qualitatem ſpectant ritè cognitis, voluptates percipiat. Quandoquidem cum ſubiectum de quo hoc opere agitur, naturalis ſit potius contemplationis, quam diſquiſitionis Mathematicæ, & latio in humido, grauitas humidi, denique ratio corporum penes grauitatem, ad naturalem Philoſophum pertineant, qui rerum primis, aut ex primis eductis proprietatibus perſpiciendis, dijudicandis, docendis incumbit: tamen figura humidi, & quæ à figura ſunt accidentia, tum rationum momenta, quæ pendent à grauitate maiori vel minori corporum inter ſe collatorum penes pondus, adhuc motus qui accidunt ex æquali vel inęquali libratione, & ex naturali rerum grauium propenſione ad centrum terræ, denique ex diuerſis ſitibus centrorum grauitatis, imò ex varijs quæ*

c 8. l. collect. Mathemat.

figuras ſequuntur titubationibus appenſorum corporum, ad Geometram pertinent: nec minimæ aut contemnendæ eſt artis, horum amborum artificum operas, tam belle concinnaſſe, vt hinc ſonus & rationi conſentaneus, & intellectui gratus edatur. Hoc præſtitit hîc Archimedes, dum & ſe Phyſicum, & ſimul Geometram vno eodemque difficillimo penſo, demonſtrauit. Et nihil tamen minus hoc opere, quam Mechanicus fuit. Ea enim religione Mathematicam profeſſus eſt, vt quamuis machinamenta plurima ediderit, id Regis & Principis ſui iuſſu fecerit potius, quàm ex animo. Quod diſertis verbis exprimit Plutarchus, qui cùm Marcelli conatus eludi dixiſſet Archimedis machinis, ſubiungit [a] ὧν ὡς μὲν ἔργου ἄξιον σπουδῆς, οὐδὲν ὁ ἀνὴρ προὔθετο, γεωμετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα τὰ πλεῖστα. Etenim Rex quidem Hiero contendit, & induxit Archimedem vt ſpeciem artis ſuæ aliquam ederet, cui vt obtemperaret multa veluti ludens in Geometria protulit, quæ tamen qua ratione componerentur, & qua arte conſtarent, ſcriptis edidiſſe non legimus. Hîc verò quidquid eſt, omnino demonſtratiuum eſt, nec vlla pars à vera ſcientia abhorret. Omnia ſua principia habent, ſuas item ratiocinationes veras & legitimas, vt nihil ſit cur reclamet Plato, ſicuti quondam aduerſus Eudoxum & Architam inuectus eſt [b] ὡς ἀπολλύντας, καὶ διαφθείροντας τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν, ἀπὸ τῶν ἀσωμάτων καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ προσχρωμένης αὖθις αὖ σώματι πολλῆς καὶ φορτικῆς βαναυσουργίας δεομένῳ. Siquidem ne tantillum hic apparet illegitimi, vel à liberali ſcientia alieni operis, vt opus mechanicum dici queat: Licet multa hinc inſtrumenta mechanica, quæque arti militari plurimum conducant, (ſicuti ars machinalis περιορωμένη πολὺν χρόνον ὑπὸ φιλοσοφίας μία τῶν στρατιωτίδων τεχνῶν ἐγεγόνει) elici poſſint. Verùm quid inde mechanici nominis illis attribui poteſt, cùm ex ſingulis verè Geometricis, & omnino Mathematicis ἐπιχειρήμασι infinita machinamenta, quæ vſui vitæ humanæ ſint, depromi poſſint? Scopus etenim Archimedis fuit intellectui deſeruire, & illi indulgere, potiſſimamque animæ humanæ partem ſuis diuinis inuentionibus demereri, nec tamen obices vllas ponere, quin ſui labores, ſuaque ſtudia in vſus communes reducerentur, ſi res ferret. Etenim vbi ſuprema ratio contemplata eſt quæcunque obtulerint ſeſe, & generali ſcientia comprehendit, proprio quoque munere ad infima deſcendit, ijs ordinem ponit, regulas adijcit, & media modoſque præbet, quibus omnia perficiantur. Pro varietate conditionum, & qualitatum humanarum nunc publica negotia regit, & edicta preſcribit vulgo: nunc iuſſis moram gerit. Aliquando Ducibus conſilio eſt, prudentia & imperio: aliquando Militibus robur, fortitudinem & obedientiā ſuggerit: Tandem Geometris cauſas, & deinde Mechanicis inſtrumenta, profert, vt ſic nemo non agat ex ratione. Ita qui ſuas Philoſophicas, & maxime Mathematicas lucubrationes emittunt, non ſolum opem ferunt ijs qui præ dulcedine contemplationis à gerendis negotijs abſtrahunt ſeſe, in fortunatas inſulas amandandi: verùm omni omnino homini quantumuis in actione demerſi, viam præſcribunt, qua cum honore, dignitate ac vtilitate officio fungatur, vt beatæ ſint reſpublicæ, in quibus omnes tam fœlici otio operam nauant. Hinc Platonis ſcholæ διάγραμμα limini adſcriptum maiuſculis literis, quas nullus non aduerteret, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω: vt cum in animo haberet homines docere, quomodo reſpublicæ beatæ forent, περὶ πολιτείας ſcripturus, ab ijs diſciplinis inciperet, quibus informati animi ratione duce vti inſtituerentur. Cæterum vbi de Authore ac authoris ſcopo diximus, ſupereſt de titulo, ac interim de operis ſubiecto pauca adnotemus, quę intellexiſſe plurimum intereſt. Antiqui ergo qui horum librorum meminerunt, habent περὶ τῶν ὀχουμένων; ſoluſque Pappus addit ἐφ' ὕδατος, vt amphibologiam tolleret: cùm non de vectis, aut de inſidentibus in

[a] Plutarch. in Marcello.

[b] Ibidem.

vniuerſum ſcribat Archimedes, at de inſidentibus, aut de vectis humido. Et certè à Strabonis relato titulo περὶ τῶν ὀχουμένων *addidiſſem libenter* ὑφ' ὕδατος, *vt ſubiunxit Pappus, niſi in Archimedem peccaſſem, qui non ſcribit ſpeciatim* περὶ τῶν ὀχουμένων ὑφ' ὕδατος, *aut rectius* ὑφ' ὕδασιν, *at vniuerſim* περὶ τῶν ὀχουμένων ἐφ' ὑγρῷ. *Multa enim humida ſunt quæ non aquæ dicuntur, quorum alia natura quam aquæ, alia conſiſtentia, alia grauitas, alia demum ferendi vis eſt, quorum quoque ratione longe alia eſt propoſitionum, quas profert Archimedes, fortitudo, aliudque robur. Nam quæcunque humida exponuntur, aqua, vinum, oleum, & cætera quæque, de ijs veriſſimum eſt, quod proponit Archimedes, (ne quis id de aqua ſola interpretetur:) quamquam non par ſit in omnibus effectus.* Vt enim non amplitudine ponderis, ſed genere ſingulorum rerum *(inquit* [a] *Vitruuius)* grauitatem eſſe non eſt negandum, hoc eſt, *(addit Poliander)* non magnitudine & mole rei, ſed vt quæque denſior eſt & compactior, *ita in varijs humidis magis aut minus veritas harum propoſitionum eluceſcit: quæ eiuſmodi eſt, vt certiſſima elementa cognitionis effectuum inſidentiæ humido, omnium corporum, aut eo leuiorum, vel eodem grauiorum hoc opus offerat, vt hinc cuiuſlibet vecturæ per aquas, cæteraque humida certiſſimè conijciantur. Verùm aggrediamur opus.*

[a] *Cap. 8 li. 7. Archit.*

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ.

ARCHIMEDIS DE IIS QVÆ VEHUNTVR IN AQVA.

LIBER I.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ Α.

Υποκείσθω τοῦ ὑγροῦ τοιούταν φύσιν εἶμεν, ὥστε τῶν αὐτοῦ μερέων ἐξ ἴσου κειμένων, καὶ συνεχομένων ἐπ᾽ ἀλλήλων, ἔλαττον πεπιεσμένον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον πεπιεσμένου, ἐκβάλλεσθαι. Ἕκαστον δὲ αὐτοῦ μέρος, θλίβεται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ τοῦ ὄντος ὑπὲρ αὐτοῦ κατὰ κάθετον, ἐὰν αὐτὸ τὸ ὑγρὸν ᾖ καταβαῖνον ἔν τινι ἢ ὑπὸ τινὸς τεθλιμμένον.

POSITIO I.

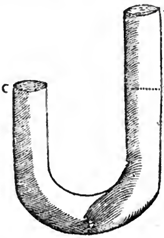
Ponatur humidi eam eſſe naturam, vt partibus ipſius ęqualiter iacentibus, & continuatis inter ſeſe, minùs preſſa à magis preſſa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcēdens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ratio poſitionis ſeu aſſumpti huius à natura, qualitatibuſque humidi dependet. Ea enim ipſius natura eſt, vt facilè mobile ſit: tum vt facilè cedat, quia non partibus conſtat arctè compactis, quin potius leuiter diuiſibilibus, ſimilis fere aëri, cuius flexibilitatis ergo, dixit Ariſtoteles[a], ὅτι τὸ ὅλον σῶμα συνεχές. Propterea ſi prematur quocumque modo etiam leuiſſimè, facile cedit, & plicatur, abit & diſiungitur: ita vt, niſi pari pondere in ſtatu contineatur, figuram non ſeruet. Gutta quidem aquæ, imò cuiuſque humidi, rotunda permanet: (ſiue quia ſiccum refugiens, ipſum quærit vnico puncto tangere, qui ſphæræ tactus eſt, ſiue quia vna eſt: vnitas verò in Homogeneis excellentiùs ſeruatur in globo, cum nihil illic diſſideat, nihil abſiſtat: ſiue quia totum elementum globoſæ figuræ eſt, quo fit vt quoties præ pondere, & quantitate ſibi licet, accipiat illam formam, in qua extrema æque diſtant à medio) tamen maior aquæ quantitas latè diffunditur, niſi terminis quibuſdam contineatur, quos ſi premitur, diffugit & exilit, aut effertur ſeruata cedendi ratione pro pondere, ictu & premente vi. Et nihilominus extima ſuperficies videtur globoſam figuram vbique retinere. Non quidem vt globum perficiat, ſed vt fruſtum globi referat. Saltem nec gibbos nec concauitates admittet, quinimò

[a] Problem. ſect. 23. q. 2. & li. de ſenſu & ſenſibili cap. 5.

quantumuis inæquale ſit in fundo vas, & prærumpatur, aut varias vortices habeat, illa ſuperficies altior cum aqua quieuerit, æqualis permãſerit: Tum ſi motu vel quãtitate ſuperueniente, extima illa ſuperficies facta fuerit fragoſa & inæqualis, natiuo põdere reſtituetur, donec ad æquilibrium ierit. Imò id acciderit ſeiunctis partibus ſuperficiei extimæ, ſi totius corporis non diſiuncta fuerit ſeries. Impleatur vas A.B.C. aqua per A. in elatiori loco: poſſitque per C. effluere aqua ſi abundauerit, totumque vas cenſeatur plenum: certiſſimum eſt vaſe exiſtente pleno, aquam fore elatiorem in A. quàm in C. & propterea, vt nouimus ex quotidiana experientia, effluxuram aquam per C. quouſque ſuperficies aquæ quæ in A. redierit ad D. quod eſt in eodem plano cum C. vt ſic aqua tota ſua elatiori ſuperficie ſtet ad libramentum. Et hoc quidem contigerit, licet ſit maior, licet minor ſit, moles aquæ in parte vaſis A.B. quàm in B.C. Vnde aqua non cenſetur habere vim premendi alias corporis ſui partes, niſi ea quantitate, qua ad perpendiculum libramento ſupereminet. Eo etenim conſtituto, totum corpus quieſcit & ſubſidet. Quod & de omni humido intelligendum eſt.



POSIT. II.

Ponatur eorum quæ in humido ſurſum vel deorſum feruntur, vnumquodque ſurſum vel deorſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur.

ΥΠΟΘΕ. Β.

Ὑποπτέσθω ἐν τῷ ὑγρῷ φερομένων ἄνω ἢ κάτω, ἕκαστον ἄνω ἢ κάτω φέρεσθαι κατὰ κάθετον ὅς διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρεος τῶν αὐτῶν ἄγεται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc poſitionem Archimedes ſubiungit poſt 7. propoſitionem huius. Ego verò malui hic adponere, tùm quod poſitionum vt datarum, hic locus ſit: tum quia etiam primis propoſitionibus deſeruit. Cæterum Archimedes poſuerat tantum de ijs quæ ſurſum feruntur: ego verò addidi, & de iis quæ deorſum tenduut. Etenim vtrorum par eſt ratio. Nam humidi centrum eſt centrum mundi: grauia autem & leuia hoc centrum perpetuo reſpiciunt, & vel ad ipſum afferuntur, vel ab ipſo efferuntur ſecus lineam tranſeuntem per dictum centrum mundi, & centra ſuarum grauitatum. Hæc autem linea eſt ea quam Archimedes perpendicularem vocat, quia perpendicularis eſt ad ſuperficiem terræ, vt alibi diximus. a

a ſcholio 6. prop. de quad. parabol.

POSITIO III.

Humidum omne pondus habere.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Præter Archimedis poſitiones, & hanc addendam putauimus, ne quis iis quæ dicentur deinceps inficias ierit. Quod autem pondus habeat humidum omne, & graue ſit, ipſimet ſenſus docent, vt non ſit aliò recurrendum in hac veritate determinanda. Nam ipſemet aer grauis eſt: quod vtribus inflatis deprehenditur, qui ſi aliquando Æolios Ithacis incluſimus vtribus Euros, vt habet b Poëta, grauius pendent quam ſi vacui aere ſint, etiam teſte Ariſtotele c. Cæterum hoc humidi pondus, non tam metimur quantitate molis, quam genere naturæ: nam, vt ait d Vitruuius, non amplitudine ponderis, ſed genere ſingularum rerum grauitatem eſſe, non eſt negandum. Et hoc deinceps erit animaduertendum cùm dicemus aliquod graue ſe habere ad humidum in grauitate in aliqua ratione. Senſus enim erit, de denſitate & rei expoſitæ naturali compactione, ſecundum quam æſtimatur ipſius humidi grauitas, & cuius cauſa res ipſa & humidum paris molis, vel differunt vel æquantur in ponderoſitate.

b Ouid. 3. Amo el. 31.
c cap. 4 l. 4. de Cœlo.
d lib. 7. c. 8. Architect.

Hoc

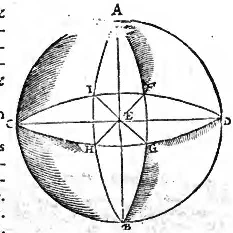
Hoc fortaſſe interpretaremur clarius ſi diceremus nos hîc grauitatem ſumere neque penes locum, neque penes quantitatem, ſed penes qualitatem formalem, non extenſiuè, ſed intenſiuè. Quomodo oculis experimur lignum centum librarum leuius eſſe in aqua, quam fruſtum plumbi vnius libræ: quandoquidem lignum aquis enatat, plumbum verò fundum petit. Hoc fit ex genere naturæ. Et nihilominus, ſi quis humeris vtrumque ſigillatim appendeat, lignum multo grauius æſtimauerit quã plumbum: ſed hæc æſtimatio ab externa quantitate eſt, non ab interna partium colligatione, ſecundum quam nos hîc grauitatem cum Archimede ſumimus.

ΠΡΟΤΑ. Α. — PROP. I.

ΘΕΩΡ. Α. — THEOR. I.

Εἴ τις ἐπιφάνεια τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ πάντοτε διὰ τοῦ αὐτοῦ σαμείου, καὶ ἡ τμῆσις ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἔχουσα τὸ κέντρον σημεῖον τοῦτο, δι' οὗ ἐπιπέδῳ τέμνεται, τᾶς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσται.

Si ſuperficies aliqua plano ſecetur per idem ſemper punctum: ſitque ſectio circuli circumferentia centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.



ΥΠΟΘ. Sit globoſa ſuperficies A. C. B. D. & intra eam punctum E. per quod agantur plana illam ſuperficiem ſecantia, ita vt ſectiones quælibet ſint circumferentiæ circuli, verbi gratia ſectiones C. H, G. D, F. I. & A. I, H. B, G. F. & quotlibet.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico propoſitam ſuperficiem eſſe ſuperficiem ſphæræ.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non fuerit ſphæræ ſuperficies duci poterunt lineæ è puncto E. ad ſuperficiem inquales: ſint ipſæ E. A. & E. C. per quas agatur planum circumferentiam ſecans quæ ſit A. C, B. D.

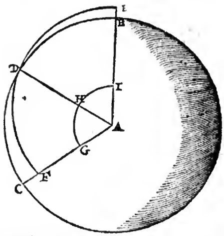
ΑΠΟΔ. Etenim ex hypotheſi ſectio A. C, B. D. eſt circulus cuius centrum eſt E. Proinde lineæ E. A. & E. C. ſunt [a] æquales: ſed ex conſequentia negationis ſunt eædem impares. Ergo eædem lineæ ſunt pares ſimul & impares, quod eſt abſurdum. Propoſita itaque ſuperficies eſt ſuperficies ſphæræ. [a] per 15. definit. l. 1

ΠΡΟΤ. Β. — PROP. II.

ΘΕΩΡ Β. — THEOR. II.

Παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος ἁ ἐπιφάνεια σφαιρικά ἐστι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσας τᾷ γᾷ.

Omnis humidi conſiſtentis atque manẽtis ſuperficies ſphærica eſt, cuius ſphæræ centrum eſt idem quod centrum terræ.



ΥΠΟΘ. Sit aliquod humidum B. D. C. immotum & conſiſtens naturaliter: (res enim vi affectas propriam figuram mutare nemo negauerit.)

ΣΥΜΠΕ. Dico extimam ipſius ſuperficiem eſſe ſphæricam: eiuſque centrum idem eſſe ac terræ.

ΚΑΤΑΣ. Secetur humidum propoſitũ plano acto per centrum terræ quod ſit A. & ducantur ab A. lineæ ad extimam ſuperficiem humidi propoſiti A. B, A. D, A. C. vel ſi fieri poteſt A. F, A. D, A. E. inæquales ſcilicet ad ſuperficiem quæ nõ ſit ſphærica: tum intra humidum à centro A. ducatur arcus G. H. I. in plano ſecante, includens humidi partem quandam interiorem.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam corpus negatur ſphæricum eſſe & eſt pars humidi H. D, E. I. gibboſior & latior quam ſit pars D. H. G. F. pars interior humidi H. I. A. magis premitur quam alia pars H. G. A. & proinde non conſiſtet, [a] neque manebit immota, ſed magis preſſa pelletur. At hoc eſt contra hypotheſim, ergo vt ſtet & quieſcat, oportet vndiquaque ſimiliter prematur: ſic autem preſſa circulum B. D. C. efficiet: quod & de omni alia ſectione concludetur ac proinde ſuperficies extima ſphærica eſt [b] cuius centrum eſt A. centrum terræ, quod fuit demonſtrandum.

a per poſitionem præcedentem.

b per præc.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

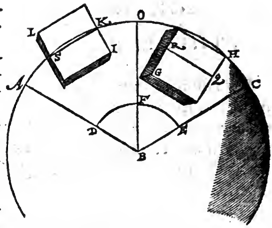
Ex pondere [c] humidi, eiuſque mobilitate [d] hoc theorema indicatur. Repetita enim præcedenti diagrammate, ſi non fuerit humidi propoſiti conſiſtentis extima ſuperficies ſphærica, erit illic elatior vt in E. I. hic depreſſior vt in F. Quoniam ergo quod grauè eſt deſcendit naturaliter, humidũ ex E. deſcẽdet verſus D. & C. quouſque æqualiter diſtet à centro vndiquaque: hoc autem eſt eſſe ſphæricum, vt proponitur. Cæterum propoſitio intelligitur tam de humido vniuerſo & maritimo; quam de quocumque minimo humido. In illo vniuerſo patet ſenſibus, ex naui quæ in altum mare decurrit, cuius partes inferiores ſenſim effugiunt oculos reſpicientium in portu; tùm tandem ſuperiores: cuius cauſa eſt aquæ gibboſitas & tumor ſphæricus. In hoc vero, humidum Cyatho redũdans videtur in medio elatior quam ad oram Cyathi & paulatim à limbo intumeſcere. Cæterum Strabo Poſſidonium fatuum vocat ὡς ἰδιώτην, quia cum non eſſet mathematicus, non tamen Archimedi crederet de figura & cẽtro aquæ, nempè quod humidum omne eſſet ſphæricum & centrum haberet centrum mundi, vt hîc proponitur. Etenim illic Strabo propoſitionem hanc integram affert eamque omnibus mathematicis in confeſſo eſſe ait, his verbis ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθηματικοὶ πῶς ἀξιάζομεν. Poſſidonius vero mare interius & ſi vnum ſit, vt aſſerebat, ſub vna ſuperficie contineri non exiſtimabat, ſed nec etiam propinquis in locis: cuius inſcitiæ (ait Strabo) teſtes faciebat nonnullos architectos. Denique Vitruuius huius propoſitionis meminit c. 6. lib. 8.

c ex hypot. 2.

d ex χενίῳ petit.

Geograp. l. 1.

PROP. III.	ΠΡΟΤΑ. Γ.
THEOR. III.	ΘΕΩΡ. Γ.
Solidarum magnitudinum quæ æqualem molem habentes æque graues ſunt atque humidum: in humidum (conſiſtens) demiſſæ mergentur, ita vt ex humidi ſuperficie nihil extet; non tamen adhuc deorſum ferentur.	Στερεῶν μεγεθέων τῶν ἴσον ὄγκον ἐχόντων ἃ ἴσως βαρῆ ἐστιν τῷ ὑγρῷ, εἰς τὸ ὑγρὸν καθιέμενα οὕτως καταχλυσθήσεται, ὥστε ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ οὐδὲν εἶμεν, ἀλλ' οὔπω κάτω φορεῖται.



ΥΠΟΘ. Sit aliquod humidum A. B. C. in quod demittatur ſolida magnitudo L. I. æqualis cum ipſo grauitatis.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem iſtiuſmodi totam humido demergi, eo tamen modo vt maneat in ſumma ſuperficie humidi, nec deorſum feratur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur humidum propoſitum plano acto per centrum B. & dirimatur [a] angulus A. B. D. bifariam linea B. F. O. ducaturque centro B. arcus D. F. E. intra humidum per quê ſuperficies ſphærica parallela ſuperficiei humidi, intelligatur dirimere humidum. Et ſi fieri poteſt magnitudinis L. I. pars L. K. maneat ſupra aquam, & ſola reliqua S. I. immergatur. Imaginemur verò magnitudinem ſolidam humidam G. H. æqualem mole magnitudini L. I. & parti demerſæ S. I. partem G. Q.

a per 9. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Magnitudo ſolida cenſetur æqualis ponderis cum humido. Ergo quoniam magnitudo A. B. O. ſiue conus fuerit ſiue pyramis, æqualis eſt magnitudini O. B. C. parſque D. B. F. parti F. B. E. ſequitur pondus molis D. O. maius eſſe pondere molis E. O. quantitate ſcilicet, excedentis partis L. K. & deficere à parte F. C. tantum humidi pondus, quantum eſt Q. G. Proinde premitur aqua D. B. F. magis quam prematur F. B. E. Non conſiſtet ergo humidum vt ponitur ſed turbabitur donec ad ὁμαλὰ peruenerit hinc inde. Quod non fiet quin immergatur totum L. I. Non tamen centrum petet, quia æquata humidi ſuperficie nullibi ſit maior compreſſio. Stabit proinde humidum & ſupra enatabit ſolida magnitudo L. I. propoſita: quod fuit demonſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sunt hæc verba in contextu propoſitionis: *ita, vt ex humidi ſuperficie nihil extet*, quæ ſunt duriuſculi ſenſus: potiſſimum cum verbum *extet* non videatur conuenire cum illis ſolidis magnitudinibus quæ demerguntur, cum de vno tantum ſit, proponantur autem plures: ad humidum vero non videatur poſſe referri, cum humidum illud ſit quod ſui ſuperficiem gerat & gignat, ſitque aliquid ex ſui ſuperficie ac limite. Ideo *συμπέρασμα* clarè non infertur iuxta propoſitionem. Hypotheſis quidem Archimedis eſt *vt magnitudo, ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa, extet ex ſuperficie ipſius*, & ſic propoſitio intellectu eſſet facilis: ſed hoc contrarium eſt omnino textui propoſitionis, quæ vult potius ſolidam magnitudinem nihil extare ex humidi ſuperficie. Et certè cenſerem legendum eſſe *extent*, & verbum iſtud ſupponere pro ſolidis magnitudinibus demerſis, quæ quidem nihil ſunt de ſuperficie humidi propter mobilitatem humidi quod qualibet alia magnitudine ad rotunditatem facilius defertur, & propterea immerſæ magnitudini quamuis ad ſuperficiem manenti quadammodo ſuperenatat. Et ideò demergi propriè dicantur cum totæ humido inuoluantur, ad ſupremam tamen partem maneant. Et quod hîc ſenſus ſit huiuſce loci, confirmat propoſitio ſequens.

PROP. IV.

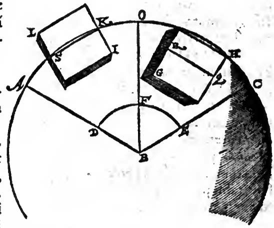
THEOR. IV.

Solidarum magnitudinum, quęcumq; leuior humido fuerit, demiſſa in humidum (manens) non demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Στερέων μεγεθέων, ὅτι κουφότερον ἂν ᾖ τοῦ ὑγροῦ, καθημένον ἐς τὸ ὑγρόν· οὐκ ὅλον κατακλυσθήσεται, ἀλλά τι τοῦ αὐτοῦ μέρος ἐκ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἐξέσται.



ΥΠΟΘΕ. Manente eadem figura quæ ſuperius, ſit magnitudo L. I. minoris quã humidum grauitatis & demittatur in humidum A. D, F. O.

ΣΥΜΠ. Dico totam non demergi.

ΚΑΤΑΣ. Demergatur tota ſi fieri poteſt, & imaginemur partem L. K. etiam humido abſcondi.

ΑΠΟΔ. Tunc quoniam leuior eſt L. I. magnitudo quam humidum G. H. par quidem volumine ſed grauior pondere, ſequitur minus premi D. F. B. quam F. E. D. ac proinde non conſtare[a] ſed moueri & turbari quouſque hinc inde ſit humidi æquilibrium. Non ergo L. I. abſorbetur tota, ſed enatat vt vult propoſitio.

[a] per 1. petitio. hum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lucis maioris ergo imaginati ſumus pyramides aut conos aut quæcumque contingant, alias figuras A. B. O. & O. B. C. æquales: non quod propoſitiones non ſint veræ etſi hæc humida non eſſent æqualia: Quandoquidem in quocumque vaſto oceano, magnitudines propoſitæ infundantur, ſemper concludetur eadem veritas & neceſſaria foret λίαν μως. Nam quam latum ſit humidum, magnitudo in ipſum demiſſa figuræ ſolidæ formam dederit, cuius baſis erit in ſuperficie humidi reſpondentis ipſi magnitudini, vertex vero in centro terræ, & hæc figura ſolida ea eſt quę cenſetur aut magis aut minus premi, & hinc vel cedere locum vel quærere latiores dimenſiones.

PROP. V.

THEOR. V.

Solidarum magnitudinum quæcumque leuior humido fuerit demiſſa in humidum (manens) vſque eo demergetur vt tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem quã tota magnitudo grauitatem habeat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Στερέων μεγεθέων τὸ κουφότερον ὂν τοῦ ὑγροῦ, καθημένον ἐς τὸ ὑγρόν, μέχρι τοσούτου κατακλυσθήσεται, ὥστε ταλικοῦτον ὄγκον τοῦ ὑγροῦ, ἁλίκος ἂν τοῦ καθημένου μέρεος ᾖ ταὐτὸ τὸ βάρος, ὃ τὸ ὅλον μέγεθος, ἔχειν.

ΥΠΟΘΕ. Repetito rurſus præcedenti diagrammate, ſit magnitudo L.I. leuior quam fuerit humidum eiuſdem molis, cuiuſmodi aſſumptum eſt G.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico humido demergi L.I. ea tantum parte, cuius moles par ſit moli corporis humidi, pondere æqualis toti magnitudini: verbi gratia, poſito corpore humido R.H. æquali pondere toti magnitudini L.I. mole verò parti S.I. concluditur partem S.I. duntaxat demergi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim ſi maior pars quam S.I. magnitudinis humido immergeretur, minùs humidi contineretur in A.B.O. quàm ibidem contineatur, dum tantum S.I. demergitur, & ideò minus eſſet pondus, quia magnitudo non æqueponderat ac humidum; Ergo fieret minor hic compreſſio quam illic, & inde conturbatio, & motio:[a] at ponitur humidum conſiſtens. Ergo aſſurget magnitudo, quouſque hinc inde fiat idem pondus. Humidum verò non aſſurgit, ſed magnitudo, quia hæc illa leuior eſt. Tum ſuperficies humidi, quæ eſſe debet[b] ſphærica, non ſeruaretur, quod eſt inconueniens.

a per 1. pet. huius.

b per 2. huius.

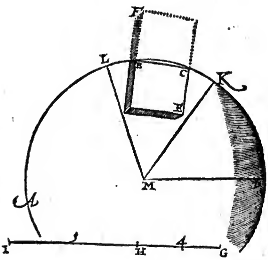
ΠΡΟΤ. ϛ. — PROP. VI.

ΘΕΩΡ. ϛ. — THEOR. VI.

Στερέων μεγεθέων τῶν κουφοτέρων τοῦ ὑγρου, τὰ εἰς τὸ ὑγρὸν καταβαλλόμενα, ἄνω φέρεται τοιοῦτα ἰσχύϊ, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν τὸν ὄγκον ἔχον τὸ μεγέθει ἴσον, βαρύτερόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ μεγέθεος.

Solidæ magnitudines humido leuiores in humidum impulſæ, ſurſum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius eſt ipſa magnitudine.

ΥΠΟΘ. Sit humidum A. B. C. D. & aliqua magnitudo F.E. eadem mole leuior quàm humidum: & ipſius quidem F.E. pars B.E. ponderet vt H.I. Humidum verò molis quidem ipſius B.E. pōderet vt G.I. Tandem tota F.E. grauitet eodem pondere G.I.



ΣΥΜΠΕ. Dico magnitudinem F.E. ſi vi in humidum impellatur (aliter enim non demergetur[c] cum ſit leuior humido) exſurgere è medijs aquis preſſam pondere, vt G.H. quo humidum molis F.E. ſuperat in grauitate magnitudinem F.E.

c per præcedentem.

ΚΑΤΑ. Ponatur ſuperficies humidi L.K.D. ſphærica, & ſumantur humidi ſolidæ figuræ L.M k, k.M.D.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam F.E. leuior eſt quàm humidum, & quidem grauitate G.H. ſequitur ipſam F.E. vi depulſam in humidum L. M k. efficere, vt in eo ſit minus pondus, quàm in k.M.D. quantitate G.H. proinde tanta grauitate premetur à proximo humido v.g. k.M.D. quanta eſt G.H. Et quoniam cuilibet ponderi in premendo reſiſtentia eſt: quanta erit G.H. grauitas obnitetur, prementi vi, & demergenti in humidum magnitudinem F.E. ita vt ſi vis illa ceſſauerit, reſiliat ex humido F.E. magnitudo eadem preſſa grauitate G.H. quæ quo maior fuerit eo celerior erit repulſio, donec C.F. pars, qua magnitudo leuior eſt, ex humido ſeſe extulerit, quod erat probandum.

Σ ΧΟΛΙΟΝ.

Pluribus oſtenſum eſt, libris de æquipōderantibus, pondera, natiua grauitate impellere, trudere, attrahere, & denique mouere pro inclinatione, in quam natura ipſa ferri cōparata ſunt. Humidum itaque, quod [aa] pondus habet, ſi vi expellatur, aut in altum efferatur, aut loco natiuo dimoueatur, ceſſante vi, quod ſe leuius nanciſcitur, illud protrudit & extollit, donec conſiſtat æqualiter preſſum & premens, & æquamentum ſibi congeneum inuenerit. Hinc vis eſt qua ligna in aquam protruſa reſiliunt, & denique corpora leuiora ex mediis reſultant aquis. Omnino vbi pondus eſt, ibi eſt trutina, ibi ſcapus, ibi libramentum, quo ſingula ponderoſa quieſcunt, aut proprias inclinationes, inclinationumque celera, vel tarda momenta exercent. Etenim omnes motus qui in corporibus ſimpliciter naturalibus animaduertuntur, à pondere aut leuitate ſunt, & hinc quidem ordo mundanus.

aa per 2. pet. huius.

PROP. VII.

THEOR. XII.

Solidæ magnitudines humido grauiores demiſſę in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta eſt grauitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

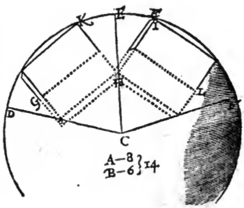
ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Στερέων μεγεθέων τῶν βαρυτέρων τοῦ ὑγροῦ, τὰ καθημένα ἐς τὸ ὑγρὸν, κάτω οἰσθήσεται, ἄχρις ἂν καταβαίνωνται, καὶ ἐν τῷ ὑγρῷ ἔσται τοσούτῳ κουφότερα, ἡλίκον τὸ βάρος ἐστὶ τοῦ ὑγροῦ, ὄγκον ἔχοντος τὸ ἴσον τῷ μεγέθει.

ΥΠΟΘ. Sint magnitudo quidem G.H. humido grauior, & humidum H.L. æqualis molis cum G.H. magnitudine.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem G.H. demiſſam in humidum ferri deorſum & deſcendere: Et quidem in humido fieri tanto leuiorem, quanto ponderat H.L. humidum æqualis ſecum molis.



ΚΑΤΑ. Ponatur magnitudinem G.H. ponderare vt A.B. humidum verò H.L. vt B. Sumatur verò alia magnitudo G.K. leuior humido, & grauitas ipſius ſit vt B. & quia humidum grauius eſt hac ſecundò aſſumpta magnitudine, ponatur I.L. humidum paris molis ac G.K. & graue vt A.B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim hinc & illinc ſic habebitur æquale pondus, nempè A. & bis B. & item moles eadem. Proinde tota magnitudo K.G.H. in humidum demiſſa, ſtabit ac quieſcet, [a] nec ſurſum nec deorſum feretur: Etenim licet G.H. ſit ponderoſius, quàm H.L. pondere A. & deprimatur [b] vt magis premens, tamen leuius eſt G.K. quàm I.L. eadem grauitate A. ita vt pulſum aſcendat, [c] ſcilicet tanta vi, quanta eſt pondus A. Ergo eadem eſt ratio grauitatis in deſcenſu, quæ leuitatis in aſcenſu, & vt magnitudo G.k. demerſa in humido ſurſum fertur, & leuior fit pondere A. quo ſcilicet I.L. grauius eſt quàm G.k. ſic G.H deſcendet in humido, & leuius fiet grauitate B. quanta nempè eſt grauitas humidi H.L. eandem qua ipſa molem habentis, vt vult propoſitio.

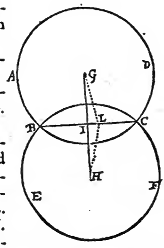
a per 3. huius.
b per 1. poſition.
c per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

MagnitudoG.H. in humido premit vt 14. ſed H. L. humidum eundem occupans locum, cùm ſit eiuſdem molis, reſiſtit vt 6. Ergo G.H. euincit ſolùm in depreſſione vt 8. Minuitur proinde pondere reſiſtentis corporis; nempè 6. & ponderat tantùm grauitate exceſſus, quo ipſa ſuperat humidum paris molis. Omne ergo graue in aere tanto minus grauitat in aqua, quanto aquæũ corpus æqualis molis graue eſt. Appende hoc aquæum pondus, ſcies quanto graue in aëre appenſum, in aqua leuius ſit futurum.

LEMMA.

Si circuli ſe ſecuerint, iunganturque eorum ſectiones lineâ: ipſa dirimetur bifariam, & ad angulos rectos ab alia linea quæ eorum centra coniunget.



ΥΠΟΘ. Secent ſe circuli A.B.C.D. & E.B.C.F. corumque iungantur ſectiones B. & C. linea B. C. tum eorum centra alia linea.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineã B.C. dirimi bifariam, & rectò à linea iungente centra.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur punctum I. quod ſit ex hypotheſi medium ipſius B.C. à quo cenſeantur educi lineæ I.H. & I.G. ad centra circulorum. Tum ducatur G.L.H.

ΑΠΟΔ. Linea H.I. bifariam dirimit B.C. ergo [a] ad angulos rectos: Tum I.G. eadem de cauſa perpendicularis eſt ad B.C. Ergo H.I.C. & G.I.C. cum ſint recti, G.I.H. eſt [b] recta linea iungens eorum centra. Quod autem iungens centra trãſeat per I. neceſſe eſt, nam ſi poſſet tranſire v.g. per L. & eſſe G.L.H. recta linea, duæ rectæ G.I.H. & G. L. H. comprehenderent [c] ſpatium. Ergo linea iungens centra bifariam, & perpendiculariter, diuidit B.C. lineam ſcilicet iungentem ſectiones, quod fuit probandum.

[a] per 3. li. 3.
[b] per 14. l. 1.
[c] contra 10 axioma l. 1

ΠΡΟΤΑ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Εἴ τι μέγεθος στερεὸν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ὃ τοῦ τμάματος τᾶς σφαίρας σχῆμα ἂν ἔχῃ, ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ τμάματος μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ σχῆμα ἐφιδρύσεται ὀρθῶς, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμάματος κατὰ κάθετον ἦμεν. Καὶ ἐὰν ὑπό τινος ἐγκλίνηται τὸ σχῆμα, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ σχήματος ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον εἰ ἀφίηται, ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται.

PROP. VIII.

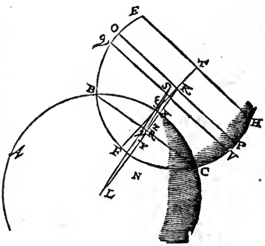
THEOR. VIII.

Si aliqua magnitudo ſolida leuior humido, quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum contingat: non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam huius propoſitionis antiqua demonſtratio quæ fuerat Archimedis, ne quidem veteribus tranſlationibus ad nos peruenerit, & quondam à Federico Commandino ſuppleta fuerit vt aliæ quæ ſimiliter perierant, viſum eſt eius veſtigijs inhærere primum, deinde aliam ſubiungere erutam ex antea demonſtratis ab Archimede, vt magis ac magis à ſeipſo lumen accipiat.

ΥΠΟΘ. Sit portio ſphæræ, vel hemiſphærio maior, vt E.F.H. vel æqualis vt O. F. P. vel demum minor vt Q.F.V. humido leuior, quæ in humidum A.B.C.D. demittatur per verticem F. & ſcilicet baſi E.H. vel O.P. vel Q.V. ſurſum elata extra humidum. Intelligatur verò planum ſecare hæc ſphærica nempè humidum, & propoſitam portionem per centra, in quo plano agantur lineæ, primum L.k. à centro portionis ad centrum humidi L. Tum diameter portionis F.k.T.



ΣΥΜΠ. Dico portionem, niſi rectò demittatur in humidum, ita vt linea T.k.F. conueniat cum perpendiculari k L. non manere, ſed moueri, donec recta ſtet humido portio & hæ lineæ in vnam coincidant.

ΚΑΤΑΣ. Poſita portione inclinata ſit pars inſuccata B.X, C.F. & iungatur linea B. C. ſecans perpendicularem K.L. in R. & per B.C. agatur planum rectum ad K. L. diuidens partem inſuccatam in duas ſphæræ portiones B X.C. & B.F.C. diametri autem ſectionum circuli ſunt N.R. & R.X. ambæ in linea k. L. quia iungit centra vtriuſque circuli A.X.D. & E.N.H. & ideò [a] perpendicularis eſt ad B. C. baſim, & omnes lineæ ductæ in ſectionibus parallelæ ad B. C. bifariam [b], & rectò [c] diuidentur. Sunt ergo eædem N.R. & R.X. axes portionum ſphæricarum partem conſtituentes inſuccatam, & tota N.X. efficit axem ipſius partis, in quo neceſſario eſt eiuſdem partis centrum grauitatis. Nam portionis B.C.N. centrum eſt [d] in N.R. portionis item B.X.C. centrum eſt [d] in R X. punctis, quibus Geometræ docent [e], v. g. in Y. & Z. & propterea centrum totius partis inſuccatæ eſt in recta Y.Z. & ideò in perpendiculari K.L. hoc ſit γ. Eſt autem centrum grauitatis totius propoſitæ portionis in T.F. [d] linea, ſcilicet axe ipſius: ſit ergo ipſum in ζ. Nam educta linea à centro Y. ad centrum reliquæ partis portionis, quæ manet in aere, quod ſit S. tranſibit [f] neceſſario per centrum ζ. totius portionis. Iungatur tandem S. L.

ΑΠΟΔ. Cùm ergo ponderet pars in humido ſecundum lineam Y.L. pars verò quæ in aere ſecundum lineam S.L. & demum tota portio ſecundum perpendicularem quæ à ζ ad L. educeretur, non manebit portio [g] quouſque hæc tria centra, & punctum L. quod eſt centrum terræ, recta linea iungantur, quod non fiet quin ambæ lineæ L.K. & F k. in vnam incidant, vt erat concluſum: ſcilicet deorſum ruentibus partibus quæ ſunt ad E.O.Q & aſcendentibus ſurſum ijs quæ ſunt ad H.P.V. ſecundum diuerſas lineas, quarum ſitus paulatim mouetur, quouſque radij ζ.S, & ζ Y. fiant æquales, & æquilibrium accidat. Vis autem mouens in hac titubatione eſt tam grauitas ponderis [g] quæ æquamentum quærit, cum premat in diuerſis centris, quàm humidi ponderoſitas maior [h], quàm ſit portionis.

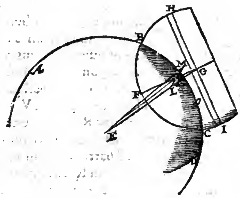
a per lemma præced.
b per 29 l. 1
c per 3 l. 3.
d per 15 lib. de centr. grauit Cõmandini.
e Inter alios Lucas Valerius prop. 34 l. 2. de centro grauit.
f per 8. l. 1. de æquipõd.
g per χ΄-λιω prop. 6 lib de quadr. parab.
h per 6. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Tota demonſtrationis vis eò præcipuè tendit, vt oſtendatur diuerſa eſſe grauitatum centra, eorumque diuerſos ſitus, ſecundum perpendiculares ad centrum mundi eductas. Hinc enim dependet

ſtatus ſeu commotio titubantis molis, vt alias a oſtendimus. Cæterum Archimedes in demonſtrationibus ſuis diſtinguit partem portionis demerſam ab ea quæ in aëre remanet: quamquam ſint continuæ, vnamque ſolam conſtituant magnitudinem; cuius quidem pars quæ in aqua ponderis ſit leuioris, quàm ſit ea quæ in aëre eſt. Nihilominus pondus in vtraque eſt, quo premit ab ea parte qua diſiungitur axis à perpendiculari: ita vt ſemper valeat præcedens noſtra demonſtratio. Verum etiam lubet alijs Archimedis veſtigijs inſiſtentes rationem habere vtriuſque partis ſeparatim,

ΕΤΕΡΑ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ.



ΥΠΟΘ. Sit itaque hic hemiſphærij H. F. I. pars humido immerſa B. F, C. O. Et quoniam hæmiſphærij centrum eſt in axe F. G. ſit punctum K. Centra vero cùm partis demerſæ, tùm non demerſæ, ſi linea recta iungantur, tranſibit illa per centrum totius hæmiſphærij, a cum radiorum reciproca ratione. Sint ergo illa centra L. partis immerſæ & M. reliquæ, ita vt quemadmodum fuerit pars immerſa ad non demerſam, ita ſit reciprocè M. K. ad K. L. Eſt autem L. M. linea obliqua ad F. G. ex ſuppoſita inclinatione portionis quę in humido. a per 8. lib. 1. de æquipond.

ΑΠΟΔ. Quoniam L. eſt centrum partis demerſæ, ponderat ſecundum perpendicularem E. L. b vti non demerſa ſecundum perpendicularem E. M. totum vero hæmiſphærium ſecundũ lineam E. K. & puncto K. videtur fieri ſuſpenſio & eſſe libride M. L. punctum vero ſuſpenſionis G. centrum nempè magnitudinis: Ergo M. quæ ſurſum eſt in ſuſpendio mittetur deorſum, punctum vero L. aſcendet ſurſum, ita vt tandem tria puncta E. K. G abeant in rectam lineam & ſit axis F. G. in perpendiculari E. K. vt vult propoſitio. Poſſemus ſicut Archimedes dicere M. ferri deorſum & L. ferri ſurſum & tandem axem G. F. vniri perpendiculari E. K. Verum vnde fiat elatio puncti L. ſurſum non videtur conſtare. Nam licet magnitudo humido leuior aſſurgat tanta vi quanto humidum molem habens magnitudini æqualem grauius eſt c ipſa magnitudine: tamen elatio fit potius ex grauitate magnitudinis immerſæ quæ centrum quærit, quàm ex impulſione humidi. Et propterea quantumuis ſenſim hoc hæmiſphærium demittatur in humidum, fiet quod proponitur, non per reſiſtentiam humidi, ſed per rationem ponderationis & grauitatis partium non demerſarum, cum demerſis, quæ numquam quieſcent quin appenſio fiat cum ratione reciproca radiorum & partium appenſarum. Hæc autem non accidit in quibuſlibet ſphæræ portionibus, quin axis ſit in perpendiculari coniungente tria puncta centrorum humidi ſeu terræ, grauitatis magnitudinis & librationis ſeu appenſionis d. Nam eadem ratio valet tam in portione maiori hæmiſphærio, quam in minori.

b per 2. propoſitio. huius.

c per 6. huius.

d Secundũ ϛόχιον propoſit. 6. l. de quadrat. parab.

ΠΡΟΤ. Θ. — PROP. IX.

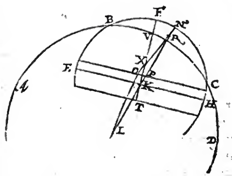
ΘΕΩΡ. Θ. — THEOR. IX.

Εἰ δὲ τὸ σχῆμα κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ ἦμεν, ἐφυδρεύσεται ὀρθῶς ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον καθίστασθαι.

Quod ſi figura humido leuior in humidum demittatur, ita vt baſis tota ſit in humido: inſidebit recta, ita vt axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

ΥΠΟΘ. Sit humidum A. B. C. D. in quod demittatur portio ſphæræ leuior ipſo E. F. H. quæ primò ſit Hemiſphærica & punctum K. centrum ſit ſphæræ, vt & circuli

qui baſis eſt portionis & cuius diameter eſt E. H. Axis portionis ſit F. K. nempè à cẽtro K. ducta linea perpendiculariter ad baſim, erit enim in iſto axe centrum grauitatis portionis. Imaginemur autem à centro humidi L. duci perpendicularem L. K. N. per K. centrum ſphæræ.



ΣΥΜΠ. Dico quòd ſi dicta magnitudo ſphærica demergatur in humidum, ita vt baſis cadat in humidum, vertex vero F. ſurſum non demerſus remaneat, non quieturã fore donec axis K. F. conueniat cum perpendiculari L. N.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propoſitum hemiſpherium partim eſt [a] in humido partim extra humidum, quia ponitur humido leuius, videtur dirimi in duo diuerſa pondera & differenter ponderantia: Et quia in humido eſt pars E. B, C. H. tum extra humidum pars B. V. C. N. diuerſa grauitatum centra iſtæ partes nãciſcentur: ipſa ergo ſint R. & O. quæ iungens linea recta O. R. neceſſario tranſibit [b] per centrum grauitatis totius portionis: quod ideo eſt X. & eſt X. O. ad X. R. vt reciprocè pars in aëre ad partem in humido. Feretur ergo (concludit Archimedes) pars extra humidum per rectam R. L. deorſum & pars intra humidum ſurſum ſecundum lineam O. L. donec k. F. conuenerit cum L. N. Addo id fieri neceſſario: quia cum illæ duæ partes appendeant à puncto k. tanquam ab agina O. R. in radijs X. O, X. R. iungi oportet [c] in vna eademque recta linea centrum mundi L. centrum appenſionis K. & X. centrum grauitatis magnitudinis: quod non eueniet quin linea k. F. axis nempè portionis, ſit cum linea L. N. vt vult propoſitio.

a per 5. humi.

b per 8. l. 1. de æquip.

c per χένον ſexta de quadr. parab.

Cæterum quod de hæmiſphærio oſtenditur, concludetur tam de portione maiori cuius v. g. baſis, T. ſit centrum, quam de maiori cuius centtum baſis ponatur P. punctum. Etenim vtrobique valet ſuperior ratio.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ. ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ARCHIMEDIS DE IIS QVÆ VEHVNTVR IN HVMIDO. LIBER II.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΤ. Α. ΘΕΩΡ. Α.

ΕΙ τι μέγεθος κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ἐς τὸ ὑγρὸν καθῆται· ἐν τῷ βάρει, λόγον πρὸς τὸ ὑγρὸν τὸ τοῦ ὄγκου ἴσου ἕξει, ὃ τὸ μέρος τοῦ μεγέθεος καταπεκλυσμένον ἔχει πρὸς τὸ ὅλον μέγεθος.

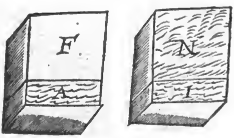
PROP. I. THEOR. I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

ΥΠΟΘΕ. Sit magnitudo humido leuior F.A. demiſſa in humidũ, ita vt pars humido A. demergatur, pars vero F. ſupereemineat: ſit rurſus N. I. corpus humidum paris molis atque F. A.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. eſſe ad N. I. vt eſt A. ad F. ſeu pars demerſa humido, ad non demerſam.

ΚΑΤΑ. Diuidatur N. I. corpus humidum æqualis molis cum A. F, in N. & I. ſimiliter ac F. A. diuiſum eſt, & ſit N. pars æqualis ipſi F. Tum I. par ipſi A. ſit autem grauitas totius F. A. numeri B. Tum corporis N. numeri O. & corporis I. numeri R.



B ⊢—⊣ 6
O ⊢———⊣ 10
R ⊢—⊣ 6

a per 5. primi huius. *b per fabr.* *c per 11 l 5.*

ΑΠΟΔ. Quam habet grauitatem magnitudo F. A. humido leuior, eandẽ habet *a* corpus I. quod eſt eiuſdem molis ac pars demerſa A. Verum B. eſt grauitas magnitudinis F. A. & R. ipſius I. *b* ſunt itaque B. & R. æquales. Et quoniam magnitudinis F. A. grauitas eſt B. Tum corporis N. I. grauitas eſt O. R. vt eſt F. A. ad N. I. ſic eſt B. ad O. R. vel ſic eſt R. ad O. R. Sed vt R ad O. R. ita eſt *b* I. ad N. I. Ergo I. eſt ad N. I. vt *c* F. A. ad N. I. Atqui vt I. ad N. I. ita eſt *b* A. ad F. A. ergo F. A. eſt *c* ad N. I. vt A. ad F. A. quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

lib. 3. cap. 25

Seneca hanc ipſam rem meditatus, opere quæſtionum naturalium hæc habet: *quamcumque vis rem expende, & contra aquam ſtatue, dummodo vtriuſque par ſit modus. Si aqua grauior eſt, leuiorem rem quàm ipſa eſt fert: & tantò ſupra ſe extollit, quantò erit leuior. At ſi aquæ & eius rei, quam contra penſabis, par pondus erit, nec peſſum ibit, nec extabit, ſed æquabitur aquæ & natabile quidem ſed penè merſa ac nulla eminens parte. Hoc eſt cur quædam tigna ſupra aquam penè tota efferantur, quædam ad medium ſummiſſa ſint, quædam ad æquilibrium aquæ deſcendant. Nam cùm vtriuſque pondus par eſt, neutra res alteri cedit, grauiora deſcendunt, leuiora geſtantur: graue autem & leue eſt, non æſtimatione noſtra, ſed comparatione eius quod vehi debet. Itaque vbi aqua grauior eſt hominis corpore aut ſaxi, non ſinit id, quo non vincitur mergi.* Hæc Seneca, qui videtur his verbis propoſitionem Archimedis diffuſiùs explicuiſſe, & cùm demonſtraſſet Geometra noſter de leuiori corpore in humidum demiſſo, de reliquis corporibus quatenus penes leuitatem vel grauitatem ab humido differrent, ſtatuere voluiſſe. Hoc itaque certum eſt humido exiſtente medio geſtationis corporum, deferri ea ſuprà vel infrà, quatenus leuiora humido vel grauiora ſunt. Apparent autem ſenſibus noſtris grauiora vel leuiora ex demerſione eorum in humido, ſicuti fit quoque in aëre, in quo aëre leuiora furſum aſcendunt, grauiora deprimuntur. Hominem & ſaxum in exemplum ſumit Seneca: nec abſque ratione: cùm mare mortuum quod & lacus Aſphaltites in Syria dicitur, itæ diuinæ vetus monumentum, humido ſit adeo graui vt homines ipſi enatent, nec fundum petere poſſint: Rurſus memorat Vitruvius in Hiſpaniæ vlterioris Calcento, Galliarum Maſſilia & Aſiæ Pitana quondam lateres formatos qui cùm erant ducti & arefacti, proiecti natarent: vt ſic terra in lapides conuerſa, humido fieret leuior, & ex leuitate ſupereminerer, non ex natura propria aut figura. Celebris etenim noſtro ſeculo in Italia agitata quæſtio eſt, num corporum figura demerſioni in humido, aliquid adderet detraheretue. Et qui figuræ adſcribunt rationem demerſionis aut enatationis, obtrudunt duo corpora humido grauiora ſimilis materiæ pariſque ponderis, ſed figuræ variæ: v. g. hînc ſphærulam ex ebore vel ex Ebeno ligno, illinc laminam ex eadem materia, parique pondere, ſed tenuiſſimam & diductiſſimam: oblatas autem in humidum demittunt & ſphærulam quidem fundum ſtatim petere, laminam verò enatare oculis teſtibus oſtendunt: Atque hanc ſitus varietatem, figuræ tribuunt, quæ ſola in ipſis eſt diuerſa. Qui contrà figuram eliminant è cauſis demerſionis aut enatationis, negant laminam quantumuis ſubtiliter extenſam; ſi materiæ fuerit humido grauioris, nõ demergi, & mordicùs adſeuerãt fundũ aliquãdo petere, quãuis lentè. Non quæritur enim nũ tardiùs vel celeriùs deſcẽdant hæc corpora, ſed dũtaxat an demergantur. Celeritas autẽ vel tarditas immerſionis non à leuitate aut grauitate, ſed ab aquæ ceſſione liberiori aut difficiliori. Vt enim hæc corpora deſcendant, locum cedat aqua neceſſe eſt: Cæterùm plus aquæ minùs cedit tardiúſque mouetur cùm reſedit, quàm paululum: lamina verò tenuiſſima multò maiorem aquam expellit aut premit, quàm globulus paris ponderis, Deinde addunt, quia ſi lamina ſurſum aquæ diutiùs remaneat, aëri ſoli tribuendum, à quo celeriter diuelli non poteſt, cùm aqua non ſtatim ſubueniat vt locum repleat: quæ vbi ab vno latere ad aliud excurrerit, accelerari deſcenſum. Vnde concludunt figuræ deberi duntaxat celeritatem vel tarditatem deſcenſus ex maioris vel minoris aquæ occurſu.

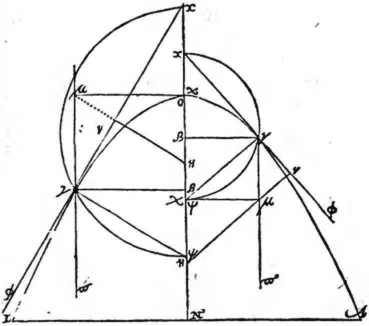
Architect. c. 3. l. 2.

Vide Galileum Galilei qui Italicè ſcripſit de ijs quæ attinent ad ea quæ aquæ inſidẽt.

LEMMA.

Si parabolen contingat linea in puncto, ſumatur verò in diametro paraboles linea æqualis ei quæ vſque ad axem: tum à puncto contactus ducatur linea æquediſtans diametro, in quam ab initio lineæ aſſumptæ ducatur perpendicularis ſecans æquidiſtantem, & tandem à fine lineę aſſumptæ per punctum ſectionis æquidiſtantis ducatur linea in tangentem, ad eandem linea ducta erit perpendicularis.

ΑΠΟΔ.



ΥΠΟΘ. Tangat hinc inde (quia duobus modis hypotheſis contingere poteſt) φ.κ. Parabolem in punctis γ. & in diametro N.O. ſumatur χ ν. æqualis ei quæ vſque ad axem, tum à puncto γ. ducatur æquediſtans γ.ϖ. in quam incidat perpendicularis χ.μ, & tranſeat per punctum μ. linea ν μ ι, vel ν ι μ.

ΣΥΜΠ. Dico lineam ν.μ.ι, vel ν.ι.μ, cadere perpendiculariter in κ φ.

ΚΑΤΑΣ. Producatur tàm diameter N.O. quã linea tangens quouſque concurrant in κ. puncto, tum à puncto γ. decidant duæ ϖεὶ ἰφίας, γ.β. ad diametrum, & γ.ψ. ad tangentem.

ΑΠΟΔΕΙ. Eſt γ.β. media proportionalis [a] inter κ.β. & β.ψ. quia angulus κ.γ.ψ. eſt rectus, & ab angulo recto in diametrum κ.ψ. decidit perpendicularis γ.β. ſcilicet quadratum γ.β, æquale eſt rectangulo ſub κ.β. & β.ψ. Verum idem quadratum γ.β. par eſt [b] rectangulo ſub O.β. & latere recto paraboles, ſeu ea iuxta quam poſſunt ordinatim ductæ. Ergo hæc duo rectangula ſub κ.β, β.ψ. & ſub O.β, & latere recto, habent latera proportionalia, & vt eſt κ.β, ad O.β. ita eſt latus rectum ad β ψ. Verùm κ.β. duplum eſt ipſius ο.β quia ſunt [c] κ.O. & O.β. æquales. Ergo rectum latus eſt duplum ipſius β.ψ. Atqui idem latus duplum eſt eius quæ vſque ad axem, vt aliàs oſtendimus [d]: Et ideo æquales ſunt β.ψ, & χ.ν: quales quoque ſunt β.γ, χ μ, vt [e] iungentes perpendiculares, & anguli ad χ. & β. ſunt ambo recti, vnde ſequitur [f] reliqua latera γ.ψ, & μ.ν. eſſe quoque æqualia, & angulos β.γ.ψ, & χ.μ.ν, eſſe pares, ac proinde parallelas eſſe [g] lineas β.γ. & ν.μ.ι, ac ideo tandem angulum μ.ι.γ. eſſe [h] rectum, qualis eſt ψ.γ.ι. vt vult lemma.

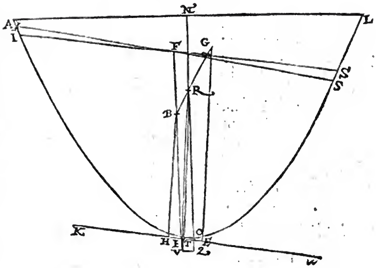
[a] per 13. l. 6. [b] per 11 l. 1. conic. [c] per 35. l. 1. conic. [d] lemm. 1. ad 4. de ſphæroidib. & conoid. [e] per 33. l. 1. [f] per 4. l. 1. [g] per 28. l. 1. [h] per 29. l. 1.

ΓΡΟΤ. B.
ΘΕΩΡ B.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὁπότε ἂν τὸν ἄξονα ἔχῃ ἐλάττονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὁντινα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει, καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ οὐ τὸ ὑγρὸν ἅπτεσθαι, καὶ ἐγκεκλιμένον, οὐ μενεῖ, ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαθισταθήσεται. Ὀρθὸν δὲ λέγω καθεστάναι τοιοῦτο τμᾶμα, ὅταν τὸ ἐπίπεδον τὸ τεμὸν αὐτὸ, ᾖ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ὑγροῦ παράλληλον.

PROP. II.
THEOR. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm ſeſquialterum eius quæ vſque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate: demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius humidum non contingat, & poſita inclinata non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem quando planum quod ipſum ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.



ΥΠΟΘ. Sit portio rectangulæ conoidis A.O.L. cuius axis N.O. minor ſit quàm ſeſquialter lineæ quæ eſt à ſectione ad axem, (de qua aliàs[a], & quæ eſt ſemper dimidia eius ſecundum quã poſſunt ordinatim ductæ.) iaceatque in humido inclinata, ſiue grauior humido ſit, ſiue leuior, ſiue tandem æquè grauis.

a ad 4 lib. de conoidib. & ſphær. ſcilicet παρὰ τὰν ἄξονα ad 1. lemm. præfixum propoſitioni.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico non remanere ipſam, ſed reſtitui rectam.

ΚΑΤΑΣ. Imaginemur portionem totam plano ſecare per axem recto ad ſuperficiem humidi, & ſectionem conoidalem offerri A.O.L. rectam quidem ad diametrum O.N. ſed cuius pars inſuccata humido ſit I.O.S. inclineturque ita vt eius diameter P.F. non ſit ad baſim I.S. rectus, nec ipſa I.S. parallela baſi A.L. nec recta ad N.O. ipſi verò I.S. ducatur æquidiſtans K ω. quæ tangat portionem in puncto P. Sumatur autem centrum grauitatis portionis totius, quod nimirum ſit [b] in puncto R. diametrum ita diuidente, vt totus diameter ſit ſeſquialter partis quæ eſt ad verticem, vel hæc pars ſit dupla eius quæ ad baſim. Partis verò adaquatæ centrum ſit B. inuentum, vt centrum R. & ab ipſo deducta linea per R. tranſeat ex hypotheſi in G. centrum partis in aere manentis: ſcilicet exiſtente [c] radio B.R, ad R.G. reciprocè, vt pars A.I.S.L. ad partem I.P.S. Et quoniam N.O. diameter totius portionis eſt tantum ſeſquialter partis R.O. ad eam verò quæ vſque ad axem minor eſt quàm ſeſquialter: ſequitur [d] R.O. minorem eſſe τᾶς μέχρι τῶ ἄξονος. Fiat ergo R.Q. ea quæ vſque ad axem, & ducatur Q.V. ad R.Q perpendicularis, & ideò parallela ipſi A.L. & incidat in F.P. vltra ſectionem in V. (licet enim parallela ipſi A.L. duceretur ab O. caderet extra [e] ſectionem, multo ergo citius Q.V.) Iam à puncto R. ad V. ducatur linea R.V. ſecans [f] perpendiculariter tangentem k.ω. in T. tum agantur ab alijs centris B. & G. aliæ perpendiculares H.B. & G.E.

b per χόλιον 8 l. 2 de æquipond.

c per 8. l de æquipond.

d per 8 l. 5.

e per 17. li. 1. Conic.

f per lemma præced.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea à puncto R. ducta ad V. punctum incidit [f] perpendiculariter in k.ω. eſt in triangulo R.P.T. angulus ad P. [g] acutus. Sed & angulus quem N.O. facit producta ad eandem tangentem k.ω. verſus k. eſt quoque acutus, æqualis [h] nimirum angulo quẽ I.S. facit cũ N.O. ex ſuppoſita inclinatione. Ergo perpendicularis R.T. incidit neceſſario inter F.P. & N O. Atqui tota moles ponderat ſecundum perpendicularem R.T, pars verò quæ in aqua, ſecundum perpendicularem B.H, & altera extra aquam, ſecundum G.E. Atqui non conſtabit moles quin axis O.N. conueniat [i] cum perpendiculari R.T. Neceſſario ergo fereretur deorſum G. à cuius partibus ponderat maior moles magnitudinis, & è contra aſſurget B. vt tandem conueniant N.O. & R.T. tum cum his diameter F.P. vt nempè ſuperficies humidi ſit parallela plano baſis A.L. quod fuit probandum.

g per coroll. 32. l. 1.

h per 29 l. 1.

i per 8. lib. præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonſtrationem ſi retuleris ad examen librilis & ſtateræ, & vſus fueris ea ratione quàm antea deſumpſimus ex ſcholio ſextæ propoſitionis de quadratura paraboles, qua vt magnitudo ſtet ad ſacoma, tria puncta in eandem lineam efferri debere oſtendimus centrum terræ, centrum grauitatis & appenſionis punctum, nihil ab re feceris. Etenim ex illa ratione, debent rectò incidere centrum terræ, puncta R. & N. quo contingente, fiet quod proponit Archimedes, & fortaſſe vt ratio erit ſimplicior, eo cenſenda melior fuerit. Deinde huc reſpexiſſe Archimedem patet ex perpendiculari R.T. de qua exactiſſimè quærit, num hinc numue illinc diametri incidat. Etenim cũ à qua parte ſit, vt à latere I.O. minor abſque dubio magnitudo grauitet, & pondus è contrario maius ab alia nempe O.L. reperiatur, propterea Archimedes concludit G. deſcendere, nempe propter maiorem grauitatis molem, & B. è contra aſcendere, nempè vt leuiorem ſarcinã. Et rurſus in ſequentibus hęc perpendicularis diligentiſſime exquiritur, hanc eandem ob cauſam. Cæterum ne errorem in contextu propoſitionis

ſuboleas: quia non ſuperbipartientem tertias inter diametrum & partem diametri à centro ad verticem, ſed videas adſcribi ſeſquialteram. Nam centrum grauitatis portionis comprehenſæ ſub recta & rectanguli coni ſectione, etſi non ſit in puncto ita diuidente diametrum, vt diameter totus ſit ad partem in qua vertex portionis, ſeſquialter: ſed ita dirimente diametrum vt pars in qua vertex, ſit ſeſquialtera reliquæ partis quæ ad baſim: Hoc enim demonſtrauit Archimedes octaua propoſitione lib. 2. περὶ ἰσορροπικῶν. Sic verò totus diameter, vt hic N.O. eſſet ad partem maiorem, vt ad R.O. in ratione ſuperbipartiente tertias, nempe vt quindecim ad nouem, vel vt 5. ad 3. ſicuti illîc a collegimus, non verò vt 3. ad 2. Tamen retinenda eſt dupla ratio partis R.O. in qua vertex ad partem N.R. quæ eſt ad baſim: quia hic non agitur de corpore æqualis ſpiſſitudinis contento ſub ſectione parabolica, vt diximus proœmio 2. de æquipond. & cuius centrum grauitatis quæritur 8. propoſ. eiuſdem libri: at de corporea portione conoidis rectangulæ, cuius centrum grauitatis dirimit diametrum in partes quæ ſunt in ratione dupla, vt ad illam 8. diximus. a coroll. 1. prop. 8 l. 2. de æquip.

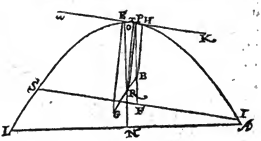
Cæterum antiqua σχήματα videntur addicere punctum R. in linea I.S. cum tamen alibi poſſit contingere vt I.S. aliquando deſcendere infra punctũ R. (quod eſt immobile] aliquando ſurſum aſcendere: hîc potiſſimum vbi ratio magnitudinis ad humidum penes grauitatem non definitur.

ΠΡΟΤΑ. Γ. — PROP. III.

ΘΕΩΡ. Γ. — THEOR. III.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν τὸν ἄξονα ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὅν τινα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν, ἐν τῷ βάρει, καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ εἶμεν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ οὕτως ἀποκαθισθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον κινεῖσθαι.

Recta portio conoidis rectangulæ quando axem habuerit minorem quam ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate, demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.



ΥΠΟΘΕ. Repetatur figura præcedens eademque ſupponãtur, ſed inuertatur figura, & baſis quidem ſectionis conoidalis demergatur humido, vertex verò vergat in altum & inclinata ſectione inſuccetur pars A. I, S. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico non manere nec ſtare ſectionem, verùm perpetuo moueri donec axis N. O. incidat in perpendicularem R. T. ductam à centro grauitatis totius.

ΚΑΤΑΣ. Maneant eadem in ſtructura quæ prius.

ΑΠΟΔ. Iiſdem omnino rationibus oſtẽdetur perpẽdicularẽ R. T. incidere inter puncta H. & O. diuerſaſque duci perpẽdiculares in ω. K. hoc eſt in ſuperficiẽ humidi I. S. à centris G. & B. & propterea non manere portionem, ſed æquilibriũ requirere, mouérique donec conueniant N.O. & perpendicularis T.R. Quod vt accidat pars adaquata ſurſum feretur ſecundum perpendicularem G. E. reliqua verò quæ in aëre deorſum tendet ſecundum perpendicularem B. H. & tandem N. O. fiet R. T. vt proponitur. Cæterùm tunc librile erit R. P. radij verò G. R. & R. B. fient in æquamento, ſcilicet aſcendente G. & deſcendente B. non vt centra, ſed vt puncta magnitudinis. Nam eandem centra trium grauitatum reperientur in diametro N. O. cum quo axes partium tam inſuccatæ quàm eius quæ in aëre, conuenient. Sunt verò in axibus grauitatum centra.

PROP. IV.

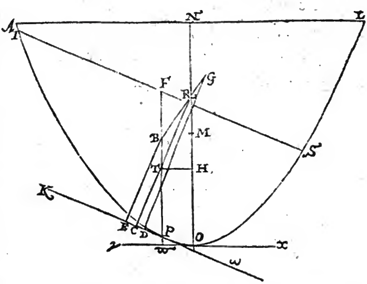
THEOR. IV.

Recta portio rectangulæ conoidis, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, ſi in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem habet ea, quam quadratum. quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quàm ſeſquialter eius, quæ vſque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe: demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius humidũ non contingat, & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν κουφότερον γένηται τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος· ἐὰν ἐν βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν τοῦ ἴσου ὄγκου, οὐκ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ αὐτοῦ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ γιγνόμενον ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ οὐκ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκατασταθήσεται.



ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A.O.L humido leuior, & huius axis ſeu diameter ſit N.O. maior quàm ſeſquialter lineæ v. g. R. H. quam ſupponimus eſſe eam, quæ dicitur vſque ad axem: habeat verò ea portio in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem quàm quadratum quod fit ab exceſſu quo axis maior eſt quã ſeſquialter eius quæ vſq; ad axem, ad quadratum quod ab axe, verbi gratia quam quadratum M. O, quam mox inueniemus, ad quadratum N. O. Et demittatur tandem in humidum vertice deorſum tendente, non rectò ſed obliquè, ita vt ſuperficies humidi, nempe I.S. non ſit parallela ad A.L. ſed inclinata ad axem N.O.

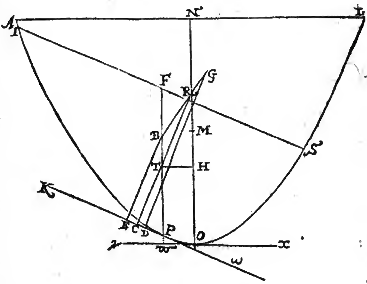
ΣΥΜΠ. Dico non manere nec conſiſtere portionem, ſed reſtitui ac moueri donec N. O. vergat rectò ad centrum terræ.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur centrũ grauitatis totius portionis quod ſit [a] R. tũ portionis inſuccatæ I. P. S. [a] quod ſit B. & à centro B. imaginemur lineã per R. [b] duci ad cẽtrũ reliquæ portionis, quod ſit G. Et quoniã inclinatur portio, & eſt F.P. parallela axi N. O. agatur [c] tãgens k. ω. in puncto P. & parallela baſi I. S. Tũ poſita R. H. ea quæ vſq; ad axẽ ducatur H T. rectò à pũcto H. in F.P. & à cẽtro R. emittatur per T. linea R.T.C. in tãgẽtẽ vt in eã ſit [d] perpẽdicularis, tũ in eandẽ tangẽtẽ demittãtur aliæ perpendicula-

a Iuxta ſcholium 8. li. 2. de æquipond. b iuxta 8. l. 1. de æquipond. c iuxta 17. l 1 Conic. & lemma praef. 13. l. de Conoid d per lemma 2 huius

res à cẽtris B & G. incidentes in puncta E.D. Inueniatur tandẽ punctum M. ſumpta nempe M.O. ad H.O. [a] ſicuti eſt O.N. ad O.R. Etenim poſita N.O. ſeſquialtera lineę R.O. erit quoq; M.O. ſeſquialtera ipſius H O. & ex conſequenti reliqua M.N. reliqua R. H. ſeſquialtera erit [b] vt proinde ſit M.O. exceſſus quo N. O. tota maior eſt quã ſeſquialtera ipſius R.H. Deniq; à puncto O. tangens ſit κ.γ. in quã incidat F. P. [c] producta in π. extra ſectionem. a per 12. l. 5 b per 19 l. 5 c iuxta 17. l. 1 Conic. & lemma praef. 13 l. de Conoid.

ΑΠΟΔΕΙ. Portio tota ad humidum æqualis molis, non habet minorem rationem penes grauitatem, quàm quadr. [d] lineæ M. O. ad quadratum N.O. Atqui quam rationem habet portio ad humidum in grauitate eandem habet [e] demerſa pars ad totam magnitudinem, & quam demerſa pars ad totam magnitudinem, eandem habet [f] rationem quadratum F. P. ad quadratum N. O. Ergo quadratum P.F. non minorem habet rationem ad quadratum N.O. quam quadr. M.O. ad idem quadr. N.O. Quare P.F. non eſt minor ipſa M.O. Et propterea B.P. non eſt minor quã H.O. Nam vt eſt O.R. ad O.N. ſic eſt [g] H.O. ad O.M. & inuertendo [h] vt N.O. ad O.R. ſeu vt F.P. ad B.P. ſic eſt M. O. ad O.H. Et ſi F.P. nõ minor eſt quã M.O. equidẽ B. P. non eſt [i] minor quã H.O. Quod ſi F.P. fuerit æqualis ipſi M. O. erit [l] quoq. æqualis B.P. quartæ H.O. Sed B.ϖ egreſſa nẽpè ſectionẽ vt attingeret tangentem γ.κ. eſt maior quã B. P. ergo maior quã H.O. cui æqualis eſt [m] T. ϖ. & ideo punctũ T. cadit ſub B. inter B & P. Quod ſi B.P. maior ſit quã H.O. multo citiùs T. cadet ſub B. Idcirco linea ducta ab R. per T. in tangentẽ K.ω. faciet angulum T.C.ω. rectum, & ideo cũ ſuperficie [n] humidi I.S. Itaque minus pondus erit [o] à parte A. P. quã à parte L. P. & ideo, quod in humido eſt, ferretur ſurſum ſecundũ perpendicularẽ B. E. & quod extra humidum. Agetur deorſum ſecundum G. D. perpendicularem donec N. O. incidat in perpendicularem R. T. C. vt vult propoſitio.



d ex hypotheſi. e per 1. huius. f per 26. prop. de Conoidib. & ſphær. g per fabricã h per coroll. 4. l. 5. & iuxta defin. 13. eiuſd. i per 14. l. 5 l per 17. l. 1. Conicor. m per 34. l. 1. n per 29. l. 1 o per ſcholion prec.

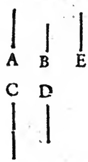
LEMMA I.

Si prima ad ſecundam non maiorem habuerit rationem, quam tertia ad quartam: habebit conuertendo ſecunda ad primam, non minorem proportionem quàm quarta ad tertiam.

ΥΠΟΘ. A. habeat ad B. non maiorem rationem quam C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico B. non minorem habere rationem ad A. quam D. ad C.

ΚΑΤΑΣ. Sit [a] E. ad B. vt C. ad D.



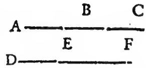
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. A. (cum non maiorem,) habeat vel æqualem vel minorem rationem ad B. quam C. ad D. Si æqualem & ſit vt A. ad B. ſic C. ad D. erit [p] inuertendo B. ad A. vt D. ad C. & ita B. non habebit minorem rationem ad A. quam D. ad C. Si vero A. minorem habet ad B. quam C. ad D. & E. ſit ad B. vt C. ad D. eſt [q] E. maior quam A. Ergo B. ad A. maiorem rationem habet, [r] quàm ad E.

p per coroll. 4. l. 5. q per 8. l. 5

Atqui cum vt E. ad B. ſic C. ad D. inuertendo [b] B. eſt ad E. vt D. ad C. Ergo D. ad C. minorem rationem habet quam B. ad A. Ergo B. non minorem rationem habet ad A. quam D. ad C. quod fuit probandum.

LEMMA II.

Si fuerit tota ad partem ſui in non minori ratione quam alia tota ad partem ſui: erit quoque conuertendo tota prima ad ſui reliquum in non maiori ratione quam ſecunda tota ad ſui reliquum.



ΥΠΟΘ Ε. Sit A. C. tota ad B. C. in non minori ratione quã D. F. ad E. F.

ΣΥΜΠ. Erit conuerſim A. C. ad A. B. in non maiori ratione quam D. F. ad E F.

a per 17. & 18. l. 5. ΑΠΟΔ. Etenim ſi A C. fuerit ad B. C. in æquali ratione, ac D. F. ad E. F. Erit [a] rurſus A. C. ad A. B. vt D. F. ad D. E. ac ideo in nõ maiori ratione: ſi verò tota A. C. ad B. C. maiorem rationem habuerit quam tota D. F. ad E. F. erit diuidendo [a] A. B. ad B. C. in maiori ratione quam D. E. ad E. F. ideoque conuertendo habebit B. C. ad A. B. minorem rationem quam E. F. ad D. E. & demum componendo [b] A. C. erit ad A. B. in ratione minori (ideo non in maiori) quam D. F. ad D. E. vt vult lemma.

b per 30. l. 5 ſecundum Campan.

PROP. V.

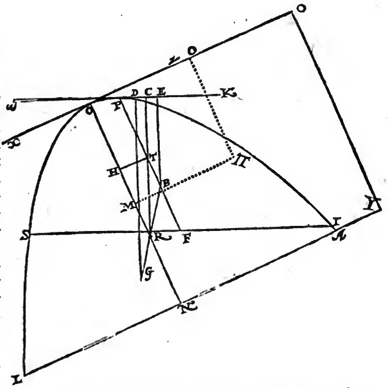
THEOR. V.

Recta portio conoidis rectãgulæ quãdo leuior humido axẽ habuerit maiorẽ quã ſeſquialterũ eius, quæ vſque ad axẽ, ſi ad humidum in grauitate non maiorem proportionẽ habeat, quã exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis maior eſt quã ſeſquialter eius quæ vſque ad axem, ad quadratum quod ab axe: demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, nõ manebit inclinata ſed reſtituetur ita, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Ορθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος ἐὰν πρὸς τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει οὐ μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ ὑπεροχὰ ᾇ τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἐκ τοῦ ἄξονος μεῖζόν ἐστι τοῦ τετραγώνου ὃ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος· καθημένον ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν ἤμες τὰν ὅλαν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ καθισταθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ πρὸς κάθετον γίνεσθαι.



ΥΠΟΘ. Demittatur iam propoſita portio A O. L in humidum per baſim, & baſi inſuccata tota, vertex maneat in aëre ſed inclinatè, ita vt ſuperficies humidi S. I. non ſit ad axem N. O. recta & ſit R. H. ea quæ vſque ad axem & M. O. pars, qua axis N. O. eſt pluſquam ſeſquialter ipſius R. H. nempè eius quæ vſque ad axem. Et quoniã quadr. N. O. maius eſt quadr. M. O. ponitur vero magnitudo ſeu portio propoſita ad humidum in grauitate non maiorẽ proportionem habere, quã exceſſus quo quad. axeos N. O. excedit quad. M. O. ſeu lineæ qua axis pluſquã ſeſquialter eſt ea quæ vſq; ad axẽ, ad quad. N. O. notetur ille exceſſus (lucis gratia) in Gnomone Π. Y. ſeu M. Y. O. Centrũ autẽ partis demerſæ ſit G. eius vero quę in aëre ſit B. totius demũ portionis ſit R. Cętetũ quomodo inueniatur M. O. dictum eſt in præcedenti propoſitione: reliqua denique maneant vti illic.

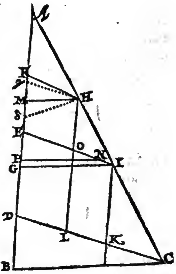
ΣΥΜΠΕ. Concluditur portionem in humido inclinatam, non ceſſare moueri, donec axis N. O. conueniat cum perpendiculari R. C. & vergat rectò ad centrum terræ.

ΑΠΟΔ. Portio ex hypotheſi non maiorẽ proportionem habet ad humidum in grauitate quã gnomõ Π. Y. habet ad quadr. N. O. Atqui quã rationẽ habet in grauitate portio ad humidum æqualis molis, eãdem habet [a] magnitudo inſuccata, ad totã portionẽ. Propterea magnitudo inſuccata non eſt in maiori ratione ad totam portionem quàm gnomon Π. Y. ad quadr. N. O. Et proinde tota portio non eſt [b] ad inſuccatam partem in minori ratione quàm quadratum N. O. ad gnomonem Π. Y. Sequitur ergo totam portionem eſſe [c] ad ſui reliquum, nempe ad partem quæ in aëre eſt & in qua vertex, nempe ad S. P. I. in non maiori ratione quam quadratum N. O. ad ſui reliquum, nempe ad quadratum ex O. M. quod eſt O. Π. Atqui quam rationem habet tota portio ad ſui partem ſcilicet ad portionem S. P. I. eandem habet [d] quadratum N. O. ad quadratum P. F. Igitur quadratum N. O. non habet ad quadratum P. F. maiorem rationem quam ad quadratum ex M. O. Et propterea P. F. non eſt [e] minor ipſa O. M. nec ideo P. B. ipſa O. H. quia vt P. F. ad P. B. ita M. O. ad O. H. ex præcedenti inuentione lineæ M. O. Cadit proinde perpendicularis H. T. inter P. & B. Et linea ab R. per T. ducta in K. ω. cadit (& quidem [f] perpendiculariter) inter K. & P. ita vt maior pars magnitudinis ac ponderis ſit à parte ω. Vnde ſequitur molem ferri deorſum ſecundum perpendicularem G. D. ſed ſurſum à parte perpendicularis E. B. donec linea N. O. coincidat in perpendicularẽ R. C. & vergat rectò ad centrum terræ vt vult propoſitio.

[a] per 1. huius.
[b] per 1. lemma præc.
[c] per 2. lemma præc.
[d] per 26 de conoidib. & ſphær.
[e] per 8. l. 5.
[f] per lemma præfixũ 2. huius.

LEMMA.

In triangulo, ſi ab altera extremitate baſis, linea ducatur quomodocumque ſecans oppoſitum latus: tum in latere à quo incepit duci linea, ſumantur aliquot puncta à quibus ſingulis ducantur lineæ parallelæ cùm baſi, tùm lineæ recens ductæ: omnes lineæ rectæ inter illas parallelas ductæ æquidiſtanter oppoſito lateri, ſunt alternatim proportionales.



ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. à cuius baſis puncto C. ducatur C. D. ſecans latus A. B. oppoſitum in D. Tum à punctis I. & H. ducantur lineæ I. G. & H. M. parallelæ baſi C. B. & ab ijſdem punctis lineæ I. E. & H. F. æquidiſtantes recens ductæ C. D. Tandem inter illas ducantur I. K. & H. O. L. parallelæ oppoſito lateri A. B.

ΣΥΜΠ. Dico lineas quæ inter illas æquidiſtantes ducũtur, vt inter parallelas baſi, ad eas quæ inter æquidiſtantes recens ductæ, eſſe proportionales: nempè G. B. ad I. K. vel O. L. ſicuti M. B. ad H. L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim quoniam M. H. & G. I. ſunt paral-
a per 2. l. 6. lelæ baſi B. C. vt eſt A. M. ad M. H ita a A. G. ad G. I.
& A. B. ad B. C. Verum rurſus quia lineæ ſunt parallelæ a-
b per 4. l. 6 liæ alijs vt M. H. ad M. F. ita b G. I. ad G. E. & B. C. ad B.
c per 22. l. 5 D. Ex æquo ergo vt A. M. ad M. F. ita c A. G. ad G. E. &
A. B. ad B. D. & conuertendo d vt A. M. ad A. F. ita A. G.
d per coroll. 19 l. 5. ad A. E. & A. B. ad A. D. Cum igitur ſit A. B. ad A. D. vt
e per 9. l. 5. A. G. ad A. E. erit reliqua e G. B. ad reliquam E. D. hoc eſt ad I. K. vel ad O. L. vt
A. B. ad A. D. Rurſus quoniam vt A. G. ad A. E. ita A. M. ad A. F. reliqua M. G. erit
f per 34. l. 1. e ad reliquam F. E. hoc eſt f H. O. vt A. G. ad A. E. hoc eſt vt A. B. ad A. D. Deniq;
quia vt A. B. ad A. D. ſic A. M. ad A. F. erit reliqua e M. B. ad reliquam F. D. ſeu H. L.
vt A. B. ad A. D. Ergo ſunt omnes alternatim proportionales vt vult lemma.

COROLLARIVM.

Hoc ſi fuerit, deducimus lineas illas parallelas eſſe baſi & recens ductę ac tangere neceſſario apice anguli, quo à ſe abeunt, trianguli latus. Etenim ſi fieri poteſt ſint duæ H. γ. & H. δ. non parallelæ duabus C. B. baſi & C. D. recens ductæ & D. B. ad H. L. ſicuti A. B. ad A. D. vel vt A. M. ad A. F. Nam cum iam oſtenderimus M. B. eſſe ad H. L.
g per 8. l. 5 vt A. M. ad A. F. ſequetur M. B. & γ. B. eſſe æquales, g hoc eſt totum parti quod eſt inconueniens. Adhuc ſint ſi fieri poteſt duæ N. P. & E. N. baſi & recenter ductæ lineæ parallelæ altera alteri, quæ non tangant apice anguli E. N. P. quo coniunguntur, latus A. C. & recto producatur E. N. in I. quouſque occurrat lateri & ducatur I. G. baſi B. C. parallela. Etenim ſi ex hypotheſi M. P. ſit ad O. H. vt A. B. ad B. D & vt oſtenſum eſt, ſit M. G. ad eandem H. O. vt A. B. ad B. D. ſequetur M. P. & M. G. eſſe æquales g & partem toti quod eſt impoſſibile.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc ex Commandino: qui ea arte huius propoſitionis demonſtrationem aperuit. Nec enim aliter occurrebat in antiquo diagrammate Archimedis, quomodo P. I. ad P. H. vel eandem proportionem haberet quam habet N. ω ad ω. o. vel maiorem, hoc eſt in noſtro diagrammate quod ſequitur in propoſitionis demonſtratione, quomodo N. C. ad C. k. vel eandem vel maiorem haberet rationem quàm H. G. ad G. B. hoc ergo artificio vtamur, fruamur. Cæterum ſi quid in hoc lemmate mutauerim, id conſulto feci vt vſus & eſſet facilior & amplior.

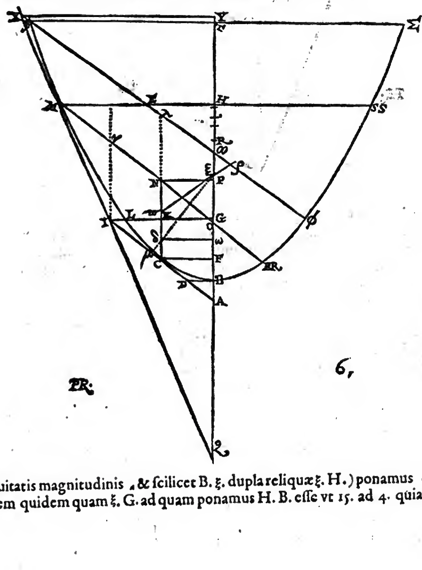
PROP. VI. ΠΡΟΤ. ς.

THEOR. VI. ΘΕΩΡ. ς.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo vt baſis ipſius contingat humidum, numquam conſiſtet inclinata ita, vt baſis in vno puncto humidum contingat.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάττονα δὲ ἢ ὥς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ αὖ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, ἐς τὸ ὑγρὸν καθιμένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, οὐδέποτε καθιστήσεται ἐγκλινόμενον ὥστε τὰν βάσιν ἐν ἑνὶ σημείῳ τὸ ὑγρὸν ἅπτεσθαι.

ΥΠΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ M. B. SS. leuior humido, axem habens B. H. maiorem quàm ſeſquialterum eius quę vſque ad axem, quam (poſito ξ. centro



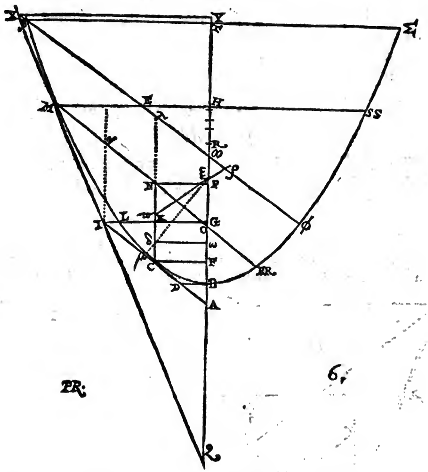
grauitatis magnitudinis, & ſcilicet B. ξ. dupla reliquæ ξ. H.) ponamus eſſe ξ ω. maiorem quidem quam ξ. G. ad quam ponamus H. B. eſſe vt 15. ad 4. quia ſupponimus *a per χρῆσιν 8. l. 2. de æquipond.*

H.B. habere ad ξ.ω. nempè ad eam quæ vſque ad axem, minorem rationem quàm 15. ad 4.[b] & proptetea ξ. ω. eſſe maiorem quàm ξ. G. Demittatur verò portio in humidum vertice inuerſo & ita inclinato vt baſis tangat humidum in puncto M. ſuperficies vero humidi ſit M.N.RR. obliqua ad H. B.

b per 10.l.5

ΣΥΜΠ. Dico portionem non conſiſtere ſed moueri donec ſtet rectò & axis H. B. vergat ad centrum terræ.

ΚΑΤΑΣ. Portionis demerſæ humido M. C. RR. diameter ſit C. N. diametro B.



a per 10.l.5

H. parallelus: ſit autem C. ω. dupla π. N. vt ſcilicet [a] ſit π. centrum grauitatis, à quo per centrum totius magnitudinis ξ. agatur π. ξ. φ. ad centrum partis SS. M. RR. quæ in aëre eſt. has autem lineas imaginamur in plano ſecante portionem per illa centra. Iam à puncto G. ducamus lineam G. K. L. parallelam baſi M. SS. & ſecantem C. N. in K. tangat autem portionem in puncto C. linea C. A. parallela baſi M. RR. & incidens in G. L. productam puncto I. Tangant [b] rurſus B. D. in B. & M Q. in M. occurrens diametro producto in Q. demum à puncto C. ducatur C. F parallela tangenti B. D. ſumatur denique vſpiam in ſectione punctus S. à quo parallela tangenti A. C. I. ducatur S. OO. φ. occurrens ipſi Q. M. in X. à quo agatur X. Y. tum à puncto S. alia S. T. ambæque æquidiſtent tangenti B. D. & ipſi G. I. denique à puncto I. demittatur I. γ. parallela diametro H. B.

b per lĕma praſens prop. 13. de Conoidib. & ſph.

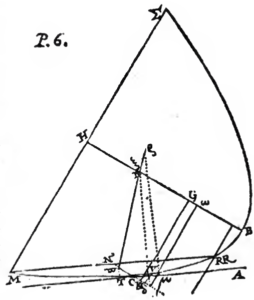
ΑΠΟΔ. Poteſt autem accidere tum ex quantitate portionis, tum ex ea quæ vſque ad axem, vt punctus G. ita detur, vt fiat F B. ad B. G. ſicuti B. G. ad B. H. & hoc ſi contigerit quæcumque fiat inclinatio, erit vt G. H. ad G. B. ita N. C. ad C. K. quod vt probemus ſic argumentemur: F. C, P. N. & H. E. M. æquidiſtant: Tum M. N. O. parallela eſt tangenti A. C. vnde trianguli A. F. C, O. P. N. & O. H. M. ſunt ſimiles [c] & eſt O. H. ad H. M. ſicuti O. P. ad P. N. vel A. F. ad F. C. & permutando [d] H. O. ad F. A. ſicuti H. M. ad F. C. At verò vt quadratum H. M. ad quadratum G. L. ita [e] linea H. B. ad lineam G. B. & rurſum quadratum G. L. ad quadratum F. C. vt linea G. B. [e] ad F. B. lineam: hypotheſis autem eſt tres B. F, B. G, B. H, continuè proportionales eſſe:

c per 4.l.6
d per 16.l.5
e per 20.l.1 Conic.

propterea, vt quadratum H. M. ad quadratum G L. ita [a] H. M. ad F. C. hoc eſt H. O. a per 10.
ad F. A. (nam concluſum eſt H. O. ad F. A. vt H. M. ad F. C.) Atqui vt quadratum defin. l. 6.
H. M. ad quadr. G. L. ita [b] eſt H. B. ad B. G. ſcilicet B. G. ad B F. ex hypotheſi: eſt ita- b per 20. l. 1 Conic.
que [c] H. O. ad F. A. vt B. G. ad B. F. & viciſſim [d] H. O. ad B. G. vt F. A. ad B. F. Ve- c per 11 l. 5
rum F. A. eſt dupla [e] lineæ B. F. quia ſunt F. B, B. A. æquales ergo H. O. eſt dupla lineæ d per 16 l. 5
B. G. Quod concluderetur pariter etiamſi fieret inclinatio maior vel minor: imo ſi ca- e per 35 l. 1. Conic.
deret punctum O. in punctum G. Cæterum tres trianguli A. F. C, O. N. P. & O. M.
H. ſunt ſimiles ex ſtructura figuræ: ex qua ſimiliter P. N. & F. C. ſunt [f] æquales, vnde f per 34 l. 1
patet P. O. & F. A. eſſe quoque pares: & ergo P. O. duplam etiam ipſius B. F. Pro-
ptereaque cum H. O. ſit ipſius B. G. dupla, vt mox concluſimus, ſequitur reliquam
P. H. reliquæ F. G. duplam eſſe, ac medietatem P. R. ipſi F. G. æquari: ita vt ſi vtrique
ipſarum addatur communis G. P. maneant æquales F. P. & G. R. Quoniam verò H.
B. eſt ad G. B. vt G. B. ad F. B. conuertendo [g] erit B. H. ad G. H. vt B. G. ad F. G. Eſt g per coroll. 19. l. 5.
autem Q. H. ipſius H. B. dupla [e] & ergo Q. H. ad H. B. vt H. O. ad G. B. & rurſus in
primo ordine H B. ad G. H. vt in ſecundo G. B. ad F. G. ſequitur ex æquo [h] eſſe Q. h per 22 l. 5
H. ad G. H. vt O. H. ad F. G. hoc eſt ad H. R. æqualem: & viciſſim [d] Q. H. ad O. H.
vt G. H. ad H R. Et demum conuertendo [g] Q. H. ad reliquum Q. O. vt G. H. ad
reliquum G. R. hoc eſt ad, æqualem P. F. nempe ad [f] C. N. Vnde concludimus neceſ- i per 8. l. 5.
ſario ex corollario præcedēti lineas G. I. & A. I parallelas eſſe baſi H. M. nēpe G. I. & re-
cens ductæ M. O. nempe I. A. & item apicem anguli A. I. G. incidere in lineam Q. M.
Habemus ergo Q. H. ad Q. O. vt G. H. ad C. N. Nunc oſtendēdū G. H. eſſe ad G. B.
vt C. N. ad C. K. Mox dicebamus H. Q. eſſe ad Q. O. vt H. G. ad C. N. Verum ſunt
[f] C. N. & A. O. æquales, dicamus ergo Q. H. eſſe ad Q. O. vt ablata H. G ad ablatam
O. A. Et proinde reliquam Q. G. eſſe ad reliquam [g] Q. A. itidem vt totum Q. H. ad
totum Q. O. verum vt G. Q. ad Q. A. ſic eſt [l] H. G. ad I. γ. ſeu [f] ad C. N. ſeu ad A. O. l per præc. lemma.
& ſeu demum ad F. P. componitur vero Q. G. ex Q. B. vel ſi mauis ex H. B. & ex B.
G. Tum quia Q. B. & B. H. ſunt æquales & ambæ A. B, B. F. æquales, his duabus abla-
tis ſuperſunt æquales Q. A. & F. H. Habemus ergo hinc H. B. & B. G. illinc vero F.
H. Et quidem à duabus H. B. & B. G. ſi abſtuleris G. H. remanebit bis B. G. hoc eſt
H. O. oſtenſum enim: eſt H. O. duplam eſſe lineę G. B. Tum ex F. H. ſi reſcindens P.
F. remanebit H. P. nempe dupla P. R. Dicamus ergo quoniam Q. H. eſt ad Q. O.
vt Q. G ad Q. A. vel ad F. H. & vt Q. G. ad Q. A. ſic ablatum H. G. ad ablatum F. P.
ſequi reliquum O. H. eſſe ad reliquum H. P. vt Q. G. ad Q. A. hoc eſt [l] vt H. Q. ad
Q. O. hoc eſt [i] vt H. G. ad N. C. Atqui vt O. H. ad H. P. nempe duplum ad duplum,
ſic eſt [m] ſimplex G. B. ad ſimplicem C. K. Ergo vt H. G. ad N. C. ita eſt G. B. ad C. K. m per 15. l. 5
& viciſſim [g] vt H. G. ad G. B. ſic eſt N. C. ad C. K. quod fuerat primò oſtendēdū. Ve-
rum ſi poſuerimus portionem, minorem vel maiorem ita vt ratio hæc continua trium
linearum H. B, G. B, B. F. euaneſcat, vt ſi baſis fuerit T. S. ſuperficies verò aquæ ex
inclinatione S. λ. OO. φ. Erit maior ratio C. λ. (Tunc enim C. λ. fit diameter partis de-
merſæ) ad C. K. quam T. G. ad G. B. Etenim Y. G maior eſt quam T. G. Atqui Y.
G. eſt [f] ad C. λ. vt H. G. ad N. C. ſcilicet vt G. B. ad C. K. ex mox demonſtratis. Et vi-
ciſſim [h] Y. G. eſt ad G. B. vt C. λ. ad C. K. Sed T. G. minorem rationem habet vt mi-
nor ad G. B. quam Y. G. ad eandem G. B. Ergo C. λ. habet ad C. K. maiorem ratio-
nem quam T. G. ad G. B. Hoc modo oſtendetur ſumpta portione maiori vel minori
quam M. B. SS. vel ſumptis aliis quibuſlibet punctis quam M. ſectionem fieri in N.
C. diametro portionis inſuccatæ, ita vt tota diametrus ad portionem verticis, habeat
maiorem rationem quam ſit ea quæ inter portiones eſt diametri totius. Iam H. G. eſt
ſeſquialtera reliquæ G. B. Nam poſito B. H. tota 15, pars H. ξ. eſt 5. & ξ. G. 4 proinde
tota H. G. 9. & reliqua G. B. ſupererit 6. Sequitur ergo C. N. vel ſeſquialteram eſſe
partis C. K. vel maiorem quàm ſeſquialteram & ex conſequenti eſſe N. K. vel duplam
ipſius K. C. vel minorem quam duplam: hoc eſt vel centrum incidere in K. vel magis
accedere ad baſim portionis. Sit proinde in ϖ. vti ex fabrica conſtruximus. Quoniam
vero ξ. ω. eſt ea quæ vſque ad axem, & à puncto ω ducitur perpendicularis ω ψ in paral-
lelam diametro B. H. ſequitur [n] lineam ξ. ψ productam in tangentem A. I. incidere n per lēma præfixum à huius.
πρὸς ὀρθάς. Ergo eſt perpendicularis ξ. ψ. μ. quæ ideo relinquit à parte verticis B. maiorē
portionis partem. Proinde pondus à parte B. deorſum verget ſecundum perpendicula-
rem ductam à centro ρ. in tangentem A. C. Reliqua verò portionis pars, quæ à parte

M. ſurſum feretur ſecundum perpendicularem ductam à puncto ϖ. in eandem tangentem A. I. & donec portio mouebitur baſiſque SS. M. aſſurget ab humido omnino donec H. B. conueniat cum ξ. μ. vt proponebatur.

Cæterum Archimedes altero ſchemate ſupponit tantam leuitatem eſſe portionis eãque inclinationem vt linea ducta à puncto G. inuento vt prius, producta ad limbum portionis orthogonaliter ad diametrum, nõ incidat in lineam N. C. ſed ſupra verſus apicem B. puncto K. Hoc autem poſito & cæteris vt priùs manentibus, ſicuti in figura videre eſt, idem συμπέρασμα ποιεῖ. Etenim ſequetur ξ. V. lineam eſſe perpendicularem ad tangentem A.I. & propterea partem portionis in qua vertex, ponderare deorſum ſecus perpendicularem ρ. μ. ductam à centro ρ. reliquam vero partem efferri ſecundum ϖ. T. aliam ductam πρὸς ὀρθὰς in eandem A. I. tangentem, à centro ϖ. τ. quouſque rurſus diameter H. B. & linea ξ. V. conueniant vt prius.



PROP. VII.

THEOR. VII.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorem verò, quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo vt baſis ipſius tota ſit in humido, numquam conſiſtet, ita vt baſis contingat humidi ſuperficiem, ſed vt tota in humido ſit & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

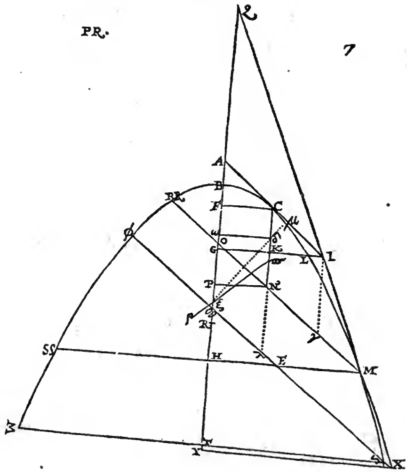
ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάττονα δὲ ἢ ὡς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ ὃν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθιεμένον ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ οὐδέποτε καθισταθήσεται, ὥστε τὰν βάσιν ἅπτεσθαι τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἀλλὰ ὡς ὅλας ἐν τῷ ὑγρῷ ᾖ καὶ οὐδένα τρόπον τᾶς τοῦ αὐτοῦ ἐπιφανείας ἅπτηται.

ΤΡΟΘ.

ΥΠΟΘ. Repetatur præcedens σχῆμα, hoc tantum mutato: quod cum ſuperius vertice mergeretur in humido, hic baſi in humidum demittatur, & cæteris omnino ſuppoſitis.



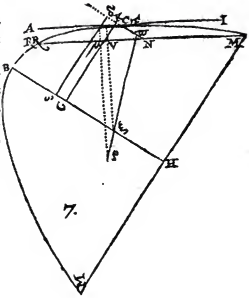
ΣΥΜΠ. Dicitur portionem non manere, ſed moueri, ita vt baſis quæ ex hypotheſi puncto M. vel S. tangit ſuperficiem humidi, nullo modo eam attingat & tota aſſurgat ab humido, donec diameter H. B. vel T. B. rectò vergat ad centrum terræ & conueniat cum perpendiculari ξ. μ.

ΚΑΤΑ. Fabrica ſit omnino eadem quæ ſuperius.

ΑΠΟΔ. Poterit rurſus contingere vt portione ſecta plano per diametrum maneat baſis ſectionis M. SS. ita vt ex centro ξ. dirimente diametrum H. B. in partes duas quarum ª altera ſit alterius dupla & ex inclinatione portionis in humido, accidat vt ſint H. B. G. B. F. B. continuè proportionales & inde concludamus, vt in præcedenti demonſtratione C. N. eſſe ad C. k. vt H. G. ad G. B. & proinde C. N. eſſe vel ſeſquialteram ipſius C. k. vel maiorem quam ſeſquialteram, ſeu N. k. vel duplam eſſe partis C. k. vel minorem quam duplam: hoc eſt, vel centrum incidere in k. vel magis accedere ad baſim portionis vt in ϖ. Denique eruemus hinc lineam ξ. μ. ductam à centro ξ. per punctum ϑ (quo perpendicularis ab extremitate eius quæ vſque ad axem ſecat parallelam diametro & producitur in tangentem) cadere ad angulos rectos & in eam & in ſuperficiem humidi, & proinde totam portionis molem ponderare ſecundum ipſam ξ. μ. inæqualiter, propterea que maius pondus à parte π. inclinari ſecus perpẽdicularem à centro π. ductam: reliquum verò euehi ſecundum perpendicularem erectam à puncto ρ. ſcilicet quouſque diameter H. B. conueniat cum perpendiculari ξ. μ. & radij ρ. ξ. & ξ. π. fiant in æquilibrio cum librili ξ. μ. & tandem æquales à centris æqualium magnitudinum. Cæterum ſi baſis fuerit S. T. Σ. idem ſequetur vt antea demonſtrauimus.

ª per coroll. lemmatis præfixi 2. huius.

Cæterum ſi veluti priùs, ſit portio adeo leuis, vt demiſſa in humidum tantula pars inſuccetur, vt linea G. K. non ſecet N. C. ſed habeat infra ſe punctum C. tamen reliqua ſequentur: quoniam perpendicularis oſtendetur ξ V. & radios ρ ξ. & ξ. ω ad ipſam eſſe ad angulos impares, propterea æquilibrium requiri quod fiet trudente humido quouſque linea ξ. V. incidat in diametrum H. B. vti proponitur.



PROP. VIII.

THEOR. VIII.

Recta portio conoidis rectãgulæ quando axem habuerit maiorem quidem quam ſeſquialterũ eius quæ vſque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat quam quindecim ad quatuor: ſi in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea quam quadratum, quod fit ab exceſſu quo axis maior eſt quam ſeſquialter ilius quæ vſque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe, demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius humidum non contingat: neque in rectum reſtituetur neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥς ἂν πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος τὸν λόγον ἔχῃ ἂν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐὰν ἐν τῷ βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν λόγον ἔχῃ τοῦ ἐλάττονα ὃν τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἐκ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τοῦ ἄξονος· καθιμένον ἐς τὸ ὑγρὸν ὥστε τὰν αὐτοῦ βάσιν τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι οὔτε ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται οὔτε μενεῖ ἐγκλινόμενον, αἰ μὴ ὅταν ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας γωνίαν ποιῇ ἴσαν τῷ αὐτῷ περὶ οὗ αὖθις λεχθήσεται.

a inuentum per 29 de centro grauita. Commandini.

b inuenta per coroll. lemmatis præfixi ad 2. huius.

ΥΠΟΘΣ. Sit portio A. O. L. conoidis rectangulæ, cuius diameter N O. centrum grauitatis punctum T. [a] poſita nimirum T. O. dupla reliquę T. N. Sit vero diameter N. O. maior quam ſeſquialter, eius quæ eſt vſque ad axem T. ω. [b] ſed minor quam vt ad

T. ω. ſit vt 15. ad 4. nempe ſit aa T. ω maior quam 4/15 ipſius N. O. Et vt facilius aſſumatur tota hypotheſis ponatur D. B. æqualis axi N. O. & diuidatur in K. ita vt ſit B. K. dupla reliquæ k. D. fiat verò k. R. æqualis ipſi T. ω ei ſcilicet quæ vſque ad axem, & partis R. B. ſit ſeſquialtera ablata B. C. & reliquum C. D. reliquæ k. R. a ſumptis nimirum ſeparatim & inter ſe collatis lineis D. B. & k. B. Etenim cum k. R. ſit ei quæ vſque ad axem æqualis & ad eam ſit D. C. ſeſquialtera, remanet C. B. exceſſus, quo diameter N. O. maior eſt quam ſeſquialtera T. ω eius ſcilicet quæ vſque ad axem. Quam autem rationem habet exhibita portio ad humidum in grauitate eam habeat quadratum lineæ F. Q. ad quadratum D. B. & ſit F. dupla ipſius Q. & tota F. Q. ſeſquialtera partis F. Non dubium enim eſt ſecundum hypotheſim rationem portionis ad humidum in grauitate, minorem eſſe quam ſit ratio quadrati C. B. ad quadratum D. B. proindeque quadratum lineæ F. Q. in minori ratione eſſe ad quadratum D. B. quam quadratum C. B. ad idem quadr. D. B. & ex conſequenti F. Q. minorem eſſe b quam C. B. & demum F. partem minorem ipſa k. R. ſeu T. ω. ea quæ vſque ad axe. Nam ſicuti C. B. eſt ſeſquialtera ipſius k. R. ſic quoque F. Q. eſt ſeſquialtera ipſius F. Vt igitur C. B maior eſt quam F. Q. eſt vtique k. R. maior c quam F. Poteſt itaq. in R. B. reperiri F. Nã licet k. R. tota caperetur in C. B. reliquũ ex C. B. maius eſſet parte F. itaque ſit R. ψ. æqualis ipſi F. & ad punctum ψ. linea erigatur ψ. E. linea πρὸς ὀρθὰς & hæc ψ. E. poſſit d dimidium rectãguli ſub k. R, ψ. B. comprehenſi & iungatur E. B. Demum portio huiuſmodi demittatur & inclinetur in humidum per verticem, ita vt baſis humidum non attingat.

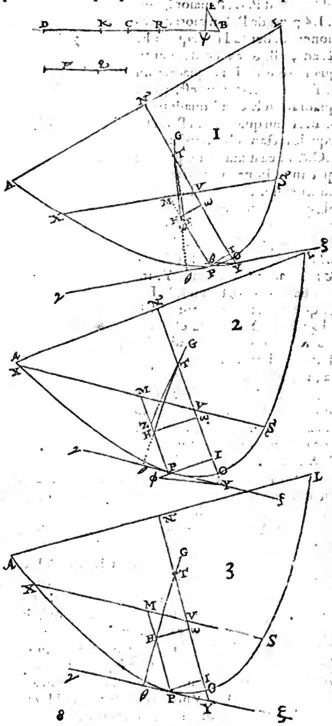
aa per 8. l. 5

a per 19. l. 5

b per 8. l. 5

c per 15. l. 5

d Mediante 13. l. 6.



ΣΥΜΠΕ. Dico non manere portionem ſed perpetuo moueri donec axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo B.

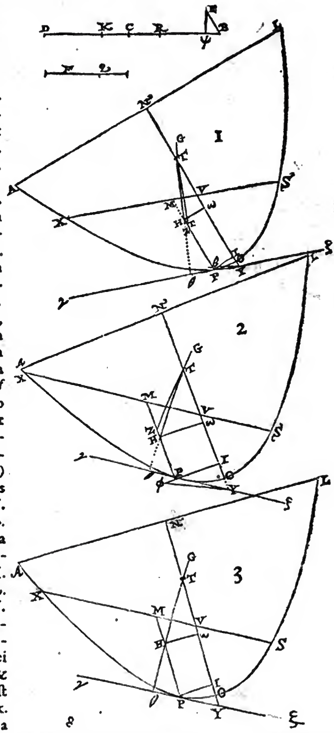
ΚΑΤΑ. Poſita inclinatione in angulo X. V. N. ſuperficiei nimirum humidi cum diametro N. O. portionis inæquali angulo B. ſit primo hic angulus inclinationis, vt in primo diagrammate maior angulo B. ſecetur autem portio plano per axem recto ad ſuperficiem humidi & ſit ſectio A. O. L. ſcilicet parabola: e ſectio verò ſuperficiei humidi ſit X. S. cui parallela ducatur f γ. ζ. tangẽs ſectionem in P. à quo ducatur g παράλληλος axi N. O. linea P. M. ſectionis X. P. S diameter, tum P. I. in axem perpendicularis, occurrat verò tangenti producta N. O. in Y. Et quoniam T. eſt centrum portionis & T. ω. h ea quæ vſque ad axem, ducatur πρὸς ὀρθὰς ω. H. in P. M. Nam producta à T. per H. in tangentẽ γ. ζ. linea T. H. θ. perpẽdicularis

e Lemmate 1. præfixo 13. de æquipond.

f Lemmate 9. præfixo eidem 13 de æquipond.

g per 12. l. 1

h per coroll. lemmatis ad 2. huius.



a per dictũ lemma ad 2. huius. *b inuentum per 29. de centro grauita commandini.* erit. [a] Denique à centro Z. (inuento [b] per diuiſionem diametri P. M. in partes duas, quarum P. Z. ſit dupla reliquæ Z. M.) ducatur linea per T. ad centrum G. grauitatis reliquæ partis portionis. Et quoniam ponitur hic angulus X. V. N. ſeu internus & oppoſitus ei ad eaſdem partes P. Y. I. angulo B. maior, fiat I. Y. β. eidem B. æqualis.

ΑΠΟΔ. Nam trianguli E. ψ B. & β. I. Y. ſunt æquiãguli. Etenim ad I. & ψ anguli ſunt recti: proinde vt [c] β. I. ad I. Y. ſic eſt E. ψ. ad ψ. B. Sed P. I. eſt maior quam β. I. [d] proinde P. I. maiorem rationem habet [e] ad I. Y. quam E. ψ. ad ψ. B. & ex conſequenti, quadratum P. I. ad quadratum I. Y. in maiori ratione eſt, quam quadratum E. ψ. ad quadratum ψ. B. Atqui quadratum P. I. eſt [f] æquale rectangulo contento ſub I. O. & linea iuxta quam poſſunt quæ in ſectione ordinatim ducuntur, hoc eſt & ſub linea dupla ipſi T. ω. [g] ſeu (quod idem eſt) contento ſub dupla linea ipſius I. O. nempe I. Y. & ſimplice T. ω. Sed vt rectangulum ſub T. ω. & I. Y. ad quadratum I. Y. ita eſt [h] baſis T. ω. ad baſim I. Y. Ergo quoque vt quadratum P. I. ad quadratum I. Y. ita eſt T. ω. ſeu K. R. illi æqualis, ad I. Y. Tum quadratum E. ψ ex fabrica, æquale eſt dimidio rectanguli ſub K. R. & ψ. B. hoc eſt ei quod ſub dimidia ipſius K. R. & linea ψ. B. continetur. Et vt eſt hoc rectangulum ſub dimidia k. R. & ψ. B. ad quadratum ψ. B. ita eſt dimidia [h] K. R. ad ψ. B. Et propterea, vt quadratum E. ψ. æquale huic rectangulo ſub dimidia K. R. & ψ B. ad quadratum ψ. B ita eſt dimidia K. R. ad lineam ψ. B. Vnde ſequitur maiorem habere rationem quadratum P. I. ad quadratum I. Y. ſeu lineam K. R. ad I. Y. quam dimidiam K. R. ad lineam ψ. B. & inde lineam ad quam k. R. rationem habebit, quam habet dimidia k. R. ad ψ B. maiorem eſſe [i] quam ſit linea I. Y. At verò quã rationem habet dimidiũ K. R. ad ψ. B. eã habet [i] K. R. ad duplã ψ. B. proinde dupla ψ. B. maior eſt quam I. Y. & ex conſequenti ſimplex ψ. B. maior eſt [i] quam I. O. dimidium ſcilicet [l] ipſius I. Y. Rurſusque cum O. ω. poſita ſit æqualis ipſi B. R. (Nam in D. B. æquali ipſi N. O. ſumptæ ſunt D. k. & k. R. æquales duabus N. T. & T. ω.) ſi ex B. R. tollatur ψ. B. & ex O. ω. auferatur I. O. manebit I. ω. maior quam ψ. R. ſeu maior quam F. cui R. ψ. facta eſt æqualis. Cęterum portio ad humidum in grauitate ex hypotheſi ſe habet vt quadratum F. Q. ad quadratum D. B. Verum vt portio ad humidũ in grauitate ita eſt [m] pars demerſa X. P. S. ad totã portionẽ, ſcilicet, ſic eſt [n] quad. P. M. ad quad. O. N. Vnde cõſtat quadr. P. M. eſſe ad quadr. O. N. vt quadr. F Q. ad quad. D. B. hoc eſt ad quad. N. O. & idcirco F. Q. & P. M. eſſe [o] æquales. Verũ mox o-

c per 4 l. 6.
d per coroll. 21 l. 1.
e per 8. l. 5.
f per 11. l. 1. Conic.
g per lema 1. ad 4. de ſphæroid. & Conoid.
h per 1. l. 6.
i per 15 l 5.
l per 35. l. 1. Conico.
m per 1. huius.
n per 26 de conoidib. & ſphær.
o per 6 l 5.

ſtēdimus I. ω hoc eſt illi æqualē P.H. eſſe maiorē quā F. & eſt F. ⅔ lineæ F.Q. hoc eſt lineæ P.M. proinde P.H. eſt maior quā duæ tertiæ lineæ P.M. & H.M. minor quā ⅓ lineæ P.M. Sumitur autem M.Z. pro ⅓ totius P.M. Eſt ergo M.Z. maior quam M.H. & centrum partis demerſæ eſt infra H. verſus P. linea verò T.H.θ. eſt perpendicularis tam ad γ.ζ. tangentem quam ad ſuperficiem humidi X.S. & tota portio in ea perpendiculari grauitat: ſi verò per Z. & G. duę parallelæ agantur ipſi T. H.θ. illæ erunt a ſurſus perpendiculares tam ad tangentem quàm ad ſuperficiem humidi. Et quoniam ſunt Z. & G centra grauitatum ſcilicet partis demerſæ, Z. partis verò ſiccæ, G. nec conueniunt in eadem perpendiculari cum centro totius, non manebit portio ſic inclinata vti poſitum eſt, ſed ambæ perpendiculares per Z. & G. ductæ, current ad primam T. H. ſicque partes portionis quæ ad A. deorſum ferentur b, & quæ ad L. ſurſum, vt centrum Z. aſcendat & G. deſcendat, quouſque tres concurrant in vnam. Et quoniam ſic non erit recta portio non reſtituetur rectò, Nam cum tria centra grauitatum conueniant in vna recta linea perpendiculari, manebit tota moles & ſtabit ſine nutu.

a per 29 l.1

b per ſcholium 6. de quadrat. parabolis.

Iam ponamus inclinationem eſſe huiuſmodi & angulus ſuperficiei humidi X.S. cū diametro portionis nempe X.V.N. ſit minor angulo B.

ΣΥΜΠ. Dico rurſus portionem non manere nec tamen rectò ferri.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus X.V.N. eſt minor angulo B etiam eodem minor eſt angulus P.Y.I. fiat ergo c angulus φ.Y.I. eidem B. æqualis & producatur I.P. quouſque occurrat lineæ Y.φ. Reliqua verò maneant vt ſuperius.

c per 13. l.1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli I.φ.Y. & E.ψ.B. ſunt æquianguli & eſt d φ.I. ad I.Y. vt E.ψ. ad ψ.B. Verum φ.I. ad I.Y. maiorem rationem habet, e quam P.I. ad eandem I.Y. Proptereaque P.I. ad I.Y. minorem habet rationem quam E.ψ. ad ψ.B. ſeu quadratum P.I. ad quadratum I.Y. quam quadratum E.ψ ad quadratum ψ.B. hoc eſt quam dimidium lineæ K.R. ad lineam ψ.B. Nam quadratum P.I. eſt f æquale rectangulo contento ſub I.O. & linea iuxta quàm poſſunt quæ in ſectione ordinatim ducuntur, hoc eſt g linea dupla ipſi T.ω. Sed vt rectangulum ſub T.ω. & I.Y. ad quadratum I.Y. ita eſt h T.ω. ſeu K.R. æqualis, ad I.Y. Tum quadratum E.ψ. ex fabrica, æquale eſt dimidio rectanguli ſub K.R. & ψ B. hoc eſt ei quod ſub dimidia ipſius K.R. & linea ψ.B. continetur. Et vt eſt hoc rectangulum ſub dimidia K.R & ψ.B. ita eſt dimidia K R. ad ψ.B Et propterea vt quadratum E.ψ. æquale huic rectangulo ſub dimidia k.R. & ψ.B ad quadratum ψ.B. ita eſt i dimidia k.R. ad lineam ψ.B. Vnde ſequitur minorem habere rationem quadratum P.I. ad quadratum I.Y. ſeu lineam k.R. ad I.Y. quam dimidiam k.R. ad lineam ψ B. & inde lineam ad quam k R. rationem habebit quam habet dimidia k.R. ad ψ.B. minorem eſſe quam I.Y. At verò illa linea eſt dupla ψ.B. Proinde dupla linea ψ.B. minor eſt linea I.Y. & ex conſequenti ſimplex ψ.B. minor eſt dimidio lineæ I.Y. nempe l I.O. Propterea ex æqualibus B.R. & ω.O. ſi aufferrentur inæquales I.O. & ψ.B. remaneret ψ.R. ſeu F. illi ęqualis maior, quam I.ω. ſeu quam P.H. par ipſi I.ω. Verum poſſunt, vt ſuperius, oſtendi æquales F.Q. & P.M. Proinde ſi ex P.M. abſtulerimus P.H. & ab F.Q. portionem F, remanebit M.H. maior quam ſit Q. hoc eſt remanebit M.H. maior quam ſit ⅓ totius P.M. Nam Q. eſt ⅓ ipſius F.Q. ſeu ipſius P.M. æqualis. Eſt itaque M.Z. ſcilicet ⅓ totius P.M. minor quam M.H. & Z. centrum grauitatis inſuccatæ portionis, magis accedit ad M. quam punctum H. & proinde perpendiculares ductæ à centris Z. & G. non conueniunt cum perpendiculari T.H. ſed quæ per G exit à parte L. quæ verò per Z. tranſit à parte A. Mouebitur itaque portio & titubabit nec quieſcet quin tres perpendiculares in vnam abeant. Hoc autem fiet quando angulus inclinationis ſuperficiei humidi & axis portionis nempe X.V.N. æqualis erit angulo B. Sic enim fiet quoque angulus P.Y.I. eidem B. æqualis & P.I. ad I.Y. ſicuti E.ψ ad ψ.B. & quadratum P.I. hoc eſt rectangulum ſub I.O. & dupla T.ω. ſeu dupla k.R. vel rectangulum ſub dupla I.O. nempe I.Y. & k.R. ad quadratum I.Y. vti quadratum ψ.E: hoc eſt rectangulum ſub dimidia k.R. & ψ.B ad quadratum ψ.B: hoc eſt vt dimidia k R ad ψ: B. hoc eſt vt k.R ad duplam ψ.B. Sed rectangulum ſub k R. & I.Y. ad quadratum I.Y. eſt vt k.R. ad I.Y. Ergo k.R. ad I.Y. eſt vt eadem k.R. ad duplam F.B. Proinde dupla ψ.B. eſt I.Y. æqualis & ψ.B. par I.O. Ita vt ſi ab

d per 4 l. 6

e per 8. l. 5.

f per 11 l.1. Conic.

g per lema 1. ad 4. de ſphæroidib. et C.noid.

h per 1 l. 6.

i per 11. l. 5.

l per 35. l.1. Conic.

æqualibus R. B. & O. ω. auferantur æquales I. O. & ψ. B remaneant æquales ω. I. & R. ψ. ſeu F. Sed F. ϙ. & P. M. ſunt æquales, tum O. I. & H. P. & ideo F. quoque æquales: Proinde ſi ab æqualibus F. ϙ. & P. M. auferantur H. P. & F. pares, remanebũt H. M. & ϙ. æquales. Et ideo H. M. eſt ⅔ totius P. M. Centrum itaque portionis inſuccatæ eſt in H. & proinde ſunt tria centra H. T. G. in eadem perpendiculari. Non ergo motitabit ᵃ portio ſed quieſcet ponderans omni ſui parte ſecundum perpendicularem G. T. H. θ. quod fuit probandum.

ᵃ per σχόλιον 6. de quad. parabolæ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc autem linea perpendicularis G. T. H. θ. quod rectò tendat ad centrum Mundi, nemo dubitauerit, qui animaduerterit tangentem γ. ζ. parallelam eſſe ſuperficiei humidi & propterea horizonti, ideoque quæ ad eam ſtat ad normam directè ferri ad terræ meditullium. Ipſa ergo eſt perpendicularis ſecundum quam hæc grauia ponderant.

PROP. IX.

THEOR. IX.

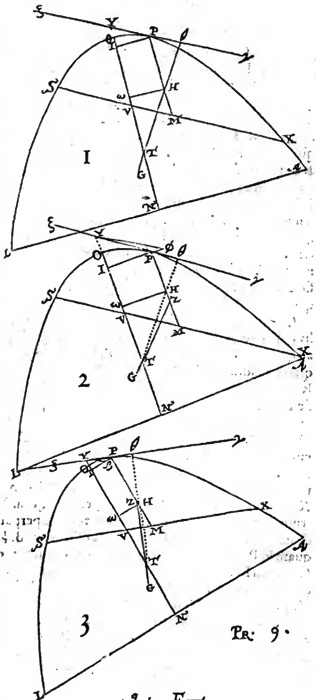
Recta portio conoidis rectangulæ, quando axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem quàm exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe maius eſt quadrato quod ab exceſſu, quo axis eſt maior quàm ſeſquialter eius, quæ vſque ad axem, habet ad quadratum, quòd ab axe: in humidum demiſſa adeo, vt baſis ipſius tota ſit in humido & poſita inclinata, nec conuertetur ita vt axis ipſius ſecundum perpendicularem ſit, nec manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter vt prius, aſſumpto.

ΠΡΟΤ. Θ.

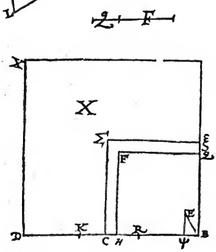
ΘΕΩΡ. Θ.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὡς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ ὃν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, καὶ ἐν τῷ βάρει πρὸς τὸ ὑγρὸν, λόγον ἔχῃ μείζονα ἢ ἁ ὑπεροχὰ ᾇ τὸ τετράγωνον ὃ γίγνεται ἀπὸ τοῦ ἄξονος μεῖζόν ἐστι τοῦ τετραγώνου ὃ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἐς τὸ ὑγρὸν, καθιέμενον ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, καὶ ἐγκλινόμενον οὔτε ἀναστραφθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν, οὔτε μένει ἐγκλινόμενον αἰ μὴ ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὰν γωνίαν ποιῇ ἴσαν τᾷ γωνίᾳ, ὁμοίως ὡς πρότερον καταλαμβανομένᾳ.

ΥΝΟΘ. Repetantur figuræ præcedentes aliquibus tamen mutatis: Nempe portio ſumatur cuius diameter N. O. cui ſit æqualis D. B. vt antea, & in ea k. B. dupla reliqui k. D. Tum k. R. æqualis ei quæ vſque ad axem, nempè ipſi T. ω. & adhuc C. B. ſit ſeſquialtera B. R. Quam verò rationem habet portio àd humidum in grauitate eam habeat exceſſus quo quadratum ex B. D. nempe B. X. excedit quadratum ex F. Q. nempe H. Q. qui exceſſus eſt Gnomon F. X. ad ipſum B. D. quadratum. Exceſſus autem quo quadratum ex B. D. excedit quadratum ex F. Q. maior eſt quam exceſſus quo idem quadratum ex B. D ſuperat quadratum ex B. C. ſcilicet ex quo Axis O. N. eſt maior quam ſeſquialter lineæ T. ω. eius quę eſt vſque ad axem, qui quidem exceſſus eſt gnomon Σ. X. Nam portio eſt [a] ad humidum in grauitate vt gnomon F. X. ad quadratum X. B. Eadem verò portio habet ad humidum in grauitate rationem maiorem quàm habeat gnomon Σ. X. ad idem quadratum X. B. nempe quadratum D. B. ſeu axeos N. O. Proinde gnomon F. X. in maiori ratione eſt ad quadr. D. B. quàm gnomon Σ. X. ad idem quadr. D. B. & propterea ille hoc maior eſt & [b] è contrario quadratũ F. B. ſcilicet quad. ex F. Q. minus eſt quadrato Σ. B. nempe lineæ C. B. vnde manet lineam F. Q. minorem quàm ſit linea C. B. Atqui eſt F. dupla Q. & R. B. dupla C. R. proinde F. rurſus minor eſt [c] quã R. B. Poſita itaq; in R. B. linea R. ψ. æqualis ipſi F. remanebit ψ. B. Et erecta ad punctum ψ. perpendicularis ψ. E. quæ poſſit [d] dimidium rectanguli ſub k. R. & ψ. B. iunctaque E. B. fiet angulus E. B. ψ. de quo hæc concluſio ſequitur.



Pr: 9.



[a] ex hypot.
[b] per 10. l. 5
[c] per 15. l. 5
[d] per 23. l. 6

ΣΥΜΠ. Portionem non moueri ſed quieſcere demiſſã in humidũ ſecus baſim, ſi fuerit ea inclinatio vt ſuperficiei humidi cũ axe portionis angulus idẽ qui E. B. ψ. moueri verò nec ſtare, ſi fuerit vel ma-

vel minor nec manere quouſque fuerit factus ipſi par.

KATA. Sit eadem ſtructura figurarum quæ fuit ſuperius & ſic argumentemur poſito primo angulo X. V. N. æquali angulo E. B. ψ.

a per 29. l. 1. ΑΠΟΔ. Quoniam angulus X. V. N. eſt æqualis angulo E. B. ψ. eidem par eſt [a] angulus I. Y. P. cumque duo anguli ad ψ. & I. ſint recti, vt eſt E. ψ. ad ψ. B. ſic eſt [b] P. I. ad I. Y. & quadratum P. I. (hoc eſt, [c] rectangulum ſub O. I. & dupla T. ω. ſeu ſub linea iuxta quam poſſunt lineæ ordinatim ductæ, hoc eſt rectangulum ſub T. ω. vel K. R. & L. Y. dupla ipſius I. O.) eſt ad quadr. I. Y. vt quadratum E. ψ. hoc eſt [d] rectangulum ſub dimidia K. R. & ψ. B. eſt ad quadratum ψ. B. Verum vt rectangulum ſub K. R. & I. Y. ad quadrat. I. Y. ſic eſt [e] k. R. ad I. Y. & vt quadratum ſub dimidia k. R. & ψ. B. ad quadr. ψ. B. ſic eſt [e] dimidia k. R. ad ψ. B. & ſic eſt tota k. R. ad duplam ψ. B. Proinde vt k. R. ad I. Y. ſic eadem k. R. ad duplam ψ. B. & ex conſequenti, ſunt [f] dupla ψ. B. & I. Y. aut ψ. B. & I. O. æquales quæ ideo ſi auferantur ex æqualibus R. B. & O. ω. ſupererunt I. ω. ſeu P. H. & R. ψ. ſeu F. æquales. Atqui ſunt ex ante demonſtratis [g] P. M. & F. Q. æquales: proinde cum F. auferat P. H. ſequitur Q. auferre H. M. & eſſe H. M. ſemiſſem ipſius P. H. & demum H. centrum grauitatis portionis extra humidum. Igitur linea G. T. H. coniungens centra grauitatum eſt [h] perpendicularis ad γ. ζ. & ad ſuperficiem humidi & ea ſecundum quàm tota portio grauitat. Non mutabitur [i] ergo ſed quieſcet in hoc ſtatu.

a per 29. l. 1.
b per 4. l. 6.
c per 11. l. 1. Conic.
d per fabr.
e per 1. l. 6.
f per 9. l. 5.
g per 1. huius & per 26. de Conoidib. & ſphæroid.
h per lemma ad 2. huius.
i per χόλιον ſexta de quadr. parab.
l per 19. l. 5.

Quod ſi angulus X. V. N. poſitus fuerit primò minor angulo E. B. ψ. ſed ipſi æqualis I. Y. φ ſequetur quadratum ψ. E. eſſe ad quad. I. Y. in eadem ratione, ac quad. E. ψ. ad quad. ψ. B. proindeque quad. P. I. ad idem quad. I. Y. minorem habere [l] rationem quam quadrat. E. ψ. ad quad. ψ. B. Hinc iuxta præcedentes rationes concludemus, k. R. maiorem habere rationem ad duplam B. ψ. quã eadem k. R. habeat ad I. Y. & proinde I. O. ſemiſſem totius I. Y. eſſe maiorem quã ψ. B. vnde I. ω. ſeu P. H. in ſecunda figura manebit minor quã F. ſed F. & P. Z. ſunt æquales, vt ſcilicet ambæ ⅔ æqualium F. Q. & P. M. Proinde punctũ H. non incidit in Z. nec ideo perpendicularis T. H. ι. ſecundum quam tota moles grauitat, non tranſit per centrum grauitatis Z. partis nõ inſuccatæ, nec ergo tranſit eadem perpendicularis per G. Moritabit; ergo & mouebitur donec hæ perpendiculares conueniant. Idem prorſus concludetur poſito angulo X. V. N. maiori angulo ψ. B. E. vt in tertia figura. Nec diſcrimen erit, niſi quod Z. centrum, aſcendet ſuper H. punctum per quod perpendicularis tranſit: illîc verò deſcendeat. Nam oſtendetur I. O. minorẽ eſſe quam B. ψ. Et proinde I. ω. ſeu P. H. maiorẽ quam F. Portio etenim ad humidum in grauitate, eam poſita eſt habere rationem quã Gnomon F. X. ad quadr. B. X. & eandem rationem habet rurſus pars demerſa [g] ad totam portionem. Proinde vt reliquum quadr. F. B. quod ex F. Q. eſt ad totum quadr. X. B. quod ex N. O. ſic eſt portio [l] extra humidum vt reliqua ad totam portionem ſcilicet ſic eſt quad. P. M. ad idem quad. ex N. O. & proinde ſunt F. Q. & P. M. æquales. Sed F. eſt ⅔ totius F. Q. vt P. Z. ⅔ totius P. M. Proinde P. Z. eſt minor quã P. H. Proinde perpendiculares tranſeunt per diuerſa puncta, nec proinde ſtat portio ſed mouetur donec incidant in inuicem, quod accidit quãdo inclinatio eſt in angulo E. B. ψ. vt oſtenſum eſt.

PROP. X.
THEOR. X.

Recta portio conoidis rectãguli quando leuior humido axẽ habuerit maiorem quàm vt ad eam, quę vſque ad axem rationem habeat quam quindecim ad quatuor, in humidũ demiſſa, ita vt baſis ipſius non contingat humidũ: nonnũquã quidẽ recta conſiſtet: nonnunquam

ΠΡΟΤΑ. I.
ΘΕΩΡ. I.

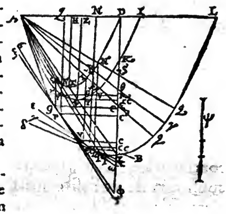
Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχει ὃν δεκαπέντε ποτὶ τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθιμένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ οὐχ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐνίοτε μὲν ὀρθὸν καθισταθήσεται, ἄλλοτε δὲ οὕτως ἐγκλινό-

μένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτῆς ἐν ἑνὶ σημείῳ ἅπτεσθαι τᾶς τῶ ὑγροῦ ἐπιφανείας· καὶ τὸ αὐτὸ γενήσεται ἐν δύο διατυπώσεσι· ἐνίοτε μὲν ἵνα ἁ βάσις ἐς τὸ ὑγρὸν κατακλύζηται, ἄλλοτε δὲ ἵνα οὐδένα τρόπον τᾶς τῶ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτηται, κατὰ τὸν λόγον ὃν ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βαρεῖ. Εἰρημένων δὲ τὰ ἕκαστα ἐντεῦθεν ἀποδειχθήσεται.

inclinata, vt baſis ipſius in vno puncto contingat ſuperficiem humidi, idque in duabus diſpoſitionibus: interdum quidem ita vt baſis in humidum magis demergatur: interdum verò, ita vt ſuperficiem humidi nullo modo contingat, ſecundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius demonſtrabuntur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propoſitio in multas diſtribuitur concluſiones, prout hypotheſes ipſius variæ ſunt. Sunt autem quinque & diuerſæ hypotheſes, & diuerſæ concluſiones, quæ deinceps demonſtrabuntur ordine. Ad primam itaque veniamus.



ΥΠΟΘ. Offeratur portio A.B.L. in diagrammate, quod omnibus concluſionibus repetetur & vocabitur prima figura: & ſit hæc portio expoſitæ leuior humido, cuius diameter B.D. deſcriptus in plano ſecante portionem per centrum, & perpendiculari ad baſim, ſicuti rectæ aliæ lineæ ad demõſtrationem neceſſariæ. Habeat autem portio expoſita ad eam quæ vſque ad axem maiorem rationem quam 15. ad 4. & demittatur in humidum, ita vt baſis non tangat ſuperficiem humidi.

ΣΥΜΠΕ. Concluſionis in quinque partes diſtributæ ab Archimede, hæc prima pars eſt, nempe portionem propoſitam aliquando ſtare, & rectam conſiſtere.

ΚΑΤΑΣ. Diameter ſecetur in K. ita vt B.K. dupla ſit partis K.D. Contineat autem linea K.CC. ipſius diamerri $\frac{4}{15}$, quæ propterea ſit [a] maior quàm ea quæ vſque ad axem, ad quam B.D. rationem habet maiorem quam 15. ad 4. quæque propterea ſit K. R. Sumatur D.S. ſeſquialtera ipſius k.R. vt cum tota D.B. ſit ſeſquialtera totius D.k. & pars D.S. ſeſquialtera partis k R, remaneat [b] reliqua S.B. reliquæ R.B. ſeſquialtera. Iam iungatur A.B in quam à puncto CC. æquidiſtanter baſi exeat C C. E. & ab E. cadat in baſim parallela diamerro E.Z. & diuidatur bifariam A.B. in T. à quo demittatur alia T.H. parallela rurſus diametro D.B. Tum datis diametris E.Z, T.H. deſcribantur [c] à puncto G. communi duæ portiones parabolicæ ſimiles priori A. B. L. quæ ſint A.T.D. & A.E.I. quæ vltima neceſſario tranſibit per k. Nam tranſit per punctum lineæ D.B. quo ſit D.B. ad partem inter B. & ſectionem A.E.I, vt A.Z, ad Z.D. [d] ita vt cùm ſit diameter B.D. ad B.k. ſeſquialter, oſtendendum ſit A.Z. eſſe ad Z.D. in ratione ſeſquialtera, & vt tria ad duo. Eſt itaque B.D. ad D.k. vt 3. ad 1. ſeu potius vt 15. ad 5 ſed k.CC. ſunt illarum 15. partium, 4. & ideo tota D. CC. earumdem complectitur 9. vnde ſuperſunt 6. in CC. B. & eſt CC. B. ad B.D. hoc eſt [e] CC.E. ſeu D.Z ęqualis, ad D. A vt 6 ad 15. & diuidendo eſt D.Z. ad Z A. vt 6. ad 9 hoc eſt vt 2. ad 3. Inuertendo ergo eſt A.Z. ad Z.D. vt tria ad 2. quod fuerat oſtendendum, vt ſciremus ſectionem A E I tranſire per k. Eſt autem D.R. minor quàm D.CC. & proinde, linea ab R. producta παραλλήλως ipſi CC.E, ſecat ſectionem A.E.I. putà in punctis G. & Y. à quibus decidant parallelæ diametro B.D. lineæ G.N. & Y.Q. quæ efferantur vſque ad primã

[a] per 10. l. 5
[b] per 19. l. 5
[c] per problema additum ad 5. de quadrat. parabol.
[d] per 5. de quadr. parab.
[e] per 34 l 1.

ſectionem A.B.L.cui occurrant in O.& P.ſed ſecent tertiam ſectionem A.T.D. in F. & X. denique tangant ſectionem A,B.L.lineæ X.γ,& φ ζ in punctis O.& P.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam D Z.eſt ad Z.A.ſeu ad Z.I.vt 2.ad 3. ſequitur D.I eſſe 1. & A.D hoc eſt D.L.ad D.I.eſſe vt 5.ad 1.vnde I.L. remanet pro 4 Eſt autem D.Z.duo: proinde vt L.A.dupla eſt ipſius D.A.ſic L.I.dupla eſt D.Z.Et ergo eſt L.A.10. cũq; L.I.ſit 4.eſt L.I.ad L.A.vt 4. ad 10.vel vt 2.ad 5. Atqui hic tres habemus portiones ſimiles,in eadem linea recta baſes habentes, & ab eodem puncto communi A.eductæ, & ſunt lineæ parallelæ diametro N.M,X.G.O.& Q.F,Y.P, in quibus O.G. eſt [a] ad G.X. in ratione compoſita L.I.ad L.A.& ex ea quam habet A.D.ad D.I. hoc eſt compoſita ex ratione 2.ad 5. & ex ratione 5 ad 1. & eſt propterea O.G.ad G.X, vt 2.ad 1. Nam ratio 2.ad 1. componitur [b] ex iiſdem rationibus 2.ad 5.& 5.ad 1. Eadem de cauſa, quia O.G.eſt dupla ipſius G.X.eſt quoque P.Y. dupla ipſius Y.F. Atque his ſic demonſtratis pro omnibus quæ ſequuntur eruendis concluſionibus ſic dicamus : Primò quoniam D.S.ſumpta eſt ſeſquialtera ipſius K.R.eius, ſcilicet quæ vſque ad axem, propterea B.S.eſt exceſſus quo B.D. diameter maior eſt quàm ea quæ eſt vſque ad axem: Si portio habuerit ad humidum in grauitate non minorem proportionem, hoc eſt vel eam quã habet quadratum B.S.ad quadratum B D. vel quidem maiorem in humidum demiſſa, ita vt baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet, vt probatum eſt antea. [c] Et hæc ſit prima concluſio.

a per 3 coroll. prop 5. de quadrat. parab.
b per lemm. 2.ad 4.l.2. de ſphæra & cyl.
c in 4. huius.

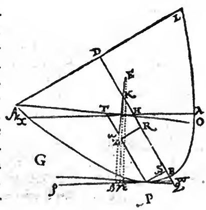
CONCLVSIO II.

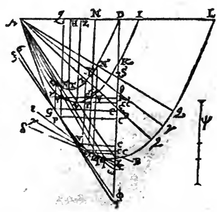
Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum S.B. ad quadratum B.D. maiorem verò quam quadratum X.O. ad quadratum B.D. demiſſa in humidum, adeo inclinata, vt baſis ipſius non contingat humidum, inclinata conſiſtet, ita vt baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat, & axis cum humidi ſuperficie angulum faciat maiorem angulo X.

ΣΥΜΠΕΡ. Β.

Ἐὰν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν βαρεῖ ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν τὸ τετράγωνον Σ.Β. ποτὶ τὸ τετράγωνον Β.Δ. ἔχει, μείζονα δὲ τοῦ ὃν τὸ τετράγωνον ξ.ο. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιμένον ἐς τὸ ὑγρὸν ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐγκλινόμενον καθιστάσεται, ὥστε τὰν βάσιν τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας μὴ ἅπτεσθαι, καὶ ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας μείζονα ποιέεσθαι γωνίαν τᾶς γωνίας χ.

ΥΠΟΘ. Repetita figura prima præcedenti, in qua eſt O.X.linea, habeat portio ad humidum in grauitate rationem maiorem quam quadratum X.O.ad quadratum B.D. minorem verò quàm quadratum S.B.ad idem quadratum B.D. Et tãdem quam rationem habeat portio ad humidum in grauitate,eam ipſam habeat quadratum lineæ ψ.ad quadratum B.D. Sic verò linea ψ. erit maior quidem quàm X.O. minor verò quam B.S.





Proinde ſi quæpiam linea æqualis ipſi ψ. aptetur inter portiones A.B.L. & A.T.D. parallela ipſi B.D. erit inter O.X. & B.D. veluti M.N. ſecans mediam portionem A.E.I. in H. & lineam R.G. in V. Ita vt M.H. ſit [a] dupla ipſius H.N. & V.N. maior, quam H.N. A puncto M. ſit perpendicularis M.C. in B.D. Demittatur verò portio in humidum inclinatè, ita vt ſuperficies humidi ſit A.N.Q.

[a] per 5. de quadr. parab. & adducta cor. ll.

ΣΥΜΠ. Dico quoniam baſis A. tangit humidum in puncto A. portionem non manere, ſed moueri quouſque baſis non contingat humidum & axis B.D. faciat cum A.Q. vel cum ſuperficie humidi angulum æqualem angulo X.

ΚΑΤΑΣ. A puncto M. ducatur tangens [a] M.Y. & M.C. perpendicularis in diametrū B.D. Et vt facilius demonſtretur concluſio eadem portio propoſita plano acto per diametrum, referat nobis ſuperficiem ſectionis A.P.B.O.L. in qua ſuperficies humidi ſit A.O. in angulo L.A.O. æquali ipſi L.A.Q. in prima figura. Intelligatur verò B.D. ſectus in K. & R. vt priùs, ducatur quoque P.G. æquidiſtans ipſi A.O. tangenſque ſectionem in P. à quo ducatur P.T. parallela diametro B.D. & P.S eidem B.D. perpendicularis. Rurſus à puncto R. ducatur perpendicularis R.Z. Fiat tandem P.ω. dupla ipſius ω.T. & à centro ω ducatur [b] ω.K. vſque in E. centrum reliquæ partis, quæ in aere.

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum in grauitate eam rationem habet [c] quàm quadratum lineæ ψ. ad quadratum B D. quam verò rationem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet [d] quoque pars ipſius demerſa ad totā portionem, hoc eſt eam habet [e] quadratum P.T. ad quadratum B.D. & proinde P.T. & linea ψ ſeu M.N. ſunt æquales, & baſes ac portiones itidem æquales. [f] Sed & ſunt æquales Y.B, Q.B. ſeu B.C. & B.S Tum ex conſequenti C.R, & S.R. propterea M.V, P Z. & adhuc V.N, Z.T. Quod etſi demonſtratione non egeat, quia ſectio A.P.O.L. ſumpta eſt in eadem portione, ac ſectio A.M.B.L. tamen vt pertinacioribus ſatisfiat dicamus: quoniam in æqualibus & ſimilibus ſectionibus A.P.O.L. & A.M.B.L. ab extremitatibus baſium ducuntur A.θ.Q. & A κ.O. angulus paribus, cum baſibus & anguli ad D. ſunt recti, ſequitur triangulos A.D.θ & A.D.κ. eſſe [g] ſimiles. Deinde quia tangens P.Q. lineæ A.O. & tangens M.Y. lineæ A.N.Q. eſt parallela. Tum ambæ M.C. & P.S. quoque baſibus æquidiſtantes: ſunt [g] rurſus ſimiles trianguli C.M.Y, & S.P.Q. Proinde vt A.D. ad A.θ. ita eſt [g] A.D. ad A.H. & permutādo [h] vt D.A, ad A D. æqualis ad æqualem ſic A.θ. eſt ad A.H. & ſunt ideo æquales A.θ. & A.H. Sed baſes A.O, A.Q. ſunt æquales, earumque medietates [i] A.N. & A.T. Ergo & reliquæ N.θ. & T H. ſunt æquales. His verò ſunt æquales æquidiſtantes [l] ipſis M.Y, & P.Q. Et quia eſt Y.M. ad M.C. vt P.Q. ad P.S. & viciſſim [h], ſequitur quoque æquales eſſe P.S. & C.M. & tandem reliquas C.Y, & S.Q. earumque dimidias [m] B.C. & B.S. & adhuc reliquas æqualibus C.R. & S.R. ſeu M.V. & P.Z. demum Z.T. & V.N. Cæterum, quoniam M.H. in prima figura eſt dupla lineæ H.N. [a] erit M.V minor, quàm dupla M.H. ergo & multo minor quàm dupla V.N. conſtat ergo P.Z. ipſius Z.T. minorem eſſe quam duplam, & ω. punctum (quo ita ſecatur P.T. vt P.ω. ſit dupla ω.T.) accedere ad T. propius quam Z. Linea verò K.Z. producta in tangentem P.Q vt k.Z.γ. erit perpendicularis [n], & proinde tota moles grauitat ſecundum eam: pars verò demerſa ſecundum perpendicularem Z θ. & demum reliqua extra humidum ſecundum rectam E.ε. Non ergo manebit portio, ſed agitabitur [o] donec hæ lineæ conueniant in vnam: Quod fiet aſcendentibus partibus ad A. quia perpendicularis Z.θ. eſt ad partes A. & deſcendentibus partibus quæ ad L. quia alia E.ε. perpendicularis vergit ad L. Quod ſi ſurſum feratur ex parte A. punctus A. attolletur ſupra ſuperficiem humidi, vt ſupra lineam κ.λ. & fiet angulus κ H. D. maior angulo A.H D. & ideo maior angulo P Q S. ita vt ducta tangente parallela ipſi κ.λ. incidat infra Q. vt in π. eritque angulus ρ.π.S. maior, [p] quam angulus P.Q.S. ſeu quam M.Y.C. ſed M.Y.C. eſt [p] maior angulo M X.C. ergo angulus κ.H. D. qui fiet cum requieſcet portio, erit multo maior quàm angulus M.X.C. vt vult concluſio ſecunda.

[b] per 8 l. 1. de æquipōd.
[c] per fabricam.
[d] per 1. huius.
[e] per 26. lib de conoidib & ſphæroid
[f] per 25. de conoid. & ſphær.
[g] per 4. l 6.
[h] per 16. l 5.
[i] per lemma iunctum prop. 5 li de quadr. parab.
[l] per 33 l. 1.
[m] per 35. li. 1. conic.
[n] per lemm. ad 2. huius.
[o] per χόλιον 6. de quad. parab.
[p] per 32. l. 1.

ΣΥΜΠΕΡ. Γ.

Εάν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βαρεῖ λόγον ἔχῃ ὃν τετράγωνον ξ.ο. ποτὶ

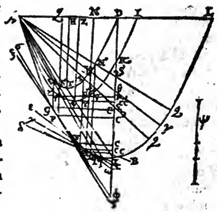
CONCLVSIO III.

Si portio ad humidum in grauitate eam habeat proportionem quam quadratum X.O.

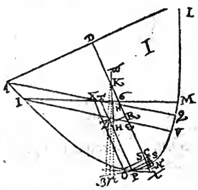
ad quadratum B.D; demiſſa in humidum inclinata adeo, vt baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet & manebit ita, vt baſis in vno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cum ſuperficie humidi, angulum faciat, angulo X. æqualem. Quod ſi portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum P.F. ad quadratum B.D. in humidũ demiſſa & poſita adeo inclinata, vt baſis ipſius non cõtingat humidum, conſiſtet inclinata, ita vt baſis in vno puncto humidi ſuperficiem contingat, & axis cum ea faciat angulum angulo φ. æqualem.

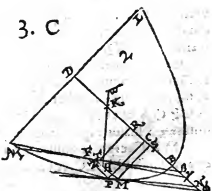
τὸ τετράγωνον β. δ. καθιεμένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ἐγκλινόμενον ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, καταστήσεται καὶ μενεῖ, ὥστε τὰν βάσιν ἐν ἑνὶ σημείῳ ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ τὸν ἄξονα σὺν ἐπιφανείᾳ ὑγροῦ, τὰν γωνίαν τᾷ γωνίᾳ χ. ἴσαν ποιέειν. Εἰ δὲ τὸ τμᾶμα πρὸς τὸ ὑγρὸν, ἐν τῷ βάρει λόγον ἔχῃ ὃν τὸ τετράγωνον π. φ. ποτὶ τὸ τετράγωνον β. δ. ἐς τὸ ὑγρὸν καθιεμένον καὶ ἐγκλινόμενον· ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τὸ ὑγρὸν, καθισθήσεται ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν ἐν τῷ ἑνὶ σημείῳ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτεσθαι, καὶ τὸν ἄξονα μετὰ τᾶς αὐτᾶς γωνίαν τᾷ γωνίᾳ φ. ἴσαν ποιέειν.

ΥΠΟΘ. Repetatur primum ſχῆμα, & iam habeat portio ad humidum eam in grauitate rationem, quàm quadratum X.O. habet ad quadratum B.D. & in humidum demittatur adeo inclinata, vt baſis ipſius non contingat humidum ſicuti notatur proprio hic paradigmate notato numero 1. in quo eſt ſuperficies humidi I.M. ſectionis verò diameter B.D. ſectus, vt prius in K. & R.



ΣΥΜΠ. Demonſtrandum, eſt portionem non conſiſtere ita, ſed inclinari donec baſis in vno puncto ſuperficiem humidi contingat & axis D.B. cum ſuperficie humidi efficiat angulum A.ξ.D. in primo ſchemate angulo X. æqualem.





ΚΑΤΑΣ. Ducatur tangens P. N. parallela ipſi I. M. & agatur æquidiſtans P.T. diameter portionis I. P. M. in quem cadat R. Z. & à quo cadat P.S. ambæ perpendiculares. Tũ T.P. diuidatur, ita vt P.H. ſit dupla H.T. In primo verò ſchemate ducatur A X γ. diuiſa neceſſario equaliter a in X. & illic tangens in puncto M. occurrat diametro D.B. in X. vt fiat angulus X. de quo ſermo nobis eſt. Quoniam autem portio ad humidum eam rationem habet in grauitate quàm quadratum X.O. ad quadratum B D. eam quoque quàm habet pars ipſius demerſa b ad totam, ſeu quam habet c quadratum T.P. ad quadratum B.D. ſe-

a per 5. li. de quadr. parab. additaque lemm.
b per 1. huius.
c ex 26 l. de conoidib. & ſphær.

quitur æquales eſſe *a* X.O.& T.P. In figura ergo notata 1. ſumatur linea O.X. parallela *a per 9.l 5.*
ipſi T.P. ac diametro, & ducatur A.X. Q. cui parallela ſit I.V. ſecans diametrum in ω.
& adhuc tangens O.χ. occurrens diametro in χ. tãdem ducatur O.C perpendicularis.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam portionum I.P.M. & A.O Q. diametri X.O. & T.P. ſunt æquales, ipſæ ſunt æquales: *b* propterea punctum Q. accedit propiùs ad verticem quam *b ex 25.l.de* punctum M. ne ſi cideret verſus L. fiat pars æqualis toti: Eſt autem *c* angulus I.ω.D. *conoidib & ſphær.* minor angulo I. 6. D. & æqualis angulo A. ι.D. qui proinde A. ι.D. minor eſt angulo *c per 32.l 1.* I.6.D. Eſt autem P.N. parallela ipſi I.T.M. vnde ſequitur angulum I.6.D. æqualem eſſe *d* angulo P.N.B. Tum tangens O.χ. æquidiſtat lineæ A.X.Q. & proinde eſt *d* angulus χ. æqualis angulo A ι D. propterea angulus P.N.B. intra eſt *e* & punctus χ. ex- *d per 29.l.1* tra cadit, & eſt χ.B. maior quam N.B. ſeu *e* B.C. medietas ipſius χ.B. maior quam B.S. *e per 35 l.1. conic.* & ideo C.R. minor quàm S.R. ſeu quàm P.Z. ſed C.R. & O.G. ſunt *f* æquales, quia à *f per 33 l.1.* puncto R. ducitur linea rectó ſecans portionem mediam in G.& Y. in primo ſchemate. Proinde O.G. minor eſt quoque quam P.Z. & ergo G.X. maior quam T.Z. Vnde conſtat P.Z. maiorem eſſe quam duplam lineæ Z.T. Si ergo P.H. fiat dupla lineæ H. T. accedet punctus H. propiùs ad P quam Z. Erit autem H. centrum grauitatis partis immerſæ humido, vt punctus k. eſt centrum totius portionis & ϖ. centrum reliquæ: Et quidem à centro k ducta perpendicularis ad humidi ſuperficiem, ſeu ad tangentem P.N. tranſierit *g* per Z. quæ ergo non conueniet cum alijs perpendicularibus à centris *g per lemm.* k. & ϖ. Vnde conſtat portionem non conſiſtere, ſed moueri donec conueniant. *h* Hoc *ad 2. huius.* autem quando baſis ipſius vno puncto attinget ſuperficiem humidi. Nam in portioni- *h per ax-* bus æqualibus & ſimilibus A.O.Q.L, & A.P.M.L. ducentur ab extremitatibus ba- *iom 6. de* ſium A.Q. in illa, & A.M. in hac: ſcilicet quando poſt commotionem ſuperficies ab I. *quad pa-* inciderit in A.& punctus Z in H.& totus diameter O.X. in P.T.& lineæ A.Q.& A.M. *rab.* ab extremitatibus baſium eductæ, angulos efficient pares ad diametrum, vt iam antea oſtendimus in demonſtratione ſecundæ partis. Quibus exiſtentibus anguli quoque ad χ. & N. fient vnus & idem, & ideo perpendicularis à.K. centro ad ſuperficiem humidi tranſibit per H. ergo & per aliud centrum ϖ. Quare manebit portio, cùm tota ſuper eadem perpendiculari, & in eodem centro grauitet. *h*

Iam habeat portio ad humidum eam rationem quam habet quadratum P.F. ad quadratum B.D. & demittatur in humidum, ita vt baſis ipſius non contingat humidum, vt in figura notata 2.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Concluditur portionem non conſiſtere, quin baſis in vno puncto humidi ſuperficiem contingat, & axis cum ipſa faciat angulum angulo φ. æqualem.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur in primo ſchemate linea A.F.q. & lucis gratia agatur planum per diametrum, quod nobis ſimilem & æqualem portionem A.M.B.L. portioni A.P.B.L. reſecet. Inclinetur autem in humidum, ita vt baſis humidum non attingat, & ſit ſuperficies humidi I.ß. cui parallela ſit *i* tangens M.N. & à puncto contactus ducatur *i per 31.l 1.* M.T. æquidiſtans *l* diametro B D.& M.S. in diametrum perpendicularis. *l* Tum aga- *l per 12.l.1* tur R Z. in M.T. rectò, ſcilicet diuiſo diametro, vt priùs in K.& R. Diuidatur verò M. T. in H. ita vt M.H dupla ſit reliquæ H.T.& centra tria, partis inſuccatæ H. totius portionis K.& reliquæ ϖ iungantur recta linea ϖ.K.H. Tandem à puncto A. ducatur *m* *m per 23.l.1* A.γ. ſimiliter vt in primo ſchemate, & ad æqualem angulum cum baſi A.L. Tum à medio partis ipſius A.γ quæ in portione, ſcilicet puncto F. ducatur F.P. æquidiſtans *i* *n per 33.l.1. conic.* ipſi M.T.& denique tangens *n* P.φ,& perpendicularis P.C. in diametrum B.D.

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum eam habet rationem quam quadratum P.F. ad quadratum B D. hoc eſt *o* quam pars extra humidum ad partem in humido, hoc eſt *p* quàm *o per 1. huius.* quadratum M.T, ad quadratũ B.D. vnde P.F.& M.T. ſunt æquales, *b* & inde portiones quarũ diametri sũt P.F.& M.T. ſunt pares: vnde fit vt γ. magis recedat à B. diametri quã *p per 26. de conoidib. & ſphær.* ß. ita vt producta ab A. occurrat diametro quoque educto in γ. vt ab I. in ß.& angulus A. γ D. hoc eſt angulus P.φ.D. eſt minor angulo I.ß D. ſeu M.N.D.& inde cnſtat φ.B. maiorem eſſe quàm N.B. ſeu *e* B.C. maiorem quam B.S.& proinde R.C. ſeu P.Y. in primo ſchemate, minorem quam R.S. ſeu quam Z.M. Atqui P.Y. primæ figuræ ſecat ita P.F. vt ſit P.Y. dupla reliquæ Y.F. Ergo ⅔ ipſius P. F. hoc eſt ipſius T.M. ſunt minores quam Z.M. Et proinde punctum H. accedit propius ad verticem M. quàm Z. Sed perpendicularis ducta à centro K. ad ſuperficiem humidi tranſit per Z. Ergo perpendiculares, quibus ponderant centra Z.& ϖ in hoc ſitu, non conueniunt cum perpendiculari to-

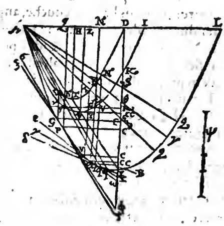
tius. Motitabit ergo portio, quouſque ſuperficies humidi ex I.β. fiat A.γ. Tunc enim C.R. fiet æqualis ipſi P.Y. hoc eſt $\frac{1}{3}$ totius P.F. & proinde punctum Z. incidet in centrum inſuccatæ portionis, fietque trium centrorum vnica perpendicularis, qua tota moles deferetur ad centrum terræ. Tunc verò ſuperficies aquæ æquidiſtans tangenti P.φ. angulum faciet cum B.D. æqualem angulo φ. Ergo quieſcet portio inclinata, ita vt ſuperficies humidi vno puncto tangat baſim, & cum diametro angulum faciat æqualem angulo φ. quod erat probandum.

CONCLVSIO IIII.

Si portio ad humidum in grauitate, maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quam quadratum X.O. ad B.D. quadratum: in humidum demiſſa, & adeo inclinata, vt baſis ipſius non contingat humidum, conſiſtet & manebit ita, vt baſis in humidum magis demergatur.

ΣΥΜΠΕΡ. Δ.

Εἀν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει μείζονα μὲν λόγον ἔχῃ ἢ τὸ τετράγωνον φ.π. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. ἐλάσσονα δὲ ἢ τὸ τετράγωνον ξ.ο ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιεμένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν αὐτοῦ βάσιν μὴ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, ἀποκαταστήσεται καὶ μενεῖ ὥστε τὰν βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν κατακλύζεσθαι.



ΥΠΟΘ. Sumatur iam portio A.B.L. habens ad humidum in grauitate maiorem rationem quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quàm X.O. ad idem quadratum B.D. & inclinetur in humido, ita vt ſuperficies humidi non attingat baſim, vti videre eſt in ſchemate notato t.

ΣΥΜΠΕ. Dico non conſiſtere portionem, ſed moueri quoad adeo inclinetur, vt pluribus vno punctis baſis attingat humidum.

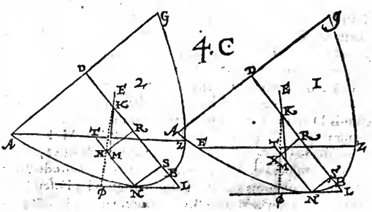
ΚΑΤΑΣ. Sumatur linea ψ. cuius quadratum ſit ad quadratum B.D. vt eſt portio in grauitate ad humidum. Ipſa autem ψ. maior quidem erit [a] quã P.F. ſed minor quam X.O. Accommodata itaque inter ſectiones A.B.L. & A.F.D. ἐναρμοζομένα ad B.D. cadet inter P.F. & O.X. ſit ipſa I.V. ſecta à media ſectione A.E.I. in Y. ita vt V.Y. dupla ſit [b] partis Y.I. Tum ducatur

a per 10. l. 5

A. I. Q. reſecans portionem A.V.Q. à tota A.B.L. & ducatur [c] tangens ε.V.ω. occurrens axi B.D. in ω. Intelligatur autem portio ſecta plano per axem, & fieri ſectionem A.B.G. notatam I. & demerſa portione in humidum ſuperficiem aquæ deſignari linea E.Z. quæ baſim non tangit. Huius autem ſectionis A.B.G. diameter

b per 5. li. de quadr. parab.

c per 33 l. 1. conic.



ſit D B. diuiſus vt antea in punctis K. & R. & demerſæ partis diameter ſit N.T. in quam rectò cadat R.X. & à qua decidat etiam πρὸς ὀρθὰς N.S. & ipſam tangens N.L. occurrat diametro B.D in L. demum diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. dupla ſit ipſius M.T. & tandem tranſeat à centro K. iuncto ambobus centris M. demerſæ partis, & E. non demerſæ vinculo lineæ E.K.M. linea K φ. tranſiens [d] per X. & proinde perpendicularis ad L.φ. & ideò ad E.Z.

d per lemm. ad 1 huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio eſt in grauitate ad humidum, ſicuti quadratũ ψ. ad quadratum B.D. hoc eſt ſicuti quadratum T.N. ad idem quadratum D.B. ſunt neceſſario T.N.& ψ. lineæ æquales, & proinde N.T. rurſus eſt æqualis[a] ipſi V.I. in prima figura. Vnde concluditur portiones A.V.Q. in prima figura,& E.N.Z. eſſe æquales. Cum itaque in æqualibus & ſimilibus portionibus A.V.Q.L. & A.N.Z.G. lineæ A.Q. & E.Z. æquales portiones auferant,ſcilicet A.Q. ab extremitate baſis, ſed E.Z. non ab extremitate,imo intacta baſe,ſequitur A.Q. ſecare B.D. diametrum minori angulo quàm E.Z. quod vt prius fecimus,[b] oſtendere facile eſt: Illi autem æqualis eſt angulus ω. tãgentis,huic verò angulus L. quoq; tãgentis: proinde angulus L. angulo ω. maior eſt, & inde conſequitur lineã L.B vel B.S. minorem eſſe quàm ω.B. vel quam B.C. primę figurę, & contra S.R. ſeu N.X. maiorem quam C.R. & ex cõſequenti maiorem linea V.Y. minore quã C.R. Vnde ſupereſt I.Y. ⅔ totius I.V. vel totius N.T. maiorem eſſe quã T.X. & proinde punctum M. eſſe inter X.& N. Perpendiculares itaque actæ per centra grauitatum M.& E. non cõuenient cum perpendiculari K.X. nec proinde ſtabit portio.

[a] per 9. l. 5.

[b] ſcilicet in demonſtratione 2. concluſionis.

Ponamus iam adeo motã eſſe vt iam ſuperficies humidi attingat baſim, vt apparet in ſchemate notato 2. Non propterea quieſcet. Nam poſitis quæ ſupra oſtenſa ſunt de æqualitate ſectionum & portionum, quoniam in portionibus æqualibus & ſimilibus A.V.Q L,& A.N.Z.G. Lineæ A.Q.& A.Z. auferunt portiones æquales, æquales angulos cum diametris B.D. continebunt. Vnde fiet vt triangulorum N.L.S,& V.ω.C. primæ figuræ, anguli ſint ad ω & L. æquales,& B,S. recta rectæ B.C. ſit æqualis: tum ex conſequenti S.R. ſeu N.X.& C.R. ſint æquales. Verùm V.Y. in prima figura minor eſt quàm C.R. quia linea ducta perpendiculariter ab R. per G. ad Y. ſecat mediam ſectionem A.B.I & proinde lineam Y.I. ita vt Y.I. maior ſit quàm T.X. Sed eſt Y.I. ⅔ totius I.V. vel totius N T: Proinde punctum M. adhuc eſt intra X.& N. nec perpendicularis acta à puncto K. per X. incidet in M. ſed aliæ erunt eæ quæ agentur per M. & E. Et proinde nondum conſiſtet portio donec reſecuerit A.Z. ſuperficies humidi tantũ baſis, vt puncta M.& X. in vnum coeant,& deinde perpendiculares, quod fuit probandum.

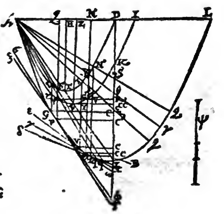
ΣΥΜΠ. Ε.

Ἐὰν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν βάρει λόγον ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ τὸ τετράγωνον φ.π. ποτὶ τὸ τετράγωνον β.δ. καθιέμενον ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, καθισταθήσεται ἐγκλινόμενον, ὥστε τὸν αὐτοῦ ἄξονα μετὰ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας γωνίαν ποιέειν τᾶς γωνίας φ. ἐλάσσονα, καὶ τὰν βάσιν οὐδέποτε τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτεσθαι, καὶ μένει ὥστε τὰν βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν μᾶλλον κατακλύζεσθαι.

CONCLVSIO V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum F.P. ad quadratum B.D. demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo vt baſis ipſius, non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita vt axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ. & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat.

ΥΠΟΘ. Tandem habeat expoſita portio ad humidum in grauitate minorem rationem quã quadratum F.P. ad quadratum B.D & demittatur in humidum obliquè, & ita vt baſis non contingat ſuperficiem humidi.



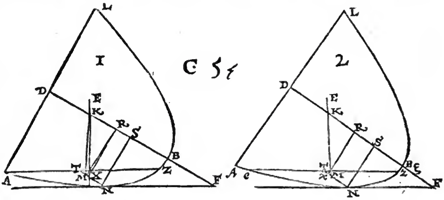
ΣΥΜΠ. Dico conſiſtere inclinatam, ita vt axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat.

ΚΑΤΑΣ. Quam rationem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat quadratum lineę

a per 10. l. 5. ψ.ad quadratum B.D vnde ψ. linea ſit a minor quam P.F. & in prima figura adaptetur linea G. ω. inter ſectiones primam & vltimam æqualis ipſi ψ. & quam ſecent primum linea G.Y. egreſſa ex ſectione media & producta vſque ad maximam. Tum in puncto γ media ſectio vt appareat G.γ. maior quã G.Y. Tũ ducatur b 6 G ς. contingens ſectionẽ in G. & occurrẽs diametro B.D. in ς. item agatur G.C. ad B.D. perpẽdicularis. Tãdem ab A. per ω. linea A.ω.q. ita vt ſint A.ω. & ω.q c æquales. Rurſus plano acto per B. D. diuidatur portio expoſita, & fiat ſectio A.Z.B.L. ſeu ea quæ notatur charactere 1. cuius axis D. B. ſuperficies humidi A.Z. tangens baſim portionis in vno puncto A. ſeceturque axis B.D. in K. & R. vt prius & diuiſa A.Z. bifariam, agatur T. N.

b mediante 33 l. 1 conic.

c per 5. & ad eam lẽmata de quad para.



axis portionis quæ eſt in humido, & à vertice N. agatur tangens b N. F. occurrens diametro B D. in F. tum N S. in axem B. D. [illegible] Diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. ſit dupla reliquæ M.T. & per k. centrum grauitatis totius, ducatur M.K.E. ad centrũ partis quæ extra humidum. Tandem ab K. ſit perpendicularis in N.T. linea R.X.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio habet ad humidum in grauitate eam rationem quã quadratum quod fit à linea ψ. ad quadratum B.D. Ea verò ratio eſt quadrati N.T. ad quadratum D.B. ſequitur N.T & G.ω eſſe ęquales, ideoque portiones A.N Z, A.G.q. eſſe pares. In his autem paribus portionibus diametri ducti ab extremitatibus baſium ad pares angulos efficiunt quoque cum diametro B.D. producto æquales angulos, ſcilicet F. & ς. Vnde ſequitur lineas ς.C. & F.S ſeu ſemiſſes B.C. & B.S. eſſe æquales, item S.R. & C.R. ſeu G.Y. & N.X eſſe pares Sed G.Y. eſt minor quam $\frac{2}{3}$ totius G.ω nempe quam G.γ. ſeu totius N T. Proinde N.X. minor quoque eſt quàm $\frac{2}{3}$ lineæ N.T. Non erit ergo X. centrum, nec M incidet in punctum X. ſed propiùs accedet ad T. Perpendicularis autem ducta à centro K. ad centrum terræ, ſeu ad tangentem F. N. ſeu ad ſuperficiem humidi, tranſit per M. Ergo aliæ perpendiculares ſecundum quas duæ partes, ea quæ in humido & ea quæ extra humidum, non conuenient cum perpendiculari totius. Motitabit ergo portio nec ſtabit in hoc ſitu. Oſtendẽdũ eſt nunc eam ipſam ſtare quando ita inclinata fuerit, vt baſis nullo modo tangat ſuperficiem aquæ, & eius axis cum ſuperficie humidi angulũ fecerit minorem angulo φ. Etenim ſi fieri poteſt, admittamus inclinari portionem, ita vt faciat ſuperficies aquæ E.Z. producta in ζ cum diametrò angulum Z ζ. B. parem angulo φ. & cætera vt priùs maneãt in figura notata numero 2. Etenim N.T. oſtendetur æqualis ipſi G.ω. Et quoniam ponitur angulus Z.ζ.B. hoc eſt angulus F. æqualis angulo P.φ.C. primæ figuræ, non erit B.F. maior quam B.φ ſeu B.S. quam B.C. nec S.R minor quàm C.R. neque N X. minor quàm P.Y. Sed P.F. cum ſit maior quam G.ω. & proinde quam N.T. ſitque P.E. ſeſquialtera P.Y. erit N.T. minor, quam ſeſquialtera ipſius N.X. & inde N.X. maior quam $\frac{2}{3}$ ipſius N.T. cumque N. M. ſit ad M.T. dupla, ſequitur M. punctum recedere à T. pluſquã X. propterea non conuenire perpendiculares ductas à centris E.k. & M. nec ideo ſtare portionem, vt oſtendendum erat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrãmate notato 1. facta inter ſectione diametri B.D. & ſuperficiei humidi A.Z. ſeu tangentis ipſi parallelæ ad angulum F. ſeu ς. punctum X. accedebat ad T. pluſquam punctum M. Hic verò poſita dicta inter ſectione B.D. cum e.Z. ad angulum φ. idem punctum X. recedit à puncto T. pluſquam centrum M. Ergo vt conueniant neceſſe eſt fieri inclinationem, ita vt ſectio fiat diametri B. D. & ſuperficiei humidi in augulo maiore quidem, quàm ſit angulus ς. vel F. ſed in minore quàm ſit angulus φ. vt vult concluſio.

Cæterum

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ.
ARCHIMEDIS OPERA EXTERNA.

PRÆFATIVNCVLA.

Mvlta nobis occurriſſent addenda libris de inſidentibus humido, quæ vel pondus humidorum, vel motum, vel librationem vel deductionem, vel elationem vel depreſſionem, vel denique naturam & proprietates aut actiones quæ circa ea exercentur, attigiſſent, niſi nos aliò alia vocaſſent, & vi officij, quod deſerere piaculum eſt & nefas, abripuiſſent. Saltem complenda fuiſſet propoſitio decima & parabolica portio demittenda in humidum ſecundum baſim, ſicuti ab Archimede per verticem, poſitiſque iiſdem hypotheſibus, quæ quinque vltimis Συμπεράσμασι præmiſſæ fuerint, eruere conſequentias, quæ nos ſcientia edocuiſſet. Verùm hoc etiam in ſecundam editionem (ſcilicet ſi res hæc cordi fuerit, & opera quantulacunque noſtra harum ſcientiarum ſtudioſis arriſerit) rejecimus, quantociùs potuimus ad exitum properantes. Attamen quocunque tandem curſu abripiamur non adnotaſſe non poſſumus (niſi velimus grauiſſimè peccare in Archimedis Manes,) aliquot veluti externa ipſius opera quorum ſola nobis memoria ſupereſt, vel à ſe vel a grauiſſimis authoribus tradita, qui antiquitus de his mentionem in ſcriptis ſuis fecerunt: quæ licet antea forſan leuiter attigerimus, expetunt tamen à nobis vt ea paulò diffuſiùs indicemus, & Authorum locos afferamus.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΦΑΝΗΣ.
DE RATIONE INVENIENDÆ MIXTIONIS auri & argenti in Corona.

VERBA VITRVVII.

Archimedis verò cum multa miranda inuenta & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia, id quod exponam videtur eſſe expreſſum nimiùm. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate,[a] rebus benè geſtis, cùm auream coronam votiuam, diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani[b] pretio locauit faciendam, & aurum ad ſacôma appendit redemptori. Is ad

A
B

tempus, opus manufactum ſubtiliter, regi approbauit, & ad ſacoma pondus
C coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſteaquam [c] indicium eſt factum, dempto auro tantumdem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe, indignatus Hiero ſe contemptum, neque inueniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, vti in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet eius rei curam, caſu venit in balneum, ibique cùm in ſolium
D [d] deſcenderet, animaduertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiliuit gaudio motus de ſolio, & nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inueniſſe quod quæreret. Nam
E currens identidem Græcè clamabat εὕρηκα εὕρηκα [e]. Tum vero ex eo inuentionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, vnam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra impleuit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cuius quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa,
F quanto minùs factum fuerat refudit, ſextario [f] menſus, vt eodem modo quo prius fuerat ad labra æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantùm ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe dimiſit, & ea exempta, eadem ratione menſura addita, inuenit ex aqua non tantùm defluxiſſe, ſed tantùm minùs, quantùm minùs magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quàm ar-
G genti. [g] Poſtea vero repleto vaſe in eadem aqua ipſa corona demiſſa, inuenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quàm in auream eodem pondere maſſam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quàm in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifeſtum furtum redemptoris.

IN VERBA VITRVVII.

ΣΧΟΛΙΑ.

A *Auctus regia poteſtate.* Non enim, Hiero ſecundus huius nominis Syracuſanorum Rex de quo hic ſermo eſt, iure natiuitatis & hæreditatis regnum adeptus fuerat; licet ex antiqui Hieronis quondam Regis & Gelonis primi ſucceſſoris, ſtirpe eſſet oriundus: ſed electione ad hoc honoris faſtigium euectus eſt, propter maximas quibus pollebat virtutes: ob quas primùm factus Prætor ab exercitu admodum juuenis, ea in ætate, tanta in eo reluxit animi magnitudo, ingeniíque ſolertia, vt omnibus gratiſſimus poſtmodum regnum fuerit conſequutus, quo potitus ſcientiis, literatiſque immanes fauores maximè Archimedi impertiuit. De eo Polybius armorum Scipionis Africani non duntaxat comes, ſed veluti ἀδωρήτης, ſic ſcribit, χρόνοις οὐ πολλοῖς ὕστερον αἱ δυνάμεις τῶν Συρακοσίων διενεχθεῖσαι πρὸς τοὺς ἐν τῇ πόλει, καὶ διατρίβουσαι περὶ τὴν Μεργάνην κατέστησαν ἐξ αὑτῶν ἄρχοντας, Ἀρτεμίδωρόν τε καὶ τὸν μετὰ ταῦτα βασιλεύσαντα τῶν Συρακοσίων Ἱέρωνα, νέον μὲν ὄντα κομιδῇ, πρὸς δέ τινα φυσικὴν βασιλικὴν καὶ πραγματικὴν οἰκονομίαν &c. Hiſtoriar. lib. 1 Porrò Hiero Rex creatus eſt anno 3. Olympiad. 123. ſcilicet Vrbis conditæ 467. ob Mamertinos fuſos fugatóſque, eorúmque duces captos. Et fortaſſis huius victoriæ pretium diis ſuis fecit votum Coronæ, de qua hic ſermo eſt.

B *Immani pretio locauit.* An immani pretio, ſeu manupretio fuerit legendum, tum σήκωμα vel ſacoma quid ſit, multi in Vitruuium ſcriptitarunt, nec id ad nos quicquam attinet, niſi interim dixerimus σήκωμα ab Hyperide referri à Iulio [a] Polluce & ἀντισηκωθῆναι dici aliquem cum leuiori parti quicquam addit ad æquilibrium. Æquipondium porro habetur diffuſiſſimè explicatum libris de æquiponderantibus, quò lectorem remittimus.

[a] lib. 4. cap. 24.

Poſt quam indicium eſt factum. Primum indicium quod fieri potuit ab oculo fuit: quia fulgor qui auro puro puto & obrizo eſt, extinguitur immixtione argenti, aliuſue metalli. Nihilominus quoniam in argento ſplendor quoque natiuus eſt, qui licet albeſcat nihilominus lucet, & radiis immixtus radiantis auri quod etiã ἀλκισμα dicitur, fallit, & niſi quãtitate abundet, vix ſolo intuitu deprehẽditur. Sed ſi fallantur oculi in corpore lucente, certiori iudicio indiciũ fit ab heraclio ſeu Lydio lapide, cui vis eſt, vt inquit Theophraſtus βασανίζει τὸν ἄργυρον (καὶ τὸν χρυσὸν) ὥσπερ ἥ τε καλουμένη λίθος ἡρακλεία καὶ ἡ λυδή. vnde & appellatur χρυσίτης. Color enim metalli lapidi impactus & ſuperficiei corporis lapidei minus ſplendidi adhærens, faciliùs diſcernitur, & mixtio clariùs apparet. Verum ſi adhuc fallitur lapis, & mixtio ea ratione temperata ſit, vt ne coticula quidem deprehendatur, ſono tentari poteſt, qui in ſingulis metallis ſingularis eſt. Sed rurſus etiam auris fallitur ſæpiſſimè, itaut aliò recurrendum fuerit; Tunc inciſione, vel fuſione, vel ſeparationis aqua vtendum eſt, quæ fit ex ſale nitro & triplo aluminis deſtillatis ſimul igne forti. Ea enim eſt huius aquæ Chryſulcę vis vt infuſum argentum reſoluat in ſe ipſam, aurũ verò inſtar pulueris in fundum vaſis remittat: itaut verſa aqua facillimè habeatur. Argentum verò diffuſum non recuperatur, niſi prius aqua in vaporem conuerſa: grauitate enim ſua & tenacitate natiua partium eſſentialium, qua obſiſtit igni, argentum non fertur in auras, ſed in imum vas recipit ſe & illic colligitur. Quidam addunt plumbum & cineritium pro indiciis auri: verum quia odorem plumbi argentum ſuſtinet, Chryſulca certior eſt. Cæterùm ex his indiciis ſolus lapis lydius potuit Hieroni vſui fuiſſe: cætera enim opus labefactaſſent, quod ſartum tectum tueri fuerat animus. Cæterùm notanda ſunt Vitruuij verba, *dempto auro tantundem argenti in id coronarium opus admixtum*, Nam vt furtum potuerit deprehendi artificio Archimedeo, neceſſe fuit dari metalla quorum mixtio facta fuerat. Etenim ex tribus metallis diuerſorum ſub eadem mole ponderum vt auri, argenti & æris, poſſibile eſt duas maſſas conficere diuerſis mixtionibus quæ fuerint tamen eiuſdem ponderis & molis: Sint v g. O. A. C. tria metalla ita inter ſe affecta, vt libra O. ſit ad libram A. mole vt 2. ad 3.: ad libram vero C. vt 2. ad 4. Si itaque libram ex O. cum libra ex A. miſcuero, efficiam molem 5. ſiue digitorum, ſiue aliarum quarumlibet menſurarum: Rurſus ſi cum libra & ſemiſſe O miſcuero ſemiſſem C. efficiam corpus 2. librarum & voluminis 5. quoque digitorum, vel aliarum expoſitarum menſurarum. Nam ſi 1. libra O. dat molem 2. digitorum: $1\frac{1}{2}$ ponderis dabit 3. molis: Tum ſi 1. ponderis C. dat 4. molis, $\frac{1}{2}$ ponderis, dabit 2. molis.

Ponderis 1.		Molis
O	2.	
A	3.	
C	4.	

Ponderis		Molis
1	O	2
1	A	3

Ponderis		Molis
$1\frac{1}{2}$	O	3
$\frac{1}{2}$	A	2

Mixtio itaque in genere metallorum cognoſci debuit vt inuentio Archimedi ſtare potuerit. Et certè aurum & argentum notat Vitruuius.

Ibique cum in ſolium deſcenderet. Ingreſſu ſolij Archimedes deprehendit modum quo prouinciam ſibi à Rege demandatam abſolueret. Etenim cùm ſolium vas eſſet quo in balneis antiqui vterentur, & in quo ſedentes lauarentur, atque ligneũ eſſet, vnico excauabatur trunco vt ſolidius eſſet (quod forſan ideo dictum eſt ſolium quaſi ſolidum, & Auguſtus Hiſpanico verbo *duretam* vocauit) Aqua verò implebatur ad labrum vſque: quæ proinde ingrediente eo qui lauandus erat, effluebat, & quidem tanta quãtitate quanta latis eſſet dimenſionibus. Ceſſiſſe quippe locum prementi & aduenienti corpori etiam didicimus ex his quæ de vectis in humido ſuperiùs dicta ſunt. Latius itaque corpus plus aquæ emittebat, exilius verò minùs? Hinc coniectura deprehendendi furti. Quippe duo ſunt quæ naturam metallorum potiſſimùm manifeſtant, pondus & color Quamuis enim omnia ſint ponderoſiſſima, quia maximè terrena, tamen quo puriora ſunt & perfectiora, ſcilicet eſſentiæ compactioris, tenacioris & humidi magis ignei, grauiora ſunt: Aurum proinde quod omnium puriſſimum eſt & minimùm ſolubile, vtque humidiſſimum, ſic maximè diducibile cæterorum eſt, & mole ponderoſiſſimum vt inde manifeſtum fiat, ſi duæ maſſæ offerantur paris ponderis, illa auri, hæc argenti, auream minori mole eſſe breuioribúſque dimenſionibus: itaut cum alternatim dimittentur, in plenum vas, minùs ex aurea diffundatur aquæ, quàm ex argentea.

C

Libro de lapidibus ferè initio.

D

Suetonius in Auguſto

E *Tum verò ex eo inuentionis ingreſſu.* Hinc Plutarchus elegantiſſimè oſtendit quanta voluptate veritatis ſtudium ἢ τῆς ἀληθείας ἀτεία, exuperet corpoream ingluuiem. Inter alia enim exempla delectationum quas profert ſcientiæ & ſapientiæ aſſidua perquiſitio, Archimedem in medium adducit, & ait καὶ Ἀρχιμήδης (ὥς φασιν) ἐκ τῆς ὑπερχύσεως ἐννοήσας τὴν τοῦ στεφάνου μέτρησιν οἷον ἔκ τινος κατοχῆς ἢ ἐπιπνοίας ἐξήλατο βοῶν εὕρηκα. καὶ τοῦτο πολλάκις φθεγγόμενος ἐβάδιζεν, οὐδενὸς δ' ἀκηκόαμεν ὑπὸ γαστριμαργίας περιπαθῶς, βέβρωκα βοῶντος ὑπερφυῶς, πεφίληκα.

Plutarc. ὅτι οὐδὲ ζῆν ἔστιν ἡδέως κατ' Ἐπίκουρον.

F *Sextario menſus.* An ſextario menſus fuerit Archimedes refuſam aquam, an alia menſura liquidorum, nihil intereſt, dummodo quantitatem ipſius ritè & apprimè cognouerit. Et quidem nihil cenſerem in hac ſcrupuloſiſſima menſuratione commodiùs & exquiſitiùs, pondere & bilance. Nec enim moles æquè numeris conuenit ac pondus & vt menſuras quæ mole conſtant, vt ſextarius apud Romanos, Congius, vrna, Amphora, culleare, vel infra ſextarium hemina ſeu Cotyla: Quartarius, Acetabulum, Cyathus & huiuſmodi, niſi reuocētur ad librā libræq; partes, non bene cognoſcuntur.

G *Poſtea verò repleto vaſe.* Omnis itaque ars deprehendendi furti Archimedi fuit, à proportione effuſarum aquarum ſcrupuloſiſſime obſeruata. Quippe maſſa argenti plus aquæ effudit ex vaſe, quam aurea paris ponderis: Corona vero vtriuſque naturæ particeps & æqui rurſus ponderis, minùs quàm argentea, plus vero quàm aurea, & quidem ea ratione qua mixtionem fecerat χρυσοχόος. Vt vero experiamur artem, ponamus effuſam ab auro aquam eſſe O. & ab argento A. itaut moles auri ad molem argenti ſe habeat vt O. ad A. Vt vero A. ad C. ita ſit moles argēti ad molem Coronæ. Exceſſus vero A. ſuper O. ſit B. eiuſdem A. ſuper C. ſit D. Demum ipſius O. ſuper C. ſit E. Et quoniam Corona item maſſa quæque, alicuius eſt ponderis: Dedit enim Hiero aurum ad Sacoma. Ponatur pondus illud eſſe F. in numero noto, qui diuidatur per B. & cōſtituat G. Tum G. ducatur in D. & fiat H. Demum idem G. multiplicetur per E. & producatur, K. Tandem diuidatur F. bifariam in ratione H. ad K. Etenim quod contigerit à latere K. nēpe Q, pars erit auri; quod vero ſucceſſerit ipſi H. erit pars argenti mixti Coronæ quæ quærebatur. Pluribus hanc artem perſequi locus fortaſſe requireret: ſed quia mēs eſt hæc exotica ſummis duntaxat digitis nunc attingere, eadem ſi Deus dederit aliquando luculentiùs explanaturi, & rem indicaſſe ſufficiet, & lectorem interim remittere ad innumeros penè harum ſcientiarum artifices, qui difficultatem hanc ſoluerunt, maximè ad Gheraldum Patricium Rhaguſinum, qui paucis ab hinc annis hac in parte Archimedem plurimum & doctiſſimè promouit.

O 3.
B $1\frac{1}{2}$
A $4\frac{1}{2}$
E $\frac{1}{4}$ F 5. G $3\frac{1}{3}$
D $\frac{1}{4}$
C $3\frac{1}{4}$
H $4\frac{1}{6}$ P $4\frac{1}{6}$
K $\frac{5}{6}$ Q $\frac{5}{6}$

Ex maſſis autem auri & argenti etiam inæqualibus inter ſe & coronæ potuit Archimedes rationes molium vtriuſque metalli deprehēdere. Quamuis enim corona 8. fuiſſet pondo, ſed auri duntaxat copia ponderis vnius libræ, ex effuſa ab auro aqua collegiſſet effundendam aquam ab octuplo auri. Idem cenſendum de argento. Cæterùm ſicuti diuerſa moles auri & argenti etiam ſenſibus perceptibilis ex illa effuſa aqua, conſequitur idem pondus in vtroque metallo; vice verſa eandem molem ſequitur diuerſum pondus, itaut non minori facilitate ex diuerſis ponderibus corporum ſimilis molis, mixtio deprehendi poſſit, quàm ex diuerſis molis æqualis ponderibus: Et eſt eadem ars. Sit mixta auro & argento quædam figura pōderis A. cui proplaſtica arte fundātur duæ aliæ mole æquales, vna aurea grauitatis B., altera argentea pondo C.: exceſſus vero B. & C. ſit D. tum C. & A. ſit E. Demū A. & B. ſit F. ſupponatur autem A. quātitatis G. diuidātque ipſum G. exceſſus D. & fiat M. Tum M. multiplicet E. & fiat O., deinde F. fiatquè P. Etenim A. cōponetur auro & argento ſecundum rationem O. ad P. eritque in A. auri, Q. argenti R. Notatis itaque diligentiſſimè ponderū metallorum differentiis, non tantum duorū ſed etiam plurium ſimul mixtorū quantitas ſingularis arte deprehendetur, potiſſimum ſi appendantur in aqua in qua motus grauius fit lentior & perceptibilior; & rationes ponderū & molium

B 5
D $1\frac{2}{3}$
C $3\frac{1}{3}$ F 1. G 10. M $6\frac{2}{3}$
E $\frac{2}{3}$
A 4
O $3\frac{1}{3}$. Q. $1\frac{1}{3}$
P $6\frac{2}{3}$ R $2\frac{2}{3}$

dignoſcantur. Monebimus interim videri fuiſſe Archimedi perdifficile, ita ad vnguem colligere effuſas aquas, vt rationes metallorum ad amuſſim ſeruari poſſent: nec enim plenitudo vaſis ſtatim oculis percipitur, tum effuſio vbi deſinat vix quoque ſentitur. Cenſerem itaque illi fuiſſe conducibilius, vaſi primum corpora demiſiſſe, tum aquam infudiſſe quoad vas fuiſſet pleniſſimum. Ex differentiis etenim plenitudinum aut exceptarum cum maſſis & Corona differenter aquarum, de quantitate mixtionis certius tuliſſet indicium.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΚΟΧΛΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Negotium humidi, & aquarum conuenientiſſimè ſequetur Machina Archimedea, quam Κοχλίαν appellauit Diodorus Siculus, Κοχλίον Athenæus, qui & inuentionibus, & officiis diſtinguit inter Helicen & Cochlion binas machinas quas Archimedi tribuit, alteram ponderibus trahendis & omnino mouendis propriam; alteram ad aquas exhauriendas maximè aptam. De Helice poſtea, de Cochlio verò hæc habet.

Athenæus περὶ τοῦ Κοχλίου.

Ἡ δὲ ἀντλία καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι᾽ ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ Κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Sentina porro, licet profundiſſima, ab vno homine exhauriebatur Cochlio, quod Archimedis inuentum fuit. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Athenæo ſermo eſt de ſtupendo illo Nauigio quod Hiero iuſſit confici opera trecentorum hominum præter adminiſtros, ſpatio anni vnius (τριακοσίων ὄντων τῶν τὴν ὕλην ἐργαζομένων τεχνιτῶν χωρὶς τῶν ὑπηρετούντων) & cuius fabricæ Ἀρχιμήδης ἦν ait) ὁ μηχανίτης ἐπόπτης, ſed Moſchion deſcriptor libro ſingulari, ex quo idem Athenæus exſcripſit totam non ſolum contignationem, ſed omnia ædificij ornamenta, quæ apud eum legi poſſunt. Cæterùm adeo immane erat onus, vt in ipſius dimidia parte in mare detrahenda cum eſſet πηχὶ (ait) ξύλοις, Archimedes ſolus eam deduxit. Sed ſentina non potuit non eſſe capax multæ aquæ, & tamen licet profundiſſima eſſet, ab vnico homine exhauriebatur, beneficio Cochlij inuenti ab Archimede, quo non tantum vſi ſunt Syracuſani, ſed & ipſi etiam Ægyptij, & poſt ipſos Iberi, & tandem Hiſpani, authore Diodoro.

Diodorus περὶ τοῦ Κοχλίου τοῦ Ἀρχιμήδους.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον. ἀπορρύτους γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις Κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Et quod eſt præ omnibus incredibile: illos aquarum effluxus exhauriunt Cochleis, quæ dicuntur Ægyptia, quæ Archimedes Syracuſius inuenit, quando in Ægyptum ſe contulit. Per hæc ergo continua ſucceſſione, aquam

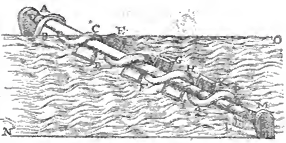
ad oſtium vſque promouentes fodinæ locum exſiccant, aptúmque ad operis ſui tractationem præparant. Cùm enim hoc inſtrumentum ſit ingenioſius quàm fuerit credibile facile, hac mirabili induſtria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad ſuperficiem vſque effunditur. Mirabitur vero iure meritiſſimo quis, ingenium artificis, non ſolùm in his Cochleis, ſed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus ſpeciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Bibliotheca lib.5.*

διαδοχῆς παραδιδόντες μεχεὶ τοῦ στομίου τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζοισιν εὔτεχνον πρὸς τὴν τῆς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ᾽ ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ᾽ ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥαδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ᾽ ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην. περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Diodorus multa paucis comprehendit: Archimedis peregrinationes tangit, ingenium patefacit, Cochlij formam & effectus indicat, tum vſum inſtrumentorum Archimedeorum plurimis Orbis locis receptum cum admiratione induſtriæ qua conſtabant, teſtatur. Equidem vt mira fuit Archimedes perſpicacia mentis, ingenióque diuino, ſic incredibili diſcendi cupiditate, docendíque charitate fuit. Cupidus ſciendi ad Ægyptios ſe contulit, fortaſſis ad alias quoque Aſiæ & Africæ gentes, quarum fama ſcientiarum nomine, omnem Europam peruagata fuerat: ſcilicet hoc fecit exemplo Pythagoræ, Platonis, antiquorumque omnium Grçcorũ, qui tempora Archimedis præceſſerant, quique propter illinc exportatas artes, immortalem ſibi gloriam comparauerant. Sed Archimedes non capiebat, quin identidem porrigeret, & ſua induſtria quod diſcebat, perſolueret. Præter alia ergo plurima quæ credibile eſt Archimedem contuliſſe Ægyptiis Mathematicarum cupidiſſimis, hæc Cochlia eſt, quæ miro illis vſui fuit. Cùm enim Nilus peruadit Ægyptum, lacunas vbique replet, quæ recedente fluuio, ſtagnantes manent cum magno incolarum diſpendio, niſi inſtrumentorum copia adfuerit quibus aquam in profluuios dimanent, locáque exſiccent. His ergo lacunis vacuandis, non toti Ægypto deſiccandæ (vt quidam malè putauit) hoc organum inſeruiit. Iberi poſtea idem receperunt ab Ægyptiis, & in Hiſpaniam detulerunt cum arte metallica, & tandem omnibus Nationibus in communem vſum collatum eſt. Vſus vero, imo inſtrumenti forma, ex duobus Diodori verbis colligitur. Ait enim, ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Etenim ſi à fundo ad ſupremam loci ſuperficiem, aqua deferretur hac Cochlia, ſupereſt ea fabrefactam arte fuiſſe, vt aqua motu circulari paulatim ſuperiùs aſcenderet: quod non potuit aliter quàm circumuoluto quodam canali circa axem inſtrumenti, ex cuius reuolutione nomen etiam Κοχλίας vel Κοχλὶς accepiſſet. Porro antiquæ χαφίδος ne veſtigia quidem organi ſuperſunt: & fuit denuò excogitanda, vt hinc aliquid vtilitatis caperemus. Qui ſolertiùs hac in parte laborarunt, tale σχῆμα cùm ex officio tum ex nomine commenti ſunt. Sit fluuius

Cardanus de ſubtil. Diodor. ibidem.



quidam, lacus, palus, ſentina, aut quid ſimile vacuandum aquis N O. ſumatur tignum A. M. teres ad circinum, quo latiori craſſitudinis diametro, eo fuerit accommodatius. Circa ipſum canalis, ſi viſum fuerit, æneus in ſpiram obducatur B. C. H. L. qui vt longior, ſic complicatior eſt, & ſinuoſior, proptereáque dum machina ſuper polis extremitatum A. & M. agitatur effluente alueo ac fluxu proripiente pinnacidia D. E. F. G. I. K. aqua ingreſſa per L. faciliùs defertur per gyros ſpiræ ad exitum in B. Etenim quæ primo erant elatiores machinæ partes, rotatione fiunt depreſſiores, & Helices Meandri à ſummo ad imum rectiores, itaut aqua ſuo pondere celeriùs decidens majori vi in ſinus proximos deferatur, & tandem ſucceſſione ſummi & imi partium conuolutarum perueniat foras. Commoditas itaque Cochlij pendet cum à lõgitudine canalis in ſpiralem contorti, tum ab obliquitate cylindri A. M. Quò etenim obliquius conſtituetur machinæ corpus ad ſuperficiem humidi, & canalis circumuolutior erit circa cylindrum, eò leuiori opera ſurſum aqua euehetur. Quod ſi applicetur Cochlium iſtud ad idē opus ad quod primum Archimedes ipſum inuenit, ſcilicet ad repurgandam nauigij ſentinam, vt Athenæus refert, vel ad deſiccandos lacus, & educendas aquas è profundioribus locis quibus ſubſtitiſſent, inutilia eſſent pinnacidia, nec profluente aqua agitaretur machina. Tunc vero addita rota in parte elatiori vt in A. facillimè iumenti opera in vſum reduceretur vel etiam hominis, quod notat Athenæus δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο (inquit.) Sed tunc capiti rotæ inſigerentur ſtyli ferrei vel lignei in orbem, quibus vel calcante pedibus homine, vel manibus attrahente fierent verſationes. Cæterùm Vitruuius artem non componendi ſolum Cochlij, ſed ad vſum diſponendi, aperuit. *Cap. 11. li. 10. Archit.* Vult itaque cylindri exactè rotundi capita diuidi in quadrantes vel in octantes, vel ad libellam lineas duci rectas à capite ad caput, punctis ad amuſſim oppoſitis: tum lineas longitudinis diuidi æqualibus ſpatiis, iis quibus in latitudinem diſtant: itaut in rotundatione & in longitudine paria interſtitia fiant, notata punctis ſuper omnibus lineis in longitudinem æquidiſtanter protractis, ſumi tandem jubet ſaligneam tenuem aut de vitice, id eſt amerina ſalice regulam: (ego cartacea vterer) eáque addita in primo puncto vnius linearum, obliquè deduci (hæc ſaltem videtur eſſe mens ipſius) ad ſecundum punctum ſequentis, & deinde ad tertium tertiæ, ac ita conſequenter vſque ad octauum, octauæ & vltimæ lineæ, *vt eo modo* (inquit) *quantum progreditur obliquè per ſpatium, & per octo puncta, tantumdem in longitudine procedat ad octauum punctum. Eadem ratione per omne ſpatium longitudinis & rotũditatis ſingulis decuſſationibus obliquè fixæ regulæ per octo craßitudinis diuiſiones inuolutos facit canales & iuſtam Cochleæ naturalémque imitationem.* Crederem tamen non requiri tam exactam diuiſionis æqualitatem ſecundum longitudinem & latitudinem: ſed quò ſtrictiores fient diuiſiones in longitudinem, & ſpira obliquior circa tignum, commodiùs aquam efferri. Erectionem autem machinæ ad inclinationem ſic cenſet collocandum, *vt ſicut Pythagoricum trigonum orthogonium deſcribitur, ſic id habeat reſponſum: id eſt vti diuidatur longitudo in partes quinque earum trium extollatur caput Cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius partes quatuor.* Senſus eſt; ſumatur trigonum Pythagoricum orthogonium ſcilicet cuius cathetus ſit 3. baſis 4. hypotenuſa 5. & ponatur obliquitas machinæ veluti angulus B. C. A. in ſuperiori figura æqualis angulo baſis & hypotenuſæ, in dicto triangulo. Etenim ſi maior obliquitas fuerit, vix fiet vt aqua vorſuris & ſpiris canalis deferatur. Propterea quando in altiora loca aqua deferenda eſt, habendum eſt organum plurimis compoſitum Cochleis, quarum aliæ aliis aquam ſuggerentes, eam altiſſimè porrigant. Sed totam machinam eo artificio conſtare oportet vt vnico tigno perpendiculariter erecto, capita omnium inſigantur, eóque conuoluto omnes ſimul cochleæ reuoluantur. Talem retulit ac deformauit Cardanus Auguſtalem lib. 1. ſubtilitatis.

DE HELICA ARCHIMEDIS.

Abſolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iuſſit, & tantiſper dum fluctibus maderet, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima eſſet ambiguitas, Archimedes machinarius eam ſolus demiſit paucis inſtrumentis. Cùm enim præparaſſet helicem machinam, tam ſtupendum nauigium in mare detruſit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum eſt Helix. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν, *lib*. 5.

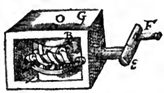
ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθέλκειν προσετέτακτο τὴν λοιπὴν κατασκευὴν, ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ· ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc ἑλικὸν inſtrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dicere certò poteſt, cùm figuræ Archimedeæ non ſuperſint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuiſſe machinam ab ea quam vulgus Cochleam ſeu Helicen infinitam vocat, cuius vires immenſæ ſunt. Hac enim etſi admodum ſimplici, ſolui poteſt, ſi quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propoſitum, τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium poſſit quantarumcunque propoſitarum confici, nec ſit conſtituendæ potentiæ ipſius vllus definitus terminus. Conſtat vero duabus partibus rota, nempe & cylindro, vt appoſito diagrammate videre eſt: in quo A. B. rota eſt dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capſula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, eſt G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur eſt E. F. Cæterùm partes ipſius, & partium rationes vel officia diligentiùs adſcribere, rei tritæ & omnium operariorum manibus verſatæ communis vſus non permittit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis ſcripſerunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiuſmodi corollis antea opere ſingulari egit Archimedes. Cæterùm ſi hac helice ſoluatur hoc problema, vt certè faciliùs poteſt quàm Βαρουλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum ſcilicet, nec axis in peritrochio, nec vecte, nec polyſpaſto, nec cuneo: dicenda fuerit quadrageſimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadrageſimo datum pondus data potentia mouiſſe, ſcribunt antiqui.



Collect. Math. lib. 8. prop. 10.

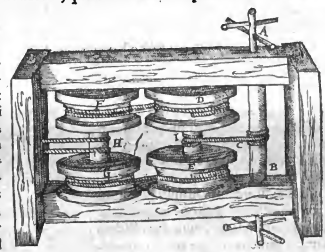
ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Ioannes Zetzes, Chilliad. 2. hiſtor. 35.

Ὅστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,	Qui fabricatus eſt multas mechanicas vires.
Καὶ τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,	Et Triſpato machina manu læua ſoláque,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.	Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Triſpatum ſeu vt alij habent Triſpaſtum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuiſſe maximas adſeuerant omnes cum authore hoc noſtro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxiſſe vel extuliſſe ſola manu ſiniſtra & quidem leui opera, perhibet. Polyſpaſti quidem meminit Pappus, adpingitque & deſcribit, ſed ſolius Triſpaſti rationem non dedit. vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribaſius tamen opere, quod conſcripſit de machinis medicis, Triſpaſtum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuiſſe ait vel Apellidis vel Archimedis. Figuram autem hanc quam profert, vix cenſetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota, funiſque C. circa ipſam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani conuoluuntur D. E. tum G. F. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum ſic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter ſuculæ A B. minor ſit quam tympanorum D. E. vel G. F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor eſt moto, vt ars machinalis docet. Ea fortaſſe cauſa fuit, cur Ariſtion ſuccenſuit patri Paſicrati (qui primus inſtrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam inſtrumenti ſtructuram. Verba aliqua Oribaſij placuit ex manuſcripto regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, ſed accommodatum medicis operationibus inſtrumentum detegatur. Multa quidem dicit, ſed hæc magis ad rem.



VERBA ORIBASII.

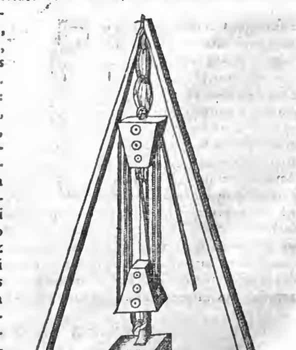
Ἀριστίων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους υἱὸς ὑπήντησε τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιΐᾳ, οὐκ ἐν	Ariſtion vero filius Paſicratis modeſtè occurrit Patri, ignoranti antiquam inſtrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi ſtructura, non in cauita-

tes laterum mouebantur, ſed in anſis affixis lateribus cauitates ſpirales habentibus; ſicuti videre eſt in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex conſtitutione mouent; neque vero rotæ concauæ ſunt, ſed ſupereminentes. Cum igitur mortariolis circa anſas moueantur, & rotæ ſupereminent, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Triſpaſtum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Iſta vero hucuſque credibilia ſunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ περὶ κνώδακας προσηλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἔχοντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ἔστι θεάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὴν κατασκευὴν ῥᾳδίως στρεφομένων· οὐδὲ μὴν οἱ τροχοὶ κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ' ὑπερέχοντες· ἐπεὶ περ οὖν ὀλμίσκοις περὶ κνώδακας κινοῦνται, καὶ οἱ τροχοὶ εἰσι μετέωροι, εὐχερέστατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χειρὶ ἕλκηται ὁ κάλως. διὰ γὰρ αὐτὸ τοῦτο καὶ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ ἐνεργοῦντες κάλοι εἷς μὲν ἐκτὸς δύο δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ἄχρι τούτου πιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Ariſtion arguerit Patrem Piſicratem erroris in deſcribendo Archimedis Triſpaſto quia axes rotarũ mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec anſas ſeu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit. non magnopere hinc æſtimandus eſt: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores ſunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, fitque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iiſdem ſemper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Triſpaſti ortum eſſe vult, ſunt quidem in illo ſupra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati ſunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G exeunt deinde in axem H. vt tãdem ipſis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos ſeu interiores, quia in axẽ H. reuoluuntur circa ipſũ, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clariſſimè oſtenditur. Quod autem triplex iſte funis Triſpaſtum formauerit, non potiùs tria virium inſtrumenti organa vt Cochleæ aut Trochleæ, non mihi perſuadeo, cenſeoque Triſpaſtum Archimedis



inſtrumentũ fuiſſe petitum ex Polyſpaſto, compoſitúmq; ex tribus Cochleis ſuperioribus & tribus inferioribus, vt hoc ſchemate videre eſt, cuius vſus adeo frequens eſt, vt offerri ſolummodo ſufficiat. Non eſt tamen credendum hoc ſolo inſtrumento, cuius vires definiuntur, tanta pondera attrahi aut efferri poſſe, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus ſolis trochleis vires hominis ſextuplicantur, hoc eſt, vnus homo effert aut attrahit tantum ſolus, quantùm ſex homines abſque inſtrumento: vt ſi communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Triſpaſto gereret aut moueret 1200. quæ multum diſtant à pondere 7000. modiorum: quæ propterea ſi Triſpaſto eſſent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplicari poſſent, aut addenda Ergata cum Chelonis vel Helice ſeu Cochlea, vel aliquod ſimile inſtrumentum, quo Triſpaſti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου, ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

DE ARCHIMEDIS inuentis aduerſus omnes Marcelli & Appij machinas in obſidione Syracuſarum.

VERBA POLYBII.

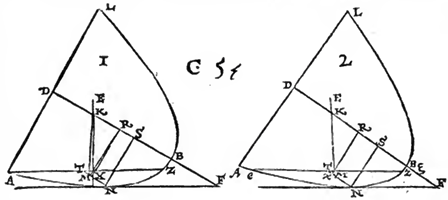
Ὁ δὲ προειρημένος ἀνήρ, (Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς [b] διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. ὅτε δὲ ταῦτα ὑπερπετῆ γίνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπήν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος, ἠναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκοις ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de A
quo antè diximus, tormentis ad
quoduis interuallum mittendi te-
la præparatis, intentioribus qui-
dem & maioribus quà balliſtis B
quà catapultis procul inuadentes
Romanos vulnerans, eò difficul-
tatum adigebat, vt quò ſe ver-
terent, neſcirent. vbi verò hæc
tormenta vltra hoſtem tela mit-
tere cœperunt, minoribus pro ra-
tione præſentis interualli ſubin-
de vtens, vſque adeo Romanum
confudit, vt impetum illius at-
que inuaſionem penitus impedi-
ret. ad extremum M. Marcellus his
difficultatibus circumuentus, clàm
ſilentio noctis naues propius ad-
mouere eſt coactus. quæ poſtquam
intra teli iactum terræ appropin-
quaſſent, alium rurſus apparatum
aduerſus eos qui è nauibus dimica-
bant, idem vir præſtruxerat. mu-
rum crebris cauis ad humanæ ſta-
turæ modum: ſed quæ extrinſecus
palmares eſſent, aperuit. ibi ſagit-
tariis ac ſcorpiunculis ab interiore C

a per 10.l.5. ψ.ad quadratum B.D. vnde ψ. linea ſit a minor quam P.F. & in prima figura adaptetur linea G. ω. inter ſectiones primam & vltimam æqualis ipſi ψ. & quam ſecent primum linea G.Y. egreſſa ex ſectione media & producta vſque ad maximam. Tum in puncto γ media ſectio vt appareat G.γ. maior quã G.Y. Tũ ducatur b 6 G ς. contingens ſectionẽ in G. & occurrẽs diametro B.D. in ς. item agatur G.C. ad B.D. perpẽdicularis. Tãdem ab A. per ω. linea A.ω.q. ita vt ſint A.ω. & ω.q c æquales. Rurſus plano acto per B.D. diuidatur portio expoſita, & fiat ſectio A.Z.B.L. ſeu ea quæ notatur charactere 1. cuius axis D.B. ſuperficies humidi A.Z. tangens baſim portionis in vno puncto A. ſeceturque axis B.D. in K. & R. vt prius & diuiſa A.Z. biſariam, agatur T.N.

b mediante 33 l.1 conic.

c per 5. & ad eam lẽmata de quad para.



axis portionis quæ eſt in humido, & à vertice N. agatur tangens b N.F. occurrens diametro B.D. in F. tum N.S. in axem B.D. κάθετος. Diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. ſit dupla reliquæ M.T. & per k. centrum grauitatis totius. ducatur M.K.E. ad centrũ partis quæ extra humidum. Tandem ab K. ſit perpendicularis in N.T. linea R.X.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio habet ad humidum in grauitate eam rationem quã quadratum quod ſit à linea ψ. ad quadratum B.D. Ea verò ratio eſt quadrati N.T. ad quadratum D.B. ſequitur N.T. & G.ω eſſe ęquales, ideoque portiones A.N Z, A.G.q. eſſe pares. In his autem paribus portionibus diametri ducti ab extremitatibus baſium ad pares angulos efficiunt quoque cum diametro B.D. producto æquales angulos, ſcilicet F. & ς. Vnde ſequitur lineas ς.C. & F.S ſeu ſemiſſes B.C. & B.S. eſſe æquales, item S.R. & C.R. ſeu G.Y. & N.X. eſſe pares Sed G.Y. eſt minor quam $\frac{2}{3}$ totius G.ω nempe quam G.γ. ſeu totius N T. Proinde N.X. minor quoque eſt quàm $\frac{2}{3}$ lineæ N.T. Non erit ergo X. centrum, nec M incidet in punctum X. ſed propiùs accedet ad T. Perpendicularis autem ducta à centro K. ad centrum terræ, ſeu ad tangentem F. N. ſeu ad ſuperficiem humidi, tranſit per M. Ergo aliæ perpendiculares ſecundum quas duæ partes, ea quæ in humido & ea quæ extra humidum, non conuenient cum perpendiculari totius. Motitabit ergo portio nec ſtabit in hoc ſitu. Oſtendẽdũ eſt nunc eam ipſam ſtare quando ita inclinata fuerit, vt baſis nullo modo tangat ſuperficiem aquæ, & eius axis cum ſuperficie humidi angulũ fecerit minorem angulo φ. Etenim ſi fieri poteſt, admittamus inclinari portionem, ita vt faciat ſuperficies aquæ E.Z. producta in ζ cum diametro angulum Z.ζ.B. parem angulo φ. & cætera vt priùs maneãt in figura notata numero 2. Etenim N.T. oſtendetur æqualis ipſi G.ω. Et quoniam ponitur angulus Z.ζ.B. hoc eſt angulus F. æqualis angulo P.φ.C. primæ figuræ, non erit B.F. maior quam B.φ. ſeu B.S. quam B.C. nec S.R minor quàm C.R. neque N X. minor quàm P.Y. Sed P.F. cum ſit maior quam G.ω. & proinde quam N.T. ſitque P.E. ſeſquialtera P.Y. erit N.T. minor, quam ſeſquialtera ipſius N.X. & inde N.X. maior quam $\frac{2}{3}$ ipſius N.T. cumque N.M. ſit ad M.T. dupla, ſequitur M. punctum recedere à T. pluſquã X. propterea non conuenire perpendiculares ductas à centris E.k. & M. nec ideo ſtare portionem, vt oſtendendum erat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrãmate notato 1. facta inter ſectione diametri B.D. & ſuperficiei humidi A.Z. ſeu tangentis ipſi parallelæ ad angulum F. ſeu ς. punctum X. accedebat ad T. pluſquam punctum M. Hic verò poſita dicta inter ſectione B.D. cum e.Z. ad angulum φ. idem punctum X. recedit à puncto T. pluſquam centrum M. Ergo vt conueniant neceſſe eſt fieri inclinationem, ita vt ſectio fiat diametri B.D. & ſuperficiei humidi in angulo maiore quidem, quàm ſit angulus ς. vel F. ſed in minore quàm ſit angulus φ. vt vult concluſio.

Cæterum

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ.
ARCHIMEDIS OPERA
EXTERNA.

PRÆFATIVNCVLA.

MVLTA nobis occurriſſent addenda libris de inſidentibus humido, quæ vel pondus humidorum, vel motum, vel librationem vel deductionem, vel elationem vel depreſsionem, vel denique naturam & proprietates aut actiones quæ circa ea exercentur, attigiſſent, niſi nos aliò alia vocaſſent, & vi officij, quod deſerere piaculum eſt & nefas, abripuiſſent. Saltem complenda fuiſſet propoſitio decima & parabolica portio demittenda in humidum ſecundum baſim, ſicuti ab Archimede per verticem, poſitiſque iiſdem hypotheſibus, quæ quinque vltimis Συμπεράσμασι præmiſſæ fuerint, eruere conſequentias, quæ nos ſcientia edocuiſſet. Verùm hoc etiam in ſecundam editionem (ſcilicet ſi res hæc cordi fuerit, & opera quantulacunque noſtra harum ſcientiarum ſtudioſis arriſerit) rejecimus, quantociùs potuimus ad exitum properantes. Attamen quocunque tandem curſu abripiamur non adnotaſſe non poſſumus (niſi velimus grauiſsimè peccare in Archimedis Manes,) aliquot veluti externa ipſius opera quorum ſola nobis memoria ſupereſt, vel à ſe vel à grauiſsimis authoribus tradita, qui antiquitus de his mentionem in ſcriptis ſuis fecerunt: quæ licet antea forſan leuiter attigerimus, expetunt tamen à nobis vt ea paulò diffuſiùs indicemus, & Authorum locos afferamus.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΦΑΝΗΣ.
DE RATIONE INVENIENDÆ MIXTIONIS auri & argenti in Corona.

VERBA VITRVVII.

ARCHIMEDIS verò cum multa miranda inuenta & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia, id quod exponam videtur eſſe expreſſum nimiùm. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate, [a] rebus benè geſtis, cùm auream coronam votiuam, diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani [b] A
pretio locauit faciendam, & aurum ad ſacôma appendit redemptori. Is ad B

tempus, opus manufactum ſubtiliter, regi approbauit, & ad ſacoma pondus
C coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſteaquam [c] indicium eſt factum, dempto auro tantumdem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe, indignatus Hiero ſe contemptum, neque inueniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, vti in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet eius rei curam, caſu venit in balneum, ibique cùm in ſolium
D [d] deſcenderet, animaduertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiliuit gaudio motus de ſolio, & nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inueniſſe quod quæreret. Nam
E currens identidem Græcè clamabat εὕρηκα εὕρηκα [e]. Tum vero ex eo inuentionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, vnam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra impleuit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cuius quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa,
F quanto minus factum fuerat refudit, ſextario [f] menſus, vt eodem modo quo prius fuerat ad labra æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantùm ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe dimiſit, & ea exempta, eadem ratione menſura addita, inuenit ex aqua non tantùm defluxiſſe, ſed tantùm minùs, quantùm minùs magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quàm ar-
G genti. [g] Poſtea vero repleto vaſe in eadem aqua ipſa corona demiſſa, inuenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quàm in auream eodem pondere maſſam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quàm in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifeſtum furtum redemptoris.

IN VERBA VITRVVII.

ΣΧΟΛΙΑ.

A *Auctus regia poteſtate.* Non enim, Hiero ſecundus huius nominis Syracuſanorum Rex de quo hic ſermo eſt, iure natiuitatis & hæreditatis regnum adeptus fuerat; licet ex antiqui Hieronis quondam Regis & Gelonis primi ſucceſſoris, ſtirpe eſſet oriundus: ſed electione ad hoc honoris faſtigium euectus eſt, propter maximas quibus pollebat virtutes: ob quas primùm factus Prætor ab exercitu admodum iuuenis, ea in ætate, tanta in eo reluxit animi magnitudo, ingeniique ſolertia, vt omnibus gratiſſimus poſtmodum regnum fuerit conſequutus, quo potitus ſcientiis, literatiſque immanes fauores maximè Archimedi impertiuit. De eo Polybius armorum Scipionis Africani non duntaxat comes, ſed veluti ἀδωρήτης, ſic ſcribit, χρόνοις ὕστερον αἱ δυνάμεις τῶν Συρακυσίων διενεχθεῖσαι πρὸς τοὺς ἐν τῇ πόλει, καὶ διατρίβουσαι περὶ τὴν Μεργάνην κατέστησαν ἐξ αὑτῶν ἄρχοντας, Ἀρτεμίδωρόν τε καὶ τὸν μετὰ ταῦτα βασιλεύσαντα τῶν Συρακυσίων Ἱέρωνα, νέον μὲν ὄντα κομιδῇ, πρὸς δέ τινα φύσιν εὐφυῆ βασιλικῆς καὶ πραγματικῆς οἰκονομίας &c. Hiſtoriar. lib. 1 Porrò Hiero Rex creatus eſt anno 3. Olympiad. 123. ſcilicet Vrbis conditæ 467. ob Mamertinos fuſos fugatóſque, eorúmque duces captos. Et fortaſſis huius victoriæ pretium diis ſuis fecit votum Coronæ, de qua hic ſermo eſt.
B *Immani pretio locauit.* An immani pretio, ſeu manupretio fuerit legendum, tum σήκωμα vel ſacoma quid ſit, multi in Vitruuium ſcriptitarunt, nec id ad nos quicquam attinet. nisi interim dixerimus σήκωμα ab Hyperide referri à Iulio [a] Polluce & ἀντισηκῶσαι dici aliquem cum leuiori parti quicquam addit ad æquilibrium. Æquipondium porro habetur diffuſiſſimè explicatum libris de æquiponderantibus, quò lectorem remittimus.

[a] lib. 4. cap. 24.

Poſtquam indicium eſt factum. Primum indicium quod fieri potuit ab oculo fuit : quia fulgor qui auro puro puto & obrizo eſt, extinguitur immixtione argenti, aliuſue metalli. Nihilominus quoniam in argento ſplendor quoque natiuus eſt, qui licet albeſcat nihilominus lucet, & radiis immixtus radiantis auri quod etiã ἄλυγμα dicitur, fallit, & niſi quãtitate abundet, vix ſolo intuitu deprehẽditur. Sed ſi fallantur oculi in corpore lucente, certiori iudicio indiciũ fit ab heraclio ſeu Lydio lapide, cui vis eſt, vt inquit Theophraſtus βασανίζει τὸν ἄργυρον (καὶ τὸν χρυσὸν) ὥσπερ ἡ καλουμένη λίθος ἡρακλεία καὶ ἡ λυδή. vnde & appellatur χρυσῖτις. Color enim metalli lapidi impactus & ſuperficiei corporis lapidei minus ſplendidi adhærens, faciliùs diſcernitur, & mixtio clariùs apparet. Verum ſi adhuc fallitur lapis, & mixtio ea ratione temperata ſit, vt ne coticula quidem deprehendatur, ſono tentari poteſt, qui in ſingulis metallis ſingularis eſt. Sed rurſus etiam auris fallitur ſæpiſſimè, itaut aliò recurrendum fuerit; Tunc inciſione, vel fuſione, vel ſeparationis aqua vtendum eſt, quæ fit ex ſale nitro & triplo aluminis deſtillatis ſimul igne forti. Ea enim eſt huius aquæ Chryſulcę vis vt infuſum argentum reſoluat in ſe ipſam, aurũ verò inſtar pulueris in fundum vaſis remittat : itaut verſa aqua facillimè habeatur. Argentum verò diffuſum non recuperatur, niſi prius aqua in vaporem conuerſa : grauitate enim ſua & tenacitate natiua partium eſſentialium, qua obſiſtit igni, argentum non fertur in auras, ſed in imum vas recipit ſe & illic colligitur. Quidam addunt plumbum & cineritium pro indiciis auri : verum quia odorem plumbi argentum ſuſtinet, Chryſulca certior eſt. Cæterùm ex his indiciis ſolus lapis lydius potuit Hieroni vſui fuiſſe: cætera enim opus labefactaſſent, quod ſartum tectum tueri fuerat animus. Cæterùm notanda ſunt Vitruuij verba, *dempto auro tantundem argenti in id coronarium opus admixtum*, Nam vt furtum potuerit deprehendi artificio Archimedeo, neceſſe fuit dari metalla quorum mixtio facta fuerat. Etenim ex tribus metallis diuerſorum ſub eadem mole ponderum vt auri, argenti & æris, poſſibile eſt duas maſſas conficere diuerſis mixtionibus quæ fuerint tamen eiuſdem ponderis & molis: Sint v g. O. A. C. tria metalla ita inter ſe affecta, vt libra O. ſit ad libram A. mole vt 2. ad 3. : ad libram vero C. vt 2. ad 4. Si itaque libram ex O. cum libra ex A. miſcuero, efficiam molem 5. ſiue digitorum, ſiue aliarum quarumlibet menſurarum : Rurſus ſi cum libra & ſemiſſe O miſcuero ſemiſſem C. efficiam corpus 2. librarum & voluminis 5. quoque digitorum, vel aliarum expoſitarum menſurarum. Nam ſi 1. libra O. dat molem 2. digitorum : $1\frac{1}{2}$ ponderis dabit 3. molis : Tum ſi 1. ponderis C. dat 4. molis, $\frac{1}{2}$ ponderis, dabit 2. molis.

Ponderis 1.			Molis
	O	2.	
	A	3.	
	C	4.	

Ponderis			Molis
1	O	2	
1	A	3	

Ponderis			Molis
$1\frac{1}{2}$	O	3	
$\frac{1}{2}$	A	2	

Mixtio itaque in genere metallorum cognoſci debuit vt inuentio Archimedi ſtare potuerit. Et certè aurum & argentum notat Vitruuius.

Ibique cum in ſolium deſcenderet. Ingreſſu ſolij Archimedes deprehendit modum quo prouinciam ſibi à Rege demandatam abſolueret. Etenim cùm ſolium vas eſſet quo in balneis antiqui vterentur, & in quo ſedentes lauarentur, atque ligneũ eſſet, vnico excauabatur trunco vt ſolidius eſſet (quod forſan ideo dictum eſt ſolium quaſi ſolidum, & Auguſtus Hiſpanico verbo *duretam* vocauit) Aqua verò implebatur ad labrum vſque : quæ proinde ingrediente eo qui lauandus erat, effluebat, & quidem tanta quãtitate quantã latis eſſet dimenſionibus. Ceſſiſſe quippe locum prementi & aduenienti corpori etiam didicimus ex his quæ de vectis in humido ſuperiùs dicta ſunt. Latius itaquę corpus plus aquæ emittebat, exilius verò minùs ? Hinc coniectura deprehendendi furti. Quippe duo ſunt quæ naturam metallorum potiſſimùm manifeſtant, pondus & color Quamuis enim omnia ſint ponderoſiſſima, quia maximè terrena, tamen quo puriora ſunt & perfectiora, ſcilicet eſſentiæ compactioris, tenacioris & humidi magis ignei, grauiora ſunt : Aurum proinde quod omnium puriſſimum eſt & minimùm ſolubile, vtque humidiſſimum, ſic maximè diducibile cæterorum eſt, & mole ponderoſiſſimum vt inde manifeſtum fiat, ſi duæ maſſæ offerantur paris ponderis, illa auri, hæc argenti, auream minori mole eſſe breuioribúſque dimenſionibus : itaut cum alternatim dimittentur, in plenum vas, minùs ex aurea diffundatur aquæ, quàm ex argentea.

C

Libro de lapidibus ferè initio.

D

Suetonius in Auguſto

E *Tum verò ex eo inuentionis ingreſſu.* Hinc Plutarchus elegantiſſimè oſtendit quanta voluptate veritatis ſtudium ἢ τῆς ἀληθείας ἀυεία, exuperet corpoream ingluuiem. Inter alia enim exempla delectationum quas profert ſcientiæ & ſapientiæ aſſidua perquiſitio, Archimedem in medium adducit, & ait καὶ λουόμενος (ὥς φασι) ἐκ τῆς ὑπερχύσεως ἐννοήσας τὴν τοῦ στεφάνου μέτρησιν οἷον ἔκ τινος κατοχῆς ἢ ἐπιπνοίας ἐξήλατο βοῶν εὕρηκα, καὶ τοῦτο πολλάκις φθεγγόμενος ἐβάδιζεν, οὐδενὸς δὲ ἀκηκόαμεν ὑπὸ γαστριμάργου περιπαθῶς, βέβρωκα βοῶντος ὑπερωτικοῦ, πεφίληκα.

Plutarc. ὅτι οὐδὲ ζῆν ἐστιν ἡδέως κατ' ἐπίκουρον.

F *Sextario menſus.* An ſextario menſus fuerit Archimedes refuſam aquam, an alia menſura liquidorum, nihil intereſt, dummodo quantitatem ipſius ritè & apprimè cognouerit. Et quidem nihil cenſerem in hac ſcrupuloſiſſima menſuratione commodiùs & exquiſitiùs, pondere & bilance. Nec enim moles æquè numeris conuenit ac pondus & vt menſuras quæ mole conſtant, vt ſextarius apud Romanos, Congius, vrna, Amphora, culleare, vel infra ſextarium hemina ſeu Cotyla: Quartarius, Acetabulum, Cyathus & huiuſmodi, niſi reuocētur ad librā libræq; partes, non bene cognoſcuntur.

G *Poſtea vero repleto vaſe.* Omnis itaque ars deprehendendi furti Archimedi fuit, à proportione effuſarum aquarum ſcrupuloſiſſime obſeruata. Quippe maſſa argenti plus aquæ effudit ex vaſe, quam aurea paris ponderis: Corona vero vtriuſque naturæ particeps & æqui rurſus ponderis, minùs quàm argentea, plus vero quàm aurea, & quidem ea ratione qua mixtionem fecerat χρυσοχόος. Vt vero experiamur artem, ponamus effuſam ab auro aquam eſſe O. & ab argento A. itaut moles auri ad molem argenti ſe habeat vt O. ad A. Vt vero A. ad C. ita ſit moles argēti ad molem Coronæ. Exceſſus vero A. ſuper O. ſit B. eiuſdem A. ſuper C. ſit D. Demum ipſius O. ſuper C. ſit E. Et quoniam Corona item maſſa quæque, alicuius eſt ponderis: Dedit enim Hiero aurum ad Sacoma.

O 3.
B $1\frac{1}{2}$
A $4\frac{1}{2}$
D $\frac{5}{4}$
C $3\frac{1}{4}$
E $\frac{1}{4}$ F 5. G $3\frac{1}{3}$
H $4\frac{1}{6}$ P $4\frac{1}{6}$
K $\frac{5}{6}$ Q $\frac{5}{6}$

Ponatur pondus illud eſſe F. in numero noto, qui diuidatur per B. & cōſtituat G. Tum G. ducatur in D. & fiat H. Demum idem G. multiplicetur per E. & producatur, K. Tandem diuidatur F bifariam in ratione H. ad K. Etenim quod contigerit à latere K. nēpe Q, pars erit auri; quod vero ſucceſſerit ipſi H. erit pars argenti mixti Coronæ quæ quærebatur. Pluribus hanc artem perſequi locus fortaſſe requireret: ſed quia mēs eſt hæc exotica ſummis duntaxat digitis nunc attingere, eadem ſi Deus dederit aliquando luculentiùs explanaturi, & rem indicaſſe ſufficiet, & lectorem interim remittere ad innumeros penè harum ſcientiarum artifices, qui difficultatem hanc ſoluerunt, maximè ad Ghetaldum Patricium Rhaguſinum, qui paucis ab hinc annis hac in parte Archimedem plurimum & doctiſſimè promouit.

Ex maſſis autem auri & argenti etiam inæqualibus inter ſe & coronæ potuit Archimedes rationes molium vtriuſque metalli deprehēdere. Quamuis enim corona 8. fuiſſet pondo, ſed auri duntaxat copia ponderis vnius libræ, ex effuſa ab auro aqua collegiſſet effundendam aquam ab octuplo auri. Idem cenſendum de argento. Cæterùm ſicuti diuerſa moles auri & argenti etiam ſenſibus perceptibilis ex illa effuſa aqua, conſequitur idem pondus in vtroque metallo; vice verſa eandem molem ſequitur diuerſum pondus, itaut non minori facilitate ex diuerſis ponderibus corporum ſimilis molis, mixtio deprehendi poſſit, quàm ex diuerſis molis æqualis ponderibus: Et eſt eadem ars. Sit mixta auro & argento quædam figura pōderis A. cui proplaſtica arte fundātur duæ aliæ mole æquales, vna aurea grauitatis B., altera argentea pondo C.: exceſſus vero B. & C. ſit D. tum C. & A. ſit E. Demū A. & B. ſit F. ſupponatur autem A. quātitatis G. diuidātque ipſum G. exceſſus D. & fiat M. Tum M. multiplicet E. & fiat O., deinde F. fiatquè P. Etenim A. cōponetur auro & argento ſecundum rationem O. ad P. eritque in A. auri, Q. argenti R. Notatis itaque diligentiſſimè ponderū metallorum differentiis, non tantum duorū ſed etiam plurium ſimul mixtorū quantitas ſingularis arte deprehendetur, potiſſimum ſi appendantur in aqua in qua motus grauius fit lentior & perceptibilior; & rationes ponderū & molium

B 5
D $1\frac{1}{2}$
C $3\frac{1}{2}$
E $\frac{1}{2}$ F 1. G 10. M $6\frac{2}{3}$
A 4
O $3\frac{1}{3}$. Q. $1\frac{1}{3}$
P $6\frac{2}{3}$ R $2\frac{2}{3}$

dignoſcantur. Monebimus interim videri fuiſſe Archimedi perdifficile, ita ad vnguem colligere effuſas aquas, vt rationes metallorum ad amuſſim ſeruari poſſent: nec enim plenitudo vaſis ſtatim oculis percipitur, tum effuſio vbi definat vix quoque ſentitur. Cenſerem itaque illi fuiſſe conducibilius, vaſi primum corpora demiſiſſe, tum aquam infudiſſe quoad vas fuiſſet pleniſſimum. Ex differentiis etenim plenitudinum aut exceptarum cum maſſis & Corona differenter aquarum, de quantitate mixtionis certius tuliſſet indicium.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΚΟΧΛΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Negotium humidi, & aquarum conuenientiſſimè ſequetur Machina Archimedea, quam χοχλίαν appellauit Diodorus Siculus, χόχλιον Athenæus, qui & inuentionibus, & officiis diſtinguit inter Helicen & Cochlion binas machinas quas Archimedi tribuit, alteram ponderibus trahendis & omnino mouendis propriam; alteram ad aquas exhauriendas maximè aptam. De Helice poſtea, de Cochlio vero hæc habet.

Athenæus περὶ τοῦ Κοχλίου.

Η δὲ ἀντλία καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι᾽ ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ Κοχλίου, Αρχιμήδους εὑρόντος.

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Sentina porro, licet profundiſſima, ab vno homine exhauriebatur Cochlio, quod Archimedis inuentum fuit. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Athenæo ſermo eſt de ſtupendo illo Nauigio quod Hiero iuſſit confici opera trecentorum hominum præter adminiſtros, ſpatio anni vnius (τελειωθεῖσαν ἐνιαυτῷ τῶν τὴν ὕλην ἐργαζομένων τεχνιτῶν χωρὶς τῶν ὑπηρετούντων) & cuius fabricæ Ἀρχιμήδης ἦν (ait) ἐγκαμάτους ἐπόπτης, ſed Moſchion deſcriptor libro ſingulari, ex quo idem Athenæus exſcripſit totam non ſolum contignationem, ſed omnia ædificij ornamenta, quæ apud eum legi poſſunt. Cæterùm adeo immane erat onus, vt in ipſius dimidia parte in mare detrahenda cum eſſet πολλὴ (ait) ζήτησις, Archimedes ſolus eam deduxit. Sed ſentina non potuit non eſſe capax multæ aquæ, & tamen licet profundiſſima eſſet, ab vnico homine exhauriebatur, beneficio Cochlij inuenti ab Archimede, quo non tantum vſi ſunt Syracuſani, ſed & ipſi etiam Ægyptij, & poſt ipſos Iberi, & tandem Hiſpani, authore Diodoro.

Diodorus περὶ τοῦ Κοχλίου τοῦ Αρχιμήδους.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον. ἀπορύτλουσι γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις Κοχλίαις, οὓς Αρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

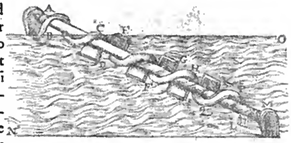
Et quod eſt præ omnibus incredibile: illos aquarum effluxus exhauriunt Cochleis, quæ dicuntur Ægyptia; quæ Archimedes Syracuſius inuenit, quando in Ægyptum ſe contulit. Per hæc ergo continua ſucceſſione, aquam

ad oſtium vſque promouentes fodinæ locum exſiccant, aptúmque ad operis ſui tractationem præparant. Cùm enim hoc inſtrumentum ſit ingenioſius quàm fuerit credibile facile, hac mirabili induſtria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad ſuperficiem vſque effunditur. Mirabitur vero iure meritiſſimo quis, ingenium artificis, non ſolùm in his Cochleis, ſed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus ſpeciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Bibliotheca lib.5.*

διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τῆς στομίου τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔτεχον πρὸς τὴν τῆς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ' ὑπερβολήν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥαδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην. περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Diodorus multa paucis comprehendit: Archimedis peregrinationes tangit, ingenium patefacit, Cochlij formam & effectus indicat, tum vſum inſtrumentorum Archimedeorum plurimis Orbis locis receptum cum admiratione induſtriæ qua conſtabant, teſtatur. Equidem vt mira fuit Archimedes perſpicacia mentis, ingenióque diuino, ſic incredibili diſcendi cupiditate, docendíque charitate fuit. Cupidus ſciendi ad Ægyptios ſe contulit, fortaſſis ad alias quoque Aſiæ & Africæ gentes, quarum fama ſcientiarum nomine, omnem Europam peruagata fuerat: ſcilicet hoc fecit exemplo Pythagoræ, Platonis, antiquorumque omnium Græcorũ, qui tempora Archimedis præceſſerant, quique propter illinc exportatas artes, immortalem ſibi gloriam comparauerant. Sed Archimedes non capiebat, quin identidem porrigeret, & ſua induſtria quod diſcebat, perſolueret. Præter alia ergo plurima quæ credibile eſt Archimedem contuliſſe Ægyptiis Mathematicarum cupidiſſimis, hæc Cochlia eſt, quæ miro illis vſui fuit. Cùm enim Nilus peruadit Ægyptum, lacunas vbique replet, quæ recedente fluuio, ſtagnantes manent cum magno incolarum diſpendio, niſi inſtrumentorum *Cardanus de ſubtil. Diodor. ibidem.* copia adfuerit quibus aquam in profluuios dimanent, locáque exſiccent. His ergo lacunis vacuandis, non toti Ægypto deſiccandæ (vt quidam malè putauit) hoc organum inſeruiit. Iberi poſtea idem receperunt ab Ægyptiis, & in Hiſpaniam detulerunt cum arte metallica, & tandem omnibus Nationibus in communem vſum collatum eſt. Vſus vero, imo inſtrumenti forma, ex duobus Diodori verbis colligitur. Ait enim, ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Etenim ſi à fundo ad ſupremam loci ſuperficiem, aqua deferretur hac Cochlia, ſupereſt ea fabrefactam arte fuiſſe, vt aqua motu circulari paulatim ſuperiùs aſcenderet: quod non potuit aliter quàm circumuoluto quodam canali circa axem inſtrumenti, ex cuius reuolutione nomen etiam Κοχλίας vel Κοχλίαν accepiſſet. Porro antiquæ χαφίδος ne veſtigia quidem organi ſuperſunt: & fuit denuò excogitanda, vt hinc aliquid vtilitatis caperemus. Qui ſolertiùs hac in parte laborarunt, tale σχῆμα cùm ex officio tum ex nomine commenti ſunt. Sit fluuius



quidam, lacus, palus, ſentina, aut quid ſimile vacuandum aquis N. O. ſumatur tignum A. M. teres ad circinum, quo latiori craſſitudinis diametro, eo fuerit accommodatius. Circa ipſum canalis, ſi viſum fuerit, æneus in ſpiram obducatur B. C. H. L. qui vt longior, ſic complicatior eſt, & ſinuoſior, propterea̍que dum machina ſuper polis extremitatum A. & M. agitatur effluente alueo ac fluxu protipiente pinnacidia D. E. F. G. I. K. aqua ingreſſa per L. faciliùs defertur per gyros ſpiræ ad exitum in B. Etenim quæ primo erant elatiores machinæ partes, rotatione fiunt depreſſiores, & Helices Meandri à ſummo ad imum rectiores, itaut aqua ſuo pondere celeriùs decidens majori vi in ſinus proximos deferatur, & tandem ſucceſſione ſummi & imi partium conuolutarum perueniat foras. Commoditas itaque Cochlij pendet cum à lōgitudine canalis in ſpiralem contorti, tum ab obliquitate cylindri A. M. Quò etenim obliquius conſtituetur machinæ corpus ad ſuperficiem humidi, & canalis circumuolutior erit circa cylindrum, eò leuiori opera ſurſum aqua euehetur. Quod ſi applicetur Cochlium iſtud ad idē opus ad quod primùm Archimedes ipſum inuenit, ſcilicet ad repurgandam nauigij ſentinam, vt Athenæus refert, vel ad deſiccandos lacus, & educendas aquas è profundioribus locis quibus ſubſtitiſſent, inutilia eſſent pinnacidia, nec profluente aqua agitaretur machina. Tunc vero addita rota in parte elatiori vt in A. facillimè iumenti opera in vſum reduceretur vel etiam hominis, quod notat Athenæus δι᾽ ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο (inquit.) Sed tunc capiti rotæ inſigerentur ſtyli ferrei vel lignei in orbem, quibus vel calcante pedibus homine, vel manibus atttahente fierent verſationes. Cæterùm Vitruuius artem non componendi ſolum Cochlij, ſed ad vſum diſponendi, aperuit. *Cap. 11. li. 10. Archit.* Vult itaque cylindri exactè rotundi capita diuidi in quadrantes vel in octantes, vel ad libellam lineas duci rectas à capite ad caput, punctis ad amuſſim oppoſitis: tum lineas longitudinis diuidi æqualibus ſpatiis, iis quibus in latitudinem diſtant: itaut in rotundatione & in longitudine paria interſtitia fiant, notata punctis ſuper omnibus lineis in longitudinem æquidiſtanter protractis, ſumi tandem jubet ſaligneam tenuem aut de vitice, id eſt amerina ſalice regulam: (ego cartacea vterer) eáque addita in primo puncto vnius linearum, obliquè deduci (hæc ſaltem videtur eſſe mens ipſius) ad ſecundum punctum ſequentis, & deinde ad tertium tertiæ, ac ita conſequenter vſque ad octauum, octauæ & vltimæ lineæ, *vt eo modo* (inquit) *quantum progreditur obliquè per ſpatium, & per octo puncta, tantumdem in longitudine procedat ad octauum punctum. Eadem ratione per omne ſpatium longitudinis & rotūditatis ſingulis decuſſationibus obliquè fixæ regulæ per octo craſſitudinis diuiſiones inuolutos facit canales & iuſtam Cochleæ naturalémque imitationem.* Crederem tamen non requiri tam exactam diuiſionis æqualitatem ſecundum longitudinem & latitudinem: ſed quò ſtrictiores fient diuiſiones in longitudinem, & ſpira obliquior circa tignum, commodiùs aquam efferri. Erectionem autem machinæ ad inclinationem ſic cenſet collocandum, *vt ſicut Pythagoricum trigonum orthogonium deſcribitur, ſic id habeat reſponſum: id eſt vti diuidatur longitudo in partes quinque earum trium extollatur caput Cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius partes quatuor.* Senſus eſt; ſumatur trigonum Pythagoricum orthogonium ſcilicet cuius cathetus ſit 3. baſis 4. hypotenuſa 5. & ponatur obliquitas machinæ veluti angulus B. C. A. in ſuperiori figura æqualis angulo baſis & hypotenuſæ, in dicto triangulo. Etenim ſi maior obliquitas fuerit, vix fiet vt aqua vorſuris & ſpiris canalis deferatur. Propterea quando in altiora loca aqua deferenda eſt, habendum eſt organum plurimis compoſitum Cochleis, quarum aliæ aliis aquam ſuggerentes, eam altiſſimè porrigant. Sed totam machinam eo artificio conſtare oportet vt vnico tigno perpendiculariter erecto, capita omnium inſigantur eóque conuoluto omnes ſimul cochleæ reuoluantur. Talem retulit ac deformauit Cardanus Auguſtalem lib. 1. ſubtilitatis.

DE HELICA ARCHIMEDIS.

Abſolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iuſſit, & tantiſper dum fluctibus maderet, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima eſſet ambiguitas, Archimedes machinarius eam ſolus demiſit paucis inſtrumentis. Cùm enim præparaſſet helicem machinam, tam ſtupendum nauigium in mare detruſit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum eſt Helix. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν, *lib.* 5.

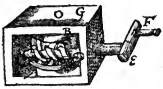
ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθελκύσαι προσετέτακτο τὴν λοιπὴν κατασκευὴν, ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ· ὡς δὲ περὶ τοῦ καθελκυσμὸν αὐτοῦ τοῦ εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc ἑλικὸν inſtrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dicere certò poteſt, cùm figuræ Archimedeæ non ſuperſint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuiſſe machinam ab ea quam vulgus Cochleam ſeu Helicen infinitam vocat, cuius vires immenſæ ſunt. Hac enim etſi admodum ſimplici, ſolui poteſt, ſi quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propoſitum, τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium poſſit quantarumcunque propoſitarum confici, nec ſit conſtituendæ potentiæ ipſius vllus definitus terminus. Conſtat vero duabus partibus rota, nempe & cylindro, vt appoſito diagrammate videre eſt: in quo A. B. rota eſt dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capſula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, eſt G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur eſt E. F. Cæterùm partes ipſius, & partium rationes vel officia diligentiùs adſcribere, rei tritæ & omnium operariorum ma-



nibus verſatæ communis vſus non permittit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis ſcripſerunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiuſmodi corollis antea opere ſingulari egit Archimedes. Cæterùm ſi hac helice ſoluatur hoc problema, vt certè faciliùs poteſt quàm Βαρουλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum ſcilicet, nec axis in peritrochio, nec vecte, nec polyſpaſto, nec cuneo: dicenda fuerit quadrageſimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadrageſimo datum pondus data potentia mouiſſe, ſcribunt antiqui.

Collect. Math. lib. 8. prop. 10.

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

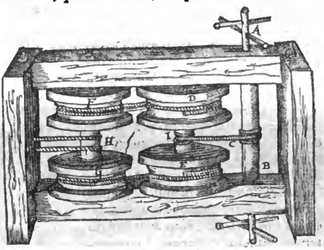
Ioannes Zetzes, Chilliad.2.hiſtor.35.

Οστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,
Καὶ τῇ τρισπάτῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνη,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.

Qui fabricatus eſt multas mechanicas vires.
Et Triſpato machina manu læua ſoláque,
Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Triſpatum ſeu vt alij habent Triſpaſtum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuiſſe maximas adſeuerant omnes cum authore hoc noſtro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxiſſe vel extuliſſe ſola manu ſiniſtra & quidem leui opera, perhibet. Polyſpaſti quidem meminit Pappus, adpingitque & deſcribit, ſed ſolius Triſpaſti rationem non dedit. vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribaſius tamen opere, quod conſcripſit de machinis medicis, Triſpaſtum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuiſſe ait vel Apellidis vel Archimedis. Figuram autem hanc quam profert, vix cenſetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota, funiſque C. circa ipſam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani conuoluuntur D. E. tum G. E. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum ſic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter ſuculæ A B. minor ſit quam tympanorum D. E. vel G. F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor eſt moto, vt ars machinalis docet. Ea fortaſſe cauſa fuit, cur Ariſtion ſucenſuit patri Paſicrati (qui primus inſtrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam inſtrumenti ſtructuram. Verba aliqua Oribaſij placuit ex manuſcripto regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, ſed accommodatum medicis operationibus inſtrumentum detegatur. Multa quidem dicit, ſed hæc magis ad rem.



VERBA ORIBASII.

Αρισίων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους ὑιὸς ὑπόντησε τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιΐᾳ, οὐκ ἐν

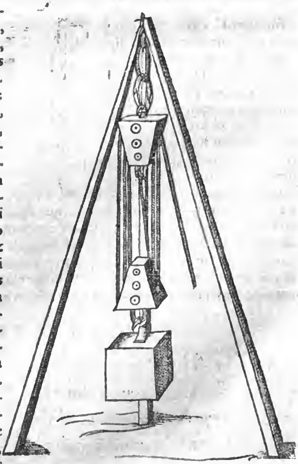
Ariſtion vero filius Paſicratis modeſtè occurrit Patri, ignoranti antiquam inſtrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi ſtructura, non in cauita-

tes laterum mouebantur, ſed in anſis affixis lateribus cauitates ſpirales habentibus; ſicuti videre eſt in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex conſtitutione mouent; neque vero rotæ concauæ ſunt, ſed ſupereminentes. Cum igitur mortariolis circa anſas moueantur, & rotæ ſupereminent, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Triſpaſtum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Iſta vero hucuſque credibilia ſunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ περὶ κνώδακας προσηλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἔχοντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ἔστι θεάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὴν κατασκευὴν ῥαδίως στρεφομένων· οὐδὲ μὴν οἱ τροχοὶ κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ᾽ ὑπερέχοντες· ἐπείπερ οὖν ὁλμίσκοις περὶ κνώδακας κινοῦνται, καὶ οἱ τροχοί εἰσι μετέωροι, εὐχερέστατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χειρὶ ἕλκηται ὁ κάλος. διὰ γὰρ αὐτὸ τοῦτο καὶ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ συνεργοῦντες κάλοι· εἷς μὲν ἔκθετος δύο δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ὑπὸ τούτου πεπιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Ariſtion arguerit Patrem Piſicratem erroris in deſcribendo Archimedis Triſpaſto quia axes rotarũ mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec anſas ſeu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit. non magnopere hinc æſtimandus eſt: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores ſunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, fitque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iiſdem ſemper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Triſpaſti ortum eſſe vult, ſunt quidem in illo ſupra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati ſunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G exeunt deinde in axem H. vt tãdem ipſis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos ſeu interiores, quia in axẽ H. reuoluuntur circa ipsũ, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clariſſimè oſtenditur. Quod autem triplex iſte funis Triſpaſtum formauerit, non potiùs tria virium inſtrumenti organa vt Cochleæ aut Trochleæ, non mihi perſuadeo, cenſeoque Triſpaſtum Archimedis



inſtrumentũ fuiſſe petitum ex Polyſpaſto, compoſitúmq; ex tribus Cochleis ſuperioribus & tribus inferioribus, vt hoc ſchemate videre eſt, cuius vſus adeo frequens eſt, vt offerri ſolummodo ſufficiat. Non eſt tamen credendum hoc ſolo inſtrumento, cuius vires definiuntur, tanta pondera attrahi aut efferri poſſe, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus ſolis trochleis vires hominis ſextuplicantur, hoc eſt, vnus homo effert aut attrahit tantum ſolus, quantùm ſex homines abſque inſtrumento: vt ſi communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Triſpaſto gereret aut moueret 1200. quæ multum diſtant à pondere 7000. modiorum: quæ propterea ſi Triſpaſto eſſent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplicari poſſent, aut addenda Ergata cum Chelonis vel Helice ſeu Cochlea, vel aliquod ſimile inſtrumentum, quo Triſpaſti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου, ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

DE ARCHIMEDIS inuentis aduerſus omnes Marcelli & Appij machinas in obſidione Syracuſarum.

VERBA POLYBII.

[a] Ὁ δὲ προειρημένος ἀνήρ, (Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς [b] διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. ὅτε δὲ ταῦθ' ὑπερπετῆ γίνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπήν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος, ἠναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκεις ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίους τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν· οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad A
quoduis interuallum mittendi tela præparatis, intentioribus quidem & maioribus quà balliſtis B
quà catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eò difficultatum adigebat, vt quò ſe verterent, neſcirent. vbi verò hæc tormenta vltra hoſtem tela mittere cœperunt, minoribus pro ratione præſentis interualli ſubinde vtens, vſque adeo Romanum confudit, vt impetum illius atque inuaſionem penitus impediret. ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clàm ſilentio noctis naues propius admouere eſt coactus. quæ poſtquam intra teli iactum terræ appropinquaſſent, alium rurſus apparatum aduerſus eos qui è nauibus dimicabant, idem vir præſtruxerat. murum crebris cauis ad humanæ ſtaturæ modum: ſed quæ extrinſecus palmares eſſent, aperuit. ibi ſagittariis ac ſcorpiunculis ab interiore C

muri parte appoſitis, per iſtos petens hoſtem, inutiles nauium Romanarum epibatas reddebat. ex quo eueniebat, vt inimicos & procul poſitos & in proximo ſtantes, non ſolùm quicquam eorum exſequi vetaret quæ propoſuerant, ſed etiam plurimos illorum occideret.

D Porrò vbi Sambucas conarentur erigere, tormenta per totum murum diſpoſuerat, quæ reliquo tempore non apparebant: verùm quando opus erat ab interiore parte ſupra mœnia ſe attollebant, & longè vltra propugnacula vltimo ſuo roſtro prominebant. Horum alia non minora decem pondo ſaxa geſtabant: alia, plumbi libramenta. quando igitur appropinquabant Sambucæ, tum enimuero tormentorum iſtorum roſtra fune

E carcheſio per machinam ſchaſteriam circumacta prout poſtulabat vſus, ſaxum in fabricam demittebant. ita fiebat, vt non machina dumtaxat confringeretur, ſed & nauis quoque ipſa & qui in ea eſſent, grauiſſimè periclitarentur. Erant rurſus alia machinamenta, quæ in hoſtes inuadentes & pluteis munitos, atque eorum ope aduerſus tela è muro miſſa tutos, trabes ſaxáque ita commenſuratè librabant, vt dimicantes in prora fugere cogerent. Simul etiam manum ferream catenâ religatam demittebat, per quam is qui roſtra machinarum velut nauis gubernacula regebat, vbi prehendiſſet proræ partem quæ prehendi commode poterat, machinæ calcem, (quæ erat pars altera eius intra mœnia) deorſum adducebat. poſtquam autem prorâ in altum ſublatâ nauigium

τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. ἐξ οὗ καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρήσαιεν ἐξαίρειν ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνιστάμενα καὶ προεκπίπτοντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. ὧν τινὰ μὲν ἐβάσταζε λίθους οὐκ ἐλάττους δέκα ταλάντων· τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. λοιπὸν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβύκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος σχαστηρίας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατασκεύασμα τὸν λίθον. ἐξ οὗ συνέβαινε μὴ μόνον αὐτὸ συνθραύεσθαι τοὔργανον, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὁλοσχερῶς. τινὰ τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμοῦντας καὶ προβεβλημένους γέρρα, καὶ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἠφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. ἅμα δὲ καὶ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ἣ δραξάμενος ὁ τὴν κεραίαν οἰακίζων ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πτέρναν τῆς μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. ὅτε δὲ κουφίζων τὴν πρῶραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος

σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρώρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος σχαστηρίας. οὗ γινομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ' ὕψους ῥιφείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίνετο καὶ ταραχῆς.[f] Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολὰς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι. καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς· ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι,[z] τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν· ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου. οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθεί-

in puppim crexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum verò & catenam tunc ope ſchaſteriç è machina eximebat. quo facto, pars nauium in latus concidebat: pars in os vertebantur: pleræque prorâ ex alto deiectâ demerſæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hiſce Archimedis inuentis quum ad conſilij inopiam redigeretur Marcellus, quúmque ſua omnia incepta ab oppidanis eludi non abſque damno ſuo & opprobrio videret: etſi caſum hunc iniquo animo ferebat: tamen facta propria ſubſannans, Archimedem dixit, nauibus ſuis ceu trullis aquam haurire: Sambucas verò ſuas colaphis percuſſas ceu fœdere excluſas cum ignominia è compotatione eſſe eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. F ſed & Appius quum in eaſdem difficultates incidiſſet, incepto deſtitit. cuius milites dum adhuc longius aberant, petrariis & catapultis icta concidebantur. erat namque telorum apparatus tam copia quàm vſu atque efficacia admirabilis: vt pote ad quem Rex Hiero ſumptus præbuerat, induſtriam verò atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus G & opifex. vbi verò propius murum ſubibant Appij milites, alij è feneſtris muralibus de quibus antè dictum, continuis vulneribus acceptis, acceſſu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà ſaxis quà trabibus rectà in caput immiſſis tru-

H cidabantur. afferebant & illæ è machinis manus de quibus antè diximus, damnum haut mediocre.

ρουτο. [h] καὶ ὀλίγα δὲ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα.

Σχολια in verba Polybij.

A Ὁ Ἀρχιμήδης. Multi veterum ſcriptorum obſidionem Syracuſarum à Marcello, ſcriptis retulerunt. Sed inter alios textum Polybij ſelegimus & hic adſcripſimus, quia author fuit tempori proximus, natus nimirum 30. circiter pòſt annis, nempe V. C. 569. itaut anno V. C. 606. quo Scipioni Africano comes adiunctus eſt tranſeunti in Africam aduerſus Carthaginiēſes, eſſet circiter 37. annorum. Sic verò potuit ab iis qui obſidioni Syracuſarū adfuerāt, intellexiſſe quæcunque illic contigerant, eáque certiſſimè in ſcripta referre. Ea enim Polybius religione fuit in hiſtoria, vt nihil quàm quod viderit vel ab oculatis teſtibus acceperit, ſcripſerit: ἐξ οὗ συμβαίνει (inquit) τὰ μὲν αὐτοὺς ἡμᾶς παραγεγονέναι, τὰ δ' ἃ παρὰ τῶν ἑωρακότων ἀνακρίνειν· τὸ γὰρ ἀρχαιότερα περιλαμβάνειν τοῖς χρόνοις, ὡς ἀκοὴν ἐξ ἀκοῆς γράφειν, οὐκ ἐφαίνεθ' ἡμῖν ἀσφαλεῖς ἔχειν οὔτε τὰς διαλήψεις, οὔτε τὰς ἀποφάσεις. Deinde cùm vixerit & chariſſimus adfuerit Scipioni, qui bellum ex Italia in Africam detulit aduerſus Carthaginienſes ſecundo bello Punico, manſit cum Scipione aliquot diebus in Sicilia dum omnia tranſitui neceſſaria præpararentur; ac interim potuit ſciſcitari à Syracuſanis ipſis quid Syracuſis in obſidione acciderat. Remotiores itaque ab hoc ſeculo ſcriptores ea à Polybio didicerunt vt ipſi maior ſit fides adhibenda quam illis.

lib. 4. ferè initio.

B εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι. Perpulerat Hiero Archimedem vt machinas inſtrueret ad quamlibet oppugnandi rationem (πρὸς πᾶσαν ἰδέαν πολιορκίας) accommodatas, quibus vel ad propulſandum periculum, vel ad oppugnandas, vrbes, vteretur. Intet iſtas itaque màchinas erant καὶ τηλεβόλα καὶ ἀγχίμαχοι & ad quoduis interuallum mittendi tela præparatæ: itaut cum Romani conſilium cœpiſſent inuadendi muros & cominùs ſubeundi, exiſtimantes interuallum requiri Archimedi explicandis funibus machinarum, cùm iam propè eſſent & tenebrarum beneficio acceſſiſſent ad mœnia, inuenerunt inſtructa & accommodata ad omne interuallum tormenta, quæ tela breuiora quidem, ſed dēſiora, multáque & crebra vulnera inferrent, παρεσκευασμένος ὀργάνων τι συμμέτρους πρὸς τὸ διάστημα κινήσεις καὶ βέλη βραχέα, &c. (inquit Plutarchus.) Quibus conuenientiſſimè Liuius ait. *In eas quæ procul erant naues ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis.*

Plutarch.

lib. 4. ab V. C.

C εἰς τοξότας καὶ σκορπίδια. Sic Liuius. *Poſtremo vt ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingerent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cauis apparuit: per quæ caua pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem.* Scorpionum iſtiuſmodi meminit quoque Plutarchus. πολλὰ δέ τι καὶ συνεχῶς τραυματίζοντες οἱ σκορπίοι, βραχύτονοι μὲν ἰδεῖν ὄντες, δὲ πύξαι περιστάσεων, ἀόρατοι τοῖς πολεμίοις. Et certè quia crebris ictibus ferit, & ſubtilibus ſpiculis hoc militare inſtrumentum mortem infert, ſcorpioníſque ſimilitudinem refert, nomen ſortitum eſt antiquitus: arcubaliſtam nunc interpretamur, cuius arcus hinc atque illinc chelarum ſimilitudine præ ſe ferunt caudæ ſpiculum. Noſtri pridem patres etiam vſi ſunt his armis, & caua illa quæ Polybius & Liuius Archimedem referunt in muro aperuiſſe, vt ſcorpionibus emitterentur tela, apparent adhuc in antiquis ciuitatum mœnibus. Cæterum alia quoque Archimedes parauerat, quæ non ex muro irruerent, ſed ex alto ſaxa ad omne interuallum, & ad perpendiculum in capita oppugnantium, dimitterent.

D ὅτι δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχείρουν. Sambuca erat antiquis genus machinæ militaris qua vrbes expugnabantur, & Romani potiſſimum ea vtebantur: ſic dicta à diſpoſitione funium & intenſione vt vires ſuas exercet, quæ erat talis fere, qualis eſt chordarum in muſico organo. σαμβύκη μὲν ἐκαλεῖτο δι' ὁμοιότητα τοῦ σχήματος πρὸς τὸ μουσικὸν ὄργανον, inquit Plutarchus. Erat enim Sambuca propriè inſtrumentum muſicum trigonum, quod ex neruis tum longitudine tum craſſitie inæqualibus conſtabat, ſolebátque leuiori carminum generi adhiberi. Nam eius ſonus erat acutus etiam teſte Athenæo, qui quatuor tendi fidibus refert ex Ephorione, & vſitatum fuiſſe Parthis, & Troglodytis ἐφ᾽ ᾗ Μάζικες ὀξυφθόγγοις τῷ μουσικῷ ὀργάνῳ σαμβύκῃ (inquit) &c. Qui & paulò pòſt innuit inſtrumentum quoque fuiſſe

Ptolomeus Harm.

lib 14. dipnoſ.

miſitare, cuius figuram & ſtructuram Biton explicaſſer in libro de machinis ad Attalum: admoueri vero ſolitam aduerſariorum mœnibus duabus Suculis (ἐπὶ δύο ὄνων) & cùm erecta fuerit eius formam ſimilem eſſe nauium ſcalis foras projectis & expanſis: porro eius inuentorem fuiſſe Heraclidem Tarentinum. Vegetius autem de Sambuca air, in eius trabe quæ prope turrim ſtatuitur, funes eſſe qui de ſuperiore parte trochleis ſcalas laxent ad murum deſcenſuras vt per eas bellatores egreſſi, turre tranſeanr ad inuadenda mœnia. Non vero erat Sambuca naualis machina potiùs quam terreſtris nec id Polybius cenſuir, vr putar in Athenæum Dalechampius, ſed hac Marcellus vſus eſt è mari vrbem oppugnans cùm ponte nauium muro appropinquauit ἀπὸ τοῦ ζεύγματος ἐπὶ γῆ μηχανὴν (inquit Plutarc.) ſicuti egiſſet de terra ſi illinc obſediſſet.

τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρός τι δίαι αἱ κεραίαι δι' ἄλλης χασμείας. *Tunc circumactæ antennæ Carcheſio per quandam trochleam.* Aduerſus machinas Marcelli, alia machinamenta parauerat Archimedes, quibus eludebat Romanorum conatus: Inter alia vero memorarur illud quod Liuius Tollenonem vocar, deſcribitque his verbis: *In eas Tollenone ſuper murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigata, cum iniecta proræ eſſet, grauique libramento plumbi recelleret ad ſolum ſuſpenſa prora nauim in puppim ſtatuebat, dein remiſſa ſubito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum, ita vnde affligebat vt etiamſi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet.* Eodem fere ſenſu Plutarchus vult, naues, cùm edita eſſent repentè ex muris antennarum cornua, partim graui impulſas ſupernè libramento fuiſſe depreſſas: partim ferrea manu vel roſtro ad gruini modum (ταῖς δὲ χερσὶ σιδηραῖς ἢ στόμασιν εἰκασμένοις γεράνων, inquit,) cùm ſuſpendiſſenr ex prora in puppim ſtaturas, rum demerſas, aur attractas & in contrarias partes rotatas, præruptis deinde ſaxis quæ prominebant ſub mœnibus cum ingenti claſſiariorum pernicie, eliſas. Imo aliquotiēs nauim in ſublime elatam viſu horrendum: (θέαμα φρικῶδες ἦν) huc atque illuc reuolutam ſuſpenſámque donec dejectis nauticis atque confixis, muro inanis impingeret, vel remiſſa deciderer. Hoc & Polybius noſter adſtruit, iraut qui verba eius notauerit facile machinam Archimedeam conjectauerit. Nec enim aliam figurã habuit quàm illa Architectoribus noſtris vulgaris, huius antiquo nomine appellata. Er conſtitit duabus potiſſimùm partibus καρχησίῳ ſcilicet & κεραίᾳ. Carcheſium etenim ſumitur pro prææalta illa ſtipite, quæ perpēdiculariter erecta alritudinem conſtituit Tollenonis, & in cuius apice rranſuerſa agitur antenna roſtrum gruis hinc inde tolurim & decuſſatim in gytum infernè ac ſupernè delatum, referens: Et in anteriori quidem parte oblongas cathenas gerebar in formam ferreæ manus deſinentes, quæ certis quibuſdam cathenulis, artis ſchaſteriæ miniſterio, & exporrectionibus, ac firmis compreſſionibus nauigia & quæcunque machinamenra abripiebant & in altum efferebant, quantæcunque randem fuiſſent molis: ope ſcilicet grauiſſimi libramenri ex plumbo, & ferro, alioue ingenri pondere, quo ranquam immani ſacomate interiùs librabantur, & quò vellent Syracuſij, exporrigebãtur. Hinc Liuius cõuenientiſſimè machinam hanc Tollenonem vocat à ſimilitudine eius inſtrumenri, quo eodem nomine, authore Feſto, haurirur aqua in alterã partem prægrauanre pondere vt ancillulæ norunt & Olitores, Topiarijque, qui Tollenonũ hauſtibus cõtinuò irriganr. Cæterùm hic Polybius καρχησίῳ vtitur quamquam ſit ſuprema mali pars: quia prominentem ſupra muros partem ſolam notat, cùm tamen & Pterna & Trachylus aliæ duæ mali partes, occultarentur ponè mœnia. Nec enim ſine fortiſſimo malo, imo tignis & capreolis robuſtiſſimis innixo, rota machina & ingēs antenna ſuſtineri potuiſſet. Porro χασμεία vocabulum quo vſus eſt Polybius, deſignar & funes & trochleas, & denique organa quibus tam antenna, quam manus ferrea, vel demitrebatur vel laxabatur, vel inrendebatur aut remirtebatur ſecundum opus & intētionem artificis. Eriam ſignificar artem qua tota opera ſtupendæ iſtiuſmodi demerſionis nauium & attritionis ad proximas rupes, dirigebatur. E

Μάρκος δὲ δυσχεραινόμενος. Mirum quàm valeat hoſtilis etiam apud hoſtem, virtus. Marcellus omnes conatus ſuos irritos ſentiebat, & grauiſſime animo ſuo ferebat, nec tamen Archimedi ſuccenſebat: Sed eius potiùs diuinam artem mirarus ſuis dicteriis inimici gloriam prædicabar, nec impediebarur opprobrio ſuo, quin iocarus nunc diceret τὰς μὲν ναῦς αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη, nunc vero τὰς σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι: nunc rurſus ὑ παυσώμεθα πρὸς τὸν γεωμετρικὸν τοῦτον Βριάρεων πολεμοῦντες. nunc adhuc, τοὺς μυθικοὺς ἑκατόγχειρας ὑπερβαίνει, τοσαῦτα βάλλων ἅμα βέλη καθ' ἡμῶν. & tandem ſimilia. F

G τοῖς πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τιθεμένοις ἀπεφθείροντο. Non tantùm à partibus quibus Appius oppugnabat Petrobolis & catapultis ingentes lapides emittentibus vſus eſt Archimedes, ſed etiam à quibus Marcellus. Scribit enim Plutarchus in Sambucam Marcelli lapidem excuſſum decem talentorum pondo, λίθον δεκατάλαντον inquit. Talentum vero apud antiquos Siculos fuit minarum 24. Mina vero ſuperat libram 12. vnciarum, ſemiuncia ſeu 4. dragmis, itaut cum Mina æquiualeat 100. dragmis, dragmæ vero octo vnciam conſtituant, ſequatur talentum Atticum apud Siculos antiquitus, Romanarum librarum fuiſſe 25, lapidémque 10. talentorum appendiſſe 250. libras. Et hoc quidem fuerit minima talẽti æſtimatione: ſiquidem apud quoſdam, & quidem tempore Plutarchi cuius verba referimus, talentum fuit, 120. librarum, Suida & Heſychio teſtibus, qua æſtimatione λίθος δεκατάλαντος fuiſſet librarum 1200. & immiſſus ruinas horrendas excitaſſet.

Suidas in dictione Talentum.

H οὐκ ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσί. Non itaque Tolenones & manus ferreæ tantùm aduerſus Marcellum, Marcellique naues vſui erant, ſed etiam contra Appium, qui ſicuti Marcellus propterea recedere ab vrbe, nec amplius vim experiri coactus eſt: adeo ſenex Syracuſius arte ſua potuit. Cæterùm ad has machinas mouendas & exercendas plurimo vſui fuere Barulca quæ memorantur his verſibus, quos Suidas è Georgio Piſida Iambographo laudat:

Τὰς πέντε δυνάμεις Ἀρχιμήδης εἰς μίαν,	*Cum quinque Vires Archimedes Vnicam*
Ὁλκὴν στοιβάσας, εἰς τὸ κινῆσαι μόλις	*In machinam conferret, & ſic ponderis*
Τῶν δυσραχήλων ἐξοχῶν τὰ φορτία.	*Immanis onera de loco vix truderet.*

DE SPECVLIS VSTORIIS ARCHIMEDIS.

Hoc vtique modo aiunt, puto, Archimedem per comburentia ſpecula hoſtium triremes incendiſſe. Succenditur verò facilè à comburente ſpeculo, & lana & ſtuppa, & ellychnium, & ferula, & quidquid denique ſimiliter eſt aridum & rarum. *Galenus περὶ κράσεων lib. 3.*

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ πυρείων.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρείων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις· ἀνάπτεται δ᾽ ἑτοίμως ὑπὸ τοῦ πυρείου καὶ ἔριον καὶ στυππεῖον καὶ θρυαλλὶς, καὶ νάρθηξ καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Miror quid Thomæ Linacro librorum Galeni de temperaturis interpreti, in mẽtem induxerit vt πυρεῖα Galeni, pyritas lapides fuerit interpretatus, aut qua ratione putauerit, lapidibus flammam fortaſſe cõcipientibus, Archimedem in triremibus inimicorum Romanorum, tantos excitaſſe ignes, vt eas ſuccenderit Etenim pyritæ illi lapides flammis micant ſi atterantur, nec alioquin ignes emittunt: quod & Galenus ſubjungit ἐξάπτουσι δὲ φλόγα καὶ λίθοι παρατριβόμενοι, ἐν μᾶλλον αὖ θεῖόν τις αὐτοῖς ἐπιπάσει. Quis itaque in triremibus Romanorum Pyritas lapides attriuiſſet? aut quomodo attriti è muris Syracuſanorum, tam longè flammas excuſſiſſent, & tanta abundantia vt in medio mari exuſſiſſent inimicas naues? Equidem multò conuenientius eſt per hujuſmodi comburentia, intelligere vſtoria ſpecula, quibus Archimedes mediante ſole ineuitabiles & inextinguibiles flammas excitaſſe refertur: Cui interpretationi & Galenus ipſe adſtipulatur, qui de domo quadam in Myſia Aſiæ parte igne combuſta, in eam à ſole excitato, mediante fimo columbino & reſina: media en im æſtate, cùm ſol plurimus incidiſſet accendit (inquit) tum reſinam, tum ligna, primum tecti, à quo in totam deinde domum excurrit. His itaque cum ſtatim ſubjungat quæ de hac inflammatione nauium Marcelli ſcripſit, quis negauerit eum loqui de igne à Sole excitato? An vero de comburen-

tibus ſpeculis aliquid Archimedes ediderit. Plutarchus videtur negare, cùm eum nihil de mechanicis ſcripſiſſe aſſerit: verum teſtatur Pappus librum edidiſſe περὶ ζυγῶν, quod ſi de libra ſcripſerit, in qua fundamentum habetur demonſtrationum omniũ mechanicarum, citaueritque idem Pappus ipſius quadrageſimum inuentum mechanicum, in quo dixerit, δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν· non dubitandum eſt quin Archimedes multa demonſtrauerit de modis conficiendorum organorum præcipuè militarium, quorum ſcientia virum principem maximè decet. Et certè ſunt qui vetuſtiſſimũ opus de ſpeculis comburentibus, quod ſub nomine cuiuſdam Gogauæ interpretis & illuſtratoris teritur manibus, Archimedi tribuant. Nam licet his libellus nobis non ſit traditus ex ſermone Græco, ſed ex Arabico in Latinum conuerſus: deinde nominetur in prima propoſitione Apollonius, qui longis temporibus Archimede fuit poſterior, reſponderi poteſt, plurimos Græcorum libros primùm datos fuiſſe ab Arabibus, longè antequam Græce nobis loquerentur: Præterea nomen illud Apollonij fortaſſe ab interprete in demonſtrationem irrepſit, præter mentem antiqui Auctoris. Quidquid ſit nemini dubium eſſe poteſt Archimedem ſpecula vſtoria conſtruxiſſe, quibus naues Marcelli conſumeret: hoc etiam teſtatur noſter Zetzes qui ex priorum temporum fama proiectionem radiorum ad diſtantiam quanta eſt iactus arcus, ſic deſcribit.

Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξου,
Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ γέρων.
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς, τετραπλᾶ γωνίαις
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίου
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμεριωτάτης.
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων
Ἐξάψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.

Cum autem Marcellus remouiſſet illas ad iactum arcus.
Hexagonum aliquod ſpeculum fabricauit ſenex:
A diſtantia autem commenſurati ſpeculi
Parua talia ſpecilla cum poſuiſſet quadrupla angulis:
Quæ mouebantur laminis & quibuſdã ſculpturis,
Medium illud poſuit radiorum ſolis,
Auſtralis & æſtiualis & hiemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis
Exarſio ſublata eſt formidabilis ignita nauibus,
Et has in cinerẽ redegit longitudine arcus iactus.

Hiſtor. 35 Chil 2.

Hic quidem Zetzes plurima tangit quæ pertinent ad doctrinam ſpeculorum vſtoriorum, quæ non poſſunt explicari paucis verbis. Propterea in commodius otium remittenda ſunt, cum aliis plurimis quæ ratione horum operum exoticorum Archimedis afferri potuiſſent, niſi abſoluiſſe vrgeremur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν.

DE MACHINIS ARCHImedis aëre & aqua mouentibus.

IOANNIS ZETZIS VERSVS.

πνευματικὰ, τὰς ὑδροσκοπικάς τε
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γράφοντος τὴν βίβλον Ἀρχιμήδους.

ſpiritalem aquarúmque ſpecimina
Idque ex ſenis libris Archimedis.

Chili. 2. Hyſt. 35.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Norat hic apertiſſimè & Pneumatica Archimedis & hydroſcopica: imò de iis libros ediddiſſe, nec tantum organa conſtruxiſſe Archimedem, disertis verbis dicit. Quò rurſus videntur recidere, quæ Pappus ſcripſit Archimedem πνευματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν cauſas ac rationes cognouiſſe. Vbi enim dixit, antiquos vocaſſe eos mechanicos, qui admirationem parerent; alij quidem per ſpiritus artem exercentes, qualis fuit Hero cuius *Proœmio lib. 8. collect. mathem.*

adhuc pneumatica habemus; alij per neruos & funes animatorum motus imitantes, ſicuti rurſus Hero αὐτομάτοις ϗ ζυγίοις; alij per ea quæ in aqua veherentur, vti Archimedes ἐχυμένοις vel horologiis per aquam conſtructis, quemadmodum idem Hero ὑδρείοις; alij per confectiones ſphærarum à quibus imago cœli conſtrueretur per æqualem & circularem aquæ motum: ſubiungit deinde ex quorundam dictis: horum omnium cauſas & rationes cognouiſſe Syracuſanum Archimedem: refertque ex Gemino Mathematico, ipſum ſolum illis temporibus varia & natura & intelligentia vſum eſſe ad omnia perſcrutanda. Exemplar artis ſuæ in his pneumaticis & hydroſcopicis Archimedes demonſtrauit in hydraulico illo tam celebri cuius mentionem fecit Tertullianus. *Spe-*
Tertul. lib. *Ϲt.i,* (inquit) *portentoſiſſimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot*
de Anima. *partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonoru, tot con:mercia modorũ, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hoc ſpecimine artis vtitur presbiter hic Carthaginenſis, vt vnitatẽ animæ demõſtret, facultatéſque oſtendat ipſius quidẽ varias aſſignari, pro diuerſitate operationũ, quas incluſus in nobis ſpiritus exerit, nec tamen partes eſſe, ſed vnius eſſentiæ alias atque alias potentias: ſicuti, licet ſint in Archimedeo hydraulico multi ſoni, variique modi, vna tamen fit ars, vnuſque ſpiritus qui *illic de tormento aquæ anhelans* commercia illa ſonorum educit foras; mediantibus diuerſis organis, & aliis atque aliis partibus quę operi deſeruiunt: ita ſunt in nobis actiones quinque ſenſuũ, imo motoriæ, cogitatoriæ, intellectiuæ, quibus omnibus & ſi certa ſingulis domicilia in corpore determinata ſint, non idcirco hæc quoque diſtributio animæ ſectio eſt. Cæterùm Pneumatica & hydraulica conjungimus cùm vix alia ab aliis ſeparentur, & pauca ſint organa quæ ex aëre & ſpiritu motus vllos, ſonum aut cantum habeant quæ aqua ſimul non vtantur: vt vice verſa nulla ſint aquarum ſpecimina, quæ aëre & cantu non expleantur. Hoc experimur magnificis illis pneumaticis & hydraulicis, quæ HENRICVS
Plinius lib. MAGNVS nunquam ſatis laudatus extruxit in ſuperba illa ſcala (cui ſimile ædificium
7. cap 27. non nouit ſuprema ætas) qua pro foribus ſumptuoſſimarum ædium inferiorum S. Germani Layenſis aſpectu quidẽ ſtupendo, arte mira & ſumptibus vetè regiis, ad amœniſſimos placidiſſimóſque hortos, alios penſiles, alios verò æquè libratos, qui ſecus littus Sequanæ ſunt, deſcenſus eſt. Caueis enim gradus & aulæa ſuſtinentibus tot organa, totque machinæ πνευματικῶν ϗ ὑδροσκοπικῶν motus, pugnas, ſonos, cantus incluſo ſpiritu & aqua agitante edunt, tantámque vndarum copiam fiſtulis apertis promunt, vt opus eſſe dicas vel Archimedis vel Cteſibij, qui etiam huiuſmodi artificiis claruit.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΟΠΟΙΙΑΣ.

ARCHIMEDIS DE COMPOSITIONE SPHÆRÆ MATERIALIS.

Verſus Claudiani Poëtæ.

Iura poli rerúmque fidem, legéſque Deorum,
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus ſignifer annum.
Et ſimulata nouo Cynthia menſe redit.
Iámque ſuum voluens audax induſtria Mundum,
Gaudet, & humana Sidera mente regit.

Inter Epigrammata.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

De ſphærico inſtrumento quo Archimedes efformauit molem cœleſtem, cœlorúmque motus, multa iam diximus in vita Authoris. Equidem artificium operis requireret iuſtum volumen, adeo vis ingenij in eo primum inueniendo, tum diſponendo & ſuis partibus partiúmque rationibus cõcinnandis eluceſcit. Hoc Archimedes ediderat, ſed periit, nec quiſquam deinde alius damnum reſarciit, licet Poſidonius eundem laborem inſumpſerit, cuius etiã operæ monumenta perdidimus. Cæterùm hæc literaria naufragia, eò leuiora cenſentur, quò certius eſt non deeſſe qui conatus illos obſecundent & motus ſphærarum omnium ſuperiorum aſtrorúmque configurationes inſtrumentis per ſe mobilibus & automatis adumbrent, imò forſitan accuratioribus periodis definiant, cùm nobis iam cœlum meliùs quàm antiquis innoteſcat, & multa rimati ſint poſteriores Aſtronomi & animaduerterint, quæ clàm prioribus fuerant. Abſit tamen quicquam veteribus detrahamus, qui nos primi in illas Deorum ſedes deduxerũt, aſtra tueri confirmarunt, & ſemitas beatarum mentium docuerunt, licet deinde quaſdam nondum illis peruias detexerimus, ſed illis primis Authoribus pari quam diſcipulis gloria. *Cicero lib. 2 de Nat. Deorum.* Cæterùm vt de libris Archimedis quid ſentiendum ſit dicamus, & interim ſusceptum hunc laborem concludamus, refert Pappus ex Carpo Antiochenſi, Archimedem Syracuſanum vnum duntaxat librum mechanicum compoſuiſſe de ſphæropoeia: de aliis vero ſibi ſcribendum non exiſtimaſſe: quamuis apud multos ob mechanicam facultatem ſummo in honore ſemper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus ſit, ſed de iis quæ præcipuè Geometricam Arithmeticámque contemplationem continent, diligenter conſcripſiſſe, adeóque harum ſcientiarum amore inflammatum fuiſſe, vt nihil extrinſecus in eas introducendum ſtatuerit. Cæterùm alij Authores, imò ipſe Pappus alios Archimedis libros de re Mechanica agnoſcunt, præter hunc de Sphæropoeia, ut notauimus antea. *Proæmio lib. 7.* Verùm ſcripſerit, necne: certiſſimum eſt in mechanicis maximam vt in ſpeculatiuis conſequutum eſſe gloriam, quam nulla vnquam deletura eſt obliuio.

Ἡ δὲ δόξα τῷ θεῷ εἰς αἰῶνας τῶν αἰώνων.

BIBLIOTECA NAZ. VITT. EMANUELE

DE HELICA ARCHIMEDIS.

Abſolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iuſſit, & tantiſper dum fluctibus maderet, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima eſſet ambiguitas, Archimedes machinarius eam ſolus demiſit paucis inſtrumentis. Cùm enim præparaſſet helicem machinam, tam ſtupendum nauigium in mare detruſit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum eſt Helix. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν, *lib.* 5.

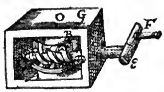
ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθελκεῖν προσετέτακτο τὴν λοιπὴν κατασκευὴν, ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ· ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc ἑλικῶν inſtrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dícere certò poteſt, cùm figuræ Archimedeæ non ſuperſint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuiſſe machinam ab ea quam vulgus Cochleam ſeu Helicen infinitam vocat, cuius vires immenſæ ſunt. Hac enim etſi admodum ſimplici, ſolui poteſt, ſi quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propoſitum, τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium poſſit quantarumcunque propoſitarum confici, nec ſit conſtituendæ potentiæ ipſius vllus definitus terminus. Conſtat vero duabus partibus rota, nempe & cylindro, vt appoſito diagrammate videre eſt: in quo A. B. rota eſt dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capſula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, eſt G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur eſt E. F. Cæterùm partes ipſius, & partium rationes vel officia diligentiùs adſcribere, rei tritæ & omnium operariorum manibus verſatæ communis vſus non permittit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis ſcripſerunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiuſmodi corollis antea opere ſingulari egit Archimedes. Cæterùm ſi hac helice ſoluatur hoc problema, vt certè faciliùs poteſt quàm βαρουλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum ſcilicet, nec axis in perittochio, nec vecte, nec polyſpaſto, nec cuneo: dicenda fuerit quadrageſimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadrageſimo datum pondus data potentia mouiſſe, ſcribunt antiqui.



Collect. Math. lib. 8. prop. 10.

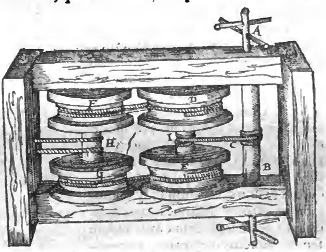
ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Ioannes Zetzes, Chilliad.2.hiſtor.35.

Ὅστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,	Qui fabricatus eſt multas mechanicas vires.
Καὶ τῇ τρισπάτῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,	Et Triſpato machina manu læua ſoláque,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.	Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Triſpatum ſeu vt alij habent Triſpaſtum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuiſſe maximas adſeuerant omnes cum authore hoc noſtro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxiſſe vel extuliſſe ſola manu ſiniſtra & quidem leui opera, perhibet. Polyſpaſti quidem meminit Pappus, adpingitque & deſcribit, ſed ſolius Triſpaſti rationem non dedit. vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribaſius tamen opere, quod conſcripſit de machinis medicis, Triſpaſtum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuiſſe ait vel Apellidis vel Archimedis. Figuram autem hanc quam profert, vix cenſetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota, funiſque C. circa ipſam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani conuoluuntur D. E. tum G. F. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum ſic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter ſuculæ A B. minor ſit quam tympanorum D. E. vel



G.F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor eſt moto, vt ars machinalis docet. Ea fortaſſe cauſa fuit, cur Ariſtion ſucenſuit patri Paſicrati (qui primus inſtrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam inſtrumenti ſtructuram. Verba aliqua Oribaſij placuit ex manuſcripro regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, ſed accommodatum medicis operationibus inſtrumentum detegatur. Multa quidem dicit, ſed hæc magis ad rem.

VERBA ORIBASII.

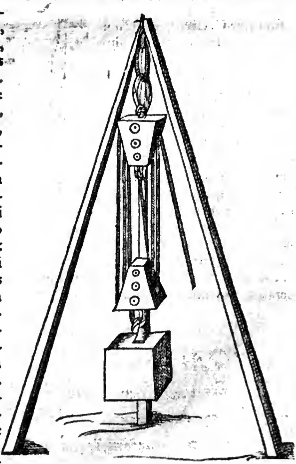
Ἀριστίων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους υἱὸς ὑπόντησε τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιΐᾳ, οὐκ ἐν	Ariſtion vero filius Paſicratis modeſtè occurrit Patri, ignoranti antiquam inſtrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi ſtructura, non in cauita-

res laterum mouebantur, ſed in anſis affixis lateribus cauitates ſpirales habentibus; ſicuti videre eſt in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex conſtitutione mouent; neque vero rotæ concauæ ſunt, ſed ſupereminentes. Cum igitur mortariolis circa anſas moueantur, & rotæ ſuperemineant, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Triſpaſtum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Iſta vero hucuſque credibilia ſunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ περὶ κνώδακας προσηλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἔχοντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ἔστι θεάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὴν κατασκευὴν ῥᾳδίως στρεφομένων· οὐδὲ μὴν οἱ τροχοὶ κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ᾽ ὑπερέχοντες· ἐπείπερ οὖν ὁλμίσκοις περὶ κνώδακας κινοῦνται, καὶ οἱ τροχοί εἰσι μετέωροι, εὐχερέστατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χειρὶ ἕλκηται ὁ κάλος. διὰ γὰρ αὐτό τοῦτο καὶ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ ἐνεργοῦντες κάλοι εἷς μὲν ἔκθετος δύο δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ὑπὸ τούτου πεπιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Ariſtion arguerit Patrem Piſicratem erroris in deſcribendo Archimedis Triſpaſto quia axes rotarũ mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec anſas ſeu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit, non magnopere hinc æſtimandus eſt: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores ſunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, fitque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iiſdem ſemper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Triſpaſti ortum eſſe vult, ſunt quidem in illo ſupra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati ſunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G. exeunt deinde in axem H. vt tãdem ipſis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos ſeu interiores, quia in axẽ H. reuoluuntur circa ipsũ, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clariſſimè oſtenditur. Quod autem triplex iſte funis Triſpaſtum formauerit, non potiùs tria virium inſtrumenti organa vt Cochleæ aut Trochleæ, non mihi perſuadeo, cenſeoque Triſpaſtum Archimedis



inſtrumentũ fuiſſe petitum ex Polyſpaſto, compoſitúmq; ex tribus Cochleis ſuperioribus & tribus inferioribus, vt hoc ſchemate videre eſt, cuius vſus adeo frequens eſt, vt offerri ſolummodo ſufficiat. Non eſt tamen credendum hoc ſolo inſtrumento, cuius vires definiuntur, tanta pondera attrahi aut efferri poſſe, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus ſolis trochleis vires hominis ſextuplicantur, hoc eſt, vnus homo effert aut attrahit tantum ſolus, quantùm ſex homines abſque inſtrumento: vt ſi communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Triſpaſto gereret aut moueret 1200. quæ multum diſtant à pondere 7000. modiorum: quæ propterea ſi Triſpaſto eſſent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplicari poſſent, aut addenda Ergata cum Chelonis vel Helice ſeu Cochlea, vel aliquod ſimile inſtrumentum, quo Triſpaſti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ἐπινοημάτων πρὸς πάντα τὰ μηχανήματα Μαρκέλλου τε καὶ Ἀππίου, ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

DE ARCHIMEDIS INuentis aduerſus omnes Marcelli & Appij machinas in obſidione Syracuſarum.

VERBA POLYBII.

Ὁ δὲ προειρημένος ἀνήρ, (Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς [b] διάστημα, πόρρωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. ὅτε δὲ ταῦθ' ὑπερπετῆ γίγνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπήν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος, ἠναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκοις ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν· οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad A
quoduis interuallum mittendi tela præparatis, intentioribus quidem & maioribus quà balliſtis B
quà catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eò difficultatum adigebat, vt quò ſe verterent, neſcirent. vbi verò hæc tormenta vltra hoſtem tela mittere cœperunt, minoribus pro ratione præſentis interualli ſubinde vtens, vſque adeo Romanum confudit, vt impetum illius atque inuaſionem penitus impediret. ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clàm ſilentio noctis naues propius admouere eſt coactus. quæ poſtquam intra teli iactum terræ appropinquaſſent, alium rurſus apparatum aduerſus eos qui è nauibus dimicabant, idem vir præſtruxerat. murum crebris cauis ad humanæ ſtaturæ modum: ſed quæ extrinſecus palmares eſſent, aperuit. ibi ſagittariis ac ſcorpiunculis ab interiore C

σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρώρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος σχαστηρίας. οὗ γινομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ' ὕψους ῥιφθείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτελουμένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολάς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι. καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς· ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι, τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν· ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου. οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθεί-

in puppim erexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum verò & catenam tunc ope ſchaſteriç è machina eximebat. quo facto, pars nauium in latus concidebat: pars in os vertebantur: pleræque prorâ ex alto deiectâ demerſæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hiſce Archimedis inuentis quum ad conſilij inopiam redigeretur Marcellus, quúmque ſua omnia incepta ab oppidanis eludi non abſque damno ſuo & F opprobrio videret: etſi caſum hunc iniquo animo ferebat: tamen facta propria ſubſannans, Archimedem dixit, nauibus ſuis ceu trullis aquam haurire: Sambucas verò ſuas colaphis percuſſas ceu fœdere excluſas cum ignominia è compotatione eſſe eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. ſed & Appius quum in eaſdem difficultates incidiſſet, incepto deſtitit. cuius milites dum adhuc longius aberant, petrariis & catapultis icta concidebantur. erat namque telorum apparatus tam copia quàm vſu atque efficacia admirabilis: vt pote ad quem Rex Hiero ſumptus præbuerat, induſtriam verò atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus G & opifex. vbi verò propius murum ſubibant Appij milites, alij è feneſtris muralibus de quibus antè dictum, continuis vulneribus acceptis, acceſſu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà ſaxis quà trabibus rectà in caput immiſſis tru-

H cidabantur. afferebant & illæ è machinis manus de quibus antè diximus, damnum haut mediocre.

ροντο. [h] καὶ ὀλίγα δὲ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρόσθεν εἶπα.

Σχόλια in verba Polybij.

A ὁ Ἀρχιμήδης. Multi veterum ſcriptorum obſidionem Syracuſarum à Marcello, ſcriptis retulerunt. Sed inter alios textum Polybij ſelegimus & hic adſcripſimus, quia author fuit tempori proximus, natus nimirum 30. circiter pòſt annis, nempe V. C. 569. itaut anno V. C. 606. quo Scipioni Africano comes adiunctus eſt tranſeunti in Africam aduerſus Carthaginiẽſes, eſſet circiter 37. annorum. Sic verò potuit ab iis qui obſidioni Syracuſarũ adfuerãt, intellexiſſe quæcunque illic contigerant, eáque certiſſimè in ſcripta referre. Ea enim Polybius religione fuit in hiſtoria, vt nihil quàm quod viderit vel ab oculatis teſtibus acceperit, ſcripſerit: ἐξ οὗ συμβαίνει (inquit) τοῖς μὲν αὐτοὺς ἡμᾶς παραγεγονέναι, τὰ δὲ παρὰ τῶν ἑωρακότων ἀκηκοέναι· τὸ γὰρ ἀνωτέρω προσαναλαμβάνειν τοῖς χρόνοις, ὡς ἀκοὴν ἐξ ἀκοῆς γράφειν, οὐκ ἐφαίνεθ' ἡμῖν ἀσφαλεῖς ἔχειν οὔτε τὰς διαλήψεις, οὔτε τὰς ἀποφάσεις. Deinde cùm vixerit & chariſſimus adfuerit Scipioni, qui bellum ex Italia in Africam detulit aduerſus Carthaginienſes ſecundo bello Punico, manſit cum Scipione aliquot diebus in Sicilia dum omnia tranſitui neceſſaria præpararentur; ac interim potuit ſciſcitari à Syracuſanis ipſis quid Syracuſis in obſidione acciderat. Remotiores itaque ab hoc ſeculo ſcriptores ea à Polybio didicerunt vt ipſi maior ſit fides adhibenda quam illis.

lib. 4. ferè initio.

B ἀφετηρίοις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι. Perpulerat Hiero Archimedem vt machinas inſtrueret ad quamlibet oppugnandi rationem (πρὸς πᾶσαν ἰδέαν πολιορκίας) accommodatas, quibus vel ad propulſandum periculum, vel ad oppugnandas, vrbes, vteretur. Inter iſtas itaque màchinas erant καὶ παλιβόλοι καὶ ἀγχίμαχοι & ad quoduis interuallum mittendi tela præparatæ: itaut cum Romani conſilium cœpiſſent inuadendi muros & cominùs ſubeundi, exiſtimantes interuallum requiri Archimedi explicandis funibus machinarum, cùm iam propè eſſent & tenebrarum beneficio acceſſiſſent ad mœnia, inuenerunt inſtructa & accommodata ad omne interuallum tormenta, quæ tela breuiora quidem, ſed dẽſiora, multáque & crebra vulnera inferrent, παρεσκευασμένων ὀργάνων τι συμμέτρους πρὸς πᾶν διάστημα κινήσεις καὶ βέλη βραχέα, &c. (inquit Plutarchus.) Quibus conuenientiſſimè Liuius ait. *In eas quæ procul erant naues ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis.*

Plutarch. *lib. 4. ab V.C.*

C εἰς τοξότας καὶ σκορπίδια. Sic Liuius. *Poſtremo vt ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingerent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cauis apparuit: per quæ caua pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem.* Scorpionum iſtiuſmodi meminit quoque Plutarchus. πολλὰ δέ τι καὶ συνεχῆ τραύματα οἱ σκορπίοι, βραχύτονοι μὲν ἐντεῦθεν δὲ πλῆξαι παρεσκευασμένοι, ἀόρατοι τοῖς πολεμίοις. Et certè quia crebris ictibus ferit, & ſubtilibus ſpiculis hoc militare inſtrumentum mortem infert, ſcorpioniſque ſimilitudinem refert, nomen ſortitum eſt antiquitus: arcubaliſtam nunc interpretamur, cuius arcus hinc atque illinc chelarum ſimilitudine præ ſe ferunt caudæ ſpiculum. Noſtri pridem patres etiam vſi ſunt his armis, & caua illa quæ Polybius & Liuius Archimedem referunt in muro aperuiſſe, vt ſcorpionibus emitterentur tela, apparent adhuc in antiquis ciuitatum mœnibus. Cæterum alia quoque Archimedes parauerat, quæ non ex muro irruerent, ſed ex alto ſaxa ad omne interuallum, & ad perpendiculum in capita oppugnantium, dimitterent.

D ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρεῖν. Sambuca erat antiquis genus machinæ militaris qua vrbes expugnabantur, & Romani potiſſimum ea vtebantur: ſic dicta à diſpoſitione funium & intenſione vt vires ſuas exercet, quæ erat talis fere, qualis eſt chordarum in muſico organo. σαμβύκην μὲν ἐκάλουν διὰ ὁμοιότητά τινα σχήματος πρὸς τὸ μουσικὸν ὄργανον, inquit Plutarchus. Erat enim Sambuca propriè inſtrumentum muſicum trigonum, quod ex neruis tum longitudine tum craſſitie inæqualibus conſtabat, ſolebátque leuiori carminum generi adhiberi. Nam eius ſonus erat acutus etiam teſte Athenæo, qui quatuor tendi fidibus refert ex Ephorione, & vſitatum fuiſſe Parthis, & Troglodytis ἐν ᾗ ὁ Μαζίευς ἐξευρῆσθαι τὸ μουσικὸν ὄργανον σαμβύκην (inquit) &c. Qui & paulò pòſt innuit inſtrumentum quoque fuiſſe

Ptolomeus Harm. *lib 14. dipnoſ.*

militare, cuius figuram & ſtructuram Biton explicaſſet in libro de machinis ad Attalum: admoueri vero ſolitam aduerſariorum mœnibus duabus Suculis (ἐπὶ δύο ὄνων) & cùm erecta fuerit eius formam ſimilem eſſe nauium ſcalis foras projectis & expanſis: porro eius inuentorem fuiſſe Heraclidem Tarentinum. Vegetius autem de Sambuca ait, in eius trabe quæ prope turrim ſtatuitur, funes eſſe qui de ſuperiore parte trochleis ſcalas laxent ad murum deſcenſuras vt per eas bellatores egreſſi, turre tranſeant ad inuadenda mœnia. Non vero erat Sambuca naualis machina potiùs quam terreſtris nec id Polybius cenſuit, vt putat in Athenæum Dalechampius, ſed hac Marcellus vſus eſt è mari vrbem oppugnans cùm ponte nauium muro appropinquauit ἀπὸ τοῦ ζεύγματος ἐπῄει μηχανῇ (inquit Plutarc.) ſicuti egiſſet de terra ſi illinc obſediſſet.

τὴν περιαγόμεναι καρχησίῳ πρός τι ἐν αἱ κεραίαι διά τινος χαλκείας. *Tunc circumactæ antennæ Carcheſio per quandam trochleam.* Aduerſus machinas Marcelli, alia machinamenta parauerat Archimedes, quibus eludebat Romanorum conatus: Inter alia vero memoratur illud quod Liuius Tollenonem vocat, deſcribitque his verbis: *In eas Tollenone ſuper murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigata, cum iniecta proræ eſſet, grauique libramento plumbi recelleret ad ſolum ſuſpenſa prora nauim in puppim ſtatuebat, dein remiſſa ſubito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum, ita vndæ affligebat vt etiamſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet.* Eodem fere ſenſu Plutarchus vult, naues, cùm edita eſſent repentè ex muris antennarum cornua, partim graui impulſas ſupernè libramento fuiſſe depreſſas: partim ferrea manu vel roſtro ad gruini modum (ταῖς δὲ χερσὶ σιδηραῖς ἢ στόμασιν εἰκασμένοις γεράνων, inquit,) cùm ſuſpendiſſent ex prora in puppim ſtatutas, tum demerſas, aut attractas & in contrarias partes rotatas, præruptis deinde ſaxis quæ prominebant ſub mœnibus cum ingenti claſſiariorum pernicie, eliſas. Imo aliquoties nauim in ſublime elatam viſu horrendum: (θέαμα φρικῶδες ἦν) huc atque illuc reuolutam ſuſpenſamque donec dejectis nauticis atque confixis, muro inanis impingeret, vel remiſſa decideret. Hoc & Polybius noſter adſtruit, itaut qui verba eius notauerit facile machinam Archimedeam conjectauerit. Nec enim aliam figurã habuit quàm illa Architectoribus noſtris vulgaris, huius antiquo nomine appellata. Et conſtitit duabus potiſſimùm partibus καρχησίῳ ſcilicet & κεραίᾳ. Carcheſium etenim ſumitur pro præalta illa ſtipite, quæ perpẽdiculariter erecta altitudinem conſtituit Tollenonis, & in cuius apice tranſuerſa agitur antenna roſtrum gruis hinc inde rotatim & decuſſatim in gyrum infernè ac ſupernè delatum, referens: Et in anteriori quidem parte oblongas cathenas gerebat in formam ferreæ manus deſinentes, quæ certis quibuſdam cathenulis, artis ſchaſteriæ miniſterio, & exporrectionibus, ac firmis compreſſionibus nauigia & quæcunque machinamenta abripiebant & in altum efferebant, quantæcunque tandem fuiſſent molis: ope ſcilicet grauiſſimi libramenti ex plumbo, & ferro, alioue ingenti pondere, quo tanquam immani ſacomate interiùs librabantur, & quò vellent Syracuſij, exporrigebãtur. Hinc Liuius cõuenientiſſimè machinam hanc Tollenonem vocat à ſimilitudine eius inſtrumenti, quo eodem nomine, authore Feſto, hauritur aqua in alterã partem prægrauante pondere vt ancillulæ norunt & Olitores, Topiarijque, qui Tollenonũ hauſtibus cõtinuò irrigant. Cæterùm hic Polybius καρχησίῳ vtitur quamquam ſit ſuprema mali pars: quia prominentem ſupra muros partem ſolam notat, cùm tamen & Pterna & Trachylus aliæ duæ mali partes, occultarentur ponè mœnia. Nec enim ſine fortiſſimo malo, imo tignis & capreolis robuſtiſſimis innixo, tota machina & ingẽs antenna ſuſtineri potuiſſet. Porro χαλκεία vocabulum quo vſus eſt Polybius, deſignat & funes & trochleas, & denique organa quibus tam antenna, quam manus ferrea, vel demittebatur vel laxabatur, vel intendebatur aut remittebatur ſecundum opus & intẽtionem artificis. Etiam ſignificat artem qua tota opera ſtupendæ iſtiuſmodi demerſionis nauium & attritionis ad proximas rupes, dirigebatur.

Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος. Mirum quàm valeat hoſtilis etiam apud hoſtem, virtus. Marcellus omnes conatus ſuos irritos ſentiebat, & grauiſſime animo ſuo ferebat, nec tamen Archimedi ſuccenſebat: Sed eius potiùs diuinam artem miratus ſuis dicteriis inimici gloriam prædicabat, nec impediebatur opprobrio ſuo, quin iocatus nunc diceret τὰς μὲν ναῦς αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη, nunc vero τὰς σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκ πότου μετ' αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι: nunc rurſus οὐ παυσόμεθα πρὸς τὸν γεωμετρικὸν τοῦτον Βριάρεων πολεμοῦντες. nunc adhuc, τοὺς μυθικοὺς ἑκατόγχειρας ὑπερβάλλει, τοσαῦτα βάλλων ἅμα βέλη καθ' ἡμῶν. & tandem ſimilia.

G τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο. Non tantùm à partibus quibus Appius oppugnabat Petrobolis & catapultis ingentes lapides emittentibus vſus eſt Archimedes, ſed etiam à quibus Marcellus. Scribit enim Plutarchus in Sambucam Marcelli lapidem excuſſum decem talentorum pondo, λίθον δεκατάλαντον inquit. Talentum vero apud antiquos Siculos fuit minarum 24. Mina vero ſuperat libram 12. vnciarum, ſemiuncia ſeu 4. dragmis, itaut cum Mina æquiualeat 100. dragmis, dragmæ vero octo vnciam conſtituant, ſequatur talentum Atticum apud Siculos antiquitus, Romanarum librarum fuiſſe 25, lapidémque 10. talentorum appendiſſe 250. libras. Et hoc quidem fuerit minima talẽti æſtimatione: ſiquidem apud quoſdam, & quidem tempore Plutarchi cuius verba referimus, talentum fuit, 120. librarum, Suida & Heſychio teſtibus, qua æſtimatione λίθος δεκατάλαντος fuiſſet librarum 1200. & immiſſus ruinas horrendas excitaſſet.

Suidas in dictione Talentum.

H ἐν ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσί. Non itaque Tolenones & manus ferreæ tantùm aduerſus Marcellum, Marcellique naues vſui erant, ſed etiam contra Appium, qui ſicuti Marcellus propterea recedere ab vrbe, nec amplius vim experiri coactus eſt: adeo ſenex Syracuſius arte ſua potuit. Cæterùm ad has machinas mouendas & exercendas plurimo vſui fuere Barulca quæ memorantur his verſibus, quos Suidas è Georgio Piſida Iambographo laudat:

Τὰς πέντε δυνάμεις Ἀρχιμήδης εἰς μίαν,	*Cum quinque vires Archimedes vnicam*
Ὁλκὴν συνάψας, εἰς τὸ κινῆσαι μόλις	*In machinam conferret, & ſic ponderis*
Τῶν δυσραχήλων ἐξοχῶν τὰ φορτία.	*Immanis onera de loco vix truderet.*

DE SPECVLIS VSTORIIS ARCHIMEDIS.

Hoc vtique modo aiunt, puto, Archimedem per comburentia ſpecula hoſtium triremes incendiſſe. Succenditur verò facilè à comburente ſpeculo, & lana & ſtuppa, & ellychnium, & ferula, & quidquid denique ſimiliter eſt aridum & rarum. *Galenus* περὶ κράσεων *lib.* 3.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ πυρείων.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρείων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις· ἀνάπτεται δὲ ἑτοίμως ὑπὸ τοῦ πυρείου καὶ ἔριον καὶ στυππεῖον καὶ θρυαλλὶς, καὶ νάρθηξ καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Miror quid Thomæ Linacro librorum Galeni de temperaturis interpreti, in mẽtem induxerit vt πυρεῖα Galeni, pyritas lapides fuerit interpretatus, aut qua ratione putauerit, lapidibus flammam fortaſſe cõcipientibus, Archimedem in triremibus inimicorum Romanorum, tantos excitaſſe ignes, vt eas ſuccenderit Etenim pyritæ illi lapides flammis micant ſi atterantur, nec alioquin ignes emittunt: quod & Galenus ſubjungit ἐξάπτουσι δὲ φλόγα καὶ λίθοι παρατριβόμενοι, οὐ μᾶλλον αὖ θεῖόν τις κόνις ἐπιπάσει. Quis itaque in triremibus Romanorum Pyritas lapides attriuiſſet? aut quomodo attriti è muris Syracuſanorum, tam longè flammas excuſſiſſent, & tanta abundantia vt in medio mari exuſſiſſent inimicas naues? Equidem multò conuenientius eſt per hujuſmodi comburentia, intelligere vſtoria ſpecula, quibus Archimedes mediante ſole ineuitabiles & inextinguibiles flammas excitaſſe refertur: Cui interpretationi & Galenus ipſe adſtipulatur, qui de domo quadam in Myſia Aſiæ parte igne combuſta, in eam à ſole excitato, mediante fimo columbino & reſina: media en im æſtate, cùm ſol plurimus incidiſſet accendit (inquit) tum reſinam, tum ligna, primum tecti, à quo in totam deinde domum excurrit. His itaque cum ſtatim ſubjungat quæ de hac inflammatione nauium Marcelli ſcripſit, quis negauerit eum loqui de igne à Sole excitato? An vero de comburen-

tibus ſpeculis aliquid Archimedes ediderit. Plutarchus videtur negare, cùm eum nihil de mechanicis ſcripſiſſe aſſerit: verum teſtatur Pappus librum ediddiſſe περὶ ζυγῶν, quod ſi de libra ſcripſerit, in qua fundamentum habetur demonſtrationum omniũ mechanicarum, citaueritque idem Pappus ipſius quadrageſimum inuentum mechanicum, in quo dixerit, δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν· non dubitandum eſt quin Archimedes multa demonſtrauerit de modis conficiendorum organorum præcipuè militarium, quorum ſcientia virum principem maximè decet. Et certè ſunt qui vetuſtiſſimũ opus de ſpeculis comburentibus, quod ſub nomine cuiuſdam Gogauæ interpretis & illuſtratoris teritur manibus, Archimedi tribuant. Nam licet hic libellus nobis non ſit traditus ex ſermone Græco, ſed ex Arabico in Latinum conuerſus: deinde nominetur in prima propoſitione Apollonius, qui longis temporibus Archimede fuit poſterior, reſponderi poteſt, plurimos Græcorum libros primùm datos fuiſſe ab Arabibus, longè antequam Græce nobis loquerentur: Præterea nomen illud Apollonij fortaſſe ab interprete in demonſtrationem irrepſit, præter mentem antiqui Auctoris. Quidquid ſit nemini dubium eſſe poteſt Archimedem ſpecula vſtoria conſtruxiſſe, quibus naues Marcelli conſumeret: hoc etiam teſtatur noſter Zetzes qui ex priorum temporum fama proiectionem radiorum ad diſtantiam quanta eſt iactus arcus, ſic deſcribit.

Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξου,
Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ γέρων.
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς, τετραπλᾶ γωνίαις
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίου
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμεριωτάτης.
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων
Ἐξάψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀποτέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.

Cum autem Marcellus remouiſſet illas ad iactum arcus.
Hexagonum aliquod ſpeculum fabricauit ſenex:
A diſtantia autem commenſurati ſpeculi
Parua talia ſpecilla cum poſuiſſet quadrupla angulis:
Quæ mouebantur laminis & quibuſdã ſculpturis,
Medium illud poſuit radiorum ſolis,
Auſtralis & æſtiualis & hiemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis
Exarſio ſublata eſt formidabilis ignita nauibus,
Et has in cinerẽ redegit longitudine arcus iactus.

Hiſtor. 35 Chil 2.

Hic quidem Zetzes plurima tangit quæ pertinent ad doctrinam ſpeculorum vſtoriorum, quæ non poſſunt explicari paucis verbis. Propterea in commodius otium remittenda ſunt, cum aliis plurimis quæ ratione horum operum exoticorum Archimedis afferri potuiſſent, niſi abſoluiſſe vrgeremur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν.

DE MACHINIS ARCHImedis aëre & aqua mouentibus.

IOANNIS ZETZIS VERSVS.

πνευματικῶν, τῶν ὑδροσκοπικῶν τε
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γέροντος τῶν βιβλίων Ἀρχιμήδους.

ſpiritalem aquarúmque ſpecimina
Idque ex ſenis libris Archimedis.

Chili. 2. Hyſt. 35.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Norat hic apertiſſimè & Pneumatica Archimedis & hydroſcopica: imò de iis libros edidiſſe, nec tantum organa conſtruxiſſe Archimedem, diſertis verbis dicit. Quò rurſus videntur recidere, quæ Pappus ſcripſit Archimedem πνευματικῶν τε καὶ ὑδροσκοπικῶν cauſas ac rationes cognouiſſe. Vbi enim dixit, antiquos vocaſſe eos mechanicos, qui admirationem parerent; alij quidem per ſpiritus artem exercentes, qualis fuit Hero cuius

Proœmio lib. 8. collect. mathem.

adhuc pneumatica habemus; alij per neruos & funes animatorum motus imitantes, ſicuti rurſus Hero αὐτομάτοις ϗ ζῳδίοις; alij per ea quæ in aqua veherentur, vti Archimedes ὀχημάτιοις vel horologiis per aquam conſtructis, quemadmodum idem Hero ὑδρίαις; alij per confectiones ſphærarum à quibus imago cœli conſtrueretur per æqualem & circularem aquæ motum: ſubiungit deinde ex quorundam dictis: horum omnium cauſas & rationes cognouiſſe Syracuſanum Archimedem: refertque ex Gemino Mathematico, ipſum ſolum illis temporibus varia & natura & intelligentia vſum eſſe ad omnia perſcrutanda. Exemplar artis ſuæ in his pneumaticis & hydroſcopicis Archimedes demonſtrauit in hydraulico illo tam celebri cuius mentionem fecit Tertullianus. *Spe-* *cta*, (inquit) *portentoſiſſimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonorum, tot commercia modorũ, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hoc ſpecimine artis vtitur presbiter hic Carthaginenſis, vt vnitatẽ animæ demõſtret, facultatẽſque oſtendat ipſius quidẽ varias aſſignari, pro diuerſitate operationũ, quas incluſus in nobis ſpiritus exerit, nec tamen partes eſſe, ſed vnius eſſentiæ alias atque alias potentias: ſicuti, licet ſint in Archimedeo hydraulico multi ſoni, variique modi, vna tamen fit ars, vnuſque ſpiritus qui *illic de tormento aquæ anhelans* commercia illa ſonorum educit foras; mediantibus diuerſis organis, & aliis atque aliis partibus quę operi deſeruiunt: ita ſunt in nobis actiones quinque ſenſuũ, imo motoriæ, cogitatoriæ, intellectiuæ, quibus omnibus & ſi certa ſingulis domicilia in corpore determinata ſint, non idcirco hæc quoque diſtributio animæ ſectio eſt. Cæterùm Pneumatica & hydraulica conjungimus cùm vix alia ab aliis ſeparentur, & pauca ſint organa quæ ex aëre & ſpiritu motus vllos, ſonum aut cantum habeant quæ aqua ſimul non vtantur: vt vice verſa nulla ſint aquarum ſpecimina, quæ aëre & cantu non expleantur. Hoc experimur magnificis illis pneumaticis & hydraulicis, quæ HENRICVS MAGNVS nunquam ſatis laudatus extruxit in ſuperba illa ſcala (cui ſimile ædificium non nouit ſuprema ætas) qua pro foribus ſumptuoſſimarum ædium inferiorum S. Germani Layenſis aſpectu quidẽ ſtupendo, arte mira & ſumptibus verè regiis, ad amœniſſimos placidiſſimóſque hortos, alios penſiles, alios verò æquè libratos, qui ſecus littus Sequanæ ſunt, deſcenſus eſt. Caueis enim gradus & aulæa ſuſtinentibus tot organa, totque machinæ πνευματικῶν ϗ ὑδροσκοπικῶν motus, pugnas, ſonos, cantus incluſo ſpiritu & aqua agitante edunt, tantámque vndarum copiam fiſtulis apertis promunt, vt opus eſſe dicas vel Archimedis vel Cteſibij, qui etiam huiuſmodi artificiis claruit.

Tertul. lib. de Anima.

Plinius lib. 7. cap. 27.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΟΠΟΙΙΑΣ.

ARCHIMEDIS DE COMPOSITIONE SPHÆRÆ MATERIALIS.

Verſus Claudiani Poëtæ.

Iura poli rerúmque fidem, legéſque Deorum,
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus ſignifer annum.
Et ſimulata nouo Cynthia menſe redit.
Iámque ſuum voluens audax induſtria Mundum,
Gaudet, & humana Sidera mente regit.

Inter Epigrammata.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

De ſphærico inſtrumento quo Archimedes efformauit molem cœleſtem, cœlorúmque motus, multa iam diximus in vita Authoris. Equidem artificium operis requireret iuſtum volumen, adeo vis ingenij in eo primum inueniendo, tum diſponendo & ſuis partibus partiúmque rationibus cócinnandis eluceſcit. Hoc Archimedes ediderat, ſed periit, nec quiſquam deinde alius damnum reſarciit, licet Poſidonius eundem laborem inſumpſerit, cuius etiã operæ monumenta perdidimus. Cæterùm hæc literaria naufragia, eò leuiora cenſentur, quò certius eſt non deeſſe qui conatus illos obſecundent & motus ſphærarum omnium ſuperiorum aſtrorúmque configurationes inſtrumentis per ſe mobilibus & automatis adumbrent, imò forſitan accuratioribus periodis definiant, cùm nobis iam cœlum meliùs quàm antiquis innoteſcat, & multa rimari ſint poſteriores Aſtronomi & animaduerterint, quæ clàm prioribus fuerant. Abſit tamen quicquam veteribus detrahamus, qui nos primi in illas Deorum ſedes deduxerũt, aſtra tueri confirmarunt, & ſemitas beatarum mentium docuerunt, licet deinde quaſdam nondum illis peruias detexerimus, ſed illis primis Authoribus pari quam diſcipulis gloria. Cæterùm vt de libris Archimedis quid ſentiendum ſit dicamus, & interim ſuſceptum hunc laborem concludamus, refert Pappus ex Carpo Antiochenſi, Archimedem Syracuſanum vnum duntaxat librum mechanicum compoſuiſſe de ſphæropoeia: de aliis vero ſibi ſcribendum non exiſtimaſſe: quamuis apud multos ob mechanicam facultatem ſummo in honore ſemper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus ſit, ſed de iis quæ præcipuè Geometricam Arithmeticámque contemplationem continent, diligenter conſcripſiſſe, adeóque harum ſcientiarum amore inflammatum fuiſſe, vt nihil extrinſecus in eas introducendum ſtatuerit. Cæterùm alij Authores, imò ipſe Pappus alios Archimedis libros de re Mechanica agnoſcunt, præter hunc de Sphæropoeia, ut notauimus antea. Verùm ſcripſerit, necne: certiſſimum eſt in mechanicis maximam vt in ſpeculatiuis conſequutum eſſe gloriam, quam nulla vnquam deletura eſt obliuio.

Cicero lib. 2 de Nat. Deorum.

Proœmio lib. 7.

Ἡ δὲ δόξα τῷ θεῷ εἰς αἰῶνας τῶν αἰώνων.

BIBLIOTECA NAZ. VITT. EMANUELE

Digitized by Google